



Padres y educación en la era digital

Edición preparada por:
Isabel Martínez Sánchez

169 colección
estudios

**PADRES Y EDUCACIÓN
EN LA ERA DIGITAL**

PADRES Y EDUCACIÓN EN LA ERA DIGITAL

Edición preparada por:
Isabel Martínez Sánchez



Ediciones de la Universidad
de Castilla-La Mancha

Cuenca, 2021

PADRES Y EDUCACIÓN EN LA ERA DIGITAL / edición preparada por Isabel Martínez Sánchez. – Cuenca : Ediciones de la Universidad de Castilla-La Mancha, 2020
120 p. ; 24 cm.– (Estudios ; 169)
ISBN 978-84-9044-369-9
1.Relacionesescuela/comunidadyrelacionesescuela/hogar2.InternetenlaenseñanzaI.Martínez Sánchez, Isabel, ed. lit. II. Universidad de Castilla-La Mancha, ed. III. Título IV. Serie 004.738.5:37
159.9
JNKP – VFXC1 -

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación solo puede ser realizada con la autorización de EDICIONES DE LA UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA salvo excepción prevista por la ley.

Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos – www.cedro.org), si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

- © de los textos e imágenes: sus autores.
- © de la edición: Universidad de Castilla-La Mancha.

Edita: Ediciones de la Universidad de Castilla-La Mancha.

Colección ESTUDIOS n.º 169.

Diseño de la colección:
C.I.D.I. (Universidad de Castilla-La Mancha).



Esta editorial es miembro de la UNE, lo que garantiza la difusión y comercialización de sus publicaciones a nivel nacional e internacional.

ISSN-L: 2255-2618

I.S.B.N.: 978-84-9044-369-9 (Edición impresa)

I.S.B.N.: 978-84-9044-428-3 (Edición electrónica)

D.O.I.: http://doi.org/10.18239/estudios_2021.169.00 (Edición electrónica)

D.L.: CU 70-2020

Composición: Compobell

Impresión: Masquelibros

Hecho en España (U.E.) – *Made in Spain (E.U.)*



Esta obra se encuentra bajo una licencia internacional Creative Commons CC BY 4.0.

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra no incluida en la licencia Creative Commons CC BY 4.0 solo puede ser realizada con la autorización expresa de los titulares, salvo excepción prevista por la ley. Puede Vd. acceder al texto completo de la licencia en este enlace: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.es>

ÍNDICE

Autores	11
La era digital: el uso de la red y el ciberacoso	15
<i>Isabel Martínez y Leoncio Camino</i>	
Retos de investigación en la era digital: estilos educativos parentales	27
<i>Fernando García</i>	
La encrucijada de la adolescencia en la sociedad digital: ¿qué pueden hacer los padres?	39
<i>Óscar F. García</i>	
Perspectivas teóricas en el estudio del desarrollo humano: la escuela y la familia como oportunidad para el desarrollo	49
<i>Óscar F. García y Emilia Serra</i>	
Carencias en la educación matemática en la actualidad. ¿En qué fallamos desde hace más de 20 años?	59
<i>Laura Jiménez Márquez</i>	
Familia y salud mental en la actualidad. Intervención multifamiliar en un centro de rehabilitación laboral.	75
<i>Carlos Vaquero, Alicia Alfageme y Montserrat Cebollero</i>	
El desarrollo de los vínculos en la sociedad actual: dependencia, confianza o control	91
<i>Isis Torres Mendoza y Cristina Serna Sarrato</i>	
Usos educativos del videojuego: claves para padres y educadores	99
<i>Ruth García Martín</i>	

TABLE OF CONTENTS

Authors	11
Digital era: The use of internet and cyberbullying	15
<i>Isabel Martínez y Leoncio Camino</i>	
Research challenges in the digital era: Parental education styles	27
<i>Fernando García</i>	
The crossroads of adolescence in the digital society: What can parents do? ..	39
<i>Óscar F. García</i>	
Theoretical perspectives in the study of human development: The school and the family as an opportunity for development	49
<i>Óscar F. García y Emilia Serra</i>	
Shortcomings in mathematical education today. Where have we failed for more than 20 years?	59
<i>Laura Jiménez Márquez</i>	
Family and mental health today. Multi-family intervention in a laboral rehabilitation center	75
<i>Carlos Vaquero, Alicia Alfageme y Montserrat Cebollero</i>	
The development of attachment in actual society: dependence, trust or control	91
<i>Isis Torres Mendoza y Cristina Serna Sarrato</i>	
Educational uses of videogames: Keys for parents and educators	99
<i>Ruth García Martín</i>	

CARENCIAS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN LA ACTUALIDAD. ¿EN QUÉ FALLAMOS DESDE HACE MÁS DE 20 AÑOS?

SHORTCOMINGS IN MATHEMATICAL EDUCATION TODAY. WHERE HAVE WE FAILED FOR MORE THAN 20 YEARS?

