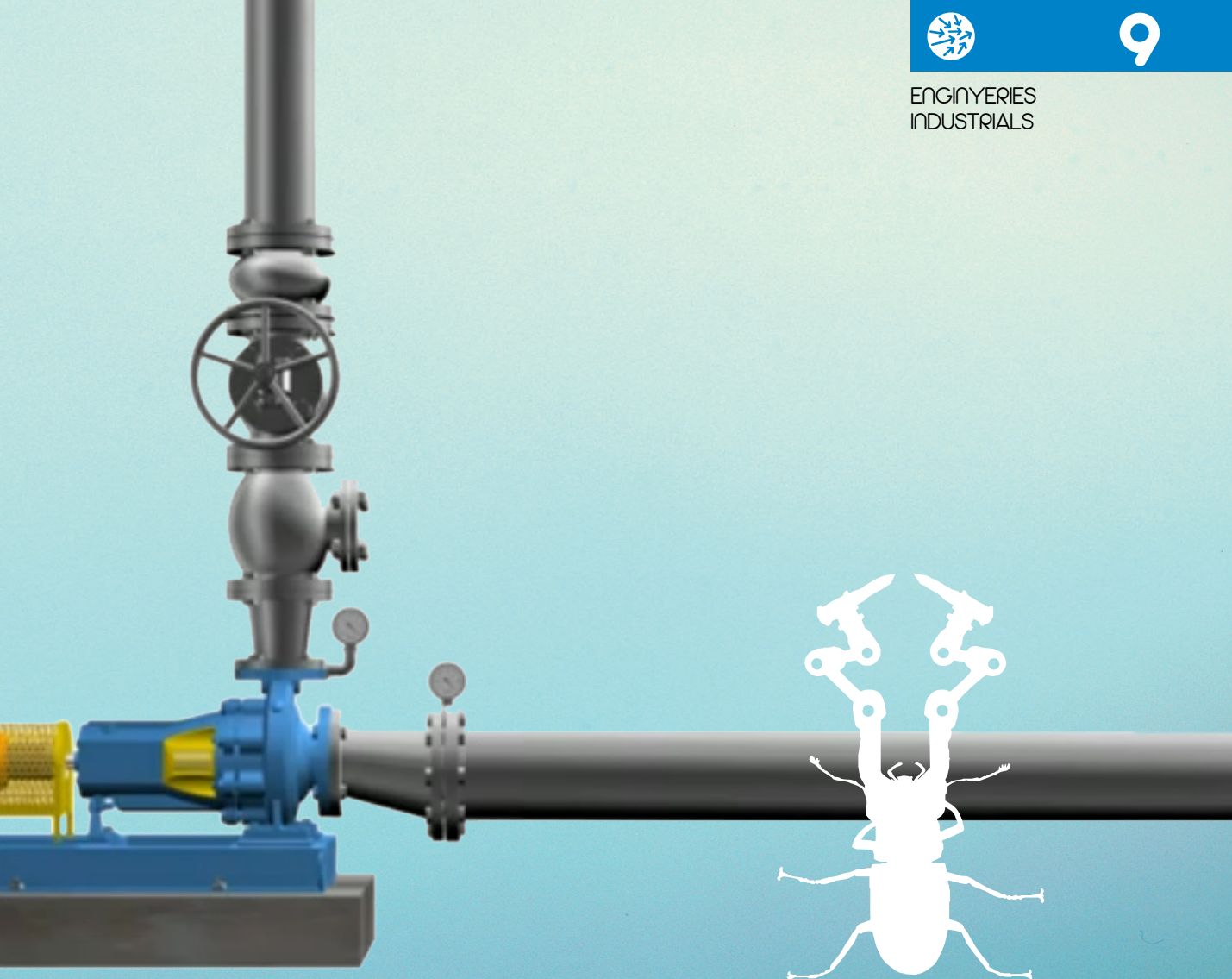




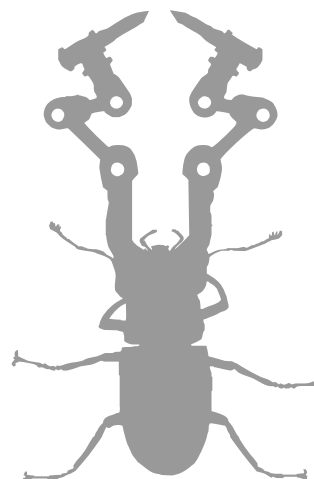
9

ENGINYERIES
INDUSTRIALSUNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH→ **UPC**GRAU

Fluidos, bombas e instalaciones hidráulicas →

2^a Edición

Salvador de las Heras



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH



iniciativa
digital politècnica
Publicacions Acadèmiques UPC

→ **UPCGRAU**

Fluidos, bombas e instalaciones hidráulicas →

Salvador de las Heras

Primera edición: diciembre de 2011
Segunda edición: diciembre de 2018

© Salvador de las Heras, 2011

© Iniciativa Digital Politècnica, 2011
Oficina de Publicacions Acadèmiques Digitals de la UPC
Jordi Girona 1-3,
Edifici K2M - Planta S1, 08034 Barcelona
Tel.: 934 015 885
www.upc.edu/idp
E-mail: info.idp@upc.edu

Depósito legal: B 27882-2018
ISBN: 978-84-9880-728-8

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra sólo puede realizarse con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista en la ley.

A mis hijos Sandro e Irene, el Sol y la Luna de mis días,
y a la memoria de mi buen amigo Paco, e.p.d.





Prólogo

Este libro surge de la necesidad de adaptar el contenido de las asignaturas relacionadas con las máquinas y los sistemas hidráulicos a los diferentes grados de ingeniería que se han puesto en marcha en la UPC, como consecuencia de la implantación de los planes de estudios enmarcados en el Espacio Europeo de Educación Superior (EEES).

Es difícil encontrar una obra concreta que cubra, de forma adecuada, los conceptos básicos de la mecánica de fluidos, el funcionamiento de las máquinas hidráulicas más comunes y la regulación y explotación de los sistemas en los que son instaladas, tanto desde el punto de vista teórico como práctico. Por norma general, el alumno halla por separado libros específicos de mecánica de fluidos o de máquinas hidráulicas, pero no dispone de ambos contenidos asociados adecuadamente en una sola obra. Este libro pretende cubrir este hueco, pues, aunque trata básicamente de máquinas hidráulicas e instalaciones, incluye los principios de mecánica de fluidos suficientes para poder interpretarlas sin necesidad de consultar otras fuentes.

Los diversos grados existentes actualmente en ingeniería tienen una característica común: todos cubren, en mayor o menor medida, contenidos asociados a las máquinas y a las instalaciones hidráulicas. El profesor de tales materias, en el ejercicio responsable de su profesión y con la intención benévola de facilitar el aprendizaje a sus estudiantes, se preocupa por reunir en unos apuntes propios los contenidos mínimos exigibles, que serán la base de las clases magistrales, y, paralelamente, elabora una lista de referencias de consulta para completar la formación. Esta lista, a pesar de la recomendación del profesor, a menudo es desatendida por los alumnos porque el ritmo impuesto en los planes de estudios actuales, con un gran número de asignaturas diferentes en un mismo período cuatrimestral, apenas les concede el tiempo necesario para la lectura contrastada y sosegada de otros textos técnicos. Debe existir, por tanto, un equilibrio entre lo deseable y lo posible, y el profesor es el responsable de encontrarlo y mantenerlo para que el alumno aproveche al máximo sus capacidades y sus posibilidades de éxito aumenten.

Esta obra está dividida en seis temas, de los cuales los dos primeros hacen referencia a la mecánica de fluidos; los dos siguientes, a las bombas hidráulicas, y los dos últimos, a



las instalaciones. Al final del libro, el lector encontrará un anexo en que se hace un resumen de las recomendaciones relativas al mantenimiento y a la gestión de las instalaciones hidráulicas.

En el primer tema, titulado “Conceptos de mecánica de fluidos”, se explican las definiciones, herramientas y propiedades que permiten interpretar el campo fluido, así como aquellos teoremas matemáticos que son de utilidad en la formulación de los principios y las leyes fundamentales. Este primer apartado concluye con la descripción de las fuerzas a las que puede estar sometido un fluido y su relación con su consiguiente deformación, lo cual finalmente conduce a la conocida ecuación de Navier-Stokes para la cantidad de movimiento.

El segundo tema presenta los principios de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía, y otras ecuaciones que permiten ampliar el entorno teórico, como las de la energía interna, la entalpía, la entropía o la ecuación de la vorticidad. La formulación integral de estos principios consiste en un balance referido a un sistema fluido o a un volumen de control de fronteras abiertas por las cuales se pueden definir los flujos de masa, cantidad de movimiento y energía, y su relación temporal con las acciones externas aplicadas. Este tipo de análisis no proporciona detalles del flujo en el interior del volumen, pero sí permite obtener soluciones aproximadas, que resultan válidas desde una perspectiva industrial. El método diferencial es más general pero, aunque los principios generales y las ecuaciones de este tema, junto con las ecuaciones de estado, constituyen un marco analítico completo que permite resolver cualquier problema de mecánica de fluidos y revelar todos los detalles del flujo, a menudo su resolución no es posible y es preciso recurrir a otros procedimientos de análisis. Los obstáculos que más dificultan la obtención de resultados analíticos válidos son, además de la complejidad intrínseca de las ecuaciones, las condiciones de contorno, la geometría del problema y las propiedades del fluido. La ingeniería hace frente a estos problemas combinando la simulación por ordenador, la experimentación y el análisis dimensional, el cual se fundamenta en el orden de magnitud observado de los diferentes términos que aparecen en las ecuaciones y su descripción mediante grupos adimensionales.

El tercer tema se centra en la descripción funcional de las bombas hidráulicas más comunes, mientras que el cuarto trata de la teoría general de las turbomáquinas hidráulicas. Por norma general, el usuario de una bomba está más interesado en conocer sus características funcionales y los criterios de selección e instalación, y puede saltarse la teoría descrita en el cuarto tema sin perder continuidad en el discurso. No obstante, puesto que esta obra se dirige básicamente a los estudiantes de ingeniería, resultaba pertinente incluir un tema dedicado por completo a la descripción de la teoría general que fundamenta el diseño de las bombas hidráulicas de tipo rotodinámico. Como autor, reconozco que no me ha sido fácil encontrar el equilibrio adecuado entre ambos temas, pues en más de una ocasión me he visto tentado de fusionarlos. El resultado final creo que aborda las diferentes cuestiones con la profundidad y el orden más apropiados, habiendo incluido en el texto las referencias cruzadas y los pies de página necesarios para poder ampliar los contenidos de cada apartado y hacer el mejor seguimiento posible del libro.

Los dos temas siguientes hacen referencia a las instalaciones hidráulicas y oleohidráulicas en las que se instalan las bombas descritas en el tercer tema. La cantidad de instalaciones de uno u otro tipo es ingente, de modo que se ha preferido desarrollar los principios generales comunes que permiten su estudio, dimensionado y regulación, y

concretar la explicación mediante la descripción de algún tipo de instalación particular. A tal efecto, por ejemplo, en el sexto tema se explican los sistemas de regulación de velocidad, los circuitos regenerativos, las transmisiones hidrostáticas y los servoactuadores, mientras que en el quinto se dedica un apartado completo a las válvulas de regulación empleadas en las instalaciones hidráulicas, con especial hincapié en los criterios usuales de selección y en cómo su acoplamiento a la instalación modifica su característica inherente y las puede hacer entrar en bloqueo.

Para el funcionamiento correcto de una instalación, es preciso que haya sido bien dimensionada, con respecto a su punto de funcionamiento nominal, y haber previsto los sistemas de regulación de dicho punto. También se han de evitar, o contener, en la medida que sea técnica y económicamente viable, las causas más probables de su mal funcionamiento, entre las cuales se encuentran el golpe de ariete y las oscilaciones en masa. Evidentemente, estos problemas de explotación no son los únicos, ya que cada bomba, válvula o acumulador requieren de la mejor de las atenciones y un buen mantenimiento, pero su ocurrencia afecta a la mayor parte de la instalación y de sus componentes, y deben conocerse y dominarse.

No quisiera concluir sin expresar mi reconocimiento a las personas que me han ayudado, de diferentes maneras, durante el largo proceso de redacción y revisión; en especial, a mi esposa, por su *santa paciència* y comprensión. Por lo demás, espero que la lectura de esta obra sea de su agrado y de ayuda en el ejercicio de su profesión.

Salvador de las Heras

Mayo de 2011





Índice

Prólogo	7
Índice	11
1. Conceptos de mecánica de fluidos	17
1.1. El campo fluido	19
1.1.1. Definiciones y magnitudes cinemáticas	19
1.1.2. Sistemas coordenados ortogonales	22
1.1.3. Relaciones de Frenet y coordenadas naturales	25
1.1.4. La derivada sustancial	29
1.1.5. Teoremas fluidos	30
1.1.6. Integrales extendidas a volúmenes fluidos	31
1.2. Fenómenos, procesos y propiedades	32
1.2.1. Fenómenos de transporte, difusividades y simultaneidad	33
1.2.2. Viscosidad y reología	36
1.2.3. Densidad y estado	39
1.2.4. Procesos termodinámicos y trabajos	40
1.2.5. Coeficientes de compresibilidad	43
1.2.6. Fenómenos de entrefase y capilares	46
1.2.7. Presión de vapor	49
1.3. Fuerzas, tensiones y deformaciones	52
1.3.1. Fuerzas másicas y volumétricas	52
1.3.2. Fuerzas y tensiones superficiales	52
1.3.3. Descripción del movimiento en el continuo	54
1.3.4. Relación entre tensiones y deformaciones	56
1.3.5. Ecuaciones de Cauchy y Navier-Stokes	57
2. Ecuaciones fundamentales y análisis dimensional	63
2.1. Principios de conservación	63
2.1.1. Conservación de la masa	63
2.1.2. Conservación de la cantidad de movimiento	65



2.1.3.	Conservación de la energía	67
2.1.4.	Ecuaciones en forma diferencial	70
2.2.	Análisis dimensional y de magnitud	74
2.2.1.	Homogeneidad dimensional y semejanza física	75
2.2.2.	Semejanza física en mecánica de fluidos	77
2.2.3.	Grupos adimensionales característicos	81
2.2.4.	Análisis por órdenes de magnitud	84
2.2.5.	Leyes de semejanza y teoría de modelos	87
2.3.	Ecuaciones de Euler y Bernoulli	89
2.3.1.	Ecuaciones de Euler en coordenadas intrínsecas	90
2.3.2.	Energía mecánica y potencia de un flujo	93
2.3.3.	Ecuación de Bernoulli generalizada	94
2.3.4.	Difusión de energía cinética	95
2.4.	Aplicaciones de las ecuaciones de Euler y Bernoulli	96
2.4.1.	Tubos piezométricos, de Pitot y sonda de Prandtl	96
2.4.2.	Medida diferencial del caudal	98
2.4.3.	Ecuación de Torricelli	100
2.4.4.	Establecimiento de una corriente	101
2.5.	Condiciones especiales de flujo	103
2.5.1.	Unidireccionalidad	104
2.5.2.	Incompresibilidad	107
2.5.3.	Irrotacionalidad	110
3.	Bombas hidráulicas	119
3.1.	Descripción general y campos de aplicación	119
3.2.	Balance energético en una bomba	124
3.2.1.	Ecuación de la energía mecánica	125
3.2.2.	Altura manométrica y formas de energía específica	126
3.2.3.	Pérdidas y rendimientos característicos	127
3.3.	Bombas rotodinámicas	128
3.3.1.	Flujo y velocidades	130
3.3.2.	Energías dinámica y estática	132
3.3.3.	Variables de funcionamiento y adimensionales	134
3.3.4.	Leyes de semejanza	136
3.3.5.	Condiciones generales de diseño y selección	140
3.3.6.	Curvas características	144
3.3.7.	Grupos de bombeo	148
3.4.	Diseño e instalación de una bomba centrífuga	151
3.4.1.	Límites funcionales y de rendimiento	152
3.4.2.	Dimensiones básicas del rodete	153
3.4.3.	Conductos fijos y difusores	156
3.4.4.	Sistemas de estanqueidad	160
3.4.5.	Instalación y puesta en marcha	162
3.5.	Bombas de desplazamiento positivo	166
3.5.1.	Tipos de bombas volumétricas	166
3.5.2.	Capacidad volumétrica y caudal instantáneo	170
3.5.3.	Curva característica y rendimientos	172
3.5.4.	Selección de una bomba oleohidráulica	173

3.6.	Cavitación en bombas.....	175
3.6.1.	Cavitación en bombas rotodinámicas	175
3.6.2.	Cavitación en bombas volumétricas	180
3.7.	Generalidades sobre ventiladores	181
3.7.1.	Tipos de ventiladores.....	182
3.7.2.	Curvas características	184
3.7.3.	Acoplamiento a una instalación.....	186
3.7.4.	Efectos de la compresibilidad	189
3.7.5.	Ruido generado por un ventilador	192
4.	Teoría general de turbomáquinas hidráulicas	203
4.1.	Transferencia de energía en una bomba	206
4.1.1.	Triángulos de velocidades en un rotor	206
4.1.2.	Conservación del momento cinético en el rotor	207
4.1.3.	Generación de empuje en una cascada lineal de álabes	209
4.1.4.	Ecuaciones de Euler para turbomáquinas	215
4.1.5.	Discusión de las ecuaciones de Euler	216
4.2.	Características teóricas y grado de reacción	219
4.2.1.	Rodete radial simple	220
4.2.2.	Cascada axial básica	223
4.2.3.	Corrección clásica de la teoría unidireccional	225
4.2.4.	Grado de reacción teórico de una turbomáquina	228
4.3.	Ampliación de la teoría fundamental.....	232
4.3.1.	Ecuaciones generales del movimiento en coordenadas fijas	233
4.3.2.	Ecuaciones generales del movimiento en coordenadas móviles.....	237
4.3.3.	Relaciones energéticas fundamentales.....	239
4.3.4.	Equilibrio radial en un rotor axial.....	245
4.4.	Introducción al flujo real en un rotor.....	248
4.4.1.	Asimetría axial del flujo relativo	249
4.4.2.	Superficies generalizadas de corriente.....	252
4.4.3.	Flujos secundarios en un rotor axial	254
4.4.4.	Flujos secundarios en un rotor radial.....	257
4.4.5.	Condiciones de vorticidad a la entrada	259
4.4.6.	Flujo no estacionario e inestabilidad	260
5.	Instalaciones hidráulicas	271
5.1.	Sistemas y ecuaciones características.....	272
5.1.1.	Ecuación del sistema y punto de funcionamiento.....	272
5.1.2.	Cálculo de pérdidas	273
5.1.3.	Sistemas simples unidireccionales.....	278
5.1.4.	Sistemas de abastecimiento y redes.....	283
5.1.5.	Velocidades límite y diámetro económico.....	288
5.2.	Válvulas de regulación y otras.....	290
5.2.1.	Establecimiento de la pérdida de presión	294
5.2.2.	Características inherente e instalada	296
5.2.3.	Selección de una válvula de control	300
5.2.4.	Bloqueo y cavitación de una válvula	305
5.2.5.	Ruido generado por una válvula	308



5.2.6.	Otras válvulas.....	309
5.3.	Regulación de sistemas.....	311
5.4.	Golpe de ariete.....	315
5.4.1.	Descripción del fenómeno.....	315
5.4.2.	Método analítico y gráfico simplificado.....	318
5.4.3.	Discusión y comentarios adicionales.....	320
5.4.4.	Velocidad del sonido y tiempo de parada de una impulsión.....	321
5.4.5.	Métodos de supresión y minoración.....	324
5.5.	Oscilaciones de masa.....	328
5.5.1.	Chimeneas de equilibrio.....	328
5.5.2.	Efecto bombeo e inestabilidad.....	331
5.5.3.	Inestabilidad en paralelo.....	335
5.6.	Introducción a la ventilación.....	336
6.	Instalaciones oleohidráulicas.....	347
6.1.	Sistemas de transmisión de energía.....	348
6.2.	Fluidos hidráulicos y selección.....	349
6.2.1.	Tipos de fluidos hidráulicos.....	350
6.2.2.	Criterios de selección.....	352
6.3.	Actuadores hidráulicos.....	354
6.3.1.	Actuadores lineales.....	354
6.3.2.	Motores oleohidráulicos.....	355
6.4.	Válvulas de control y regulación.....	356
6.4.1.	Válvulas de presión.....	357
6.4.2.	Válvulas de caudal.....	358
6.4.3.	Válvulas de control direccional.....	360
6.4.4.	Técnica proporcional frente a convencional.....	362
6.5.	Dispositivos auxiliares.....	364
6.5.1.	Depósitos.....	365
6.5.2.	Sistemas de filtración.....	366
6.5.3.	Intercambiadores.....	371
6.5.4.	Acumuladores.....	373
6.6.	Transmisiones hidrostáticas.....	374
6.6.1.	Acoplamiento ideal de bomba y motor.....	375
6.6.2.	Desviaciones del funcionamiento ideal.....	377
6.6.3.	Relaciones de potencia y rendimiento total.....	380
6.7.	Circuitos para la regulación de la velocidad.....	382
6.7.1.	Regulación por estrangulación.....	382
6.7.2.	Divisores de caudal.....	384
6.8.	Circuitos regenerativos.....	385
6.9.	Servoactuadores hidráulicos.....	390
6.9.1.	Condición de potencia máxima.....	391
6.9.2.	Diseño del servoactuador óptimo.....	393
6.9.3.	Diagrama de funcionamiento.....	394
6.9.4.	Servo de posición con actuador simétrico.....	402
6.10.	Guía de diseño, instalación y puesta en marcha.....	405
6.10.1.	Planteamiento y croquis inicial.....	406

6.10.2. Selección de los conductos	408
6.10.3. Recomendaciones finales.....	411
Anexo. Mantenimiento y detección de averías	419
A.1. Visión global de las clases de mantenimiento.....	419
A.2. Bombas centrífugas.....	420
A.3. Instalaciones oleohidráulicas	422
Bibliografía	429

→ 1



Conceptos de mecánica de fluidos

La mecánica de fluidos trata de los fluidos en movimiento o en reposo y, para ello, utiliza magnitudes que pueden ser escalares, vectoriales y tensoriales. Asimismo, estas magnitudes pueden estar asentadas en campos, en función de la posición y del tiempo, que se denominan *escalares*, *vectoriales* o *tensoriales* según el carácter de la magnitud. Los campos se pueden describir de dos formas en mecánica de fluidos: la *lagrangiana*, según la cual se observa una partícula fluida concreta y se sigue su desplazamiento en virtud del flujo, y la *euleriana*, con la que se fija la atención en un punto del espacio y se contempla el desfile de diferentes partículas por él.

Las aplicaciones de la mecánica de fluidos son enormes, pero, como ciencia, su estudio se basa en el compromiso entre teoría y experimentación, y en la formulación de un conjunto de principios de conservación que permiten un planteamiento riguroso de cualquier problema real. No obstante, muchos de los conceptos de la física moderna están tan íntimamente ligados con su forma lógica o matemática que, en muchas ocasiones, el planteamiento previo del tipo de solución que se espera hallar es fundamental para describirlos. Aun así, la experiencia enseña a diario que la diversidad de recursos de la naturaleza hace que la imaginación del hombre sea insuficiente para explicar las maravillas de la vida cotidiana.

Los dos obstáculos principales a los que se enfrenta un ingeniero a la hora de aplicar los principios fundamentales a un caso concreto son la geometría, o contorno, y la viscosidad. Esta última, que es acaso la propiedad que mejor define un fluido al estar asociada al fluir, suele dificultar mucho la resolución analítica de los problemas y solo se puede despreciar en algunos casos idealizados. La estabilidad de los flujos está condicionada por la presencia de la viscosidad: aparece turbulencia cuando el balance entre los términos cinéticos y los viscosos descrito por el número de Reynolds alcanza un valor determinado. En presencia de turbulencia, las variables del flujo se vuelven aleatorias y no permanentes, la velocidad de agitación de las partículas aumenta y, con ella, el transporte de cualquier fenómeno. En el flujo turbulento, son más importantes los transportes de masa por difusión, de calor por conducción o de cantidad de movimiento, que en un flujo laminar (del orden de cien veces o más), y el ingeniero o ingeniera deben estar preparados para su interpretación, porque existen aplicaciones industriales en las que interesa que el flujo sea laminar o turbulento, según los casos.



Por lo que se refiere a la geometría, hay que tener presente que las leyes y los principios formulados en la física, en la mecánica y en la termodinámica, suelen referirse a *volúmenes fluidos* o a sistemas materiales, que, por definición, son sistemas cerrados de masa constante. Los sistemas fluidos pueden intercambiar calor con el entorno y también realizar trabajo mecánico, pero siempre incluyen las mismas partículas de fluido. Esto puede ser un inconveniente a la hora de estudiar cualquier problema porque, con frecuencia, no se conoce la forma del sistema fluido, sino la del entorno que lo incluye o por el que fluye. En mecánica de fluidos, este problema se resuelve mediante el concepto de *volumen de control*, por el cual es posible extender los principios y las leyes fundamentales al fluido contenido en contornos que pueden cambiar de forma o desplazarse. Lamentablemente, este tratamiento no siempre es sencillo, y a menudo resulta necesario plantear una serie de hipótesis simplificadoras que el analista ha de valorar en cada caso. Afortunadamente, en cambio, los casos con solución analítica nos han hecho la vida más sencilla.

Muchos cálculos técnicos se realizan con los valores medios de las manifestaciones macroscópicas de un conjunto significativo de moléculas que pueden suponerse asentadas en una distribución continua de materia, denominada el *continuo*. Por otro lado, las ecuaciones de la termodinámica clásica se refieren a magnitudes del sistema medibles en equilibrio, y, según el postulado de estado, el estado de equilibrio de una sustancia simple y homogénea puede determinarse mediante la especificación de dos de sus propiedades independientes, intensivas e intrínsecas, cuando sobre dicha sustancia solo se realiza una de las formas fundamentales de trabajo reversible, por ejemplo, el de compresión.