LAURA JIMÉNEZ MÁRQUEZ

Universidad de Castilla-La Mancha

http://doi.org/10.18239/estudios_2021.169.05

Resumen:

En el presente capítulo se define, en primer lugar, la concepción de problema desde la legislación vigente (LOMCE) que especifica, dentro del currículum de matemáticas, la función de aplicación de los algoritmos a situaciones de la vida real. En segundo lugar, se especifican las características de los problemas aritméticos, a partir de ahora denominados estándar, sus características, y su similitud con los algoritmos, sin tratar situaciones problemáticas para su resolución. Por último, se analizan los resultados de los alumnos, futuros docentes y profesores de matemáticas cuando tienen que resolver y evaluar las respuestas realistas de alumnos a problemas basados en la vida real o no-estándar. En la discusión, se critican las características de los problemas de los libros de texto, que fomentan creencias incorrectas sobre la resolución y evaluación de los problemas, de forma no realista, y que no van de la mano de la legislación vigente.

Palabras clave: Educación matemática, Problemas no-estándar, Educación, Problemas realistas

Abstract:

This chapter defines, firstly, the conception of math problem from current Spanish legislation (LOMCE) that specifies, in the mathematics curriculum, the applying function of algorithms to real-life situations. Secondly, there are specified the characteristics of the arithmetic scholar problems, so-called standard, their characteristics, and their similarity with the algorithms, without dealing with problematic situations for their resolution. Finally, there are analysed results of elementary pupils, pre-service students and primary school teachers when they have to solve and evaluate realistic responses of pupils to real life or non-standard based problems. In the discussion, there are criticized characteristics of the textbook problems, which foster incorrect beliefs about the resolution and evaluation of the problems, unrealistically, and that do not go hand in hand with current legislation.

Key words: Mathematics education, Non-standard problems, Education, Realistic problems

1. ¿QUÉ ES UN PROBLEMA?

La asignatura de Matemáticas, según la Ley Orgánica *para la Mejora de la Calidad de Educación* (LOMCE) del 9 de diciembre de 2013, es una de las asignaturas troncales en la etapa de Educación Primaria. Esto implica que las matemáticas juegan un papel importante a la hora de desarrollar el currículo. Uno de los objetivos generales de etapa de la Educación Primaria establecidos por el Real Decreto 126/2014 del 28 de febrero, *por el que se establece el currículo de Educación Primaria* es el *objetivo g*, que “exige el desarrollo de las competencias matemáticas básicas y la iniciación en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana” (p. 18502) .

Por tanto, resolver un problema debería ser una actividad cognitivamente compleja y aplicada (i.e., Verschaffel, Greer y De Corte, 2000). Se espera que los alumnos: (1) empleen la sintáctica de las matemáticas, es decir, que conviertan las circunstancias presentadas en una expresión aritmética (Ilani y Margolin, 2010) y (2) comprendan la semántica de las matemáticas o, dicho en otras palabras, reflexionen sobre cómo dicha sintáctica de las matemáticas debe usarse para resolver el problema (Gerofsky, 1996; Verschaffel y De Corte, 1997).

Por todo ello, la solución competente a un problema debe realizarse a través de los siguientes pasos: (1) la interiorización de la situación descrita en el problema, lo que conlleva la comprensión de todos sus elementos y de las relaciones que se producen entre ellos, (2) la conversión de dicho modelo interno en un sistema matemático que articule todos los elementos para la solución del problema, (3) el seguimiento del modelo para la obtención del resultado, (4) la conclusión y análisis de los datos obtenidos, (5) la reflexión sobre si dicho resultado es razonable, y (6) la expresión de la solución obtenida (p.e., Verschaffel *et al.*, 2000; Verschaffel y De Corte, 1997).

2. CARACTERÍSTICAS DE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL CONTEXTO ESCOLAR

En general, los problemas verbales suelen estar compuestos de dos partes, la informativa en la que aparecen habitualmente dos datos numéricos y la pregunta que alude a la cantidad desconocida (i.e., $a+b=c$). Sin embargo, los problemas pueden tomar distintas formas en función del lugar que ocupe la incógnita o cantidad desconocida: en el resultado, como es habitual, (i.e., $a+b = ?$), en el primer sumando (i.e., $?+b = c$) o en el segundo sumando (i.e., $a+? = c$).

Numerosas investigaciones han comprobado que algunos problemas verbales que se representan con los mismos algoritmos y que incluyen las mismas cantidades, no tienen el mismo nivel de dificultad para los niños (p.e., Bermejo, Lago y Rodríguez, 1998; Riley y Greeno, 1988).

¿Cuáles son los factores que influyen en la dificultad de los problemas en la escuela? Pasaremos a citar los más influyentes.

- (1) Las variables sintácticas. El número de palabras del texto, la secuencia de la información o la presencia o ausencia de palabras clave (p.e., *dar* induce a la operación de sumar, *quitar* a restar o *repartir* a dividir).
- (2) La estructura semántica. Los problemas verbales se clasifican en función de su estructura semántica (p.e., Riley y Greeno, 1988).
 - Cambio. Describen situaciones dinámicas en las que se introducen modificaciones en la cantidad inicial de un poseedor (i.e., se describe la primera cantidad, una acción que produce un cambio y un estado final).
 - Combinación. Representan situaciones estáticas, ya que incluyen dos cantidades disjuntas que se combinan para dar lugar a una tercera. Estos problemas se han denominado también parte-parte-todo porque las partes pueden unirse para formar “el todo” y el todo puede descomponerse en partes.
 - Comparación. Se presenta la relación entre dos cantidades disjuntas (i.e., relaciones estáticas), bien para determinar la diferencia entre ellas, bien

para averiguar una de las cantidades conociendo la otra y la diferencia entre ellas. Las cantidades se relacionan mediante la comparación (“más que”). Así, una de las cantidades cumple la función de referente y la otra de comparado.

- (3) El lugar de la incógnita. Los niños suelen obtener mejores resultados si la incógnita está situada en el resultado que cuando se desconoce uno de los sumandos, especialmente si este es el primero (p.e., Carpenter, 1986).
- (4) El tamaño de las cantidades. Aritméticamente, es más sencillo operar y/o representar las cantidades pequeñas que las grandes y que no tengan decimales.

Para consultar ejemplos de la estructura semántica y el lugar de la incógnita puede consultarse el Cuadro I.

Cuadro 1. Clasificación de los problemas verbales de estructura aditiva

Problemas de cambio

- Cambio 1. Juan tiene 3 canicas. En una partida gana 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Juan ahora? $A + B = \text{¿?}$
- Cambio 3. Juan tiene 3 canicas. En una partida gana algunas canicas. Ahora tiene 8 canicas. ¿Cuántas canicas ha ganado? $A + \text{¿?} = C$
- Cambio 5. Juan tiene algunas canicas. En una partida gana 5 canicas. Ahora tiene 8 canicas. ¿Cuántas canicas tenía antes? $\text{¿?} + b = C$
- Cambio 2. Juan tiene 8 canicas. En una partida pierde 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Juan ahora? $A - B = \text{¿?}$
- Cambio 4. Juan tiene 8 canicas. En una partida pierde algunas canicas. Ahora tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas ha perdido? $A - \text{¿?} = C$
- Cambio 6. Juan tiene algunas canicas. En una partida pierde 5 canicas. Ahora tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas tenía antes? $\text{¿?} - B = C$

Problemas de combinación

- Combinación 1. Juan tiene 3 canicas. Pedro tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tienen entre los dos? $A + B = \text{¿?}$
- Combinación 2. Juan y Pedro tienen 8 canicas entre los dos. Juan tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pedro? $A + \text{¿?} = C$
- Combinación 2. Juan y Pedro tienen 8 canicas entre los dos. Pedro tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Juan? $\text{¿?} + B = C$

Problemas de comparación

- Comparación 1. Juan tiene 5 canicas. Pedro tiene 8 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pedro más que Juan?
- Comparación 3. Juan tiene 3 canicas. Pedro tiene 5 canicas más que Juan. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?
- Comparación 5. Juan tiene 8 canicas. Él tiene 5 más que Pedro. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?
- Comparación 2. Juan tiene 8 canicas. Pedro tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pedro menos que Juan?
- Comparación 4. Juan tiene 8 canicas. Pedro tiene 5 canicas menos que Juan. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?
- Comparación 6. Juan tiene 3 canicas. Él tiene algunas canicas menos que Pedro. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?

3. ANÁLISIS DE LOS LIBROS DE TEXTO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Si nos preguntamos qué tipo de problemas de estructura aditiva se presentan en los libros de texto de Educación Primaria, la mayoría incluyen algunos de los tipos de los problemas estándar incluidos en el Cuadro I. Por ejemplo, en un estudio de Orrantía, González y Vicente (2005), sobre los problemas aditivos de los libros de texto de todos los niveles de Educación Primaria, y revisadas tres editoriales diferentes (Santillana, Alianza Editorial y SM), demostraron que:

(1) Los problemas de estructura aditiva incluyen palabras *clave* relacionadas directamente con la operación aritmética necesaria. El 76% de los problemas son congruentes, es decir, son estructuras de Cambio 1 (añadir implica sumar), Cambio 2 (perder significa restar) y Combinación 1 (consistente suma).

(2) Tienen un grado bajo de desafío: no incluyen otro tipo de problemas como los que incluyen información adicional (en Santillana 21; SM 9 y Anaya 3 problemas en total) o inventar un problema (en Santillana 72; SM 9 y Anaya 10 problemas a lo largo de todo un curso). En las pocas ocasiones en las que sucede, a los alumnos se les avisa de que son problemas inusuales con encabezados como “para aprender más”, “presta más atención” o “para ampliar”, entre otros. Además estos se encuentran situados al final de cada uno de los temas, en un apartado “especial”.

(3) Son pobres en contexto pragmático porque describen situaciones irreales.

Unos años después, Chamoso, Vicente, Manchado y Muñoz (2014) mostraron que los libros de texto no habían cambiado demasiado años después: (a) la mayor parte de los problemas siguen siendo consistentes, y (b) pocas situaciones presentan

algún grado de desafío para el estudiantes (i.e., solo el 8.5% de ellos eran problemas “absurdos” y el 2.3% de problemas podían considerarse “auténticos”).

En definitiva, las características estereotipadas de los problemas que típicamente se presentan en el aula hacen que los alumnos entiendan que las matemáticas son “un juego específico” que tiene su propia estructura, reglas y creencias, muchas veces incorrectas, que son compartidas y respetadas por alumnos y docentes dentro del marco educativo que se ha denominado contrato didáctico (Brousseau, 1997; Jiménez, 2012; Jiménez y Ramos, 2011; Reusser y Stebler, 1997; Selter, 1994; Verschaffel, De Corte y Lasure, 1994). Sin embargo, una de las dificultades de estos trabajos de investigación es que solo explican en una pequeña parte los procesos y elementos implicados en la habilidad de resolución de problemas, en particular, y de modelización matemática, en general, fundamentalmente relacionadas con la sintáctica de las matemáticas.