Pero los procesos de flujo no siguen una sucesión constante de estados en equilibrio, ni tampoco es permisible reducir el análisis a los estados inicial y final del movimiento, probablemente de reposo. Es preciso estudiar el flujo en sí, irreversible por real, de modo que resulta necesario asumir la hipótesis de *equilibrio termodinámico local*, o casi equilibrio, que justifique el uso de las relaciones termodinámicas clásicas. Esta hipótesis se fundamenta en que, en particular para números de Knudsen pequeños, una partícula de fluido experimenta numerosas colisiones con sus vecinas antes de alcanzar regiones donde las magnitudes macroscópicas sean diferentes. Su energía y su movimiento se adaptan a las locales de forma gradual, perdiendo memoria de su situación primitiva con cada colisión. Es por ello que dicha partícula parece encontrarse, en todo momento, en el mismo estado de agitación térmica que las partículas circundantes, de manera que el problema puede tratarse mediante variables termodinámicas que definan el estado macroscópico de volúmenes infinitesimales, para los que seguirán siendo válidas las ecuaciones termodinámicas.

Una vez aceptados el continuo y el equilibrio termodinámico local, es posible deducir las ecuaciones fundamentales que rigen el comportamiento del fluido mediante la aplicación de los principios de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía. Estos principios relacionan la evolución del fluido, observable mediante sus cambios de velocidad, presión, temperatura o densidad, con las manifestaciones externas consiguientes de las que la ingeniería se sirve para producir trabajo, intercambiar calor o producir empuje. Es muy importante que el ingeniero o la ingeniera sean conscientes del orden de magnitud de dichos términos, y es por ello por lo que es conveniente describir las propiedades básicas de los fluidos y las fuerzas que pueden actuar sobre ellos y determinar su comportamiento.



1.1 El campo fluido

Admitida la validez del continuo en el medio fluido, es posible definir para cada punto un vector de posición, $\mathbf{x}$, en cada instante de tiempo, t , al que se asociarán las diferentes variables del fluido: vector velocidad $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$, presión, temperatura, densidad, etc. Esta forma de describir el campo fluido se denomina *euleriana* y sirve para analizar las variaciones de las magnitudes físicas en puntos fijos del espacio.

Se plantea el estudio desde el punto de vista *lagrangiano* si las magnitudes físicas no se refieren al punto del espacio, sino a la partícula fluida¹ que pasa en el mismo instante por ese punto. Desde la perspectiva lagrangiana, son válidas las leyes fundamentales en su forma clásica, por lo que este método parece tener algunas ventajas en su formulación, si bien, en realidad, el tratamiento de los fluidos aconseja adoptar la perspectiva euleriana.

1.1.1. Definiciones y magnitudes cinemáticas

La *trayectoria* de una partícula que en un instante anterior estuvo en $\mathbf{x}_0$ es una ecuación vectorial, desde el punto de vista lagrangiano, tal que:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{x}_0, t) \quad [1.1]$$

de modo que la velocidad y la aceleración del fluido se calculan del modo siguiente:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(\mathbf{x}_0, t) &= \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \\ \mathbf{a}(\mathbf{x}_0, t) &= \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad [1.2]$$

Desde el punto de vista euleriano, se toma como variable fundamental del movimiento la velocidad del fluido en un punto del espacio, $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$, y el campo fluido se define mediante el campo de velocidades descrito por las *líneas de corriente*, que son las líneas tangentes al vector velocidad en un instante dado, es decir: $\mathbf{v} \wedge s dl$. Estas líneas son las trayectorias del campo de velocidad y satisfacen las ecuaciones siguientes en coordenadas cartesianas:

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z} \quad [1.3]$$

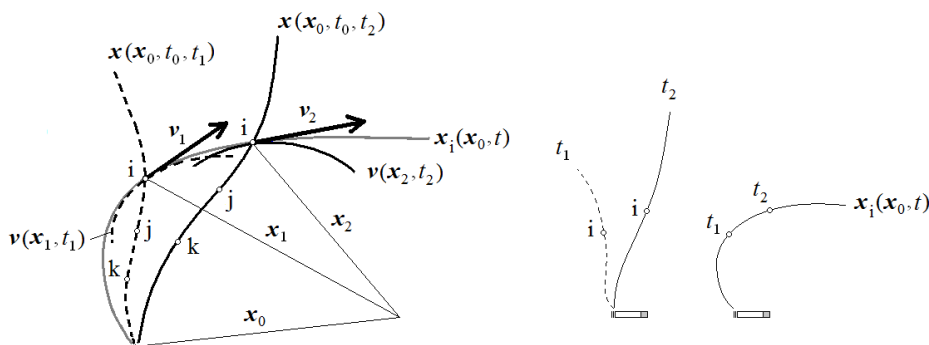
Estas ecuaciones pueden integrarse utilizando dos condiciones de contorno y considerando que el tiempo aparece en ellas como un parámetro constante. La trayectoria de la partícula de fluido, bajo la perspectiva euleriana, se deduce por integración del vector velocidad para cada una de las coordenadas y eliminando el tiempo correspondiente del sistema de tres ecuaciones [1.3]. En este caso, las constantes de integración son tres y pueden ser, por ejemplo, las coordenadas iniciales de la partícula.

Las líneas fluidas que muestran la ubicación, en cada instante, de todas las partículas que pasaron en un momento anterior por un punto del espacio se denominan *trazas* o *líneas*

de emisión, $\mathbf{x} = \mathbf{x}(x_0, t_0, t)$. Estas líneas pueden obtenerse por integración del vector velocidad, como se hizo con la trayectoria, pero reteniendo aquellas que pasan por el punto de referencia x_0 en el instante t_0 . La figura 1.1 muestra una interpretación gráfica de estas líneas.

Las líneas de corriente, las trayectorias y las líneas de traza coinciden en el movimiento *permanente* o *estacionario*, que se define como aquel movimiento en que la velocidad no depende del tiempo, aunque pueda hacerlo del espacio $\mathbf{v}(\mathbf{x})$. Por definición, en un movimiento permanente, todas las magnitudes fluidas son independientes del tiempo.² Si la velocidad no depende del espacio, aunque pueda hacerlo del tiempo $\mathbf{v}(t)$, el movimiento se denomina *uniforme*. Esta condición es bastante restrictiva e infrecuente, pues implica que el vector velocidad es el mismo en todo el campo fluido, tanto en dirección como en módulo, y solo se presenta en los flujos no perturbados y en algunos casos idealizados. En la práctica, no obstante, es común describir como uniforme el movimiento que se mantiene idéntico a sí mismo. Por ejemplo, en el flujo completamente desarrollado en un conducto de sección recta constante, el perfil de la distribución de la velocidad es la misma en todo el conducto y el flujo, por tanto, se dice que es uniforme en él. Además, si el fluido es incompresible y el conducto indeformable, entonces cualquier cambio temporal del caudal transportado afecta al instante a todo el conducto, en el que el flujo se mantendrá uniforme,³ aunque no sea permanente.

Figura 1.1. Definición de las líneas de corriente, traza y trayectoria. La partícula "i" pasó por x_0 , lo hace por x_1 y lo hará por x_2 siguiendo su trayectoria $x_i(x_0, t)$. Las partículas "i", "j" y "k" forman la traza en cada instante considerado (por ejemplo, en t_2 , $\mathbf{x}(x_0, t_0, t_2)$) y la línea de corriente de "i" en el instante t_2 es $\mathbf{v}(x_2, t_2)$. El observador ve la evolución de la línea de traza como la estela de humo de un cigarrillo.



Los puntos de velocidad nula son puntos de *remanso* o *estancamiento*, y son puntos singulares de las líneas de corriente porque son los únicos que pueden pertenecer a más de una de ellas. Dicho de otro modo, dos líneas de corriente no pueden cortarse en ningún punto que no sea de remanso porque entonces ese punto tendría definidas dos velocidades. Como corolario, cabe añadir que si existe una línea cerrada en el espacio en la que se apoyen líneas de corriente, como en la figura 1.2, la superficie tubular que forman estas es un tubo de corriente que encierra el fluido en su interior porque no puede atravesarla.

Se denomina *flujo convectivo* de una magnitud ϕ a través de una superficie fija en un sistema de referencia dado, a la cantidad de esa magnitud que la atraviesa por unidad de tiempo:

$$F_\phi = \int_S \phi(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS \quad [1.4]$$

donde $\mathbf{n}$ es el vector unitario normal a dS .



El flujo convectivo es una magnitud extensiva vinculada al movimiento del fluido, que puede aplicarse a cualquier magnitud intensiva, ϕ , de carácter escalar o vectorial. Si ϕ es un escalar, entonces $\phi\mathbf{v}$ es el *vector flujo* de ϕ y, por ejemplo, $\rho\mathbf{v}$, será el vector flujo másico. El flujo convectivo de la densidad es el flujo másico que atraviesa la superficie en un momento dado. Cuando ϕ es un vector, la cantidad $\phi\mathbf{v}$ se denomina *tensor flujo* de ϕ .

La *circulación* del vector velocidad a lo largo de una línea cualquiera, L , se define como:

$$\Gamma = \int_L \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} \quad [1.5]$$

y es una magnitud cinemática que ayuda a interpretar el movimiento fluido porque, como se verá a continuación, está relacionada con la existencia o no de rotación. Son muchas las situaciones prácticas en las que el movimiento del fluido sigue trayectorias curvilíneas alrededor de un punto central, aunque ello no siempre indica que el fluido rote como un sólido rígido. Cuando se calcula la circulación en una línea de corriente que se cierra sobre sí misma formando un círculo en que la velocidad es constante, se obtiene la siguiente dependencia funcional entre la circulación, la velocidad y el radio del círculo:⁴

$$\Gamma = \oint_L \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = v \int_0^{2\pi} r d\theta = 2\pi r v \quad [1.6]$$

En mecánica de fluidos, se define el vector *vorticidad* o vector torbellino como el rotacional del vector velocidad en un punto:

$$\boldsymbol{\Omega} = \nabla \wedge \mathbf{v} \quad [1.7]$$

También se definen, por analogía a las líneas y a los tubos de corriente, las líneas de remolino $\boldsymbol{\Omega} \wedge d\mathbf{l} = 0$, que son las envolventes del vector vorticidad, y los tubos de vórtices o remolino, cuyas paredes están formadas por líneas de remolino (figura 1.2).

Como el campo de vorticidad es un campo solenoidal, ya que su divergencia $\nabla \cdot \boldsymbol{\Omega}$ es cero, y, en consecuencia, el flujo de $\boldsymbol{\Omega}$ a través de una superficie cerrada es nulo, resulta que el flujo de la vorticidad es constante en el tubo de remolino en un instante dado de tiempo. Esta propiedad cinemática es sumamente importante y es independiente del tipo de fluido o del modelo de flujo que se presente.

La vorticidad es una medida de la rotación del fluido en torno a un punto y se denomina *irrotacional* aquel movimiento para el que es cero. Estos movimientos son potenciales en un dominio simplemente conexo, es decir, son movimientos en los que la velocidad deriva de un potencial escalar:

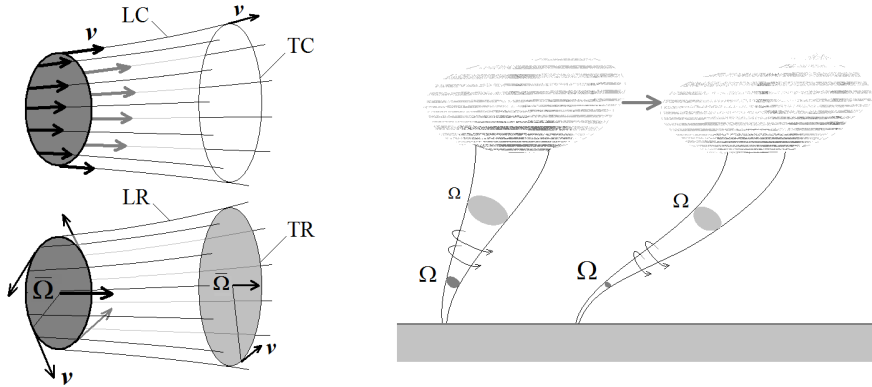
$$\mathbf{v} = \nabla \phi \quad [1.8]$$

En un movimiento irrotacional se demuestra que el potencial ϕ es la circulación, independiente del camino, entre el punto $\mathbf{x}_0$, donde el potencial es nulo, hasta el punto $\mathbf{x}$. En otras palabras, cuando la velocidad deriva de un potencial, su circulación en una línea cerrada es nula.

De la ecuación [1.8] se deduce que las líneas equipotenciales y las líneas de corriente son ortogonales en el campo fluido irrotacional simplemente conexo. Más adelante se demostrará que la divergencia de la velocidad es nula en los fluidos incompresibles, lo que conduce a la ecuación de Laplace: $\nabla^2\phi=0$.

Figura 1.2.

A la izquierda, un tubo de corriente formado por las líneas de corrientes apoyadas en el perímetro de una superficie. El fluido dentro del tubo de corriente se encuentra encerrado como si el tubo de corriente fuera una tubería de pared impermeable. Se deduce que el flujo convectivo de cualquier magnitud es cero a través de la superficie del tubo de corriente. A la derecha, un tubo de remolino, un tornado es un buen ejemplo de tubo de remolino.



1.1.2. Sistemas coordenados ortogonales

Las coordenadas cartesianas $\{xyz\}$ no son la única forma de describir la posición de un punto en el espacio. En general, la posición puede determinarse mediante fórmulas del tipo: $\mathbf{x}=\mathbf{x}(q_1,q_2,q_3)$, donde $\{q_1q_2q_3\}$ son las coordenadas generalizadas del sistema de referencia elegido. La relación entre este sistema y el cartesiano, o entre dos sistemas cualesquiera de coordenadas curvilíneas, puede realizarse mediante las fórmulas de transformación $q_i=q_i(x,y,z)$, o bien mediante sus inversas $x_i=x_i(q_1,q_2,q_3)$.

Las ecuaciones $q_i=q_i(x,y,z)=C$, donde C es una constante, son una familia de superficies coordenadas cuyas intersecciones por parejas definen las líneas coordenadas. Cuando los vectores unitarios a lo largo de dichas líneas coordenadas, $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ y $\mathbf{e}_3$, son perpendiculares en todo punto del espacio, entonces el sistema de coordenadas curvilíneo se identifica como ortogonal y la transición infinitesimal a lo largo de las líneas coordenadas se obtiene mediante la forma incremental:

$$d\mathbf{x} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_2} dq_2 + \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_3} dq_3 \quad [1.9]$$

Como el sistema es ortogonal, la longitud diferencial de un elemento de línea cumple la relación:

$$(ds)^2 = (d\mathbf{x})^2 = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_i} \right)^2 dq_i^2 = \sum_{i=1}^3 L_i^2 dq_i^2 \quad [1.10]$$

siendo:



$$L_i^2 = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_i} \right)^2 \quad [1.11]$$

los coeficientes de Lamé del sistema $\{q_1, q_2, q_3\}$ o coeficientes métricos. Estos coeficientes permiten escribir los vectores unitarios de la base local como:⁵

$$L_i \mathbf{e}_i = \left\| \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_i} \right\| \mathbf{e}_i = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_i} \quad [1.12]$$

y entonces la ecuación [1.9] toma la forma:

$$d\mathbf{x} = L_1 dq_1 \mathbf{e}_1 + L_2 dq_2 \mathbf{e}_2 + L_3 dq_3 \mathbf{e}_3 \quad [1.13]$$

Los principales procesos del cálculo vectorial para las funciones escalar y vectorial, f y $\mathbf{v}$, respectivamente, se resumen en las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned} \nabla f &= \frac{1}{L_1} \frac{\partial f}{\partial q_1} \mathbf{e}_1 + \frac{1}{L_2} \frac{\partial f}{\partial q_2} \mathbf{e}_2 + \frac{1}{L_3} \frac{\partial f}{\partial q_3} \mathbf{e}_3 \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= \frac{1}{L_1 L_2 L_3} \left(\frac{\partial(L_2 L_3 v_1)}{\partial q_1} + \frac{\partial(L_1 L_3 v_2)}{\partial q_2} + \frac{\partial(L_1 L_2 v_3)}{\partial q_3} \right) \\ \nabla \wedge \mathbf{v} &= \frac{1}{L_2 L_3} \left(\frac{\partial(L_3 v_3)}{\partial q_2} - \frac{\partial(L_2 v_2)}{\partial q_3} \right) \mathbf{e}_1 + \frac{1}{L_1 L_3} \left(\frac{\partial(L_1 v_1)}{\partial q_3} - \frac{\partial(L_3 v_3)}{\partial q_1} \right) \mathbf{e}_2 + \\ &\quad + \frac{1}{L_1 L_2} \left(\frac{\partial(L_2 v_2)}{\partial q_1} - \frac{\partial(L_1 v_1)}{\partial q_2} \right) \mathbf{e}_3 \\ \nabla^2 f &= \frac{1}{L_1 L_2 L_3} \left(\frac{\partial}{\partial q_1} \frac{L_2 L_3}{L_1} \frac{\partial f}{\partial q_1} + \frac{\partial}{\partial q_2} \frac{L_1 L_3}{L_2} \frac{\partial f}{\partial q_2} + \frac{\partial}{\partial q_3} \frac{L_1 L_2}{L_3} \frac{\partial f}{\partial q_3} \right) \end{aligned} \quad [1.14]$$

donde los coeficientes de Lamé que resultan de [1.11] son los que figuran en la tabla 1.1 para los sistemas ortogonales más frecuentes.

Sistema coordenado	L_1	L_2	L_3
Cartesiano (x, y, z)	1	1	1
Cilíndrico (r, θ, z)	1	r	1
Esférico (r, θ, ϕ)	1	r	$r \sin \theta$

Tabla 1.1.
Coeficientes de Lamé para coordenadas cartesianas, cilíndricas y esféricas. Téngase presente que la coordenada r se define de forma diferente en los sistemas cilíndricos que en los esféricos (figura 1.3).

En ocasiones, es más práctico solucionar un problema en un sistema coordenado, pero se prefiere presentar los resultados en otro sistema. La conversión entre dos sistemas se realiza mediante la denominada *matriz de transformación*, en cuyas filas se encuentran las componentes de la base destino con respecto a la de origen. Por ejemplo, como la base local unitaria en coordenadas cilíndricas con respecto a la cartesiana es:



$$\begin{aligned}\mathbf{r} &= \cos \theta \mathbf{i} + \sin \theta \mathbf{j} \\ \boldsymbol{\theta} &= -\sin \theta \mathbf{i} + \cos \theta \mathbf{j} \\ \mathbf{k} &= \mathbf{k}\end{aligned}\quad [1.15]$$

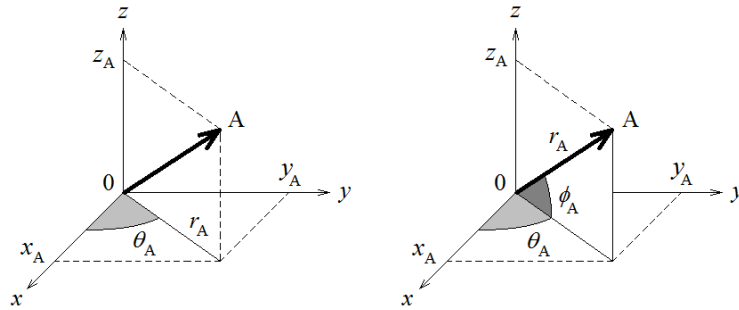
si las componentes del vector OA de la figura 1.3 en la base rectangular son (x_A, y_A, z_A) , entonces sus componentes en la base cilíndrica, (c_r, c_θ, c_z) , son:⁶

$$\begin{bmatrix} c_r \\ c_\theta \\ c_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_A & \sin \theta_A & 0 \\ -\sin \theta_A & \cos \theta_A & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{bmatrix} \quad [1.16]$$

Para pasar estas coordenadas a las esféricas correspondientes, (e_r, e_θ, e_ϕ) , se aplica el mismo criterio y resulta:

$$\begin{bmatrix} e_r \\ e_\theta \\ e_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_A \cos \phi_A & \sin \theta_A \cos \phi_A & \sin \phi_A \\ -\sin \theta_A & \cos \theta_A & 0 \\ -\cos \theta_A \sin \phi_A & -\sin \theta_A \sin \phi_A & \cos \phi_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{bmatrix} \quad [1.17]$$

Figura 1.3.
Sistemas coordenados
curvilíneos cilíndrico
(izquierda) y esférico
(derecha).



Por razones de ortogonalidad entre las diferentes bases, se puede afirmar que las matrices de transformación tienen como determinante la unidad y que la matriz inversa es igual a la transpuesta. Esto permite realizar fácilmente la transformación en sentido contrario y también relacionar entre sí los diferentes sistemas coordenados. Así, para transformar unas coordenadas cilíndricas en esféricas, se operaría con [1.16] y [1.17] del siguiente modo:

$$\begin{bmatrix} e_r \\ e_\theta \\ e_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_A \cos \phi_A & \sin \theta_A \cos \phi_A & \sin \phi_A \\ -\sin \theta_A & \cos \theta_A & 0 \\ -\cos \theta_A \sin \phi_A & -\sin \theta_A \sin \phi_A & \cos \phi_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_A & \sin \theta_A & 0 \\ -\sin \theta_A & \cos \theta_A & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} c_r \\ c_\theta \\ c_z \end{bmatrix} \quad [1.18]$$

cuyo resultado es:



$$\begin{bmatrix} e_r \\ e_\theta \\ e_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_A & 0 & \sin \phi_A \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi_A & 0 & \cos \phi_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_r \\ c_\theta \\ c_z \end{bmatrix} \quad [1.19]$$

1.1.3. Relaciones de Frenet y coordenadas naturales

El triedro de Frenet en geometría diferencial es un sistema de coordenadas local creado sobre una curva en el espacio, cuya terna unitaria de vectores base $(\mathbf{s}, \mathbf{n}, \mathbf{b})$ está definida sobre la dirección de la tangente a la curva, su normal principal y la dirección binormal. La orientación relativa entre los vectores de la base se define en sentido dextrógiro y los planos que contienen los vectores $(\mathbf{s}, \mathbf{n})$ y $(\mathbf{n}, \mathbf{b})$ se denominan *osculador* y *normal*, respectivamente.

En comparación con otros sistemas de coordenadas, el sistema de coordenadas intrínsecas no sirve, en general, para describir la posición de cualquier punto en el espacio, sino solo su ubicación a lo largo de una curva cualquiera, en principio conocida y parametrizable.⁷ Para identificar la posición de un punto P en la curva, es necesario definir su origen O, la distancia medida a lo largo de la misma con respecto a dicho origen y un sentido positivo de desplazamiento. Siendo s la coordenada genérica o abscisa curvilínea de la curva a lo largo de su tangente, y $\mathbf{r}(s)$ el vector OP correspondiente, el vector tangente $\mathbf{s}(s)$ se define como:

$$\mathbf{s} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta s} \quad [1.20]$$

ya que el cociente $\Delta \mathbf{r}/\Delta s$ tiende, en el límite, a ser un vector unitario tangente a la curva en P.

En mecánica de fluidos, los triedros de Frenet pueden definirse a lo largo de trayectorias, líneas de corriente y líneas de remolino. La mayor ventaja de usar líneas de corriente es, evidentemente, que entonces el vector velocidad solo tiene componente en $\mathbf{s}$, de modo que las ecuaciones básicas se simplifican notablemente y el propio campo de velocidades define la terna $(\mathbf{s}, \mathbf{n}, \mathbf{b})$.

En este caso, el vector tangente es:

$$\mathbf{s} = \frac{\mathbf{v}}{v} \quad [1.21]$$

donde $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$. Como se cumple que $\mathbf{s} \cdot \mathbf{s} = 1$, se deduce que $2(\mathbf{s} \cdot d\mathbf{s}/ds) = 0$, y $d\mathbf{s}/ds$ es un vector perpendicular a $\mathbf{s}$ siempre dirigido hacia el centro de curvatura. El vector unitario del marco de Frenet en esta dirección (y sentido) es el vector normal $\mathbf{n}$, que resulta de:

$$\frac{d\mathbf{s}}{ds} = \left\| \frac{d\mathbf{s}}{ds} \right\| \mathbf{n} \quad [1.22]$$

Con $\mathbf{s}$ y $\mathbf{n}$ definidos, el vector binormal se obtiene del producto vectorial:



$$\mathbf{b} = \mathbf{s} \wedge \mathbf{n} \quad [1.23]$$

A medida que el punto P se desplaza a lo largo de la curva definida por s , el marco de Frenet puede rotar y los vectores de la base sujetos a P pueden cambiar de dirección. La rotación asociada a este desplazamiento se contempla mediante el denominado *vector de Darboux*, que se define como:

$$\mathbf{D} = \tau \mathbf{s} + \kappa \mathbf{b} \quad [1.24]$$

Los dos coeficientes escalares que aparecen en esta fórmula son la torsión de la curva, τ , y su curvatura, κ . En consecuencia, el vector de Darboux proporciona una forma geométrica concisa de interpretar la curvatura y la torsión de una curva en el espacio: curvatura y torsión son la medida de la rotación del marco de Frenet sobre los vectores binormal y tangente, respectivamente.

La variación de los vectores de base a lo largo de la curva viene descrita por las conocidas relaciones de Frenet-Serret:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{s}}{ds} &= \mathbf{D} \wedge \mathbf{s} = \kappa \mathbf{n} \\ \frac{d\mathbf{n}}{ds} &= \mathbf{D} \wedge \mathbf{n} = -\kappa \mathbf{s} + \tau \mathbf{b} \\ \frac{d\mathbf{b}}{ds} &= \mathbf{D} \wedge \mathbf{b} = -\tau \mathbf{n} \end{aligned} \quad [1.25]$$

La primera de estas ecuaciones permite definir analíticamente la curvatura, κ , cuya inversa se sabe que es el radio de curvatura, el cual, según [1.22], es siempre positivo o cero.

Cuando la curva alcanza un punto de inflexión, se produce una singularidad, que conduce a una indefinición del marco de Frenet que limita o condiciona su uso. Esta circunstancia se resuelve imponiendo restricciones al vector normal y definiéndolo en los puntos singulares de la curva.⁸ En resumen, se define el sistema natural de coordenadas en que el vector normal es considerado positivo cuando apunta a la izquierda de $\mathbf{s}$, de la curva, en definitiva, y también en los puntos de inflexión. Como corolario, la concavidad y el radio de curvatura son también definidos positivos en el mismo sentido, y así se cumple que la curvatura en el sistema natural de coordenadas es el número real que resulta del producto escalar:

$$\kappa = \frac{d\mathbf{s}}{ds} \cdot \mathbf{n} \quad [1.26]$$

y siendo

$$\frac{d\mathbf{s}}{ds} = - \left\| \frac{d\mathbf{s}}{ds} \right\| \mathbf{n} = \kappa \mathbf{n} \quad [1.27]$$

cuando $d\mathbf{s}/ds$ apunta a la derecha de $\mathbf{s}$. Obsérvese que la definición del sistema natural de coordenadas no afecta las relaciones de Frenet ni el sentido del vector normal, que sigue dirigido hacia el centro de curvatura, sino solo a su signo.



Las relaciones de Frenet-Serret [1.25] también pueden reescribirse de forma matricial. Además, utilizando la regla de derivación en cadena para introducir el módulo de la velocidad, v , resulta:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{s} \\ \mathbf{n} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} = v \begin{bmatrix} 0 & \kappa & 0 \\ -\kappa & 0 & \tau \\ 0 & -\tau & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s} \\ \mathbf{n} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} \quad [1.28]$$

La matriz resultante es antisimétrica y, por tanto, los vectores de la base rotan con una velocidad angular $v(\kappa^2 + \tau^2)^{1/2}$ alrededor de un eje que tiene la dirección del vector $\mathbf{D}$. Como el vector de Darvoux de [1.24] no tiene componente en dirección $\{\mathbf{n}\}$, la curva solo puede torsionarse en dirección $\{\mathbf{s}\}$ y curvarse (rotar) sobre las líneas en dirección $\{\mathbf{b}\}$. Esto ha dado lugar al estudio del flujo fluido desde una perspectiva topológica, que queda fuera del alcance de esta obra, del cual se extraen importantes conclusiones cuando se analiza la forma que adquiere la superficie de corriente sobre la que se apoya la curva y su relación con la distribución de energía en el flujo y su vorticidad (v. apartado 2.3.1).

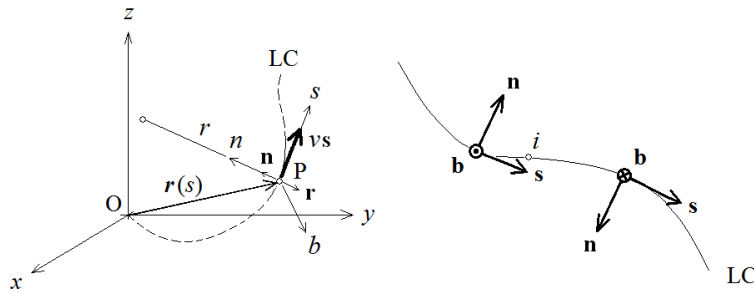


Figura 1.4. Triedro de Frenet sobre una línea de corriente (LC) cuyo radio de curvatura en P es r , y movimiento del triedro de Frenet a través de un punto de inflexión (i). El vector normal $\mathbf{n}$ siempre apunta hacia la concavidad de la curva, por lo que donde la curvatura cambia de signo el vector $\mathbf{n}$ no está definido y el vector $\mathbf{b}$ experimenta una inversión. Para resolver este problema y dar continuidad a la función $\mathbf{n}(s)$, en el sistema de coordenadas natural $\mathbf{n}$ apunta a la izquierda de $\mathbf{s}$ en este punto. Cuando la curvatura es a la derecha según el sentido de avance de $\mathbf{s}$, el vector normal y la curvatura son definidos negativos.

Para concluir este apartado, cabe mencionar la forma en que se describen la aceleración de la partícula y su vorticidad en coordenadas naturales. Es bien sabido que la aceleración resulta de la expresión:

$$\mathbf{a} = \frac{d^2 s}{dt^2} \mathbf{s} + \frac{1}{r} \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 \mathbf{n} = \frac{dv}{dt} \mathbf{s} + \frac{v^2}{r} \mathbf{n} = a_t \mathbf{s} + a_n \mathbf{n} \quad [1.29]$$

donde a_t representa la aceleración tangencial, o variación del módulo de la velocidad; a_n es la aceleración normal, que representa la variación en dirección de la velocidad y se halla contenida en el plano osculador, y $r = 1/\kappa$ es el radio de curvatura en ese punto. Se sigue que la aceleración de la partícula no tiene componente en dirección binormal, lo que evidentemente no quiere decir que sobre la partícula no puedan actuar fuerzas en esa dirección, sino que la resultante de las fuerzas aplicadas en $\mathbf{b}$ es nula.⁹

No es tan conocida ni tan fácil de interpretar la expresión que rige la vorticidad en un punto. En el caso tridimensional más general, y por componentes, es:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Omega} &= \Omega_s \mathbf{s} + \Omega_n \mathbf{n} + \Omega_b \mathbf{b} = \\ &= v \left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial n} \mathbf{b} - \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial b} \mathbf{n} \right) + \frac{\partial v}{\partial b} \mathbf{n} + \left(\kappa v - \frac{\partial v}{\partial n} \right) \mathbf{b}\end{aligned}\quad [1.30]$$

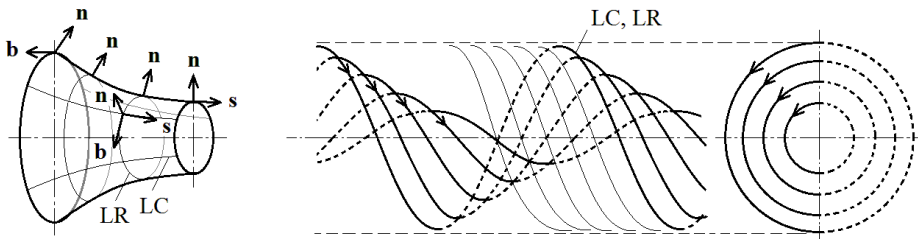
donde aparecen las derivadas del versor $\mathbf{s}$ y de la velocidad en las direcciones normal y binormal a la línea de corriente. Para determinar las primeras, es necesario operar en coordenadas naturales sobre la superficie parametrizada que contiene la línea de corriente, que será una superficie de corriente.¹⁰ Las segundas son conocidas si se conoce el campo de velocidades sobre dicha superficie.

Es evidente que, en caso de movimiento plano o axilsimétrico sin velocidad acimutal, la vorticidad solo podría ser perpendicular al plano osculador, es decir, solo Ω_b sería no nula. En cualquier otro caso, la vorticidad puede tener componentes en las tres direcciones de la base local, lo que genera todo un subconjunto de superficies de flujo características.

Sin entrar en más detalle del estrictamente necesario, la condición $\Omega_n = 0$ por sí sola es condición necesaria y suficiente para la existencia de una familia de superficies de un solo parámetro, en las que las líneas de corriente son líneas geodésicas; las líneas normales, perpendiculares a la superficie, y las líneas binormales, paralelas entre sí. Esta condición también implica que el vector de Darvoux y la vorticidad sean paralelos, pues entonces el vector de Lamb, $\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{v}$, es paralelo a $\mathbf{n}$.¹¹ Si es Ω_s la que es nula, entonces las líneas de corriente y las de remolino son perpendiculares entre sí y ambas son geodésicas sobre la superficie. Esta condición también tiene otra consecuencia importante en el estudio del flujo: el sistema natural de coordenadas puede transformarse en cualquier otro sistema ortogonal, siempre que la densidad de helicidad, $\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\Omega}$, sea nula; es decir, el sistema natural de coordenadas es también un sistema ortogonal en aquellos movimientos no helicoidales para los que $\Omega_s = 0$.

Por otro lado, cuando $\boldsymbol{\Omega} = \Omega_s \mathbf{s}$, se obtiene el flujo de Beltrami, para el cual el vector de Lamb es cero y en el que el flujo está formado por vórtices longitudinales cuyas líneas de corriente tienen forma helicoidal y coinciden con las líneas de remolino. Cuanto más cerca se encuentra una línea de corriente del eje central, más estirada es su forma y mayor es la velocidad del flujo. Este movimiento es posible si las partículas de fluido por separado están dotadas del movimiento de un sólido rígido y una velocidad paralela al eje de rotación de la partícula aislada. Más adelante se analizan más extensamente las características y las implicaciones de este flujo.

Figura 1.5.
Visualización de un flujo
axilsimétrico sin veloci-
dad acimutal en que
 $\boldsymbol{\Omega} = \Omega_s \mathbf{s}$ (izquierda) y del
flujo de Beltrami (dere-
cha). LC y LR son las
correspondientes líneas
de corriente y de remo-
lino.





1.1.4. La derivada sustancial

Los puntos de vista lagrangiano y euleriano se relacionan en mecánica de fluidos mediante la derivada temporal de una propiedad intensiva escalar o vectorial siguiendo una partícula. Esta derivada resulta de la operación:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla\phi \quad [1.31]$$

El término a la izquierda de esta ecuación es la derivada de la propiedad cuando el observador sigue la partícula en su movimiento y coincide con el punto de vista de Lagrange. El primer término de la derecha es la denominada *derivada local* de dicha propiedad, que es su variación temporal en el punto fijo considerado, mientras que el último término de la derecha es la *derivada convectiva*, o cambio de la propiedad con el movimiento en el campo fluido.

La aceleración de una partícula fluida se calcula, conforme a [1.31], como:

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla\mathbf{v} \quad [1.32]$$

El primer término de la derecha es la aceleración local y no tiene una interpretación física directa ya que, de hecho, no es una aceleración, pues representa la diferencia de velocidad de dos partículas distintas por unidad de tiempo (dos partículas que pasaron en instantes diferentes por la ubicación considerada). El segundo sumando debe entenderse como el producto escalar del vector velocidad por el tensor gradiente de velocidad.

Cuando las coordenadas son cartesianas o bien ϕ es un escalar, es útil definir el operador derivada sustancial como:

$$\frac{D}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \quad [1.33]$$

ya que entonces se cumple que $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\phi = \mathbf{v} \cdot (\nabla\phi)$. En coordenadas cartesianas, por tanto, la aceleración de [1.32] se puede calcular de forma vectorial y en notación de subíndices de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} \\ a_i &= \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \end{aligned} \quad [1.34]$$

En muchas ocasiones, es preferible utilizar la ecuación:

$$\mathbf{a} = \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla v^2 - \mathbf{v} \wedge (\nabla \wedge \mathbf{v}) \quad [1.35]$$

que es equivalente a [1.32] y válida en cualquier tipo de coordenadas, porque resulta útil relacionar la aceleración de la partícula fluida con su vorticidad a través del vector de Lamb.



1.1.5. Teoremas fluidos

En este apartado, se describen algunos de los teoremas más importantes que se aplican a la cinemática del medio fluido. Estos teoremas permiten relacionar entre sí algunas de las magnitudes descritas hasta el momento y ofrecen un marco matemático básico, a la vez que necesario, que permite explicar mejor el movimiento fluido y ayuda a interpretarlo.

El teorema de Gauss-Ostrogradskii relaciona el flujo convectivo de una propiedad determinada a través de una superficie cerrada con la divergencia de su vector o tensor flujo en el volumen encerrado por dicha superficie. Esto es:

$$\int_S \phi(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_V \nabla \cdot (\phi \mathbf{v}) dV \quad [1.36]$$

con lo cual $\nabla \cdot (\phi \mathbf{v})$ es el flujo de ϕ hacia el exterior de la unidad de volumen. Este teorema permite escribir el flujo como una integral de volumen y es de gran ayuda en la deducción analítica de muchos principios básicos.

El teorema de Stokes afirma que la circulación de la velocidad a lo largo de una línea cerrada es igual al flujo de la vorticidad a través de cualquier superficie que se apoye en ella:

$$\Gamma = \oint_L \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{n} dS \quad [1.37]$$

Como consecuencia del teorema de Stokes, si la circulación es nula a lo largo de cualquier línea cerrada, entonces la vorticidad es nula en todo el campo fluido y el movimiento es irrotacional. El recíproco no es cierto si el campo fluido no es simplemente conexo, como ocurriría, por ejemplo, si el fluido estuviera encerrado por una superficie toroidal o hubiera un número finito de discontinuidades en el campo fluido. Es decir, la circulación de la velocidad no se anula al hacerlo el rotacional cuando no se verifican las condiciones de aplicación del teorema de Stokes.

Otros teoremas relacionados con la circulación son los de Bjerknes y Kelvin. El primero relaciona la variación en la unidad de tiempo de la circulación de la velocidad a lo largo de una línea fluida cerrada con la circulación de la aceleración de la partícula:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \oint_L \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = \oint_L \frac{D\mathbf{v}}{Dt} \cdot d\mathbf{l} = \oint_L \mathbf{a} \cdot d\mathbf{l} \quad [1.38]$$

Un resultado interesante del teorema de Bjerknes es el enunciado por el teorema de Kelvin, según el cual, cuando la aceleración deriva de un potencial, tal que $\mathbf{a} = \nabla \Psi$, su circulación es nula y la circulación de la velocidad a lo largo de cualquier línea cerrada se mantiene constante e igual a su valor inicial. Otro enunciado del teorema de Kelvin resuelve que la circulación a lo largo de una línea cerrada constituida siempre por los mismos elementos de fluido es constante. El movimiento puede ser rotacional o no, pero, si es irrotacional porque parte del reposo o es uniforme, se mantendrá irrotacional mientras la aceleración derive de un potencial.¹² Si el movimiento es rotacional y existen tubos de remolino, puesto que la circulación es la misma sobre cualquier línea perimétrica del



tubo de remolino y se mantiene constante en este caso, el vector $\mathbf{\Omega}$ se intensifica a medida que la sección transversal del tubo tiende a cero para mantener su flujo constante (figura 1.2). Como la velocidad no puede hacerse infinita al aumentar la vorticidad, se concluye que los tubos de remolino han de ser cerrados o terminar en un contorno sólido o en una superficie libre.

1.1.6. Integrales extendidas a volúmenes fluidos

En mecánica de fluidos, un volumen fluido, V_F , es un sistema material cerrado al cual no entra y del cual no sale masa a través de su superficie: es un sistema fluido de masa constante. Para la formulación de los principios fundamentales de la mecánica de fluidos, es fundamental tener en cuenta la variación de cualquier magnitud física asociada al volumen fluido.

Si ϕ es una magnitud fluida intensiva vinculada al fluido, la propiedad extensiva asociada a un volumen fluido es:

$$\Phi = \int_{V_F} \phi dV \quad [1.39]$$

La derivada material de Φ no puede aplicarse a través de la integral porque el volumen de integración es una función del tiempo. Esta integral puede variar por dos razones: porque ϕ cambia dentro del volumen geométrico fijo, V , que en ese instante coincide con el volumen fluido, V_F , y también porque cambia dicho volumen, cuya superficie se mueve a una velocidad $\mathbf{v}$ y se desplaza una distancia $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})\delta t$ en un tiempo diferencial. El cambio total de Φ en un diferencial de tiempo es:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{V_F} \phi dV = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta\Phi}{\delta t} = \int_V \frac{\partial\phi}{\partial t} dV + \int_S \phi(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS \quad [1.40]$$

La ecuación [1.40] es el teorema de arrastre de Reynolds, que afirma que la variación temporal de una función integral vinculada al movimiento es la integral de su variación local extendida al volumen integral, que en ese instante coincide con el volumen fluido, más el flujo neto de la función a través de la superficie frontera de dicho volumen.

Como la segunda integral de la ecuación [1.40] es el flujo convectivo de la propiedad ϕ a través de la superficie, el teorema de Gauss-Ostrogradskii conduce a:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \int_V \left(\frac{\partial\phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi\mathbf{v}) \right) dV \quad [1.41]$$

Es importante advertir que, aunque el volumen fijo no es el volumen fluido y solo coincide con él en el instante considerado, no existe límite para su valor. En otras palabras, el volumen de la ecuación [1.41] puede ser cualquiera ya que la integral está tomada en un instante y cualquier volumen puede ser volumen fluido.

Con frecuencia, es más cómodo referir la derivada de una integral a volúmenes que coincidan con la geometría variable del contorno. Sea V_C un volumen de control dependiente



del tiempo y cuya superficie se mueve con una velocidad $\mathbf{v}_C$. La derivada temporal de la propiedad Φ_C contenida en dicho volumen es:

$$\frac{d\Phi_C}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{V_C} \phi dV = \int_{V_C} \frac{\partial \phi}{\partial t} dV + \int_{S_C} \phi (\mathbf{v}_C \cdot \mathbf{n}) dS \quad [1.42]$$

Si los volúmenes fluido, fijo y de control coinciden en el instante en que se toma la derivada, entonces:

$$\int_V \frac{\partial \phi}{\partial t} dV = \int_{V_C} \frac{\partial \phi}{\partial t} dV \quad [1.43]$$

y, combinando [1.40] y [1.42], se obtiene:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{V_C} \phi dV + \int_{S_C} \phi ((\mathbf{v} - \mathbf{v}_C) \cdot \mathbf{n}) dS \quad [1.44]$$

donde $\mathbf{v} - \mathbf{v}_C$ es la velocidad relativa del fluido al volumen de control móvil. Evidentemente, si el volumen de control es fijo, entonces:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_C} \phi dV = \int_{V_C} \frac{\partial \phi}{\partial t} dV \quad [1.45]$$

y, al ser $\mathbf{v}_C = 0$, [1.44] conduce de nuevo a la ecuación [1.40].

Cuando la propiedad ϕ se distribuye de forma uniforme en el volumen de control, $\phi(t)$, la ecuación [1.44] se escribe en función de los cambios temporales de ϕ y del volumen como:

$$\frac{d\Phi}{dt} = V_C \frac{d\phi}{dt} + \phi \frac{dV_C}{dt} + \int_{S_C} \phi ((\mathbf{v} - \mathbf{v}_C) \cdot \mathbf{n}) dS \quad [1.46]$$

que puede aplicarse a numerosos casos en ingeniería, tanto si ϕ es un escalar como si es un vector.

1.2. Fenómenos, procesos y propiedades

Para dominar y hacer un buen uso de las instalaciones hidráulicas es preciso conocer las ecuaciones que definen el comportamiento del sistema en función de las variables de estado y de proceso, de las condiciones de frontera y de las propiedades del fluido. Entre las propiedades más empleadas por los usuarios de las instalaciones, se encuentran aquellas que están asociadas a cada uno de los fenómenos de transporte: difusividades de cantidad de movimiento, masa y calor; además de la densidad, los coeficientes de compresibilidad y la presión de vapor, u otras más específicas que no serán tratadas aquí.



1.2.1. Fenómenos de transporte, difusividades y simultaneidad

Los estados de equilibrio de la materia en el continuo se caracterizan por una distribución espacial uniforme de cada una de las variables del material, en que cada elemento esté en equilibrio mecánico y térmico con los de su entorno. Con el fluido en reposo, cuando ciertas propiedades no son uniformes, se observa un flujo de intercambio de estas que tiende a llevarlas a un nuevo equilibrio. Existe una clara relación causa-efecto en este proceso, que satisface las leyes de conservación y se denomina *fenómeno de transporte*.

Los fenómenos de transporte que se producen a nivel molecular son básicamente de tres clases y guardan fuertes analogías físicas y matemáticas entre sí, tal como se describe a continuación. Estos fenómenos son el transporte de masa, el de energía y el de cantidad de movimiento.

El flujo de masa o gasto a través de una superficie de un fluido de densidad ρ se calcula mediante la expresión [1.4], donde ϕ es la densidad:

$$G = \int_S \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS \quad [1.47]$$

Si la superficie es cerrada, la integral anterior representa la cantidad de materia que abandona el volumen encerrado por unidad de tiempo. Cuando la concentración del fluido no es uniforme, cada especie i presenta una densidad ρ_i , de forma que el cociente ρ_i/ρ es la fracción másica o concentración, c_i , de dicho componente.

Los resultados experimentales manifiestan que el vector flujo másico de una especie determinada a través de una superficie es proporcional a su gradiente de concentración, es decir:

$$\rho_i \mathbf{v} = -\rho D \nabla \left(\frac{\rho_i}{\rho} \right) \quad [1.48]$$

donde D es el coeficiente de difusión de la mezcla. La ecuación [1.48] es la primera ley de Fick de la difusión, válida especialmente para mezclas binarias o en las que exista una especie preponderante.

Puesto que la especie i se conserva, la aplicación del principio [2.1] y el teorema de Ostrogradskii resuelven que:

$$\int_V \frac{\partial \rho_i}{\partial t} dV = - \int_S \rho_i \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = - \int_V \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{v}) dV \quad [1.49]$$

de donde resulta, con [1.48] y suponiendo que D es constante, o que sus gradientes en el medio son despreciables:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = D \nabla^2 c_i \quad [1.50]$$

que es la conocida ecuación de difusión¹³ o segunda ley de Fick, que relaciona la variación de concentración de una especie con su laplaciano según una ecuación de onda.



De forma análoga al transporte de una especie i , para el transporte de calor a través de una superficie se cumple que:

$$\int_V \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV = - \int_V \nabla \cdot \mathbf{q} dV \quad [1.51]$$

Como la ley de Fourier indica que el flujo de calor es:

$$\mathbf{q} = -k \nabla T \quad [1.52]$$

resulta:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T \quad [1.53]$$

que es de la misma forma que [1.50], siendo

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad [1.54]$$

la difusividad térmica, función de la conductividad térmica, la densidad y la capacidad calorífica a presión constante del fluido.

El transporte de cantidad de movimiento está asociado a las diferencias relativas de velocidad entre dos puntos y a la viscosidad del fluido. Un gradiente de la velocidad supone la aparición de fuerzas cortantes, tendentes a frenar y a acelerar las diferentes partes móviles. Newton enunció que el esfuerzo cortante entre capas contiguas de fluido es proporcional a la velocidad relativa entre capas o velocidad de deformación,¹⁴ y denominó a la constante de proporcionalidad *viscosidad dinámica*, μ , de forma que:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = \mu \dot{\gamma} \quad [1.55]$$

Cuando el gradiente de presiones y las fuerzas másicas son despreciables, y no hay efectos convectivos de velocidad, la variación de la cantidad de movimiento del fluido por unidad de masa y tiempo se relaciona con las fuerzas de origen viscoso mediante la expresión:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \nu \nabla^2 \mathbf{v} \quad [1.56]$$

de nuevo semejante en forma a [1.50] y [1.53]. La relación $\nu = \mu/\rho$ es la viscosidad cinemática del fluido o difusividad de cantidad de movimiento.

Los tres fenómenos de transporte mencionados tienen asociada una *difusividad*, de dimensiones $[L^2 T^{-1}]$, que indica la rapidez con la que se produce el transporte de dicha propiedad en función del gradiente actuante (superficie barrida por el fenómeno por unidad de tiempo). Por ejemplo, si α es grande, domina la conductividad sobre la capacidad de almacenar calor y, por tanto, no habrá grandes gradientes de temperatura. Basándose en esta idea, se definen una serie de grupos adimensionales, que comparan la importancia relativa (simultánea) de estas difusividades, que son el número de Prandtl, el de Lewis y el de Schmidt.¹⁵



$$\begin{aligned} \text{Pr} &= \frac{c_p \mu}{k} \\ \text{Le} &= \frac{\rho c_p D}{k} \\ \text{Sc} &= \frac{\mu}{\rho D} \end{aligned} \quad [1.57]$$

Además, los diferentes fenómenos de transporte interfieren entre ellos para provocar la aparición de nuevos fenómenos,¹⁶ de forma que un gradiente de temperatura puede originar un gradiente de cantidad de movimiento, etc.

Para estados no demasiado alejados del equilibrio, se acepta que los flujos f_i de los diferentes fenómenos son funciones lineales de los esfuerzos e_j . De forma generalizada, se escribe:¹⁷

$$f_i = \sum_j \alpha_{ij} e_j \quad [1.58]$$

Los coeficientes α_{ij} se denominan *coeficientes cinéticos* y pueden presentarse en forma matricial, en que los diagonales, α_{ii} , representan los efectos directos y los no diagonales, α_{ij} , los efectos de acoplamiento.

Es conveniente tener un orden de magnitud de estos coeficientes y de su tendencia a cambiar la presión o la temperatura en multitud de cálculos en ingeniería. La difusividad de masa, por ejemplo, depende del estado termodinámico local del fluido y aumenta con la temperatura. En los gases, el coeficiente de difusión disminuye con la presión y es del orden de 10^4 veces mayor que en los líquidos. Una buena aproximación a D la proporciona la relación:

$$D = D_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^m \left(\frac{p_0}{p} \right) \quad [1.59]$$

En la tabla 1.2, se muestran los valores de D_0 y m para diferentes mezclas de gases referidos a una atmósfera y 273 K.

La conductividad térmica suele decrecer con la temperatura y depende débilmente de la presión. Curiosamente, el agua y el aire son excepciones a esta regla: para el aire y el agua a 15 °C, k es $2,51 \cdot 10^{-2}$ y $0,59$ (W/m)/K, respectivamente, mientras que a 100 °C es $3,17 \cdot 10^{-2}$ y $0,67$ (W/m)/K.

Mezcla binaria	D_0	m
Monóxido de carbono y oxígeno	0,185	1,75
Oxígeno y nitrógeno	0,181	1,75
Vapor de agua y aire	0,220	1,75
Oxígeno y aire	0,178	1,75
Dióxido de carbono y aire	0,138	2
Hidrógeno y aire	0,611	2
Metano y aire	0,196	2

Tabla 1.2.
Coeficientes de difusión
de diversas parejas de
gases en cm^2/s .



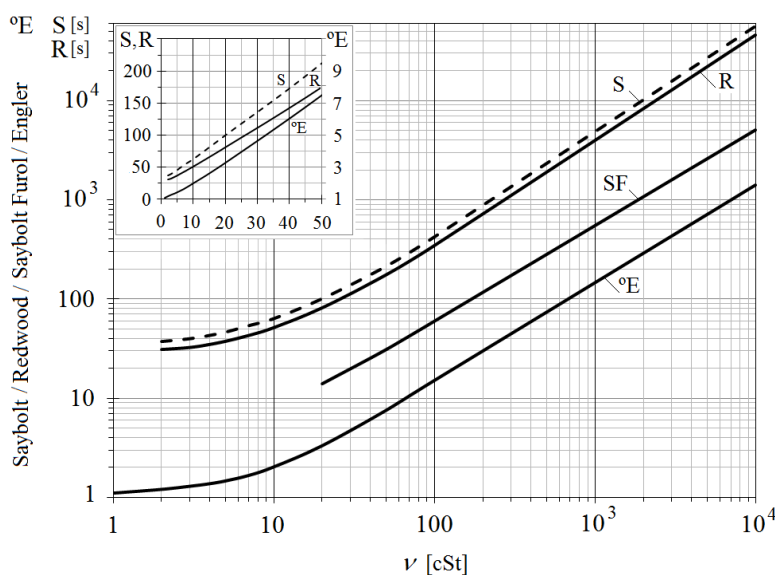
1.2.2. Viscosidad y reología

La viscosidad es la propiedad distintiva de los medios fluidos, pues relaciona la fuerza cortante aplicada por unidad de superficie con la velocidad de deformación resultante. La viscosidad se utiliza para evaluar la resistencia de los fluidos a fluir por el interior de conductos o a derramarse por orificios (cuanto mayor es la viscosidad, mayor es la resistencia).