4. CARACTERÍSTICAS Y TIPOLOGÍA DE LOS PROBLEMAS NO ESTÁNDAR

Son minoritarias las investigaciones que se han centrado en los problemas verbales no estándar, que se desvían de una o varias formas de las características propias de los problemas escolares. Precisamente cierta parte de la comunidad científica se interesó en analizar de forma empírica las reacciones de los alumnos y profesores ante este tipo de problemas. Hasta ahora el método de investigación más importante ha sido presentar a los alumnos y profesores diversos problemas no estándar, que como citamos anteriormente, violan algunas de las reglas tácitas del «juego de las matemáticas».

Podemos definir un problema estándar cómo aquel que se resuelve simplemente aplicando una operación aritmética con los datos que figuran en el enunciado y la operación aritmética más obvia, basada en palabras *clave* o la última operación estudiada (ver p.e., Jiménez, 2012; Jiménez y Verschaffel, 2014). Por el contrario, los problemas no estándar o no-rutinarios constituyen un verdadero desafío para los alumnos debido a que se debe tener en cuenta la situación descrita en el problema, para llegar a una solución correcta.

Vamos a pasar a realizar una revisión de la literatura sobre algunas investigaciones clásicas, y otras más recientes, sobre distintos tipos de problemas no estándar, aunque adelantamos que, de forma general, los resultados de estos estudios muestran un bajo nivel de éxito de los alumnos de Educación Infantil, Primaria y Secundaria, profesores en formación y profesores en activo de Educación Primaria. Algunos de estos estudios son exploratorios, otros un tanto anecdóticos y otros más sistemáticos, pero son un punto de partida en la elaboración de crear una perspectiva crítica al

sistema educativo de diversos países (Bélgica, España, China, Japón, Francia, Italia, etc.), y más concretamente la metodología tradicional empleada en el aula.

4.1. Los problemas absurdos

Los problemas absurdos, como su nombre indica, carecen de sentido y son irresolubles, pero semánticamente muestran enunciados con una estructura adecuada. Un ejemplo de ello es el ya clásico problema del capitán (Baruk, 1985): “Hay 26 ovejas y 10 cabras en un barco. ¿Cuántos años tiene el capitán?” que se aplicó a alumnos de 1º a 4º de E.P. Los resultados muestran que únicamente un 12% del alumnado de 1º y 2º de E.P. y un 62% de 3º y 4º de E.P. detectaron la incoherencia del problema, y ausencia de solución. La mayor parte de los niños fallaban, tratando de resolverlo como si de un problema estándar se tratara, sumando los datos del enunciado y concluyendo que el capitán tendría 36 años (ver tb. Reusser, 1988).

Radatz (1983) estudió las respuestas de los niños, desde Educación Infantil hasta 4º curso de E.P., presentándoles el siguiente problema: “Katja invita a 8 niños a su fiesta de cumpleaños que será dentro de 4 días. ¿Cuántos años cumplirá Katja?”. Los resultados volvieron a corroborar la creencia de los niños de que todo problema debe tener una solución, pero conforme se avanzaba de curso, mayor era el porcentaje de fallos. El 90% de los alumnos de E.I. identificaban que el problema absurdo, mientras que los alumnos de E.P. tenían una tasa de éxito menor, esto es, solo hallaron la solución en un 70% (2º de E.P.), 40% (3º de E.P.) y 55% (4º y 5º de E.P.). Todos estos resultados evidenciaron que la enseñanza formal de las matemáticas, en contraposición a la informal, tiene un efecto débil en el progreso del desarrollo del pensamiento, haciendo que los niños aprendan reglas fijas en consecuencia a lo establecido en el contrato didáctico (Brousseau, 1997; Jiménez, 2012).

4.2. Los problemas realistas o ítem problemáticos

Si los problemas anteriores tenían la característica de describir situaciones absurdas o irresolubles en la vida real, esta línea de investigación está centrada en problemas que, para ser resueltos correctamente, es necesario tener en cuenta aspectos cotidianos. Un ejemplo de ello es que cuando unimos varios tramos de cuerda mediante nudos perdemos algunos centímetros de longitud y, por eso, tenemos que contar con esto a la hora de comprar la cuerda, igualmente el cansancio de un corredor se va acumulando y eso le impide correr siempre a la misma velocidad, etcétera.

Esta idea quedaría recogida en el juego de palabras “wor(l)d problems” empleado por Greer (1993) que alude tanto a las características propias de los problemas verbales (word problems) como a la descripción de situaciones reales (world problems).

Verschaffel et al. (1994), en Bélgica, aplicó a alumnos de último curso de Educación Primaria dos cuestionarios con 10 pares de problemas, uno de ellos formulado de forma estándar (i.e., “Un barco navega a una velocidad de 45 kilómetros por hora. ¿Cuántos tardará este barco en navegar 180 kilómetros?”) y otro de forma no estándar (i.e., “El mejor tiempo de John en correr 100 metros es de 17 segundos. ¿Cuántos tardará John en correr un kilómetro?”). Los enunciados de los problemas no estándar se muestran en la Tabla 1.