La unidad de la viscosidad dinámica, μ , en el sistema internacional es el [Pa·s]. En la práctica, también se utilizan el *poise*,¹⁸ definido en el sistema CGS como [g/(cm s)], y el *centipoise* [cPo]. La viscosidad cinemática, ν , tiene por unidades prácticas el *stoke*, definido en sistema CGS como [cm²/s], y el *centistoke* [cSt].

Otras medidas prácticas de la viscosidad son las viscosidades expresadas en segundos Saybolt [S] y Redwood [R], y grados Engler [°E], que se sirven de aparatos calibrados mediante los cuales se mide el tiempo que tarda en fluir una determinada cantidad de fluido a una temperatura controlada. En la figura 1.6, se muestra la equivalencia entre todas estas unidades de viscosidad.

Figura 1.6.
Relación entre unidades
prácticas de viscosidad



La viscosidad de los gases es del orden de 10^{-5} Pa·s y crece con la temperatura, al aumentar el intercambio de impulso con la agitación molecular, normalmente con un factor $T^{2/3}$. En los líquidos, en cambio, la viscosidad decrece al aumentar la temperatura porque los movimientos moleculares ayudan a contrarrestar las fuerzas viscosas. No existe ninguna teoría general que ordene la viscosidad de los líquidos de forma satisfactoria, pero se observa experimentalmente que la relación con la temperatura es logarítmica, y una buena aproximación de ello es la expresión:

$$\ln\left(\frac{\mu}{\rho M}\right) = A + \frac{B}{T} \quad [1.60]$$

donde M es la masa molecular del líquido, y A y B son dos constantes que dependen de su estructura.

La variación de la viscosidad con la presión en los líquidos es más notoria que en los gases, y aumenta de forma casi lineal a bajas presiones y de forma exponencial a altas. Una buena aproximación es:

$$\ln\left(\frac{\mu}{\mu_0}\right) = Cp \quad [1.61]$$

donde C es un parámetro que depende, a su vez, de la viscosidad.

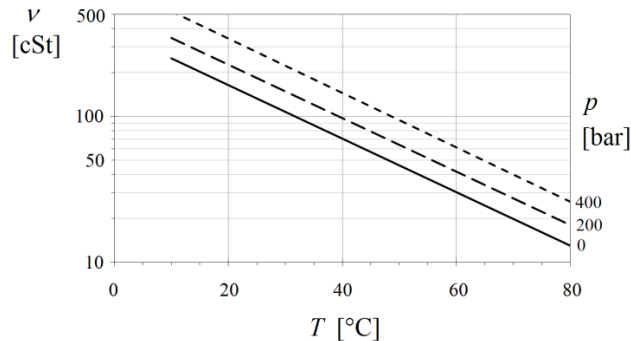


Figura 1.7. Relación de la viscosidad con la temperatura y la presión de un aceite mineral.

Los rangos de viscosidad industrial de los fluidos hidráulicos se subdividen en grados de viscosidad (VG) ISO, relacionados con determinados intervalos de viscosidad en centistokes y a 40 °C. Los grados de viscosidad ISO se relacionan con las clases de viscosidad SAE, según la temperatura del entorno donde tenga que trabajar el equipo. En la tabla 1.3, se muestran los grados de viscosidad más comunes.

Grados ISO de viscosidad	Viscosidad cinemática a 40°C [cSt]	Límites de la viscosidad media a 40°C [cSt]	
		Mínimo	Máximo
ISOVG5	4,6	4,14	5,06
ISOVG10	10	9,00	11,0
ISOVG22	22	19,8	24,2
ISOVG46	46	41,4	50,6
ISOVG100	100	90,0	110
ISOVG220	220	198	242
ISOVG460	460	414	506
ISOVG1000	1.000	900	1.100

Tabla 1.3. Grados de viscosidad ISO. Obsérvese que la viscosidad aumenta con el número de grado. Para tener la viscosidad adecuada a cada temperatura, el VG descende al hacerlo la temperatura de trabajo.

Los fluidos se pueden clasificar atendiendo a su comportamiento a lo largo del tiempo de exposición ante esfuerzos viscosos. Este comportamiento puede describirse de forma gráfica usando *diagramas reológicos*, en los cuales se representa la relación entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación consiguiente.



Los fluidos newtonianos siguen la ecuación [1.55] o la más general [1.131], que se presenta mediante una característica lineal en un diagrama reológico. Son fluidos no newtonianos todos aquellos cuya característica reológica no sea lineal o no sea constante en el tiempo.

La mayor parte de los fluidos no newtonianos e independientes del tiempo tienen un comportamiento que sigue la ley de potencia de Ostwald de Waele, según la cual:

$$\tau = k \dot{\gamma}^n \quad [1.62]$$

donde k y n son los índices de consistencia del fluido y de comportamiento al flujo, respectivamente. Un fluido para el cual $n < 1$ se denomina *pseudoplástico*, y *dilatante* si $n > 1$ (figura 1.8).

Otros fluidos tienen una estructura reticular a la que se asocia cierto comportamiento sólido, de modo que el fluido solo se manifiesta cuando se rompe dicha estructura plástica con una *tensión de fluencia*, τ_f . A partir de ese momento, la característica puede ser lineal, pseudoplástica o dilatante.

Para una velocidad de deformación determinada, la *viscosidad aparente* de un fluido que siga la ley potencial es:

$$\mu_a = k \dot{\gamma}^{n-1} \quad [1.63]$$

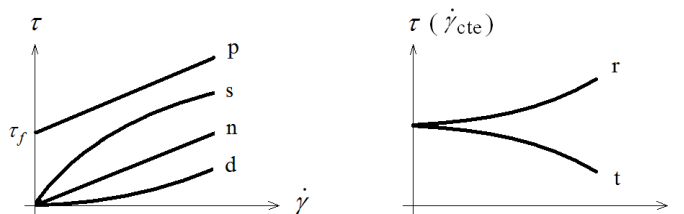
Los cambios de esfuerzo, en cambio, están asociados a la denominada *viscosidad diferencial*, que es:

$$\mu_d = \frac{d\tau}{d\dot{\gamma}} = nk \dot{\gamma}^{n-1} \quad [1.64]$$

que aumenta al aumentar la velocidad de deformación en los dilatantes y disminuye en los pseudoplásticos.¹⁹

El comportamiento reológico de muchos fluidos reales no puede describirse mediante una simple ecuación porque depende del estado de deformación previo, de si estuvieron en reposo e, incluso, de cuánto tiempo lo estuvieron. El diagrama reológico de estos fluidos dependientes de la historia previa suele manifestar histéresis cuando se agitan hasta un estado de deformación particular y, después, son llevados al reposo. Son *tixotrópicos* los fluidos cuyo lazo de histéresis es dextrógiro, es decir, su tensión tangencial disminuye a medida que aumenta el tiempo durante el cual ha experimentado una velocidad de deformación determinada, y *antitixotrópicos* o *reopéticos*, en caso contrario.

Figura 1.8.
A la izquierda, el reograma tipo de diferentes fluidos no newtonianos independientes del tiempo. A la derecha, el comportamiento de los fluidos cuya viscosidad aparente depende de tiempo. Leyenda: p, plástico de Bingham; s, pseudoplástico; n, newtoniano; d, dilatante; r, reopético; y t, tixotrópico.





Algunos fluidos añaden, a su comportamiento viscoso, un componente elástico.²⁰ Entre otros modelos más complejos, el de Maxwell describe, de una manera sencilla, los efectos principales de este tipo de fluidos, admitiendo que su velocidad de deformación se obtiene mediante la superposición de ambos efectos:

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\mu} + \frac{\dot{\tau}}{B} \quad [1.65]$$

donde B es el módulo de elasticidad volumétrica del fluido. En los fluidos viscoelásticos, las tensiones creadas por el flujo desaparecen exponencialmente cuando se detienen, y su tiempo de relajación correspondiente es μ/B .

1.2.3. Densidad y estado

La densidad es la masa específica que manifiesta la materia desde un punto de vista macroscópico. Las unidades de la densidad son, por tanto, $[\text{kg}/\text{m}^3]$, y, en sistema CGS, $[\text{g}/\text{cm}^3]$. El peso específico se obtiene multiplicando la densidad por la gravedad, ρg , y tiene por unidades $[\text{N}/\text{m}^3]$, mientras que la inversa de la densidad es el volumen específico, v $[\text{m}^3/\text{kg}]$. La gráfica 1.9 muestra la variación de la densidad de un aceite mineral con la temperatura y la presión.

Admitida la hipótesis del continuo, la densidad de un gas se puede calcular mediante la ecuación de estado de gas ideal:

$$\rho = \frac{pM}{rT} = \frac{p}{RT} \quad [1.66]$$

con la constante universal $r=8,314 \text{ J}/(\text{K mol})$, y $R=287 \text{ J}/(\text{kg K})$ para el aire (de masa molecular $M=28,9 \text{ g/mol}$). Para presiones o temperaturas elevadas, la hipótesis de gas ideal no es suficiente porque un gas ideal no es más que un agregado de partículas en movimiento aleatorio en que las fuerzas intermoleculares y el calor interno generado por rozamiento son despreciables.

Se puede generalizar la ecuación anterior introduciendo el factor de compresibilidad, z , de la forma:

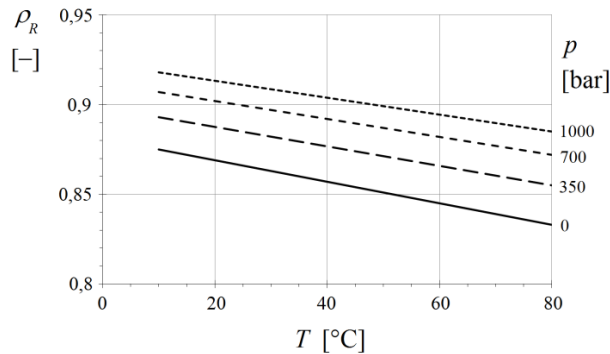
$$\rho = \frac{p}{zRT} \quad [1.67]$$

Este factor puede interpretarse como una medida de la desviación en volumen específico del comportamiento del gas real con respecto al ideal, a las mismas condiciones de presión y temperatura. El principio de los estados correspondientes establece que el factor de compresibilidad es aproximadamente el mismo para dos gases a idéntica presión y temperatura reducidas, por lo cual z se representa en gráficos o tablas termodinámicas, en función de dichas variables generalizadas. A efectos del cálculo de la desviación antes mencionada, z también puede calcularse mediante ecuaciones de estado modificadas, pero entonces se ha de prestar especial atención a que estas contemplen, de forma adecuada, el estado del gas en torno al punto crítico.²¹



El estado de un sistema viene determinado por el valor de sus propiedades. Para determinar el estado intensivo de una sustancia simple compresible, basta con fijar el valor de dos de dichas propiedades, intrínsecas e independientes. Por tanto, la ecuación de estado no es más que una relación funcional entre un conjunto de tres variables de las que dos se escogen como independientes. Esto es útil cuando, por ejemplo, una variable termodinámica no se puede medir directamente, pero se sabe que está relacionada con dos que sí son medibles. Así, la entropía de una sustancia simple y homogénea, s , se relaciona con la temperatura y el volumen específico mediante una relación del tipo: $s=f(T,v)$, desconocida a priori, pero que puede ser evaluada mediante técnicas gráficas, analíticas, etc. Evidentemente, se puede transformar la relación f en otra g , del tipo $T=g(s,v)$, y ambas son diferenciales exactas.

Figura 1.9. Relación de la densidad con la temperatura y la presión de un aceite mineral. La densidad relativa, ρ_R , se define como el cociente de la densidad absoluta del fluido y la de un fluido de referencia, que en el caso de los líquidos y de los sólidos es el agua a 1 atm y a 4°C, cuya densidad es 1.000 kg/m³. Este aceite, por tanto, es menos denso que el agua.



1.2.4. Procesos termodinámicos y trabajos

Los procesos reales son transformaciones termodinámicas del estado fluido en desequilibrio e implican siempre un aumento de la entropía del sistema. No obstante, muchos procesos pueden asimilarse a escenarios idealizados en los que alguna de las magnitudes termodinámicas permanezca constante o sea nula. Este es el caso de los procesos isotérmicos, isobáricos, isócoros y adiabáticos, que han sido tratados extensamente en la literatura.

La experiencia enseña que el suministro de calor a un cuerpo hace que se incremente su energía interna. En condiciones ordinarias, para una sustancia compresible, el incremento de energía interna es observable por un aumento de la temperatura y del volumen específico: los cuerpos se calientan y dilatan. Esto es así pues, para cualquier sustancia, han de cumplirse las condiciones de estabilidad térmica y mecánica definidas por las relaciones siguientes:

$$c_v = \frac{\delta q_v}{dT} > 0 \quad [1.68]$$

$$\left[\frac{\partial p}{\partial v} \right]_T < 0 \quad [1.69]$$



Es decir, primero, el calor específico a volumen constante es siempre positivo y, segundo, el aumento de presión en un proceso isoterma ocasiona siempre una disminución de volumen específico. En caso contrario, el sistema físico sería inestable y no se alcanzaría nunca al equilibrio.

Al ser la energía interna intrínseca función de estado, su diferencial es exacta y se verifican las relaciones siguientes:

$$\begin{aligned} du &= \left[\frac{\partial u}{\partial T} \right]_v dT + \left[\frac{\partial u}{\partial v} \right]_T dv = c_v dT + \left(T \left[\frac{\partial p}{\partial T} \right]_v - p \right) dv \\ du &= \left[\frac{\partial u}{\partial s} \right]_v ds + \left[\frac{\partial u}{\partial v} \right]_s dv = T ds - p dv \end{aligned} \quad [1.70]$$

y también para la entalpía:

$$\begin{aligned} dh &= \left[\frac{\partial h}{\partial T} \right]_p dT + \left[\frac{\partial h}{\partial p} \right]_T dp = c_p dT + \left(v - T \left[\frac{\partial v}{\partial T} \right]_p \right) dp \\ dh &= \left[\frac{\partial h}{\partial s} \right]_p ds + \left[\frac{\partial h}{\partial p} \right]_s dp = T ds + v dp \end{aligned} \quad [1.71]$$

Las ecuaciones anteriores son una buena herramienta para interpretar los diferentes procesos termodinámicos. Así, por ejemplo, en un proceso isócoro,²² se verifica que:

$$du = c_v dT = T ds \quad [1.72]$$

mientras que en uno isobárico:

$$dh = c_p dT = T ds \quad [1.73]$$

El término $T ds$ representa el calor total recibido por la unidad de masa de fluido, tanto de origen externo, δq , como interno e irreversible, $|\delta q_i|$.

Si el proceso puede considerarse adiabático y, además, es cuasiestático, es decir, transcurre siguiendo una sucesión de estados de equilibrio, entonces, las ecuaciones [1.70] y [1.71] son:

$$\begin{aligned} du &= -p dv \\ dh &= v dp \end{aligned} \quad [1.74]$$

donde $p dv$ y $v dp$ son, respectivamente, los trabajos de *expansión* y de *compresión* recibidos o realizados por el fluido.

Las variables de proceso, calor y trabajo, en cambio, no son función de estado, de modo que su balance en un ciclo cerrado es no nulo y su diferencial no es exacta, pero se relacionan con las de estado mediante los principios primero y segundo de la termodinámica. Así, el primer principio para un sistema cerrado en forma diferencial y por unidad de masa es:



$$\delta q - \delta w = du \quad [1.75]$$

y para una corriente:

$$\delta q - \delta w = dh + vdv + gdz \quad [1.76]$$

Tanto en los sistemas cerrados como en los abiertos, el fluido realiza o recibe trabajo de expansión cuando su densidad varía. Por ejemplo, en un sistema cerrado cilindro-pistón que contenga una carga de gas de masa m constante, el trabajo de expansión $p dv$ es, en sí mismo, el trabajo frontera $p dV$ obtenido o realizado por la unidad de masa. Con el criterio de signos definido en la ecuación [1.75], el trabajo externo δw es siempre menor que el trabajo de expansión, por la presencia de rozamientos y otras irreversibilidades internas al gas.

Si el cilindro presentara una fuga de gas ($dm < 0$) mientras el pistón reduce el volumen interno ($dV < 0$), es posible que el gas no realice expansión alguna, y $dv = 0$, si la pérdida de masa se compensa exactamente con la disminución del volumen (en condiciones cuasiestacionarias). Esto es, puesto que:

$$dV = m dv + v dm \quad [1.77]$$

el trabajo frontera se dedicaría por completo a expulsar el gas, es decir:

$$m p dv = 0 = p dV - p v dm \quad [1.78]$$

En una corriente, el trabajo que se consume para desplazar la unidad de masa una distancia diferencial es $d(pv)$. Este trabajo se extrae de la expansión del fluido y se denomina trabajo de *impulsión* o *flujo*. El trabajo de impulsión es compañero inevitable de toda corriente por lo que, de todo el trabajo de expansión que el fluido, en este caso el flujo, realiza al expandirse, solo está disponible aquella parte que queda después de descontar el trabajo de impulsión. Es decir, se dispone del término:

$$-v dp = p dv - d(pv) \quad [1.79]$$

La denominación de *disponible* del trabajo de compresión se entiende de lo que sigue: cuando se combinan la ecuación de Gibbs de la entalpía [1.71] y la ecuación del primer principio para sistemas abiertos en su forma diferencial [1.76], ambas por unidad de masa, se tiene que:

$$p dv = d(pv) + v dv + g dz + \delta w + |\delta q_i| \quad [1.80]$$

que, aplicando [1.79], conduce a:

$$-v dp = v dv + g dz + \delta w + |\delta q_i| \quad [1.81]$$

En otras palabras: el trabajo disponible por la corriente se utiliza para acelerar el flujo, aumentar su cota, producir trabajo mecánico y vencer las fuerzas de rozamiento, que implican la generación irreversible de calor en el proceso, y siempre suponen un exceso del consumo y una disminución de la producción.²³



Evidentemente, todos los términos diferenciales anteriores pueden ser integrados para representar el cambio correspondiente entre dos estados {1,2} del proceso en cuestión.

$$T ds - p dv = du = \delta q - \delta w$$

Figura 1.10.
Visiones interna y externa, ecuación de Gibbs y primer principio.

1.2.5. Coeficientes de compresibilidad

Es habitual utilizar coeficientes de expansión, compresión o dilatación para referir los cambios de volumen específico a los cambios de temperatura y presión. Estos coeficientes determinan las propiedades reales de cualquier sustancia y están relacionados entre sí y con sus propiedades calóricas. Como $v = v(T, p)$, se escribe:

$$\frac{dv}{v} = \frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial T} \right]_p dT + \frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_T dp \quad [1.82]$$

y se definen el coeficiente de expansión térmica, α [K^{-1}], que representa la variación de volumen con la temperatura en un proceso isobárico cuasiestático:

$$\alpha = \frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial T} \right]_p \quad [1.83]$$

y el coeficiente de compresibilidad isoterma, β_t [Pa^{-1}], que caracteriza el cambio de volumen con la presión a temperatura constante:

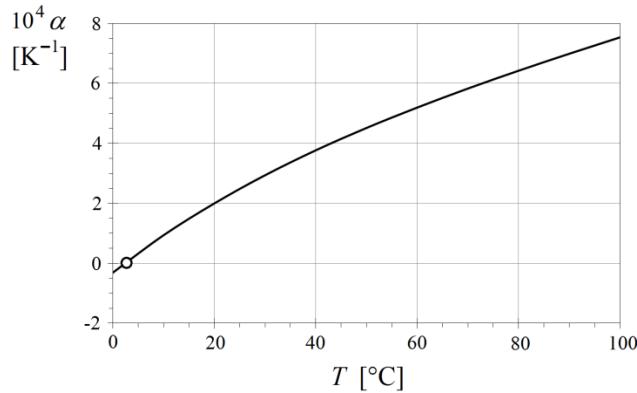
$$\beta_t = -\frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_T \quad [1.84]$$

La inversa de β_t es el módulo volumétrico isotérmico, B_T [Pa], que relaciona el cambio de presión con el cambio unitario de volumen específico. Este coeficiente tiene su análogo en condiciones adiabáticas, B_S :

$$\begin{aligned} B_T &= -v \left[\frac{\partial p}{\partial v} \right]_T = \rho \left[\frac{\partial p}{\partial \rho} \right]_T \\ B_S &= -v \left[\frac{\partial p}{\partial v} \right]_S = \rho \left[\frac{\partial p}{\partial \rho} \right]_S \end{aligned} \quad [1.85]$$



Figura 1.11.
Coeficiente de expansión
térmica para el agua a
presión atmosférica.



En condiciones ordinarias, es decir, en estados alejados del punto crítico, los líquidos son bastante incompresibles pero, en general, lo son más ante cambios de presión que de temperatura, ya que β_t es del orden de 10^{-10} Pa^{-1} , algo mayor que en la mayoría de los sólidos, mientras α se encuentra en el intervalo $[10^{-4}, 10^{-5}] \text{ K}^{-1}$.

En cualquier caso, estos cambios tan pequeños del volumen específico hacen que la magnitud $[\partial p / \partial T]_v$ sea relativamente alta en los líquidos, pues tiene que verificarse la relación de Maxwell:

$$\left[\frac{\partial p}{\partial T} \right]_v \left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_T \left[\frac{\partial T}{\partial v} \right]_p = - \left[\frac{\partial p}{\partial T} \right]_v \frac{\beta_t}{\alpha} = -1 \quad [1.86]$$

Por ejemplo, para el agua a 20°C, son $\alpha = 1,998 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ y $\beta_t = 4,456 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$, por lo que resulta que $[\partial p / \partial T]_v = 4,484 \cdot 10^5 \text{ Pa/K}$. En consecuencia, cuando se calienta agua a volumen constante, el incremento de presión es de casi 4,5 bar por cada grado de aumento de la temperatura.²⁴

El leve cambio de densidad de los líquidos permite aproximar la expresión [1.82] mediante la siguiente:

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \frac{1}{E} (p - p_0) - \alpha (T - T_0) \quad [1.87]$$

donde E es el módulo de elasticidad, cuya inversa es el coeficiente de compresibilidad isoterma.²⁵

Todos estos coeficientes se representan en gráficos termodinámicos, que muestran su evolución con la temperatura, la presión o la densidad. Se puede considerar que son siempre positivos en la mayoría de las sustancias pero, en lo referente al coeficiente de expansión térmica, es bien conocido que la densidad del agua a presión atmosférica presenta un máximo a la temperatura de 3,98°C.²⁶ Por debajo de esta temperatura, α es negativo, es decir, desde el punto de fusión hasta los 3,98°C el volumen del agua disminuye cuando se calienta (figura 1.11).



Por norma general, los fluidos se rigidizan a medida que se comprimen, de modo que, a más presión, más cuesta conseguir el mismo aumento unitario de densidad. En los gases que siguen un proceso de compresión politrópico, se demuestra que el módulo volumétrico correspondiente es proporcional a la presión absoluta, esto es, $B_n = np$, donde n es el índice de politropía. Para el gas ideal, pues, en un proceso isoterma, $B_T = p$ y, en uno adiabático, $B_S = \gamma p$.

Por último, es posible relacionar los coeficientes de expansión térmica y de compresibilidad isotérmica con los calores específicos a presión y a volumen constante de una sustancia mediante la ecuación:

$$c_p - c_v = T \left[\frac{\partial p}{\partial T} \right]_v \left[\frac{\partial v}{\partial T} \right]_p \quad [1.88]$$

que, con [1.82] y [1.86], es:

$$c_p - c_v = \frac{\alpha^2}{\beta_t} T v \geq 0 \quad [1.89]$$

Para el gas ideal, la ecuación [1.89] conduce a la conocida relación de Mayer, según la cual:

$$c_p - c_v = R \quad [1.90]$$

ya que entonces $\alpha = 1/T$ y $\beta_t = 1/p$. Para un líquido, en cambio, muestra que la variación de los calores específicos es despreciable en la mayoría de los cálculos técnicos. Por ejemplo, para el agua a 20 °C y a presión atmosférica, resulta:

$$c_p - c_v = \frac{(1,998 \cdot 10^{-4})^2}{4,456 \cdot 10^{-10}} \frac{293}{998} = 26,4 \text{ J/(kg K)} \quad [1.91]$$

es decir, un 0,7% con respecto al valor del c_v y, por tanto, $c_v \approx c_p$. Esta diferencia aumenta, no obstante, al aumentar la temperatura, y es del 12% a 100 °C. La figura 1.12 muestra la relación entre ambos coeficientes en función de la temperatura, a presión atmosférica.

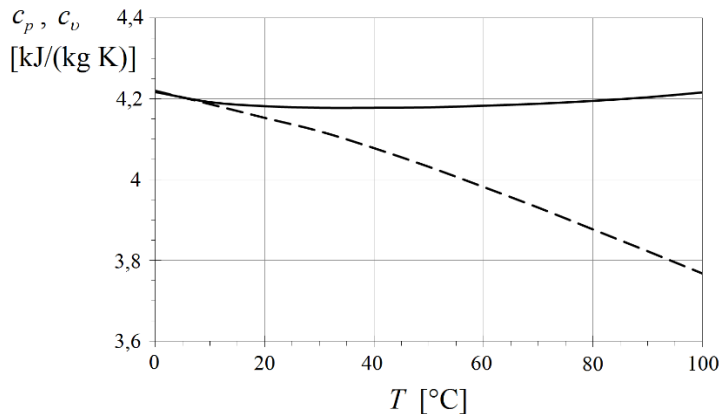


Figura 1.12. Capacidades caloríficas del agua a presión atmosférica.



Otra dependencia muy importante en termodinámica entre los calores específicos es la siguiente:

$$\left[\frac{\partial p}{\partial v} \right]_s = \frac{c_p}{c_v} \left[\frac{\partial p}{\partial v} \right]_T \quad [1.92]$$

que relaciona los procesos isentrópicos con los isoterms. Esta ecuación también puede escribirse:

$$\frac{c_p}{c_v} = \rho c^2 \beta_t \quad [1.93]$$

donde c es la velocidad del sonido en el medio.