Los resultados mostraron que el 84% de los estudiantes resolvían los problemas estándar sin dificultad, mientras que solo el 17% lo hacían cuando los problemas eran no estándar. Solamente dos de los ítems problemáticos se resolvieron de una forma más realista: el denominado problema de los “autobuses” (i.e., “450 soldados deben ser transportados a su lugar de entrenamiento. Cada autobús del ejército puede transportar a 36 soldados. ¿Cuántos autobuses se necesitarán?”) y el problema de los “globos” (i.e., “Un abuelo quiere repartir entre sus 4 niños una caja de 18 globos. ¿Cuántos globos recibirá cada nieto?”), con un porcentaje de éxito del 49% y 59%, respectivamente.

Tabla 1. *Enunciados de los Problemas Empleados en el Estudio de Verschaffel et al. (1994)*

Amigos	Carl tiene 5 amigos y Georges tiene 6 amigos. Carl y Georges deciden dar una fiesta juntos. Ellos invitan a todos sus amigos. ¿Cuántos amigos hay en la fiesta? (Nelissen, 1987)
Tableros	Steve ha comprado cuatro tableros de 2.5 metros cada uno. ¿Cuántos pedazos de un metro puede obtener de esos tableros? (Kaelen, 1992)
Agua	¿Cuál será la temperatura de agua de un recipiente si ponemos un litro de agua a 80° y un litro de agua a 40° dentro de él? (Nesher, 1980)
Autobús	1128 soldados deben ser transportados a su lugar de entrenamiento. En cada autobús de la armada caben 36 soldados. ¿Cuántos autobuses necesitarán? (Carpenter, Lindquist, Matthews y Silver, 1983)
Corredor	El mejor tiempo de un atleta en correr una milla es 4 minutos y 7 segundos. ¿Cuánto tiempo le llevará correr 3 millas? (Greer, 1993)

Escuela	Bruce y Alice van a la misma escuela. Bruce vive a 17 Km. de la escuela y Alice a 8 km. ¿A cuánta distancia viven Bruce y Alice la una de la otra?
Globos	Un abuelo le da a sus 4 nietos una caja de 18 globos para que ellos la repartan de manera que todos tengan la misma cantidad. ¿Cuántos globos conseguirá cada nieto?
Edad	Rob nació en 1978. Ahora estamos en 1993. ¿Cuántos años tiene?
Cuerda	Un hombre desea tener una cuerda suficientemente larga como para extenderla entre dos palos que están separados por 12 metros, pero sólo tiene piezas de cuerda de 1.5 metros. ¿Cuántas de esas piezas necesitará atar para extenderla entre los dos palos? (Greer, 1993)
Grifo	Se está llenando una botella desde un grifo a razón constante. Si el nivel del agua es de 2.4 cm después de 10 segundos ¿qué nivel alcanzará después de 30 segundos? (Se acompaña del dibujo de una botella cónica)

Ambos estudios concluyen que los resultados no son debidos a ningún tipo de déficit cognitivo. En realidad, los estudiantes actuaban frente a los problemas de acuerdo a la didáctica aprendida en la escuela, que les ha llevado a excluir el conocimiento del mundo real, de forma contraria a lo que la legislación vigente promueve hoy en día. Posteriormente, se han realizado diversos estudios de réplica en diferentes países centroeuropeos, latinoamericanos, e incluso orientales, como por ejemplo el trabajo de Caldwell (1995), realizado en el Norte de Irlanda usando entrevistas; Hidalgo (1997), en Venezuela, quien utilizó el test aplicado anteriormente por Verschaffel et al (1994); Reusser and Stebler (1997) en la zona de habla Germana en Suiza, quienes permitieron a la mitad de los estudiantes trabajar en los problemas en parejas, Yoshida, Verschaffel y de Corte (1997) cuyo objetivo era comparar a alumnos de la escuela elemental japonesa y belga en cuanto a la ausencia de la activación del conocimiento real durante el entendimiento y la resolución de problemas aritméticos; y el estudio realizado por Verschaffel, De Corte y Lasure (1999), cuyo objetivo en su estudio era estimar si dos formas de diferentes

de entrevistar de forma individual a los niños sería suficiente para transformar sus respuestas no realistas en respuestas realistas. Los resultados de todos estos estudios fueron muy similares a los obtenidos por Greer (1993) y Verschaffel et al. (1994).

En un intento de explicar cómo se desarrollan estas creencias en los estudiantes, se ha recurrido también a investigar otro elemento esencial de la práctica instruccional y la cultura de las matemáticas, que es precisamente la concepción del profesorado sobre la función de los problemas verbales en las clases de matemáticas y las evaluaciones que realizan sobre la resolución de dichos problemas por el alumnado (Verschaffel, De Corte, Lasure y Ratinckx, 1999).