1.2.6. Fenómenos de interfase y capilares

La experiencia enseña que en la superficie de separación de dos fases distintas, no miscibles, α y β , aparecen unas tensiones que se extienden hasta la línea que las separa. La fuerza de tracción sobre una longitud elemental de línea es normal a la misma, proporcional a la longitud e independiente de su orientación. Una explicación aceptable para la existencia de esta fuerza es que toda superficie de separación o interfase tiene asociada una energía por unidad de área con tendencia a alcanzar un mínimo en el equilibrio.

La tensión superficial, σ , es la fuerza por unidad de longitud [$\text{N/m} = \text{J/m}^2$] que se requiere para mantener la superficie de una fase cuando está en contacto con el vacío o su vapor, siendo σdA la energía a aportar para aumentar el área un valor dA . La tensión interfacial, $\sigma^{\alpha\beta}$, representa el mismo concepto pero entre dos fases α y β , y depende solo de la temperatura en el punto considerado y, por supuesto, de las fases.²⁷ Este valor tiene gran importancia en muchos fenómenos de la mecánica de fluidos, pues domina la fuerza de adhesión entre dos superficies, sea entre líquidos o con un sólido, un vapor o un gas, la estabilidad de las emulsiones, la mojabilidad, la capilaridad, el fenómeno de extensión y el ángulo de contacto entre las fases, y la propagación de ondas capilares.

La superficie libre de cualquier fluido tiende a buscar el equilibrio entre las fuerzas mecánicas, térmicas, químicas y de tensión superficial que se presenten en ella, de forma que la energía total del sistema sea mínima. Esta energía incluye la energía de cada una de las fases másicas en contacto, U^α y U^β , y la energía asociada a la superficie, U^S , cuyas variaciones se expresan para sistemas multicomponente como:

$$dU^S = T^S dS - p^S dV + \sigma^{\alpha\beta} dA + \sum_i \mu_i^u dn_i^S \quad [1.94]$$

donde μ_i es el potencial químico de la especie i y n_i es el número de moléculas correspondiente (y dn_i , su exceso con respecto a la situación de equilibrio).

Como la situación más frecuente es que la superficie libre esté en equilibrio de presión y temperatura, es más conveniente referir el equilibrio total a los cambios de la energía de Gibbs:



$$dG = dG^\alpha + dG^\beta + dG^S = \sum_{i,\alpha} \mu_i^g dn_i^\alpha + \sum_{i,\beta} \mu_i^g dn_i^\beta + \sigma^{\alpha\beta} dA + \sum_{i,S} \mu_i^g dn_i^S \quad [1.95]$$

Si, además, la composición química de las fases y de la superficie no cambia (lo cual no siempre es cierto, porque los fluidos en contacto tienden a saturarse), entonces la tensión interfacial es también la *energía libre específica interfacial*: $dG/dA = \sigma^{\alpha\beta}$. Por otro lado, como se verifica:

$$g^S = \sigma^{\alpha\beta} + \sum_i \mu_i^g \frac{n_i^S}{A} \quad [1.96]$$

y en sistemas monofásicos se anula el sumatorio, se cumple que la tensión superficial es la energía libre específica de superficie del mismo componente aislado ($g^S = \sigma^\alpha$).

Las características de la interacción de dos fases condensadas en una entrefase se describen mejor mediante el método de Dupré, según el cual: si se quiere crear una superficie entre dichas fases, se han de crear primero las de cada fase por separado y después unir-las. Esto es:

$$\sigma^{\alpha\beta} = \sigma^\alpha + \sigma^\beta - w_A \quad [1.97]$$

donde w_A es el *trabajo de adhesión*. No se formará superficie ni habrá interacción entre ambas fases si, en el proceso de unión, no se reduce la energía libre interfacial del sistema, lo que ocurre si $w_A = 0$, y entonces se dice que las fases no se mojan entre sí.

El comportamiento del sistema depende de que el trabajo de adhesión rebase o no el valor crítico $2\sigma^\alpha$, siendo $\sigma^\alpha < \sigma^\beta$. Este valor crítico es el *trabajo de cohesión*, w_C , de una de las fases, o la energía necesaria para cortar dicha fase aislada por la mitad y generar una superficie de separación unitaria y plana. Cuando el trabajo de adhesión es igual al menor de los trabajos de cohesión, la energía libre específica interfacial está definida por la diferencia de las tensiones superficiales de cada fase aislada, $\sigma^{\alpha\beta} = \sigma^\beta - \sigma^\alpha$, por lo cual una fase no se siente extraña en presencia de la otra y no se adhiere. En cambio, si $w_A \geq \sigma^\alpha + \sigma^\beta > 2\sigma^\alpha$, entonces $\sigma^{\alpha\beta}$ es cero o negativa y las dos fases se mezclan.

La mojabilidad del sistema aumenta a medida que lo hace w_A . El concepto de mojabilidad está asociado al problema de extensión, que consiste en la formación de películas monomoleculares de un líquido sobre la superficie plana de otro líquido inmiscible o de un sólido. Como los trabajos de adhesión y cohesión representan, respectivamente, las fuerzas atractivas existentes entre moléculas de diferente y misma naturaleza, se produce extensión cuando el trabajo de adhesión es mayor que el de cohesión. La diferencia de estos dos trabajos se denomina *coeficiente de expansión*, S , siendo:

$$S = w_A - w_C = (\sigma^\alpha + \sigma^\beta - \sigma^{\alpha\beta}) - 2\sigma^\alpha = (\sigma^\beta - \sigma^\alpha) - \sigma^{\alpha\beta} \quad [1.98]$$

En caso contrario, cuando $S < 1$ y el trabajo de adhesión es menor que el de cohesión, la fase menos densa se contrae sobre la superficie de la otra fase y adopta la forma de gotas lenticulares.

El ángulo de contacto formado entre las fases es muy útil para estudiar la mojabilidad y las propiedades de liofilidad de diversas superficies ante cambios de presión, temperatura



o composición. Cuando se deposita una gota de agua ⁽¹⁾ sobre una superficie sólida ^(s) sumergida en aceite ⁽²⁾, se obtiene una de las configuraciones de la figura 1.13, para las que la condición de equilibrio viene dada por la ecuación de Young:

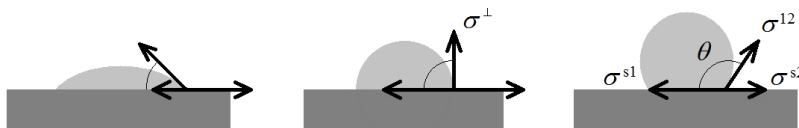
$$\cos \theta = \frac{(\sigma^{s2} - \sigma^{s1})}{\sigma^{12}} \quad [1.99]$$

Tabla 1.4.
Tensiones superficiales, interfaciales, trabajo de adhesión y coeficientes de expansión iniciales de diversos fluidos en contacto con agua a 20 °C. Unidades [din/cm]. Por norma general, si la tensión interfacial es grande, el trabajo de adhesión es débil [1.97].

Sustancia	σ^a	σ^{ab}	w_A	S
Agua	72,8	-	-	-
Ácido oleico	32,6	15,6	89,8	24,6
Aceite de oliva	35,8	22,9	85,7	14,1
Cloroformo	27,1	32,8	67,1	12,9
Tolueno	29,0	32,7	69,1	11,1
Tetracloruro de carbono	26,7	45,0	54,5	1,1
Vaselina líquida	33,1	53,1	52,8	-13,4

Se dice que la superficie es mojable por agua si $\theta < \pi/3$, y por aceite si $\theta > \pi/2$. En general, el líquido no moja el sólido si $\theta > \pi/2$, y, si $(\sigma^{s2} - \sigma^{s1})/\sigma^{12} > 1$, el equilibrio no es posible y se produce extensión.

Figura 1.13.
Configuraciones de contacto en un sistema ideal sólido-líquido-líquido/gas. Cuando se deposita agua sobre una superficie plana, el sólido es hidrofílico si $\theta < \pi/2$ e hidrofóbico en caso contrario.



Este fenómeno también explica la capilaridad. La ecuación de Laplace relaciona la diferencia de presiones a través de una superficie curvada con los radios de curvatura principales de esta y la tensión interfacial:

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j} \right) \quad [1.100]$$

donde es mayor la presión del lado cóncavo que la del convexo.

Puesto que, en un tubo capilar como el de la figura 1.14, el radio de curvatura de una sección axial del menisco formado es uniforme y aproximadamente $r/\cos \theta$, el equilibrio fluidostático se escribe:²⁸

$$p_{atm} - p = \frac{2\sigma \cos \theta}{r} = \rho gh \quad [1.101]$$

y el líquido se desplaza a lo largo del tubo una distancia:



$$h = 2 \frac{\sigma}{\rho g r} \cos \theta \quad [1.102]$$

La relación:

$$r_c = \left(\frac{\sigma}{\rho g} \right)^{1/2} \quad [1.103]$$

se denomina *radio capilar*. Si la longitud típica de la superficie libre a considerar es muy inferior a este valor, se pueden despreciar las fuerzas másicas con respecto a las de tensión superficial, y la superficie de separación será de curvatura constante. Por ejemplo, la presión dentro de una gota de radio R es superior a la del entorno y, además, uniforme si $R \ll r_c$, según lo explicado.

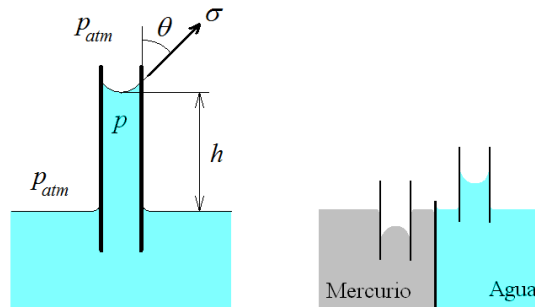


Figura 1.14. Fenómeno de ascensión capilar en un tubo de radio r (izquierda) y meniscos formados en agua (cóncavo) y mercurio (convexo) en contacto con aire.

1.2.7. Presión de vapor

A través de la superficie libre de los líquidos, se produce un intercambio bidireccional continuo de moléculas de líquido y de gas que tiende a un equilibrio dinámico. La evaporación es el balance entre los procesos de vaporización y condensación, de modo que, cuando la presión del vapor sobre la superficie es muy baja, la vaporización supera la condensación y se produce una evaporación neta positiva que aumenta la presión del vapor y la condensación. Si no se elimina el vapor, como ocurre en el interior de un depósito estanco parcialmente lleno de líquido, su presión parcial seguirá aumentando hasta que la condensación equilibre la vaporización. En ese momento, el aire está saturado y la presión parcial del vapor correspondiente se denomina *presión de saturación*, p_{sat} , o, simplemente, *presión de vapor* (que no hay que confundir con la presión de vapor parcial cuando el aire no está saturado). Si el vapor no se acumula porque el líquido se evapora en un entorno abierto, la presión parcial del vapor ambiental se relaciona con la de saturación mediante la humedad relativa, p_v/p_{sat} , y el líquido no deja de evaporarse porque no se ha alcanzado el equilibrio.

El equilibrio dinámico se alcanza más rápidamente cuanto mayor es la superficie de contacto entre el líquido y el vapor, y persiste mientras coexisten ambas fases. La presión de saturación depende de la naturaleza del líquido y, puesto que el proceso de vaporización solo depende de la actividad molecular cuando ambas fases están en equilibrio de presión



y temperatura, la presión de saturación depende solo de la temperatura y aumenta con ella.

La relación entre la presión de saturación y la temperatura durante una transición de fase se describe mediante la ecuación de Clasius-Clapeyron:

$$\frac{dp_{sat}}{dT} = \frac{h_{LV}}{T(v_V - v_L)} > 0 \quad [1.104]$$

Si la presión de vapor es pequeña, resulta que el volumen específico de la fase vapor es varios órdenes de magnitud mayor que el del líquido. Admitiendo también el comportamiento ideal del vapor, resulta:

$$\frac{dp_{sat}}{p_{sat}} = \frac{h_{LV}}{R} \frac{dT}{T^2} = \frac{Mh_{LV}}{r} \frac{dT}{T^2} \quad [1.105]$$

que puede ser integrada conociendo la variación de h_{LV} con la temperatura, o escogiendo unos límites de integración en los que h_{LV} sea casi constante.

En un entorno cerrado como el depósito anterior, se sabe que la evaporación del líquido se acelera cuando la presión absoluta aumenta al añadir, por ejemplo, un gas inerte. Este resultado puede resultar paradójico porque, al aumentar la presión sobre el líquido, parece que debería disminuir el proceso de vaporización, cuando lo que sucede es todo lo contrario, porque aumenta la presión de vapor en el nuevo equilibrio. Efectivamente, estando las fases en equilibrio, sus energías libres de Gibbs han de ser iguales y cualquier cambio de la presión sobre el líquido tendrá su efecto sobre la presión de la fase vapor. Con la temperatura y el potencial químico constantes, se cumple:²⁹

$$v_V dp_{sat} = v_L dp_L \quad [1.106]$$

es decir,

$$\frac{dp_{sat}}{p_{sat}} = \frac{v_L}{RT} dp_L \quad [1.107]$$

que, integrada entre ambos estados de equilibrio, conduce a:

$$\ln \frac{p_{sat}}{p_0} = \frac{p_L - p_{L,0}}{\rho_L RT} \quad [1.108]$$

En realidad, la variación que experimenta la presión de vapor es muy pequeña porque el término $\rho_L RT$ es muy grande, pero suficiente para que este planteamiento tenga aplicaciones prácticas muy interesantes, asociadas a la tensión superficial. Por ejemplo, en el interior de una gota líquida, la presión es superior a la del entorno en un valor $2\sigma/r$. Si las gotas se han formado por condensación de un vapor sobreenfriado, entonces la presión externa a la gota es la presión de saturación, p_{sat} , y será mayor que la presión de vapor que se tendría sobre una superficie plana, p_0 , en las mismas condiciones. Es decir:



$$\ln \frac{p_{sat}}{p_0} = \frac{(p_{sat} + 2\sigma / r) - p_0}{\rho_L RT} \quad [1.109]$$

Como se ha visto que $p_{sat} - p_0$ es muy pequeña, la gota está en equilibrio con su vapor a una presión p_{sat} si su radio es:

$$r = \frac{2\sigma}{\rho_L RT} \frac{1}{\ln \frac{p_{sat}}{p_0}} \quad [1.110]$$

En un entorno en que coexistan gotas de diferente radio a la misma presión, las gotas más pequeñas tendrán una presión de saturación mayor y se evaporarán antes, mientras que las mayores condensarán más vapor y crecerán de tamaño a expensas de las pequeñas.

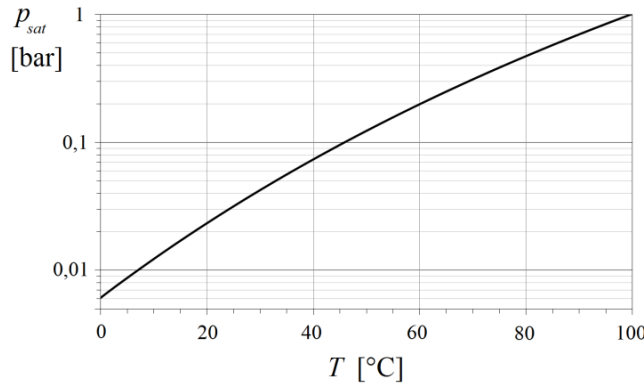


Figura 1.15.
Presión de saturación del vapor de agua en el intervalo de temperatura [0, 100] °C.

Un fenómeno similar, pero en sentido contrario, ocurre en los medios porosos saturados por agua. La presión dentro de la fase líquida en estos medios es inferior a la del entorno en un valor $\varepsilon\sigma/r$, donde ε es un factor que depende de la configuración del medio poroso y del tipo de menisco formado. Por ello, la presión de saturación correspondiente es menor que la que se tendría sobre una superficie plana y el líquido no se evapora, o lo hace muy lentamente. Esta circunstancia justifica por qué el suelo está siempre saturado de líquido, salvo a unos pocos centímetros por debajo de la superficie donde es más importante el efecto de la radiación solar. Se deduce de la ecuación [1.109] que:

$$p_{sat} = p_0 e^{-\frac{\varepsilon\sigma}{\rho_L RT} \frac{1}{r}} \quad [1.111]$$

de forma que, si el radio capilar tiende a cero, la presión de vapor correspondiente se anula y la entalpía de vaporización resulta altísima. Este hecho fundamenta también el desarrollo de los tubos de calor como instrumentos para el transporte de calor a través de un medio poroso saturado de líquido.



1.3. Fuerzas, tensiones y deformaciones

Las fuerzas que pueden actuar sobre los fluidos en el continuo se pueden clasificar en cuatro categorías: fuerzas másicas e inerciales; fuerzas volumétricas o electromagnéticas; fuerzas superficiales o de contacto, y fuerzas lineales o capilares, debidas a la acción molecular. Las tres primeras clases de fuerzas atañen al movimiento del fluido, mientras que las lineales solo aparecen en la superficie de separación de dos medios no miscibles y son de tan corto alcance que apenas afectan al movimiento general del fluido, salvo en los casos que se han presentado en el tema anterior.

1.3.1. Fuerzas másicas y volumétricas

Las fuerzas másicas son proporcionales a la masa, siendo $\mathbf{f}_m$ la fuerza por unidad de masa y $\rho\mathbf{f}_m$ la fuerza por unidad de volumen correspondiente. Son fuerzas másicas las gravitatorias, para las que $\mathbf{f}_m = -g\mathbf{k}$, y las fuerzas de inercia debidas a la aceleración del sistema de referencia no inercial al cual está asociado el fluido, que son:

$$\mathbf{f}_i = -\mathbf{a}_0 - \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \wedge \mathbf{r} - \boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{r} - 2\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{v}_r \quad [1.112]$$

Con frecuencia, las fuerzas másicas derivan de un potencial y son conservativas, es decir, $\mathbf{f}_m = -\nabla U$. Por ejemplo, las fuerzas gravitatorias derivan del potencial gz y las centrípetas, de $\omega^2 r^2/2$, donde r es la distancia al eje de giro.

Las fuerzas volumétricas son proporcionales al volumen, no a la masa, y un ejemplo de estas son las fuerzas electromagnéticas, para las que:

$$\mathbf{f}_v = \rho_e \mathbf{E} + \mathbf{J} \wedge \mathbf{B} \quad [1.113]$$

donde ρ_e es la carga eléctrica por unidad de volumen, y los vectores $\mathbf{E}$, $\mathbf{J}$ y $\mathbf{B}$ son el campo eléctrico, el vector densidad de corriente y el campo magnético, respectivamente.

1.3.2. Fuerzas y tensiones superficiales

Las fuerzas superficiales son aquellas que se ejercen sobre el contorno de una masa de fluido por el contacto con otro fluido o un sólido. Estas fuerzas resultan de realizar la integración vectorial:

$$\mathbf{F}_s = \int_S \delta \mathbf{F}_s = \int_S \mathbf{f}_s \delta S \quad [1.114]$$

donde $\mathbf{f}_s$ es la fuerza actuante por unidad de superficie [N/m^2], que, en general, tendrá una dirección diferente del versor de la superficie en que actúa, y es:

$$\mathbf{f}_s = f_x \mathbf{i} + f_y \mathbf{j} + f_z \mathbf{k} \quad [1.115]$$



La distribución espacial de estas fuerzas en un instante se define mediante el *tensor de tensiones* en un punto, de forma que la fuerza vectorial que actúa sobre un diferencial de superficie se calcula:

$$\delta \mathbf{F}_S = \overline{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{n} \delta S \quad [1.116]$$

El estado de tensiones se especifica en función de las componentes normal y tangencial del tensor de tensiones, σ y τ , respectivamente, definidas en un sistema de coordenadas $\{xyz\}$ determinado. Si, con el primer subíndice, se indica la dirección normal al plano asociado con la tensión y, con el segundo, su dirección, entonces se escribe:

$$\mathbf{f}_S = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \overline{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{n} \quad [1.117]$$

donde los n_i son los cosenos directores del vector unitario normal a δS , $\mathbf{n}$, es decir:

$$\delta S_i = n_i \delta S \quad [1.118]$$

La expresión [1.117] indica que la componente i de la tensión que actúa sobre el plano de normal $\mathbf{n}$ es la suma de tres tensiones, cada una aplicada sobre un plano distinto, pero proyectadas sobre el mismo eje coordenado i . Se demuestra que el tensor de tensiones es simétrico y que, por tanto, la componente según una dirección $\mathbf{n}$ de la tensión que actúa en un plano de normal $\mathbf{n}'$ es igual a la componente según la dirección $\mathbf{n}'$ de la tensión que actúa en un plano de normal $\mathbf{n}$. Otra forma de escribir [1.117] es la siguiente: $f_i = n_j T_{ji}$.³⁰

La interpretación de estas fuerzas resulta evidente cuando se observan en equilibrio en el tetraedro de Cauchy de la figura 1.16. La fuerza diferencial y vectorial actuante sobre el δS es:

$$\delta \mathbf{F}_S = \delta \mathbf{F}_x + \delta \mathbf{F}_y + \delta \mathbf{F}_z \quad [1.119]$$

y

$$\delta \mathbf{F}_i = (\sigma_{ix} \mathbf{i} + \tau_{iy} \mathbf{j} + \tau_{iz} \mathbf{k}) \delta S_i = \mathbf{T}_i \delta S_i \quad [1.120]$$

siendo $\mathbf{T}_i$ la tensión o fuerza por unidad de superficie que actúa sobre la superficie δS_i y que, en general, no tiene la dirección de su versor. Cualquier tensión $\mathbf{T}_i$ puede descomponerse en sus proyecciones normal y tangencial a la superficie sobre la que actúa. Así, la componente normal de la tensión $\mathbf{f}_S$ resulta:

$$\sigma_n = (\mathbf{n} \cdot \overline{\mathbf{T}}) \cdot \mathbf{n} \quad [1.121]$$

y la tangencial:

$$\tau_t = (|\mathbf{f}_S|^2 - \sigma_n^2)^{1/2} \quad [1.122]$$

Las tensiones τ_{ij} de [1.117] son definidas positivas cuando el vector asociado tiene el mismo sentido que el eje del triedro de referencia, j , de modo que, por ejemplo, para las tensiones normales, σ_{ii} , las compresiones son negativas y las tracciones positivas.

A partir de las componentes de la diagonal principal del tensor de tensiones, se puede establecer, mediante la ley de Navier-Poisson, una relación entre la presión termodinámica local, p , y la presión media o mecánica, p_m , que es el valor medio de las tensiones normales sobre el punto.³¹ Se adelanta ahora que ambas presiones coinciden si el fluido está en reposo, es incompresible, o se verifica la condición de Stokes.

Cuando el fluido está en reposo y, por definición, no pueden haber esfuerzos cortantes porque entonces aparecería movimiento, el tensor de tensiones se convierte en diagonal y

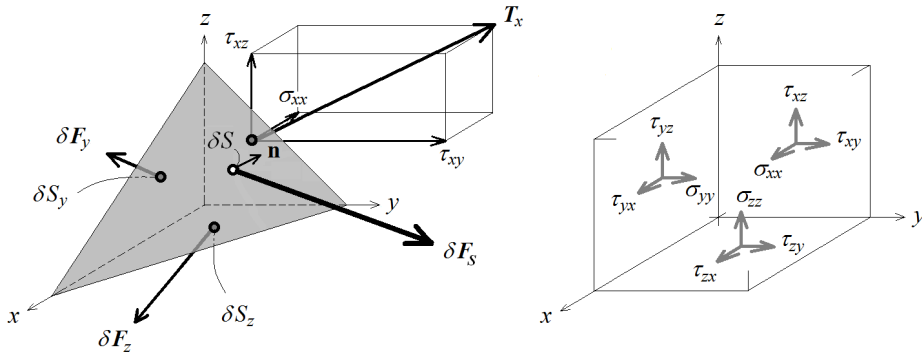
$$\begin{aligned} \mathbf{f}_s &= -p_0 \mathbf{n} \\ -p_0 &= \sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} \end{aligned} \quad [1.123]$$

Se demuestra, en este caso, que:

$$\delta \mathbf{F}_s = -\nabla p_0 \delta V \quad [1.124]$$

donde p_0 es la presión hidrostática, que coincide con la termodinámica y la mecánica en condiciones estáticas.

Figura 1.16.
Equilibrio de fuerzas superficiales y tensiones actuantes. Sobre cada cara del tetraedro actúa una tensión de valor T_i , que, multiplicada por el δS_i , proporciona la fuerza sobre dicha cara δF_i .



1.3.3. Descripción del movimiento en el continuo

Cuando el fluido no está en reposo es porque está en traslación, en rotación o en estado de deformación lineal o angular. En general, un vector $\mathbf{r}_0$ de componentes (x, y, z) en el campo fluido en movimiento se transforma en otro $\mathbf{r}(\xi, \eta, \theta)$, cambiando de módulo y dirección. Este cambio se describe, en forma matricial, mediante el tensor gradiente de desplazamiento usado en elasticidad:

$$\delta \mathbf{r} = \begin{bmatrix} \delta \xi \\ \delta \eta \\ \delta \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \xi}{\partial z} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} & \frac{\partial \theta}{\partial y} & \frac{\partial \theta}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} = \overline{\overline{\mathbf{G}_d}} \cdot \delta \mathbf{r}_0 \quad [1.125]$$



Como los fluidos, contrariamente a los sólidos elásticos, no presentan resistencia a la deformación sino a la velocidad de deformación o corrimiento, conviene plantear el estudio respecto las variaciones de la velocidad entre dos puntos. Es decir, un vector $\delta \mathbf{r}_0$, situado en un punto de referencia $\mathbf{r}_0$, un instante dt más tarde está situado en $\mathbf{r}$ y adopta la forma $\delta \mathbf{r}$, de modo que el corrimiento del vector ha sido (figura 1.17):

$$\delta \mathbf{r} - \delta \mathbf{r}_0 = \delta \mathbf{v} dt \quad [1.126]$$

Así se define el tensor no simétrico gradiente de velocidad o corrimiento, $\overline{\overline{\mathbf{G}_v}}$:

$$\delta \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{vmatrix} \cdot \delta \mathbf{r}_0 = \overline{\overline{\mathbf{G}_v}} \cdot \delta \mathbf{r}_0 \quad [1.127]$$

que puede ser descompuesto en sus partes simétrica, $\overline{\overline{\mathbf{e}}}$, y antisimétrica, $\overline{\overline{\mathbf{\Omega}}}$, de forma que:

$$\overline{\overline{\mathbf{e}}} = \begin{vmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{vmatrix} \quad [1.128]$$

$$\overline{\overline{\mathbf{\Omega}}} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) & 0 \end{vmatrix}$$

El tensor simétrico representa la deformación lineal y angular, y se denomina *tensor de deformación*, mientras que el antisimétrico tiene asociado un vector, cuyas tres componentes son:

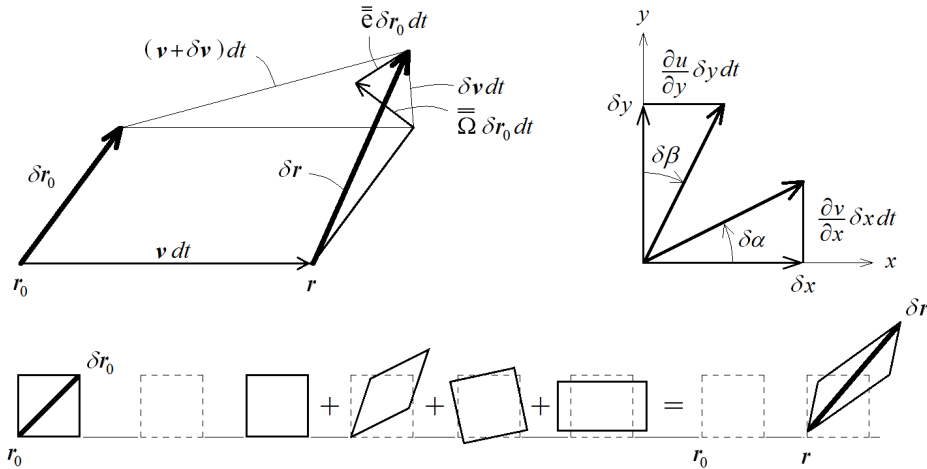
$$\overline{\overline{\mathbf{\Omega}}} = \begin{vmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{vmatrix} \quad [1.129]$$

que cumplen:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{vmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \nabla \wedge \mathbf{v} = \frac{1}{2} \overline{\overline{\mathbf{\Omega}}} \quad [1.130]$$

Es decir, la parte antisimétrica del tensor de corrimiento representa la velocidad de giro del fluido considerado sólido rígido, que es la mitad del vector rotacional de la velocidad o vorticidad.

Figura 1.17. Velocidades en el entorno de un punto. El vector δr_0 se traslada, rota y se deforma (se alarga, en la figura) hasta ser δr . A la derecha, se muestra el significado de las componentes no diagonales del tensor de deformación. La velocidad de deformación del ángulo formado por las direcciones ortogonales $\{x\}$ e $\{y\}$ es $2e_{xy}$. Abajo, se presenta la composición del movimiento total: traslación, deformación angular, rotación y deformación lineal.



1.3.4. Relación entre tensiones y deformaciones

Es evidente que las tensiones y las deformaciones asociadas del medio fluido están relacionadas entre sí. La ley experimental de Navier-Poisson para fluidos homogéneos e isotropos establece que la relación entre las tensiones viscosas del tensor de tensiones y la velocidad de deformación específica es lineal, esto es:

$$\tau'_{ij} = 2\mu e_{ij} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{v} \delta_{ij} \quad [1.131]$$

donde δ_{ij} es la delta de Kronecker (con $\delta_{ij} = 1$, para $i = j$), y λ y μ son dos coeficientes escalares.³²

Las tensiones viscosas introducidas en [1.131] resultan de arreglar el tensor de tensiones de la forma:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \bar{\mathbf{T}} &= -p \mathbf{n} + \mathbf{n} \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} \\ \tau_{ij} &= -p \delta_{ij} + \tau'_{ij} \end{aligned} \quad [1.132]$$

y son nulas siempre que el tensor de deformación sea cero, esto es, cuando el fluido está en reposo, se traslada o rota como un sólido rígido (y, entonces $\tau_{ij} = -p_0 \delta_{ij}$).

La ecuación de la cantidad de movimiento que se presenta a continuación relaciona las fuerzas másicas y volumétricas que actúan sobre el fluido con la variación espacial de las tensiones, es decir, con la variación espacial de la presión y las fuerzas de rozamiento que encuentra en su fluir.



Las componentes del gradiente del tensor de tensiones se obtienen por derivación de la ecuación [1.132] con [1.128] y [1.131], y son:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \lambda \nabla \cdot \mathbf{v} \quad [1.133]$$

o también, para λ y μ constantes:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x_i} \nabla \cdot \mathbf{v} \quad [1.134]$$

que, en notación vectorial y usando la ley empírica de Stokes,³³ es:

$$\overline{\nabla \mathbf{T}} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{1}{3} \mu \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad [1.135]$$

1.3.5. Ecuaciones de Cauchy y Navier-Stokes

Las fuerzas másicas y superficiales que actúan sobre un δV en movimiento que en el instante t contenga un fluido de densidad ρ han de verificar la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento:³⁴

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} \delta V = \rho \mathbf{f}_m \delta V + \delta \mathbf{F}_s \quad [1.136]$$

Como las fuerzas superficiales son:

$$\delta \mathbf{F}_s = \overline{\nabla \mathbf{T}} \delta V \quad [1.137]$$

la ecuación [1.136] queda:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \rho \mathbf{f}_m + \overline{\nabla \mathbf{T}} \quad [1.138]$$

Esta es la ecuación de Cauchy del movimiento en el medio continuo, que se verifica para cualquier fluido porque es independiente de la relación entre el tensor de tensiones y el tensor gradiente de velocidad.

La ecuación de Cauchy en componentes es:

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_{m,i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad [1.139]$$

Las ecuaciones anteriores se relacionan con [1.135] y [1.134] para fluidos newtonianos y proporcionan la ecuación de Navier-Stokes de la cantidad de movimiento. Por ejemplo, usando la ley de Stokes y en notación vectorial sería:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \rho \mathbf{f}_m - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{1}{3} \mu \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad [1.140]$$



y por componentes en cartesianas:

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_{m,i} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x_i} \nabla \cdot \mathbf{v} \quad [1.141]$$

¹ Se entiende por partícula fluida la cantidad diferencial de sustancia asentada en el continuo en la que están definidas las magnitudes intensivas.

² Además, un movimiento puede ser estacionario en un sistema de coordenadas y no serlo en otro.

³ Evidentemente, el flujo no es estrictamente uniforme pues la velocidad es menor en la proximidad de la pared, pero si el flujo es turbulento y está completamente desarrollado, la condición de uniformidad es bastante aproximada.

⁴ En general, si las líneas de corriente no son circulares pero el campo de velocidades es tal que el vector velocidad forma un ángulo constante a lo largo de todo el círculo de integración (como en un movimiento en espiral, por ejemplo), se resuelve que $\Gamma = 2\pi r v_\theta$, donde v_θ es la proyección de la velocidad sobre la dirección perimetral del círculo.

⁵ Estos vectores son ortogonales entre sí en un sistema ortogonal, pero hay que tener siempre presente que la terna de vectores unitarios varía de un punto a otro, puesto que dependen de las coordenadas. En cambio, el triedro local en el sistema de coordenadas cartesianas es invariante.

⁶ Para el vector OA de la figura con origen en O, la componente c_θ es nula.

⁷ El parámetro suele ser el tiempo o su longitud. La curva ha de ser diferenciable y sus derivadas, continuas.

⁸ Esta indefinición no se presenta cuando $\tau=0$, por cuanto el vector binormal está definido por [1.23] si lo están $\mathbf{s}$ y $\mathbf{n}$.

⁹ Un ejercicio interesante es analizar el efecto que las fuerzas de Coriolis pueden tener sobre la curva. Como la contribución de la aceleración de Coriolis, $-\mathbf{\Omega} \wedge \mathbf{v}$, es perpendicular a la línea de corriente, esta solo puede afectar su curvatura y su torsión. La presencia de aceleración de Coriolis modifica la distribución del campo de presiones en dirección perpendicular a la curva, pero nunca realiza trabajo.

¹⁰ Las ecuaciones [1.25] se completan en coordenadas naturales con las variaciones en las direcciones de $\mathbf{n}$ y $\mathbf{b}$, lo que proporciona una descripción tridimensional del espacio en función de las curvaturas y las torsiones de las curvas ortogonales en P, que son sus líneas coordenadas.

¹¹ El vector de Lamb se conoce también como fuerza del vórtice por unidad de masa (v., por ejemplo, la ecuación [1.35] siguiente o la [4.66]). Recuérdese también que el vector de Darvoux no tiene componente normal, pues, de hecho, se cumple la condición: $\mathbf{n} = \mathbf{D} \wedge \mathbf{s}$ para el vector Darvoux unitario. La interpretación física del vector de Darvoux como vorticidad no es posible en los movimientos anómalos, en los cuales se cumple que $\Omega_n \neq 0$. Ω_n se denomina *anormalidad* del campo de vorticidad. Obsérvese que la partícula carece de aceleración en dirección binormal, pero, en cambio, el campo de velocidades cambia en esa dirección cuando $\Omega_n \neq 0$.

¹² Esta conclusión es muy importante porque hay muchas situaciones en las que se cumple que $\mathbf{a} = \nabla \Psi$; en concreto, aquellas en las que las fuerzas másicas derivan de un potencial (no son potenciales la de Coriolis ni la debida a la aceleración angular del sistema de referencia), las superficiales son solo de presión (el rozamiento es despreciable o el fluido no viscoso) y existe una relación de barotropía en el fluido. Tanto el



- teorema de Bjerknes como el de Kelvin son teoremas cinemáticos que no imponen restricción alguna a la naturaleza del fluido.
- ¹³ Cuando el fluido no está en reposo, se ha de añadir el correspondiente término convectivo $\mathbf{v} \cdot \nabla c_i$ al desplazamiento de la especie i . Se habla, entonces, de principio de conservación de la especie.
- ¹⁴ Su forma general es [1.131]. Esta ley se ha mostrado muy conveniente en la práctica, aunque se sabe que hay fluidos que no la siguen y estados fluidos de agregación capaces de resistir pequeños esfuerzos de corte sin deformarse.
- ¹⁵ Se verifica que $Pr = Le \cdot Sc$. Estos grupos adimensionales también se denominan *grupos de separación*. Si, por ejemplo, los fenómenos de propagación máscicos son despreciables frente a los térmicos, entonces $Le \approx 0$.
- ¹⁶ En mecánica de fluidos, son conocidos los efectos de Souret y Dufoir, que relacionan el transporte de masa como consecuencia de un gradiente de temperatura y el transporte de calor por gradiente de concentración, respectivamente.
- ¹⁷ En general, se sabe que los flujos y los esfuerzos generalizados pueden ser escalares, vectoriales o tensoriales aunque, según el principio de Curie, en un sistema isotrópico solo se produce acoplamiento entre los transportes cuyas fuerzas impulsoras son tensores del mismo orden o cuya diferencia de órdenes sea par. El principio de Curie es discutido en la actualidad, pero explica los resultados experimentales de forma adecuada. Por su parte, Onsager demostró que, si se realiza una elección apropiada de los flujos y de las fuerzas impulsoras, los coeficientes cinéticos son simétricos y $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$.
- ¹⁸ 1 *poise* es 0,1 Pa·s. La viscosidad dinámica del agua a 20°C es de 1 cPo y la cinemática, de 1 cSt.
- ¹⁹ Es decir, la viscosidad aparente sería la viscosidad del fluido newtoniano equivalente, mientras la diferencial se utiliza en el cálculo de esfuerzos viscosos en los que el gradiente de deformación varía entre dos condiciones determinadas.
- ²⁰ La pasta dentífrica manifiesta un comportamiento plástico. Las pinturas son tixotrópicos y el yeso, reopéctico. La masa de harina, el betún y algunos polímeros son fluidos viscoelásticos.
- ²¹ Las fases líquida y gaseosa de una sustancia por debajo del punto crítico pueden coexistir en equilibrio, pero, por encima de la temperatura crítica, las fases se mezclan en el continuo, de modo que se puede pasar de una a la otra sin más diferencia que un cambio de densidad.
- ²² Obsérvese que las expresiones entre paréntesis de las ecuaciones [1.70] y [1.71] son nulas para el gas ideal.
- ²³ Las ecuaciones [1.80] y [1.81] son válidas para procesos tanto adiabáticos como no adiabáticos, con y sin rozamiento, e independientemente de si el flujo es subsónico o supersónico.
- ²⁴ $[\partial p / \partial T]_v$ no varía mucho con la temperatura en la mayoría de los líquidos.
- ²⁵ En este caso, por analogía a los sólidos, se usa la letra E y no la definición correcta, B_T de [1.85].
- ²⁶ Este máximo ($\alpha=0$) explica por qué no se congela el agua del fondo de un depósito cuando hace mucho frío.
- ²⁷ En general, la tensión superficial decrece con la temperatura hasta anularse a la temperatura crítica, donde un líquido y su vapor se confunden y desaparece su entrefase.
- ²⁸ Obsérvese que también es $\pi r^2 \Delta p = 2 \pi r \sigma \cos \theta$.
- ²⁹ Los cambios de energía libre en una de las fases, α , resultan ser:

$$dG^\alpha = -S^\alpha dT + V^\alpha dp + \sum_{i,\alpha} \mu_i^\alpha dn_i^\alpha$$



³⁰ El tensor de tensiones es isótropo y simétrico y, por tanto, $\bar{\bar{T}} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{n} \cdot \bar{\bar{T}}$

³¹ La traza de un tensor es un escalar invariante ante rotaciones de los ejes de referencia.

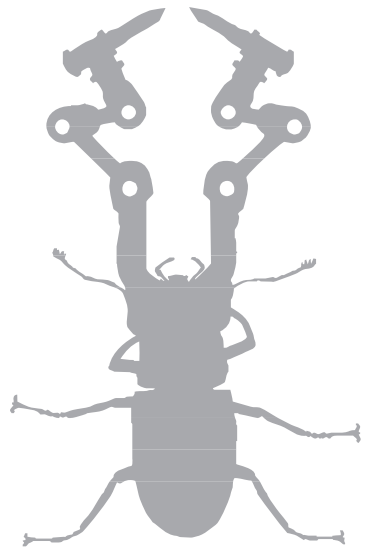
³² μ es la viscosidad dinámica y λ un factor dinámico relacionado con la viscosidad volumétrica, μ_v .

³³ La ley de Stokes indica que $\mu_v = 0 = \lambda + 2\mu/3$. El motivo real de introducir μ_v es su relación con la suma invariante de los tres elementos de la diagonal del tensor de esfuerzos y las presiones mecánica y termodinámica:

$$p_m = -\frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} = p - \mu_v \nabla \cdot \mathbf{v} = p - (\lambda + 2\mu/3) \nabla \cdot \mathbf{v}$$

que representa la resistencia viscosa a la deformación volumétrica. En fluidos incompresibles o en reposo, $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, y ambas presiones coinciden pues la velocidad de expansión del fluido es nula.

³⁴ Las fuerzas volumétricas también deberían incluirse en esta ecuación, en su caso, aunque en lo que sigue se supondrá que son despreciables.



→2



Ecuaciones fundamentales y análisis dimensional

El estado y el movimiento de cualquier volumen fluido se pueden determinar utilizando los principios fundamentales de conservación de la masa, de la cantidad de movimiento y de la energía, para unas condiciones de contorno y de valor inicial determinadas, y respetando las ecuaciones constitutivas y de estado.

Los principios y las leyes pueden expresarse en forma diferencial e integral. Cada uno de estos métodos presenta ventajas e inconvenientes, y no puede afirmarse que uno sea mejor que otro en general, sino en función del uso que quiera hacerse de su aplicación. Por ejemplo, el planteamiento diferencial es útil para revelar los detalles concretos de un flujo, pero requiere la resolución de ecuaciones diferenciales que a veces solo pueden resolverse numéricamente y mediante ordenador. El método integral, en cambio, no proporciona detalles del flujo, pero sí aproximaciones válidas en muchas situaciones industriales, y lo hace, además, con relativa sencillez.

2.1. Principios de conservación

A continuación se presentan los principios de conservación de la masa, de la cantidad de movimiento y de la energía, en forma integral.

2.1.1. Conservación de la masa

La masa de un volumen fluido no cambia con el tiempo. Utilizando la ecuación [1.40], con $\rho = \phi$ y $M = \Phi$, esta condición se escribe:

$$\frac{dM}{dt} = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S \rho(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \quad [2.1]$$

y, aplicando el teorema de Reynolds a un volumen de control variable con el tiempo:



$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{V_C} \rho dV + \int_{S_C} \rho((\mathbf{v} - \mathbf{v}_C) \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \quad [2.2]$$

Si el volumen de control no se mueve, esto es, ni se deforma ni se desplaza, entonces $\mathbf{v}_C = 0$ y se aplicaría [1.45]. Si, además, la densidad es constante, entonces:

$$\int_S \rho(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \quad [2.3]$$

y el flujo a través de cualquier superficie cerrada fija es nulo: no se puede acumular masa en el interior del volumen, por lo cual toda la masa que entra ha de salir en el mismo instante.

Si la densidad es constante, pero V_C se mueve, entonces [2.2] es:

$$0 = \frac{dV_C}{dt} + \int_{S_C} ((\mathbf{v} - \mathbf{v}_C) \cdot \mathbf{n}) dS \quad [2.4]$$

Por ejemplo, para el caso del depósito que se vacía de la figura 2.1 (izquierda), el principio de conservación de la masa se escribe:

$$A \frac{dh}{dt} = - \int_{S_s} (v ds)_s = -Q_s(t) \quad [2.5]$$

donde Q_s es el caudal volumétrico que escapa del volumen.¹

Este principio, aplicado al volumen de control fijo de la misma figura (derecha) que contiene un gas de densidad variable y uniforme, es:

$$\frac{d\rho}{\rho} = - \frac{S_s}{V_C} \bar{v}(t) dt \quad [2.6]$$

Para poder integrar estas ecuaciones, es necesario obtener la dependencia de la velocidad de salida con la altura o la presión, lo que se resuelve aplicando la ecuación de la energía, y convenir un tipo de transformación para el proceso de expansión del gas contenido en el depósito, que proporcione la relación entre la presión y el valor medio de la densidad de su interior.

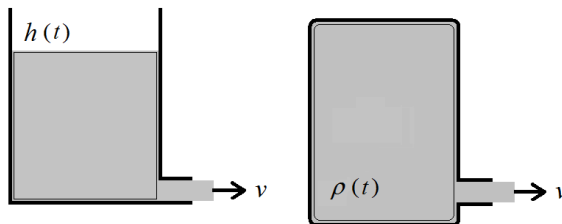


Figura 2.1. Casos especiales de volúmenes de control. A la izquierda, un volumen de control variable con el tiempo que contiene un fluido incompresible. A la derecha, el caso de un volumen constante lleno de gas a presión. En este caso, se puede suponer que la densidad del gas es uniforme en el interior del volumen, salvo en la región próxima a la pared y en las cercanías del orificio de escape. En muchas situaciones, la longitud de penetración de estos efectos es inferior a $V^{1/3}$ y puede despreciarse en el cálculo de la densidad media. El fluido que ha escapado del volumen de control aún forma parte del volumen fluido y se evalúa con el término convectivo de la ecuación [1.46].



2.1.2. Conservación de la cantidad de movimiento

El principio de conservación de la cantidad de movimiento enuncia que la variación de la cantidad de movimiento asociada a un volumen fluido es igual a la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre él. En forma integral, este principio es:

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt} \int_{V_F} \rho \mathbf{v} dV = \int_{V_F} \rho \mathbf{f}_m dV + \mathbf{F}_S \quad [2.7]$$

La formulación integral del principio de conservación de la cantidad de movimiento es útil porque permite calcular la fuerza que realiza el fluido sobre un contorno fijo o móvil mediante un sencillo balance de términos. Así, aplicando el teorema de Reynolds a la ecuación [2.7], y recordando la definición de $\mathbf{F}_S$ [1.114], se obtiene, para un volumen de control fijo e indeformable:

$$\int_{V_C} \frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} dV + \int_{S_C} \rho \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_{V_C} \rho \mathbf{f}_m dV + \int_{S_C} \mathbf{n} \cdot \bar{\bar{\mathbf{T}}} dS \quad [2.8]$$

La integral convectiva de esta ecuación puede evaluarse por separado para cada una de las superficies que encierran el volumen de control. En general, para un tubo de corriente por cuyo interior fluye el fluido, estas superficies incluyen las de entrada y salida, S_e y S_s , donde hay flujo, y su superficie interna lateral, S_L (figura 2.2). Si las superficies elementales de entrada y salida se escogen de modo que sean normales a la velocidad en cada punto, es decir, $-\mathbf{n}_e = \mathbf{e} = \mathbf{v}_e/v_e$ y $\mathbf{n}_s = \mathbf{s} = \mathbf{v}_s/v_s$, entonces, para las integrales en S_e y S_s , se tiene:

$$\begin{aligned} \int_{S_e} \rho \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS &= \int_{S_e} \rho \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_e) dS = - \int_{S_e} \rho v^2 \mathbf{e} dS \\ \int_{S_s} \rho \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS &= \int_{S_s} \rho \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_s) dS = \int_{S_s} \rho v^2 \mathbf{s} dS \end{aligned} \quad [2.9]$$

y, como la pared lateral de un tubo de corriente es impermeable, entonces:

$$\int_{S_L} \rho \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \quad [2.10]$$

La última integral de la ecuación [2.8] también puede descomponerse con [1.132] para incluir por separado la contribución de los términos normal y tangencial en cada una de las superficies:

$$\int_{S_C} \mathbf{n} \cdot \bar{\bar{\mathbf{T}}} dS = - \int_{S_C} p \mathbf{n} dS + \int_{S_C} \mathbf{n} \cdot \bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}} dS \quad [2.11]$$

siendo:

$$\begin{aligned} \int_{S_C} p \mathbf{n} dS &= - \int_{S_e} p \mathbf{e} dS + \int_{S_s} p \mathbf{s} dS + \int_{S_L} p \mathbf{n} dS \\ \int_{S_C} \mathbf{n} \cdot \bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}} dS &= - \int_{S_e} \mathbf{e} \cdot \bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}} dS + \int_{S_s} \mathbf{s} \cdot \bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}} dS + \int_{S_L} \mathbf{n} \cdot \bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}} dS \end{aligned} \quad [2.12]$$



Con la elección de versores, $\mathbf{e}$ y $\mathbf{s}$, los esfuerzos en S_e y S_s son solo debidos a la presión porque los esfuerzos viscosos normales a la superficie son muy pequeños,² y:

$$-\int_{S_e} \mathbf{e} \cdot \overline{\tau} dS = \int_{S_s} \mathbf{s} \cdot \overline{\tau} dS = 0 \quad [2.13]$$

Por otro lado, la fuerza que el contorno lateral realiza contra el fluido contenido en el tubo de corriente es:³

$$\mathbf{F}_{cf} = -\int_{S_L} p \mathbf{n} dS + \int_{S_L} \mathbf{n} \cdot \overline{\tau} dS \quad [2.14]$$

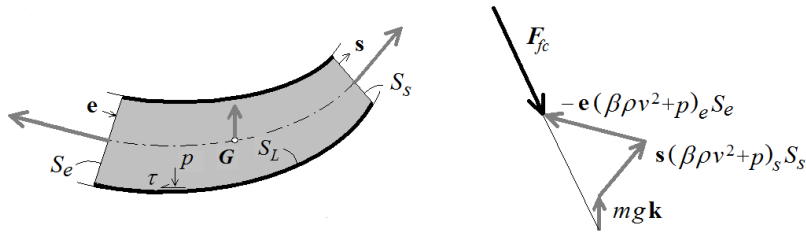
En definitiva, combinando y arreglando las ecuaciones anteriores, el principio se expresa para el campo gravitacional $U = gz$ mediante la igualdad:

$$\mathbf{F}_{cf} = \int_{V_C} \frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} dV + \mathbf{k} \int_{V_C} \rho g dV + \mathbf{s} \int_{S_s} (\rho v^2 + p) dS - \mathbf{e} \int_{S_e} (\rho v^2 + p) dS \quad [2.15]$$

Así pues, la fuerza que el contorno realiza sobre el fluido contenido en el volumen de control fijo considerado es la suma vectorial de la variación de la cantidad de movimiento del fluido contenido, su peso propio y el balance neto del flujo de impulsión⁴ $\{\rho v^2 + p\}$.

Figura 2.2.

Fuerza que el contorno de un tubo de corriente realiza sobre el fluido que fluye por su interior en régimen permanente, y reacción correspondiente $\mathbf{F}_{fc}$ evaluada mediante el principio de conservación [2.15]. El resultado que se muestra a la derecha utiliza las magnitudes medias de la presión, la velocidad y la densidad en cada una de las secciones, y el factor corrector del impulso, pero ello no implica que dichas magnitudes sean iguales en ambas (este principio se puede utilizar en flujo compresible). Las velocidades están relacionadas entre sí y con las densidades por la ecuación de continuidad, y con las presiones por la de la energía.



Si el volumen de control es fijo pero deformable o móvil con velocidad uniforme, la ecuación [2.8], con [1.44], es:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_C} (\rho \mathbf{v}) dV + \int_{S_C} \rho \mathbf{v} (\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n}) dS = \mathbf{k} \int_{V_C} \rho g dV + \int_{S_C} \mathbf{n} \cdot \overline{\tau} dS \quad [2.16]$$

donde $\mathbf{v}$ y $\mathbf{v}_r$ son las velocidades absoluta y relativa del fluido con respecto al referencial fijo y al volumen de control, respectivamente. Un desarrollo paralelo al anterior permitiría deducir la fuerza que ejerce el contorno sobre el fluido en V_C .

La segunda ley de Newton aplicada a un volumen de control variable y no inercial $\{xyz\}$ se deriva de la anterior añadiendo la fuerza de inercia asociada:



$$\frac{d}{dt} \int_{V_C} \rho \mathbf{v} dV + \int_{S_C} \rho \mathbf{v} ((\mathbf{v} - \mathbf{v}_C) \cdot \mathbf{n}) dS = \int_V \rho (\mathbf{f}_m + \mathbf{a}_i) dV + \int_S \mathbf{n} \cdot \overline{\overline{\mathbf{T}}} dS \quad [2.17]$$

donde ahora $\mathbf{v}$ es la velocidad del flujo con respecto a la referencia no inercial $\{xyz\}$; $\mathbf{v}_C$ es la velocidad de deformación o desplazamiento de la superficie de control con respecto al mismo referencial, y $\mathbf{a}_i$ es la aceleración de inercia asociada al sistema de referencia no inercial de la ecuación [1.112].