Un ejemplo de estos estudios es el realizado por Verschaffel, De Corte y Borghart (1997). En dicha investigación, evaluaron a 332 profesores en formación mediante un cuestionario que incluía 14 problemas: siete estándar y siete versiones de ellos no estándar (como por ejemplo, problemas de falsa proporcionalidad, con soluciones múltiples, etcétera). Dichos problemas iban acompañados de cuatro soluciones de (supuestos) niños de 5° de E.P., que incluían una respuesta estándar incorrecta, una realista y dos errores de cálculo. La tarea de dichos profesores era evaluar las soluciones con puntuaciones que oscilaban de 0 a 1 punto (aunque también se les pedía que resolviesen primero los problemas antes de evaluar a los alumnos). Los resultados indicaron que los futuros profesores demostraron una fuerte tendencia general a excluir el conocimiento contextualizado con una tasa de éxito de resolución del 48%, en contraposición al 17% encontrado en el estudio realizado con niños de 5° E.P. (Verschaffel et al., 1994). Pero lo más llamativo fueron las evaluaciones. Los futuros profesores valoraron considerablemente mejor las respuestas no realistas de los niños que las realistas, puesto que consideraban que habían realizado los cálculos correctamente y esto era lo que se debía esperar de ellos. Resultados similares han sido encontrados en otros países. Bonotto y Wilczewski (2007), en Italia, concluyeron que los profesores evaluaban de forma más positiva las respuestas no realistas de los estudiantes que las correctas, lo que indica que dichos maestros creían que este tipo de problemas matemáticos no estándar no debían ser empleados en las matemáticas escolares. En China, Xu (2005) replicó igualmente el trabajo de Verschaffel et al. (1997) evaluando a 117 profesores en formación y 72 docentes en activo. En este caso, se puede destacar que estos docentes: (a) mostraban más conocimiento sobre la resolución de problemas contextualizados, y (b) evaluaban las respuestas realistas de los estudiantes considerablemente mejor que los profesores italianos y belgas. Igualmente, Chen, Van Dooren y Verschaffel (2011) confirmaron los resultados obtenidos en China, argumentando que son debidos a una mejor predisposición a la inclusión de estos problemas en el sistema educativo, lo que se traduce en una evaluación más positiva de las respuestas no estereotipadas. En conclusión,

parece que estas diferencias en las concepciones del profesorado entre oriente y occidente no deberían ser tan sorprendentes, ya que numerosos estudios han demostrado que los profesores chinos adquieren durante su formación mayor conocimiento pedagógico y didáctico (p.e., Ma, 1999; Zhou, Peverly y Xin, 2006). Otro factor que puede influir es que el currículo chino enfatiza el uso de las matemáticas realistas y contextualizadas (Chen et al., 2011).

En conclusión, todos estos estudios han demostrado empíricamente que el objetivo de introducir verdaderos problemas, en contra del modelo del aprendizaje de las matemáticas actual, no ha llevado a buenos resultados en los estudiantes de últimos cursos de Educación Primaria ni al inicio de Secundaria. Con todo lo anterior, y siguiendo a Orrantia et al. (2005), se puede afirmar que, aunque la legislación en cuanto a Educación Primaria ha sido modificada a lo largo de los años, la enseñanza de la resolución de problemas en el área de matemáticas así como la representación de estos en los libros de textos para la Educación Primaria, no ha cambiado, por lo que los alumnos han ido aprendiendo a equiparar los problemas verbales con los algoritmos (Jiménez y Verschaffel, 2014).

4.3. ¿Por qué los alumnos fallan en resolver este tipo de problemas? El contrato didáctico

Vistos estos resultados, se podría pensar que el alumnado de Educación Primaria ha perdido “el sentido común”. No obstante, el alumnado ha desarrollado una amplia experiencia con un tipo de problemas estándar congruentes con la identificación de palabras clave y que pueden resolverse correctamente empleando directamente la operación aritmética más obvia sin comprender el enunciado (Orrantia et al., 2005; Verschaffel et al., 2000). Por ejemplo, el problema “Yara tiene 5 caramelos y su amigo Pedro tiene 3. ¿Cuántos caramelos tiene Yara ahora?” sugiere claramente la operación de sumar todos los caramelos.

El contrato didáctico puede definirse como el conjunto de creencias, normas y estrategias que están implícitas en el profesorado y alumnado, teniendo como eje vertebrador los problemas incluidos en los libros de texto de matemáticas (p.e., Brousseau, 1997). La aplicación continuada de una dieta masiva de problemas matemáticos estándar provoca que los alumnos consideren que el único objetivo de resolver problemas en el aula es averiguar la operación aritmética más obvia. Finalmente, los niños (y los profesores) desarrollan una serie de creencias incorrectas sobre los problemas aritméticos como: (a) todo problema tiene solución; (b) solo hay una única posible solución correcta; (c) siempre hay que aplicar una operación aritmética; y (d) todos los datos del enunciado deben estar incluidos en los cálculos (p.e., Reusser y Stebler, 1997; Jiménez y Verschaffel, 2014).

Para demostrar empíricamente estas concepciones infantiles, en un estudio realizado por Jiménez y Verschaffel (2014) se enfrentó a alumnos de todos los niveles de E.P. a distintos tipos de problemas no estándar de estructura aditiva sencilla, contrarios a estas cuatro creencias: (1) irresolubles, que no se pueden resolver porque falta información en el enunciado; (2) con múltiples soluciones correctas, ya que se introduce un dato ambiguo; (c) con la solución incluida en el enunciado, por lo que no es necesario operar; y (d) datos irrelevantes para hallar la solución. El enunciado de los problemas puede consultarse en la Tabla 2.