Los principios de conservación del momento cinético y de la cantidad de movimiento responden al mismo principio fundamental de la mecánica, y su formulación combinada permite determinar el punto de aplicación de la resultante. En el caso del momento cinético, se sabe que su variación en un sistema es igual al momento de las fuerzas que actúan sobre el mismo, y que su conservación se verifica desde cualquier eje. Para una masa fluida, este principio es:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_F} (\mathbf{r} \wedge \rho \mathbf{v}) dV = \int_V (\mathbf{r} \wedge \rho \mathbf{f}_m) dV + \int_S (\mathbf{r} \wedge \mathbf{n} \cdot \overline{\overline{\mathbf{T}}}) dS \quad [2.18]$$

Refiriendo el volumen fluido a un volumen de control variable con el tiempo, se tiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_0 &= \frac{d}{dt} \int_{V_C} (\mathbf{r} \wedge \rho \mathbf{v}) dV + \int_{S_C} (\mathbf{r} \wedge \rho \mathbf{v}) ((\mathbf{v} - \mathbf{v}_C) \cdot \mathbf{n}) dS = \\ &= \int_V (\mathbf{r} \wedge \rho \mathbf{f}_m) dV + \int_S (\mathbf{r} \wedge \mathbf{n} \cdot \overline{\overline{\mathbf{T}}}) dS = \mathbf{M}_m + \mathbf{M}_s = \mathbf{r}_0 \wedge \mathbf{F} \end{aligned} \quad [2.19]$$

que señala que el momento de la resultante con respecto a un punto cualquiera es la suma vectorial de los momentos de las fuerzas másicas y de superficie con respecto al mismo punto. Estas expresiones se transforman igual que las de la cantidad de movimiento en el caso de tratar con referencias no inerciales.

2.1.3. Conservación de la energía

El principio de conservación de la energía afirma que la variación de la energía total (interna más cinética) de un volumen fluido es igual al trabajo por unidad de tiempo de las fuerzas exteriores (másicas y de superficie) que actúan sobre el mismo, más el calor recibido del exterior por unidad de tiempo, y se escribe:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_F} \rho \left(u + \frac{1}{2} v^2 \right) dV &= \int_V \rho \mathbf{f}_m \cdot \mathbf{v} dV + \int_S (\mathbf{n} \cdot \overline{\overline{\mathbf{T}}}) \cdot \mathbf{v} dS - \\ &\quad - \int_S \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS + \int_V (q_r + q_q) dV \end{aligned} \quad [2.20]$$

donde u es la energía interna intrínseca por unidad de masa; $\mathbf{q}$ es el vector flujo de calor por conducción que atraviesa S ; q_r es el calor recibido por radiación por unidad de tiempo y volumen, y q_q es el calor generado en el interior del volumen por transformación química en las mismas unidades.⁵ Esta ecuación puede arreglarse convenientemente para



describir la transferencia de energía que se produce en una turbomáquina en función de las variables del flujo a su entrada y salida, o en cualquier tubo de corriente.

Cuando las fuerzas másicas derivan de un potencial escalar U permanente, el trabajo realizado por estas puede englobarse junto a la variación de energías interna y cinética, y se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_F} \rho \left(u + \frac{1}{2} v^2 + U \right) dV = \int_S (\mathbf{n} \cdot \bar{\mathbf{T}}) \cdot \mathbf{v} dS - \int_S \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS + \int_V (q_r + q_q) dV \quad [2.21]$$

que expresa que la variación de las energías interna, cinética y potencial de un sistema material se debe al trabajo de las fuerzas de superficie y al calor suministrado por unidad de tiempo.

Para referir este principio a un volumen de control variable con el tiempo que en un instante coincida con el volumen fluido, basta aplicar [1.44] a la primera integral, y resulta:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_F} \rho \left(u + \frac{1}{2} v^2 + U \right) dV = \frac{d}{dt} \int_{V_C} \rho e dV + \int_{S_C} \rho e (\mathbf{v} - \mathbf{v}_C) \cdot \mathbf{n} dS \quad [2.22]$$

donde se ha utilizado momentáneamente la energía total específica, e , resultado de sumar las energías interna, cinética y potencial, y $\mathbf{v}_C$ es la velocidad de deformación o desplazamiento de la superficie de control en el mismo referencial en que está definido $\mathbf{v}$.

En la aplicación de este principio a una turbomáquina, hay que tener presente que, si bien el volumen de control es constante y se aplica [1.45], su superficie interna contiene ahora una parte móvil formada por el rotor o los rotores en movimiento. Por otro lado, al ser fijas las superficies de control de entrada y salida, el término convectivo de [2.22] se escribe, usando de nuevo los versores $\mathbf{e}$ y $\mathbf{s}$, y teniendo en cuenta que $\mathbf{v}_C = 0$, de la forma:

$$\int_{S_C} \rho \left(u + \frac{1}{2} v^2 + U \right) \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = - \int_{S_e} \rho e \mathbf{v}_e \cdot \mathbf{e} dS + \int_{S_s} \rho e \mathbf{v}_s \cdot \mathbf{s} dS \quad [2.23]$$

El trabajo de las fuerzas de superficie de la ecuación [2.21] puede descomponerse como se hizo en el principio de la cantidad de movimiento para incluir por separado la contribución de los términos normal y tangencial en cada una de las superficies. Evidentemente, se sigue cumpliendo [2.13], pero como ahora las integrales sobre la superficie lateral también se anulan porque es fija ($\mathbf{v}_L = \mathbf{0}$), resulta:

$$\begin{aligned} \int_{S_C} (\mathbf{n} \cdot \bar{\mathbf{T}}) \cdot \mathbf{v} dS &= - \int_{S_C} (p \mathbf{n} dS) \cdot \mathbf{v} + \int_{S_C} (\mathbf{n} \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}) \cdot \mathbf{v} dS \\ \int_{S_C} (p \mathbf{n} dS) \cdot \mathbf{v} &= - \int_{S_e} (p \mathbf{e} dS) \cdot \mathbf{v}_e + \int_{S_s} (p \mathbf{s} dS) \cdot \mathbf{v}_s + \int_{S_m} (p \mathbf{n} dS) \cdot \mathbf{v}_m \\ \int_{S_C} (\mathbf{n} \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}) \cdot \mathbf{v} dS &= \int_{S_m} (\mathbf{n} \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}) \cdot \mathbf{v}_m dS \end{aligned} \quad [2.24]$$



Las integrales sobre la superficie móvil se han retenido porque $\mathbf{v}_m$ no tiene por qué ser tangente o normal en toda ella o compensarse su efecto. De hecho, la contribución de los esfuerzos respectivos sobre cada elemento de superficie por su velocidad es la potencia comunicada por el fluido en contacto, es decir:

$$\dot{W} = \int_{S_m} (p \mathbf{n} dS) \cdot \mathbf{v}_m - \int_{S_m} (\mathbf{n} \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}) \cdot \mathbf{v}_m dS \quad [2.25]$$

que es negativa cuando la energía es entregada al fluido.⁶

Para concluir, se introducen estos resultados en [2.21] y se agrupa todo el calor recibido por el fluido en el volumen de control por unidad de tiempo, sea a través de su superficie o generado en el interior por reacción, y la ecuación queda como sigue:

$$\int_{V_c} \frac{\partial}{\partial t} (\rho e) dV - \int_{S_e} (\rho e + p) \mathbf{v}_e dS + \int_{S_s} (\rho e + p) \mathbf{v}_s dS = -\dot{W} + \dot{Q} \quad [2.26]$$

Con la máquina impulsando un caudal en masa G constante y estable, no hay motivo para pensar que cualquiera de estos términos haya de ser cero, ni siquiera el primero, pues el movimiento de las paredes móviles hace que en el interior del volumen de control el movimiento no sea permanente. Sin embargo, en régimen permanente, se observa que el valor medio temporal de toda la energía e contenida en el volumen no cambia con el tiempo y, por tanto, se puede suponer que este término se anula. De manera similar, cuando el tiempo de residencia del fluido en la máquina es muy inferior al tiempo térmico de la transferencia de calor (que, normalmente, es del orden de segundos), se puede suponer que el proceso es adiabático, aunque no sea estrictamente isentrópico.

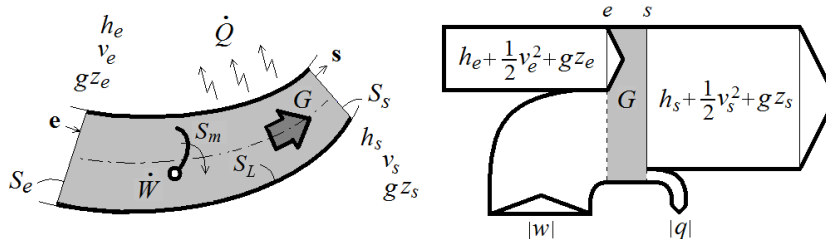
Si las condiciones del flujo permanente son uniformes a la entrada y a la salida, y estas son únicas, la ecuación anterior puede escribirse introduciendo la variable entalpía como:

$$(h_s - h_e) + \frac{1}{2} (v_s^2 - v_e^2) + g(z_s - z_e) = \frac{-\dot{W} + \dot{Q}}{G} = -w + q \quad [2.27]$$

que expresa que la variación de la entalpía y de las energías cinética y potencial por unidad de masa entre la entrada y la salida de una máquina es igual a la suma del trabajo que esta intercambia con el fluido a su paso y el calor que recibe del exterior, sea por radiación, conducción o reacción, ambos por unidad de masa. El calor generado internamente por la ocurrencia de irreversibilidades no aparece en esta ecuación, aunque es evidente que el valor de sus términos y el trabajo útil que puede extraerse o comunicarse con una máquina cambian con su presencia.⁷ También es conveniente indicar que no se ha impuesto, para su obtención, que el fluido haya de ser incompresible, solo que el flujo en las secciones de entrada y salida sea uniforme para poder integrar [2.26]. Ni siquiera la elección subjetiva, aunque apropiada, de los versores $\mathbf{e}$ y $\mathbf{s}$ afecta su resultado en términos del caudal másico circulante ni suscita la aparición de esfuerzos viscosos que pudieran depender de su dirección. Por lo demás, esta ecuación llevada al límite diferencial es [1.76].



Figura 2.3.
Balance energético en una máquina. Según el criterio de signos empleado, tanto w como q son negativos en este gráfico.



2.1.4. Ecuaciones en forma diferencial

La resolución de un problema de mecánica de fluidos implica la determinación de seis incógnitas, a saber: las tres componentes de la velocidad, la presión, la densidad y la temperatura. Para ello, se dispone de seis ecuaciones: la ecuación de continuidad, obtenida del principio de conservación de la masa; las tres ecuaciones del movimiento, derivadas del principio de conservación de la cantidad de movimiento; la ecuación de conservación energía, resultado de aplicar el primer principio de la termodinámica, y la ecuación de estado termodinámico, que en general implica una relación $\rho = \rho(p, T)$ o $\rho = \rho(p, s)$. El marco teórico se completa con otras ecuaciones básicas de la mecánica de fluidos, cuyo uso permite interpretar mejor los fenómenos fluidodinámicos, entre las cuales están las ecuaciones de la energía mecánica, de la energía interna, de la entalpía y de la entropía.

Este marco teórico permite, en principio, cerrar cualquier problema. No obstante, la resolución del sistema de ecuaciones descrito no suele ser fácil, y en contadas ocasiones se dispone de la solución analítica correspondiente. En este sentido, es necesario añadir que apenas son conocidas una decena de soluciones exactas de las denominadas ecuaciones de Navier-Stokes, por lo que se tiene que recurrir a la experiencia o al empleo de métodos de reducción de la magnitud y de la complejidad de las ecuaciones para obtener soluciones analíticas aproximadas, que serán, a pesar de todo, adecuadas a la descripción de los flujos correspondientes conforme a las simplificaciones e hipótesis adoptadas.

La forma diferencial del principio de conservación de la masa se obtiene, por ejemplo, aplicando el teorema de Gauss-Ostrogradskii a la forma integral [2.1]. El resultado se puede expresar de cualquiera de las siguientes formas, denominadas *ecuaciones de continuidad*:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0 \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \\ \frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \end{aligned} \quad [2.28]$$

La última ecuación de [2.28] muestra que la densidad de la partícula fluida es constante, si $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$.⁸



La forma diferencial general del principio de conservación de la cantidad de movimiento es la ecuación de Cauchy [1.138], la cual conduce a la de Navier-Stokes [1.140] cuando se particulariza para fluidos newtonianos de viscosidad constante. Si se cumple que $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, esta ecuación se reduce a:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \rho \mathbf{f}_m - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad [2.29]$$

Cuando las fuerzas másicas derivan de un potencial U , tal que $\mathbf{f}_m = -\nabla U$, entonces:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla(p + \rho U) + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad [2.30]$$

Por otro lado, si el campo potencial es el gravitacional, $U = gz$, y el fluido ideal, $\mu = 0$, se tiene:

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} + \nabla \left(\frac{p}{\rho} + gz \right) = 0 \quad [2.31]$$

En estas condiciones, la aceleración de la partícula deriva de un potencial y, por tanto, se puede aplicar el teorema de Kelvin, en virtud del cual la circulación de la velocidad se mantendrá constante. Esta es la ecuación de Euler para la cantidad de movimiento en coordenadas cartesianas, que, con [1.7] y [1.35], también puede generalizarse a cualesquiera coordenadas, como:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla v^2 + \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{v} + \nabla \left(\frac{p}{\rho} + gz \right) = 0 \quad [2.32]$$

Cuando el fluido ideal no es barotrópico, la ecuación de Euler se escribe:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla v^2 + \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{v} + \frac{\nabla p}{\rho} + \nabla U = 0 \quad [2.33]$$

El tratamiento de estas últimas ecuaciones no resulta sencillo, debido a la presencia del término rotacional. Afortunadamente, su carácter vectorial hace que este término solo participe en algunas direcciones particulares y que pueda ser nulo en determinadas condiciones.⁹ Por ejemplo, la contribución del término rotacional es nula en cualquier dirección perpendicular al vector de Lamb, $\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{v}$, lo que ocurre a lo largo de la línea de corriente, al ser esta tangente al vector velocidad, y en el flujo de Beltrami.

La ecuación [2.33] en un sistema de referencia relativo a un eje móvil que gire a la velocidad $\boldsymbol{\omega}$ constante y en movimiento estacionario es:

$$\frac{1}{2} \nabla v^2 + \frac{\nabla p}{\rho} + \nabla (U - (\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{r})^2) = \mathbf{v} \wedge (\boldsymbol{\Omega} + 2\boldsymbol{\omega}) \quad [2.34]$$

donde ahora $\mathbf{v}$ es la velocidad relativa de la partícula de fluido situada en $\mathbf{r}$ con respecto al referencial móvil cuyo origen carece de aceleración. Obsérvese que esta ecuación tiene



la misma forma que [2.33] si se añaden las fuerzas másicas de inercia, de las cuales la centrífuga es conservativa pero la de Coriolis no.

Evidentemente, si el movimiento es permanente e irrotacional, la ecuación de Euler [2.32] conduce a:

$$\nabla \left(\frac{p}{\rho} + gz + \frac{1}{2} v^2 \right) = 0 \quad [2.35]$$

La relación [1.35] también puede utilizarse para escribir [2.30] en función de la vorticidad. Cuando se toma el rotacional de la ecuación resultante, se obtiene, tras una serie de pasos que se omiten para no perder continuidad en el desarrollo:

$$\frac{D\Omega}{Dt} = (\Omega \cdot \nabla) \mathbf{v} + \nu \nabla^2 \Omega \quad [2.36]$$

Esta ecuación sugiere que el cambio de la vorticidad en un fluido incompresible se debe a dos efectos. El primer término de la derecha significa que la velocidad de deformación del fluido induce un cambio en el módulo y la dirección del vector vorticidad que puede interpretarse como una fuente o un sumidero. Este fenómeno es análogo al principio de conservación del momento cinético en sólidos, según el cual la reducción o el aumento del momento de inercia inducen un aumento o una disminución de la velocidad angular en ausencia de pares externos. En movimientos bidimensionales, este término desaparece al ser entonces $\mathbf{v}$ y Ω perpendiculares, y resulta:

$$\frac{D\Omega}{Dt} = \nu \nabla^2 \Omega \quad [2.37]$$

que indica que la vorticidad se difunde como el calor (y pasa a ser un escalar). Se concluye que, en los fluidos ideales e incompresibles sometidos a fuerzas másicas conservativas, si el movimiento plano era irrotacional lo seguirá siendo.

La forma diferencial del principio de conservación de la energía se obtiene de nuevo aplicando los teoremas de transporte de Reynolds y de Gauss-Ostrogradskii a la ecuación [2.20]. Como todas las magnitudes están definidas en el continuo, se cumple:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho \left(u + \frac{1}{2} v^2 \right) \right\} + \nabla \cdot \left\{ \rho \left(u + \frac{1}{2} v^2 \right) \mathbf{v} \right\} = \rho \mathbf{f}_m \cdot \mathbf{v} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{v}) - \nabla \cdot \mathbf{q} + q_r + q_q \quad [2.38]$$

El desarrollo de los términos de la izquierda permite simplificar alguno de ellos mediante la ecuación de continuidad. El resultado conduce a:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho \left(u + \frac{1}{2} v^2 \right) \right\} + \nabla \cdot \left\{ \rho \left(u + \frac{1}{2} v^2 \right) \mathbf{v} \right\} = \rho \frac{D}{Dt} \left(u + \frac{1}{2} v^2 \right) \quad [2.39]$$

lo cual, con [1.132], permite deducir, cuando las fuerzas másicas derivan de un potencial $U = U(x, t)$, que la ecuación [2.38] se puede escribir de las formas:



$$\begin{aligned}\rho \frac{D}{Dt} \left(h + \frac{1}{2} v^2 \right) &= \nabla \cdot (\bar{\bar{\tau}} \cdot \mathbf{v}) - \nabla \cdot \mathbf{q} + q_r + q_q + \frac{\partial p}{\partial t} - \rho \nabla U \cdot \mathbf{v} \\ \rho \frac{D}{Dt} \left(h + \frac{1}{2} v^2 + U \right) &= \nabla \cdot (\bar{\bar{\tau}} \cdot \mathbf{v}) - \nabla \cdot \mathbf{q} + q_r + q_q + \frac{\partial p}{\partial t} + \rho \frac{\partial U}{\partial t}\end{aligned}\quad [2.40]$$

Esta última ecuación indica que la suma $h + v^2/2 + U$ se mantiene constante en una partícula fluida en los procesos estacionarios en los que sean despreciables las aportaciones de calor y los esfuerzos de origen viscoso. Esta suma no es constante en la mayoría de los casos, aunque el campo exterior U sea permanente pues, o bien las tensiones viscosas realizan algún tipo de trabajo superficial en torno al elemento fluido al acelerarlo (variando su energía cinética) o deformarlo (variando su energía interna), o bien este inter-cambia calor con su entorno, o el campo de presiones a su alrededor no es permanente.

La ecuación de la energía mecánica o de conservación de la energía cinética se obtiene multiplicando escalarmente la ecuación de Cauchy del movimiento por la velocidad. Utilizando [1.35], y tras algunas simplificaciones, se llega a:

$$\frac{\rho}{2} \frac{Dv^2}{Dt} = \mathbf{v} \cdot \rho \mathbf{f}_m - \nabla \cdot (p\mathbf{v}) + p \nabla \cdot \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \bar{\bar{\tau}} \quad [2.41]$$

que expresa que la variación de la energía cinética baricéntrica de un volumen elemental y unitario de fluido está asociada al trabajo de las fuerzas exteriores que actúan sobre el centro de gravedad del mismo por unidad de tiempo. Como esta ecuación se obtiene a partir de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento y, por tanto, tiene en cuenta solo términos mecánicos, no incluye los términos asociados a la deformación de la partícula. Es decir, este sería el trabajo total de las fuerzas exteriores si toda la masa del volumen unitario considerado se moviese a la misma velocidad. Evidentemente, existe un trabajo adicional asociado a la deformación del elemento fluido que, junto con el calor que recibe desde el exterior, se compensa con la variación de su energía interna.

La ecuación de la energía interna se obtiene a partir de [2.38], haciendo uso de la ecuación de la energía mecánica [2.41]. Restando [2.41] de [2.38] y con [2.39], resulta:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \nabla \cdot (\bar{\bar{T}} \cdot \mathbf{v}) - \mathbf{v} \cdot \nabla \bar{\bar{T}} - \nabla \cdot \mathbf{q} + q_r + q_q \quad [2.42]$$

Los dos primeros términos del segundo miembro representan el trabajo ejercido por las fuerzas de superficie al deformar la partícula. Esta ecuación también puede escribirse como:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -p \nabla \cdot \mathbf{v} - \nabla \cdot \mathbf{q} + q_r + q_q + \Phi_v \quad [2.43]$$

donde $-p \nabla \cdot \mathbf{v}$ es el trabajo de compresión de las fuerzas de presión al comprimir la partícula fluida y es nulo si el fluido es incompresible, y Φ_v es la función de disipación de Rayleigh, que representa el trabajo de las fuerzas de viscosidad al deformar la partícula y es siempre positivo.¹⁰

La ecuación [2.43] expresa que la variación de la energía interna de una partícula fluida es debida al trabajo de las fuerzas de presión al deformarla, más el trabajo de las fuerzas



viscosas y el calor que recibe por conducción, radiación y reacción química. Esta es la ecuación de la energía para un observador que se moviera con la partícula.

De la interconexión entre las energías interna y cinética de las ecuaciones anteriores, se entiende que un flujo adiabático nunca puede ser estrictamente isotermod. Sin embargo, el trabajo de compresión solo motiva variaciones apreciables de temperatura en el flujo de gases sujetos a expansiones o compresiones bruscas, y la función de disipación necesita grandes gradientes de velocidad para tener un efecto sensible en la temperatura del fluido, por lo cual los flujos pueden considerarse, en muchas ocasiones y a efectos prácticos, isotérmicos y adiabáticos simultáneamente.¹¹

La ecuación de la entalpía se deduce fácilmente de la ecuación de la energía interna [2.43] y la de continuidad [2.28], y es:

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} - \nabla \cdot \mathbf{q} + q_r + q_q + \Phi_v \quad [2.44]$$

La ecuación de la entropía se obtiene también de la ecuación de la energía interna en forma diferencial. Usando la ecuación de Gibbs de la energía interna para fluidos monocomponente y el principio de continuidad, resulta:

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + q_r + q_q + \Phi_v \quad [2.45]$$

Esta expresión indica que la entropía de una partícula fluida aumenta al recibir calor y trabajo de deformación por parte de las fuerzas viscosas.¹² La función de disipación es el único término explícitamente positivo de esta ecuación y responde al carácter irreversible del fenómeno de transporte de cantidad de movimiento. Como consecuencia de lo anterior, la entropía del sistema material aumenta aunque el sistema sea adiabático y no haya efectos de radiación o reacción química presentes.

En resumen, el principio de conservación de la energía se extiende, en la dinámica de fluidos, a estados fuera del equilibrio. Esta generalización incluye, simultáneamente, el primer y el segundo principios de la termodinámica, y además identifica el origen de las irreversibilidades que dan lugar al aumento de la entropía.

2.2. Análisis dimensional y de magnitud

A pesar de que es posible formular la mayor parte de los problemas dinámicos de la mecánica de fluidos con los principios básicos y las ecuaciones anteriores, las soluciones exactas de las ecuaciones de Navier-Stokes son pocas y corresponden a casos sencillos o para los que se han asumido una serie de hipótesis que no reflejan, en muchos casos, exactamente el movimiento real.

Los obstáculos que dificultan más la obtención de resultados válidos son, aparte de la propia naturaleza matemática de las ecuaciones no lineales y en derivadas parciales: las condiciones de contorno y la geometría; la viscosidad y la generación turbulenta, y la descripción de una ecuación constitutiva para el fluido que a menudo es desconocida o



extremamente simplificada. A estos obstáculos, cabe añadir una dificultad adicional, ya que en muchas ocasiones se han de resolver varias ecuaciones simultáneamente, todas ellas válidas por separado en regiones limitadas del campo fluido, de forma que la solución global ha de ser compatible en las fronteras comunes de separación de cada una de dichas regiones.

La ingeniería hace frente a estas dificultades mediante la combinación de dos estrategias: la simplificación de los problemas mediante modelos sencillos del sistema real sobre la base del orden de magnitud observado o esperado de determinadas magnitudes físicas, y la experimentación, sin la cual es imposible cuantificar la magnitud real de muchos fenómenos o estimar los parámetros que intervienen en las ecuaciones resolutorias. Esta metodología mixta, basada en el análisis y la experimentación, más el marco teórico que supone el análisis dimensional y la semejanza física, permiten, cuando el problema está bien planteado, dar solución a muchas situaciones que se presentan en ingeniería, e incluso extrapolar los resultados experimentales obtenidos a otros casos no ensayados o respecto a los cuales han cambiado algunas condiciones de funcionamiento.

En ocasiones, la dimensión física del problema a estudiar impone que la experimentación se efectúe sobre modelos a escala. En estos casos, el cumplimiento de las relaciones de semejanza entre el modelo y el prototipo a veces recomienda utilizar fluidos o materiales distintos en los ensayos. Estas relaciones de semejanza, aun estando bien determinadas para la mayor parte de situaciones, suponen a menudo la asunción de hipótesis simplificadoras, que solo la experiencia acumulada por el analista puede valorar a la hora de estimar el funcionamiento del prototipo a partir del resultado obtenido durante los ensayos con el modelo.

2.2.1. Homogeneidad dimensional y semejanza física

El análisis dimensional constituye un método de tratamiento de las ecuaciones generales que permite reconocer las variables fuertes de un fenómeno e identifica las dependencias funcionales entre las variables definidas como dependientes e independientes. La magnitud de los problemas puede reducirse con el análisis dimensional formando un conjunto limitado de grupos adimensionales mediante la combinación completa de las variables y los parámetros del fenómeno.