Tabla 2. *Enunciado de los problemas presentados en el estudios de Jiménez y Verschaffel (2014)*

Irresoluble	María ha ido al circo con su amiga Ana. María tiene 13 euros y su amiga Ana le deja 7 euros para pagar la entrada. ¿Cuánto dinero tiene Ana ahora?
Soluciones múltiples	Lucía ha comprado una bolsa de 14 chicles de varios sabores. Como le han puesto pocos de menta y son sus favoritos, Lucía pide después 8 chicles de menta. ¿Cuántos chicles de menta tiene ahora Lucía?
Solución incluida	Un pastor tiene 17 ovejas en su granja. Como quiere ampliar la granja compra 8 cabras. ¿Cuántas ovejas tiene ahora el pastor en la granja?
Datos irrelevantes	Lorena ha comprado una caja de 12 pinturas para clase de Plástica. Su amiga Silvia le regala otra caja que contiene 3 bolígrafos y 9 pinturas. ¿Cuántas pinturas tiene ahora Lorena?

Los resultados fueron poco alentadores. Tan solo el 37.9% de las respuestas globales pudieron ser consideradas correctas. Este porcentaje indica las grandes dificultades que encontraron los niños para resolver los cuatro problemas no estándar. Centrándonos ahora en el análisis de este porcentaje global desde una perspectiva individual, se ha encontrado igualmente que un elevado porcentaje de alumnos fue incapaz de considerar adecuadamente las demandas específicas de cada tipo de problema, ya que el 34.7% de los niños no resolvió correctamente ninguno de los cuatro problemas no estándar, y solo el 12% de los participantes resolvió correctamente los cuatro problemas. se ha encontrado un incremento de la dificultad de los problemas, comenzando por el problema *irresoluble* (18.3%), seguido por el que tiene *soluciones múltiples* (30.3%), el que tiene la *solución incluida* (45.7%) y, finalmente, el problema con *datos irrelevantes* que resultó ser el más sencillo (57.3%).

En cuanto al nivel educativo en Educación Primaria, no se hallaron diferencias significativas entre los tres primeros cursos (15.5 vs. 18 vs. 33%, respectivamente, para 1º, 2º y 3º de E.P.) ni entre los tres últimos cursos (49.5 vs. 55.5 vs. 56%, respectivamente, para 4º, 5º y 6º de E.P.). A pesar de que evidentemente se encontró un aumento del nivel de éxito parejo al nivel educativo de los alumnos a lo largo de la Educación Primaria, ha sido bastante sorprendente encontrar un rendimiento tan bajo en los tres últimos cursos e, incluso, que no se produjese un progreso significativo entre ellos. Además, el análisis cualitativo de las estrategias de resolución incorrectas indicó que los alumnos mayores usaban en mayor medida estrategias basadas en multiplicar, dividir y la combinación de estas con otras operaciones como la adición y la sustracción.

5. CONCLUSIONES

En el presente capítulo se confirma, mediante la revisión de distintos estudios, la dificultad de los alumnos para resolver problemas no estándar. Los alumnos han sido expuestos a las normas del contrato didáctico, impuesto por la tipología de problemas que son algoritmos encubiertos.

En todos ellos los niños se comportan como si los problemas fueran irreales, es decir, sin relación con las particularidades de la vida real, lo que es contrario a lo que la legislación promueve. Por ello, la tasa de éxito es muy baja en todos los problemas no-estándar, puesto que los alumnos entienden que los problemas escolares no guardan (ni deben guardar) relación con la vida real. Las creencias que han desarrollado fundamentalmente de forma implícita (pero también explícitamente) les llevan a buscar la solución más probable para alcanzar el éxito y lo más probable es alcanzarlo mediante la búsqueda de la operación aritmética más obvia (o la última estudiada), aplicada a los datos del enunciado.

En educación, debemos buscar romper “esas reglas del juego” entre docentes, alumnos y editoriales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Baruk, S. (1985). *L'âge du capitaine. De l'erreur en mathématiques*. París: Seuil.
- Bermejo, V., Lago, M. O. y Rodríguez, P. (1998). Aprendizaje de la adición y sustracción. Secuenciación de los problemas verbales según su dificultad. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 51(3-4), 533-552.
- Bonotto, C. y Wilczewski, E. (2007). I problemi di matematica nella scuola primaria: Sull'attivazione o meno di conoscenze di tipo realistico. En C. Bonotto (Ed.), *Quotidianizzare la matematica* (pp.101-134). Lecce: Italia.

- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht, Países Bajos: Kluwer academic publishers.
- Caldwell, L. (1995). *Contextual considerations in the solution of children's multiplication and division word problems*. Tesis doctoral no publicada, Belfast, Northern Ireland: Queen's University.
- Carpenter, T. P. (1986). Conceptual Knowledge as a foundation for procedural knowledge: Implications from research on the initial learning of arithmetic. En J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 113-132). Hillsdale, New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Carpenter, T. P., Lindquist, M. M., Matthews, W. y Silver, E. A. (1983). Results of the third NAEP mathematics assessment: Secondary school. *Mathematics Teacher*, 76, 652-659.
- Chamoso, J. M., Vicente, S., Manchado, E. y Múñez, D. (2014). *Los problemas de matemáticas escolares de primaria, ¿son solo problemas para el aula?* I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe (CEMACYC), Santo Domingo, República Dominicana. Recuperado de http://www.centroeducamatematica.com/memorias-icemacyc/Conferencia_paralela,_Chamoso.pdf
- Chen, L., Van Dooren, W. y Verschaffel, L. (2011). An investigation on Chinese teachers' realistic problem solving abilities and beliefs. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 80-96.
- Gerofsky, S. (1996). A linguistic and narrative view of word problems in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 16(2) 36-45.
- Greer, B. (1993). The mathematical modeling perspective on word problems. *Journal of Mathematical Behaviour*, 12(3), 239-250.
- Ilany, B. y Margolin, B. (2010). Language and mathematics: Bridging between natural language and mathematical language in solving problems in mathematics. *Creative Education*, 1, 138-148. doi: 10.4236/ce.2010.13022
- Jiménez, L. (2012). La aplicación del conocimiento contextualizado en la resolución de problemas matemáticos: un estudio sobre las dificultades de los niños en la resolución de problemas no rutinarios. *Cultura y Educación*, 24, 351-362. doi: 174/113564012802845640
- Jiménez, L. y Ramos, F.J. (2011). El impacto negativo del contrato didáctico en la resolución realista de problemas. Un estudio con alumnos de 2º y 3º de Educación Primaria. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 9, 1155-1182.
- Jiménez, L. y Verschaffel, L. (2014). Development of Children's Solutions of Non-Standard Arithmetic Word Problem Solving. *Revista de Psicodidáctica*, 19(1), 93-123. doi: 10.1387/RevPsicodidact.7865

- Kaelen, Y. (1992). *Beroepsgericht toetsen rekenen/wiskunde. Handleiding bij een experimentele instap-toets rekenen/wiskunde voor het CBB* [Manual for an experimental entrance text about mathematics for centres of basic adult education]. Amersfoort, The Netherlands: Landelijk Studie en Ontwikkelingscentrum Volkswasseneneducatie.
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. (BOE, de 10 de diciembre de 2013, núm. 295, pp. 97858-97921).
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics. Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Nelissen, J. M. C. (1987). *Kinderen leren wiskunde. Een studie over constructie en reflectie in het basisonderwijs* [Children learn mathematics. A study concerning construction and reflection in elementary school education]. Gorinchem: De Ruiter.
- Nesher, P. (1980). The stereotyped nature of school word problems. *For the Learning of Mathematics*, 1(1), 41-8.
- Orrantia, J., González, L. B. y Vicente, S. (2005). Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto de Educación Primaria. *Infancia y aprendizaje*, 28(4), 429-451. doi: 10.1174/021037005774518929
- Raddatz, H. (1983). Untersuchungen zum Lösen eingekleideter Aufgaben. [Investigación sobre resolución de problemas]. *Zeitschrift für Mathematik-Didaktik*, 4, 205-217.
- Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. (BOE, de 1 de marzo de 2014, núm. 52, pp. 19349-19420).
- Reusser, K. (1988). Problem solving beyond the logic of things: Contextual effects on understanding and solving word problems. *Instructional Science*, 17, 309-338. doi.org/10.1007/BF00056219
- Reusser, K. y Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution: The suspension of reality and sense-making in the culture of school mathematics. *Learning & Instruction*, 7, 309-328. doi:10.1016/S0959-4752(97)00014-5
- Riley, M. S y Greeno, J. G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition & Instruction* 5(1), 49-101.
- Selter, C. (1994). How old is the captain? *Strategies*, 5(1), 34-37.
- Verschaffel, L. y De Corte, E. (1997). Teaching realistic mathematical modeling in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 577-601. doi:10.2307/749692

- Verschaffel, L., De Corte, E. y Borghart, I. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction*, 7, 339-359. doi: 10.1016/S0959-4752(97)00008-X
- Verschaffel, L., De Corte, E. y Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modelling of school arithmetic word problems. *Learning & Instruction*, 4, 273-294. doi.org/10.1016/0959-4752(94)90002-7
- Verschaffel, L., De Corte, E. y Lasure, S. (1999). Children's conceptions about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. En W. Schnotz, S. Vosniadou y M. Carretero (Eds.), *New perspectives on conceptual change* (pp. 175-189). Oxford: Elsevier.
- Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S. y Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders. *Mathematical Thinking and Learning*, 1, 195-229. doi: 10.1207/s15327833mtl0103_2
- Verschaffel, L., Greer, B. y De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.
- Xu, S. (2005). A research on student-teachers' and in service teachers' realistic considerations of arithmetic word problems. *Psychological Science*, 28, 977-980.
- Yoshida, H., Verschaffel, L. y De Corte, E. (1997). Realistic considerations in solving problematic word problems: Do Japanese and Belgian children have the same difficulties? *Learning & Instruction*, 7, 329-338. doi.org/10.1016/S0959-4752(97)00007-8
- Zhou, Z., Peverly, S. T., & Xin, T. (2006). Knowing and teaching fractions: A cross-cultural study of American and Chinese mathematics teachers. *Contemporary Educational Psychology*, 31, 438-457. doi:10.1016/j.cedpsych.2006.02.001