Para empezar, sea f una función de n variables en un sistema básico de unidades $[u]$ tal que:

$$f(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = 0 \quad [2.46]$$

en que las magnitudes medibles, Q_i , del problema pueden describirse dimensionalmente mediante una forma del tipo:

$$[Q_i] = \prod_{j=1}^p u_j^{a_{ij}} \quad [2.47]$$



donde las u_j son las unidades fundamentales y p su número.¹³ Evidentemente, las mediciones Q_i pueden hacerse en otras unidades u'_j , proporcionales a las anteriores, de modo que:

$$[Q'_i] = \prod_{j=1}^p (u'_j)^{a_{ij}} \equiv \prod_{j=1}^p (u_j k_j)^{a_{ij}} = \prod_{j=1}^p k_j^{a_{ij}} \cdot [Q_i] \quad [2.48]$$

Como la magnitud física a la que se hace referencia es la misma independientemente del sistema de unidades empleado, se cumple que $Q'_i/[Q'_i] \equiv Q_i/[Q_i]$,¹⁴ y el nuevo valor numérico Q'_i es:

$$Q'_i = \frac{Q_i}{\prod_{j=1}^p k_j^{a_{ij}}} \quad [2.49]$$

Se dice que la relación f es invariante con respecto a los cambios de las unidades fundamentales cuando el cambio de u_j conduce a una relación transformada de f, f' , que define el mismo lugar geométrico en el espacio de dimensiones n $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$. La relación [2.46] es dimensionalmente homogénea cuando la transformada de f al variar el sistema de unidades cumple:

$$f'(Q'_1, Q'_2, \dots, Q'_n) = f(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = 0 \quad [2.50]$$

es decir, f' es el mismo operador que el de la transformación [2.46]. Este es el punto de partida del análisis dimensional: toda ecuación que liga los valores numéricos de magnitudes físicas es invariante ante un cambio del sistema de unidades y es dimensionalmente homogénea.

Según el teorema de Vaschy-Buckingham, la ecuación [2.46] se puede reducir a una relación monomía de las Q_i mediante un conjunto de productos de potencias adimensionales e independientes entre sí. Si m es el rango de la matriz formada por los coeficientes a_{ij} ,¹⁵ entonces, con $p \leq m < n$:

$$\phi(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m}) = 0 \quad [2.51]$$

Como evidentemente ϕ es invariante, en la práctica el problema consiste en llevar la ecuación f , dimensionalmente homogénea, a una forma adimensional ϕ que reduzca el número de variables Q_i . La elección adecuada de las Q_i , conduce a la obtención de un grupo de variables adimensionales, π , mutuamente independientes, que representan el fenómeno y permiten dilucidar cuándo existe semejanza física entre ambos.

Supóngase, por ejemplo, que el conocimiento de un fenómeno físico viene determinado por un conjunto de n ecuaciones diferenciales dimensionalmente homogéneas, E , que son, a la vez, función de n magnitudes Q que intervienen en m funciones f , que las describen en función del tiempo y del espacio para unas condiciones de contorno e iniciales determinadas. En este caso, se escribe:

$$E_i(Q_i, f_j; \mathbf{x}, t) = 0 \quad [2.52]$$



El sistema anterior se transforma a otro del tipo:

$$E_i^*(Q_i^*, f_j^*; \mathbf{x}^*, t^*; l_0, t_0, Q_{i0}, f_{j0}) = 0 \quad [2.53]$$

si se define un cambio de variables tal que las variables asterisco sean adimensionales y, por tanto, independientes del sistema de unidades. Este cambio de variables podría ser del tipo:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= l_0 \mathbf{x}^* \\ t &= t_0 t^* \\ Q_i &= Q_{i0} Q_i^* \\ f_j &= f_{j0} f_j^* \end{aligned} \quad [2.54]$$

donde l_0 y t_0 son, respectivamente, una longitud y un tiempo característicos del fenómeno, y Q_{i0} y f_{j0} , valores finitos no nulos de referencia de las magnitudes correspondientes. Estos valores característicos o de referencia aparecen agrupados en la ecuación [2.53] en forma de coeficientes π_0 independientes entre sí.

Pues bien, la condición necesaria y suficiente para que dos fenómenos sean físicamente semejantes es que dichos parámetros característicos sean iguales. Es decir, conocidos los valores Q_{iA} que verifican la función E para un caso particular “A”, y elegidos los valores característicos l_{0A} , t_{0A} , Q_{i0A} y f_{j0A} correspondientes, los valores de tales funciones para un caso “B” con valores característicos l_{0B} , t_{0B} , Q_{i0B} y f_{j0B} , que den idénticos valores a los coeficientes π_0 , se deducen de los correspondientes a “A” haciendo:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^* &= \frac{\mathbf{x}_B}{l_{0B}} = \frac{\mathbf{x}_A}{l_{0A}} \\ t^* &= \frac{t_B}{t_{0B}} = \frac{t_A}{t_{0A}} \\ Q_i^* &= \frac{Q_{iB}}{Q_{i0B}} = \frac{Q_{iA}}{Q_{i0A}} \end{aligned} \quad [2.55]$$

El recíproco también es cierto. Por ejemplo, para dos fenómenos descritos por variables que se representen en un sistema genérico de unidades [MLT] entre los que se observe semejanza geométrica, cinemática y dinámica, las variables adimensionales de [2.55] toman el mismo valor en ambos y, además, son físicamente semejantes.

2.2.2. Semejanza física en mecánica de fluidos

Como se ha visto, la formación de los factores π reduce el número de variables de un problema de n a $n-m$, lo que facilita el estudio de un proceso y simplifica la planificación de experiencias. El método más completo de obtención de los grupos adimensionales para un fenómeno determinado consiste en la normalización de las ecuaciones diferenciales¹⁶ que lo definen y establecen las relaciones de semejanza física.



En el movimiento de fluidos, el grupo de ecuaciones [2.52] está formado por las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía en forma diferencial:¹⁷

$$\begin{aligned}\frac{D\rho}{Dt} &= -\rho \nabla \cdot \mathbf{v} \\ \rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} &= -\nabla(p + \rho U) + \nabla \bar{\tau} \\ \rho \frac{Du}{Dt} &= -p \nabla \cdot \mathbf{v} + \nabla \cdot (k \nabla T) + \Phi_v\end{aligned}\quad [2.56]$$

a las cuales hay que añadir la ecuación de estado correspondiente.

El cambio de variables que permita escribir estas ecuaciones en la forma [2.53] es crucial a la hora de aplicar el análisis dimensional. Como la elección es subjetiva y, por tanto, no única, será la pericia del analista la que, sobre la base de su experiencia y su conocimiento del proceso estudiado, definirá la importancia de una determinada variable.

Ha de tenerse presente que la homogeneidad dimensional puede quedar en entredicho y dejar sin significación las ecuaciones físicas de no tomarse en consideración alguna variable relevante. Del mismo modo, los resultados experimentales realizados para la descripción de un fenómeno físico difieren de los ideales cuando se han llevado a cabo sin tener en cuenta una variable importante. En cambio, la inclusión de una variable marginal no afecta el resultado final, el cual revelará entonces que su inclusión era innecesaria y que solo introdujo una complicación innecesaria en el estudio del caso.

En la elección de las variables características, conviene partir de la velocidad característica, seguida del tiempo y de la longitud. La temperatura y la presión características pueden ser valores absolutos y de remanso, o sus incrementos, pero su elección ha de ser significativa y representativa de las variaciones de la temperatura y de la presión en el medio. Una buena práctica consiste en hacer que el orden de magnitud del término adimensional correspondiente sea semejante a los restantes términos, por ejemplo, del orden de la unidad, de forma que los parámetros adimensionales midan su importancia relativa.

Las ecuaciones [2.56] se escriben:

$$\begin{aligned}\frac{\rho_0}{t_0} \frac{\partial \rho^*}{\partial t^*} + \frac{\rho_0 v_0}{l_0} \nabla^* \cdot (\rho^* \mathbf{v}^*) &= 0 \\ \rho^* \left(\frac{\rho_0 v_0}{t_0} \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial t^*} + \frac{\rho_0 v_0^2}{l_0} \mathbf{v}^* \cdot \nabla^* \mathbf{v}^* \right) &= -\frac{p_0}{l_0} \nabla^* p^* - \rho_0 g \rho^* \nabla^* U^* + \frac{\mu_0 v_0}{l_0^2} \nabla^* \bar{\tau}^* \\ \rho^* \left(\frac{\rho_0 u_0}{t_0} \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \frac{\rho_0 v_0 u_0}{l_0} \mathbf{v}^* \cdot \nabla^* u^* \right) &= -\frac{p_0 v_0}{l_0} p^* \nabla^* \cdot \mathbf{v}^* + \frac{k_0 T_0}{l_0^2} \nabla^* \cdot (k^* \nabla^* T^*) + \frac{\mu_0 v_0^2}{l_0^2} \Phi_v^*\end{aligned}\quad [2.57]$$

cuando se realiza el cambio de variables [2.54], para el cual se han escogido las siguientes magnitudes representativas: v_0 , t_0 , l_0 , p_0 , $U_0 = gl_0$, u_0 , T_0 , ρ_0 , μ_0 , k_0 , y para el operador vectorial gradiente: $l_0 \nabla = \nabla^*$.



Los coeficientes de cada una de las ecuaciones [2.57] tienen las mismas dimensiones y muestran las magnitudes de las que depende dicho término. Si se dividen dos ellos, se obtiene un número adimensional que representa su importancia relativa. Por ejemplo, al dividirlos por el término convectivo respectivo, resulta:

$$\begin{aligned} \frac{l_0}{v_0 t_0} \frac{\partial \rho^*}{\partial t^*} + \nabla^* \cdot (\rho^* \mathbf{v}^*) &= 0 \\ \rho^* \left(\frac{l_0}{v_0 t_0} \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial t^*} + \mathbf{v}^* \cdot \nabla^* \mathbf{v}^* \right) &= -\frac{p_0}{\rho_0 v_0^2} \nabla^* p^* - \frac{g l_0}{v_0^2} \rho^* \nabla^* U^* + \frac{\mu_0}{\rho_0 v_0 l_0} \nabla^{*2} \tau^* \\ \rho^* \left(\frac{l_0}{v_0 t_0} \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \mathbf{v}^* \cdot \nabla^* u^* \right) &= -\frac{p_0}{\rho_0 u_0} p^* \nabla^* \cdot \mathbf{v}^* + \frac{k_0 T_0}{\rho_0 v_0 l_0 u_0} \nabla^* \cdot (k^* \nabla T^*) + \frac{\mu_0 v_0}{\rho_0 l_0 u_0} \Phi_v \end{aligned} \quad [2.58]$$

En resumen, las condiciones necesarias y suficientes de semejanza física¹⁸ del movimiento de los fluidos son la semejanza geométrica y la igualdad de los siete grupos adimensionales de la ecuación [2.58], de las funciones de estado escritas en forma adimensional y de las condiciones iniciales, de contorno y en los límites.

En el caso de un fluido newtoniano, de μ y ρ constantes, la forma adimensional de la ecuación general de Navier-Stokes es:

$$\frac{l_0}{v_0 t_0} \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial t^*} + \mathbf{v}^* \cdot \nabla^* \mathbf{v}^* = -\frac{p_0}{\rho v_0^2} \nabla^* p^* - \frac{g l_0}{v_0^2} \nabla^* U^* + \frac{\mu}{\rho v_0 l_0} \nabla^{*2} \mathbf{v}^* \quad [2.59]$$

y la ecuación de la energía, si k y c_v son también constantes y haciendo $u = c_v T$, es:

$$\frac{l_0}{v_0 t_0} \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \mathbf{v}^* \cdot \nabla^* T^* = \frac{k}{\rho v_0 l_0 c_v} \nabla^{*2} T^* + \frac{\mu v_0}{\rho l_0 c_v T_0} \Phi_v \quad [2.60]$$

No obstante, en ocasiones el número de variables ha de aumentarse introduciendo una o más magnitudes básicas adicionales, sobre todo cuando la variable tiene carácter vectorial y se quieren tener en cuenta sus propiedades direccionales.

Por ejemplo, en el caso del transporte de calor en un entorno en que la presión sea constante y el movimiento sea unidireccional,¹⁹ la contribución de los distintos términos térmicos en función de los diferentes gradientes de temperatura observados se valora mediante la ecuación de la entropía [2.45]. En dicho supuesto, esta ecuación se escribe, en coordenadas rectangulares, como:

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} = \rho \frac{Dh}{Dt} = \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \nabla \cdot (k \nabla T) + q_a + \Phi_v \quad [2.61]$$

donde se han agrupado los términos de radiación y reacción en q_a .

Si se admite que k , c_p y ρ son constantes, la ecuación [2.61] puede escribirse de la forma:



$$\begin{aligned} \frac{T_0 \Delta s}{t_c} \frac{Ds^*}{Dt^*} &= \frac{c_p \Delta T_0}{t_0} \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \frac{c_p v_0 \Delta T_0}{l_{0s}} v^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} = \\ &= \frac{k \Delta T_0}{\rho l_{0n}^2} \left(\frac{l_{0n}^2}{l_{0s}^2} \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} \right) + q_0 q_a^* + \frac{\mu v_0^2}{\rho l_{0n}^2} \Phi_v^* \end{aligned} \quad [2.62]$$

para lo cual se han definido también las magnitudes características siguientes:

- v_0 , la velocidad típica del fluido, de forma que $\mathbf{v} = v_x \mathbf{i}$ y $v_x = v_0 v^*$.
- t_c , el tiempo durante el cual el fluido experimenta un cambio ΔT_0 de su temperatura media T_0 , que será el menor entre el tiempo característico local, t_0 , y el tiempo de residencia, t_r .
- l_{0s} , la longitud recorrida por el fluido a la velocidad v_0 en el tiempo t_r en la dirección de su movimiento, es decir, $l_{0s} = v_0 t_r$. Se admite que la temperatura del fluido experimenta un cambio del orden de ΔT_0 al recorrer esta distancia, por lo que este parámetro está asociado al gradiente longitudinal de la temperatura.
- l_{0n} , la longitud perpendicular a l_{0s} en la que se observa el mismo cambio ΔT_0 de su temperatura. Este parámetro proporciona el gradiente transversal de la temperatura.
- q_0 , el flujo de calor por unidad de masa y tiempo por radiación o reacción. El calor aportado a la unidad de masa será tanto mayor cuanto mayor sea t_r .
- Δs , el incremento típico de entropía que la partícula fluida experimenta como consecuencia de los diferentes términos térmicos de la ecuación [2.61].

Dividiendo de nuevo por el término convectivo, resulta:

$$\frac{t_r}{t_0} \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} = \frac{k l_{0s}}{\rho c_p v_0 l_{0n}^2} \left(\frac{l_{0n}^2}{l_{0s}^2} \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} \right) + \frac{q_0 t_r}{c_p \Delta T_0} q_a^* + \frac{\mu v_0 l_{0s}}{\rho c_p \Delta T_0 l_{0n}^2} \Phi_v^* \quad [2.63]$$

donde aparecen cinco grupos adimensionales, de los que tres derivan de los anteriores y dos son nuevos. La relación de longitudes características, l_{0n}/l_{0s} , aparece en el interior del paréntesis del segundo miembro para indicar que el gradiente longitudinal de temperatura es inferior al transversal cuando $l_{0n} < l_{0s}$, lo que ratifica el carácter direccional del fenómeno. El último grupo aparece en el segundo sumando de la derecha y depende del aporte de calor por unidad de masa, $q_0 t_r$, que antes no se había considerado.

Otro caso en que han de añadirse variables adicionales a una misma dimensión básica es el flujo conducido por contornos de longitud transversal D , cuya longitud característica sea L . Si Δp_0 es la caída de presión observada en L , la ecuación de Navier-Stokes en dirección longitudinal para un fluido de propiedades constantes será:

$$\frac{\rho v_0}{t_0} \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + \frac{\rho v_0^2}{L} \mathbf{v}^* \cdot \nabla^* \mathbf{v}^* = -\frac{\Delta p_0}{L} \nabla^* p^* - \rho g \nabla^* U^* + \frac{\mu v_0}{D^2} \nabla^{*2} \mathbf{v}^* \quad [2.64]$$



La ecuación [2.59] está indicada para representar, por ejemplo, el movimiento del fluido libre o en torno a cuerpos sumergidos, siendo $l_0 = L$ la dimensión característica del cuerpo, mientras que la [2.64] se aplica al movimiento guiado por un conducto de longitud L y diámetro hidráulico D , para el cual el cociente L/D es su relación de aspecto. La componente en dirección $\{x\}$ de esta ecuación para un conducto horizontal es:

$$\begin{aligned} \frac{\rho v_{0x}}{t_0} \frac{\partial v_x^*}{\partial t^*} + \frac{\rho v_{0x}^2}{L} \left(v_x^* \frac{\partial v_x^*}{\partial x^*} + \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \frac{L}{D} v_y^* \frac{\partial v_x^*}{\partial y^*} + \frac{v_{0z}}{v_{0x}} \frac{L}{D} v_z^* \frac{\partial v_x^*}{\partial z^*} \right) = \\ = -\frac{\Delta p_0}{L} \frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\mu v_{0x}}{D^2} \left(\frac{D^2}{L^2} \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v_x^*}{\partial z^{*2}} \right) \end{aligned} \quad [2.65]$$

donde v_{0x} , v_{0y} y v_{0z} son las velocidades características en las tres direcciones ortogonales, cuya magnitud relativa depende de las condiciones de unidireccionalidad del movimiento en el conducto.

2.2.3. Grupos adimensionales característicos

En el apartado anterior han aparecido una serie de grupos adimensionales que merece la pena examinar con más atención.

El grupo que multiplica el término local de las ecuaciones [2.58] y siguientes es el número de inercia o número de Strouhal:

$$St = \frac{l_0}{v_0 t_0} \quad [2.66]$$

que representa el cociente entre la aceleración local asociada a un tiempo t_0 y la convectiva, de forma que el proceso puede considerarse cuasiestacionario cuando es mucho menor que uno, es decir, cuando el tiempo de residencia es mucho menor que el de cambio local. El tiempo característico del número de Strouhal se sustituye por la inversa de la frecuencia en movimientos periódicos.

El siguiente grupo que aparece en las ecuaciones [2.58] es el número de Euler:

$$Eu = \frac{p_0}{\rho_0 v_0^2} \quad [2.67]$$

donde p_0 puede ser una diferencia de presiones. Este parámetro es característico de cualquier proceso de transformación de energía de presión en energía cinética, y marca la influencia de los efectos de compresibilidad en gases y de la cavitación en líquidos.²⁰

El tercer grupo es el recíproco del número de Froude:

$$Fr = \frac{v_0^2}{g l_0} \quad [2.68]$$



que indica el efecto de la acción gravitatoria. Se puede definir un número de Froude para cada tipo de fuerza másica: así, para las fuerzas gravitatorias, centrífugas y de Coriolis, se definen los números $v_0/(gl_0)^{1/2}$, $v_0/\omega l_0$ y $v_0/(\omega v_0 l_0)^{1/2}$, respectivamente.

El último término de la ecuación de cantidad de movimiento es el recíproco del número de Reynolds, que representa la relación entre las fuerzas de inercia y las viscosas:

$$Re = \frac{\rho_0 v_0 l_0}{\mu_0} \quad [2.69]$$

El quinto término es $p_0/\rho_0 u_0$ y depende de la naturaleza del fluido. Por ejemplo, en gases perfectos, es:

$$\frac{p_0}{\rho_0 u_0} = \frac{R}{c_v} = \gamma - 1 \quad [2.70]$$

Cuando se combina este grupo con el número de Euler resulta el número de Mach:

$$M = \frac{v_0}{c_0} \quad [2.71]$$

donde $c_0 = (\gamma p_0 / \rho_0)^{1/2}$ es la velocidad del sonido en el gas. El número de Mach es una relación entre términos cinéticos y térmicos, y representa el cociente entre las variaciones de la presión debidas a las fuerzas de inercia y la presión misma, o la relación entre las fuerzas de inercia y las elásticas. Se verá en 2.5.2 que su valor indica hasta qué punto un flujo puede ser considerado incompresible.

El penúltimo término es una forma del número de Péclet:²¹

$$Pe = \frac{\rho_0 v_0 l_0 c_p}{k_0} \quad [2.72]$$

que puede combinarse con el número de Reynolds para proporcionar el número de Prandtl:

$$Pr = \frac{c_p \mu_0}{k_0} \quad [2.73]$$

El producto $RePr$ da la relación entre los transportes de calor por convección y difusión. El número de Péclet se puede interpretar como la relación entre el transporte de calor por convección y conducción. El último término de [2.58] es una combinación de los anteriores.

Otros grupos adimensionales utilizados en mecánica de fluidos son los números de Weber, Brinkman, Damköhler, Eckert, Roosby, los ya explicados de Lewis y Schmidt, y otros como los números de Nusselt, Grashof, Stanton y Rayleigh. La cantidad de grupos adimensionales existentes es enorme, pero los más utilizados por su importancia se incluyen en la tabla 2.1.

En turbomáquinas aparecen otros grupos que definen sus condiciones de semejanza física y sirven de ayuda en la fase de diseño general. Estos grupos se presentarán más adelante.



Tabla 2.1.
Grupos adimensionales
utilizados en mecánica
de fluidos.

Número	Símbolo	Fórmula	Definición
Bond	Bo	$\frac{\rho g \lambda^2}{\sigma}$	Formación de ondas gravitacionales Formación de ondas capilares
Brinkman	Br	$\frac{\mu v^2}{kT}$	Calor por disipación Calor por conducción
Damköhler	Da	$\frac{ql}{vc_p T}$	Calor por reacción Calor por convección
Deborah	De	$\frac{\tau}{t}$	Tiempo de relajación Tiempo de observación
Euler	Eu	$\frac{p}{\rho v^2}$	Fuerza de presión Fuerza de inercia
Fourier	Fo	$\frac{\rho c_p l^2}{kt}$	Variación local de la temperatura Variación de la temperatura por difusión
Froude	Fr	$\frac{v^2}{gl}$	Fuerza de inercia Fuerza de gravedad
Grashof	Gr	$\frac{g \beta l^3 \Delta T}{\nu^2}$	Fuerza por convección e inercia Fuerza de rozamiento
Knudsen	Kn	$\frac{\lambda}{l}$	Recorrido libre medio Longitud característica
Lewis	Le	$\frac{\rho c_p D}{k}$	Difusión de masa Difusión de calor por conducción
Mach	M	$\frac{v}{c}$	Fuerzas de inercia Fuerzas elásticas
Péclet	Pe	$\frac{\rho v l c_p}{k}$	Calor por convección Calor por conducción
Prandtl	Pr	$\frac{c_p \mu}{k}$	Difusión de cantidad de movimiento Difusión de calor por conducción
Reynolds	Re	$\frac{\rho v l}{\mu}$	Fuerza de inercia Fuerza de rozamiento
Roosby	Ro	$\frac{v}{\omega l}$	Aceleración convectiva Aceleración de Coriolis
Schmidt	Sc	$\frac{\mu}{\rho D}$	Difusión de cantidad de movimiento Difusión de masa
Strouhal	St	$\frac{l}{vt}$	Tiempo de residencia Tiempo característico local
Weber	We	$\frac{\sigma}{\rho v^2 l}$	Fuerza de tensión superficial Fuerza de inercia



2.2.4. Análisis por órdenes de magnitud

Las ecuaciones [2.58] se escriben en función de los grupos adimensionales definidos en el apartado anterior, para μ , k y c_v constantes, de la forma:

$$\begin{aligned} \text{St} \frac{\partial \rho^*}{\partial t^*} + \nabla^* \cdot (\rho^* \mathbf{v}^*) &= 0 \\ \rho^* \left(\text{St} \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial t^*} + \mathbf{v}^* \cdot \nabla^* \mathbf{v}^* \right) &= -\text{Eu} \nabla^* p^* - \frac{1}{\text{Fr}} \rho^* \nabla^* U^* + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^{*2} \mathbf{v}^* \\ \rho^* \left(\text{St} \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \mathbf{v}^* \cdot \nabla^* T^* \right) &= -\frac{p_0}{\rho_0 c_v T_0} p^* \nabla^* \cdot \mathbf{v}^* + \frac{1}{\text{Re Pr}} \frac{c_p}{c_v} \nabla^{*2} T^* + \frac{1}{\text{Re Eu}} \frac{p_0}{\rho_0 c_v T_0} \Phi_v^* \end{aligned} \quad [2.74]$$

Si la presión característica se escoge igual a ρv^2 , entonces el número de Euler es la unidad. Si, además, se trata de un gas perfecto, entonces la ecuación de la energía pasará a ser, según [2.68]:

$$\rho^* \left(\text{St} \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \mathbf{v}^* \cdot \nabla^* T^* \right) = -(\gamma - 1) p^* \nabla^* \cdot \mathbf{v}^* + \frac{\gamma}{\text{Re Pr}} \nabla^{*2} T^* + \frac{(\gamma - 1)}{\text{Re}} \Phi_v^* \quad [2.75]$$

La ecuación de transmisión de calor [2.63] se escribe, en general, haciendo uso de los grupos adimensionales, como:

$$\text{St} \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \mathbf{v}^* \cdot \frac{\partial T^*}{\partial \mathbf{x}^*} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \frac{l_{0s}^2}{l_{0n}^2} \nabla^{*2} T^* + \text{Da} q_a^* + \frac{1}{\text{Re}} \frac{v_0^2}{c_p \Delta T_0} \frac{l_{0s}^2}{l_{0n}^2} \Phi_v^* \quad [2.76]$$

o también:

$$\text{St} \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \mathbf{v}^* \cdot \frac{\partial T^*}{\partial \mathbf{x}^*} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \frac{l_{0s}^2}{l_{0n}^2} (\nabla^{*2} T^* + \text{Br} \Phi_v^*) + \text{Da} q_a^* \quad [2.77]$$

En vista de estos resultados y para todas las formas anteriores de las ecuaciones básicas, se pueden extraer conclusiones importantes basadas en el orden de magnitud de los números adimensionales St, Re y Pr.

Para empezar, cualquier proceso resulta cuasiestacionario si el número de Strouhal es pequeño, pues entonces las variaciones locales de todas las variables son despreciables frente a las convectivas, que serán las que equilibren cada una de las ecuaciones por ser el término dominante a la izquierda de la igualdad.²² Por otro lado, como la relación de calores específicos es próxima a la unidad y el número Prandtl es de orden uno en la mayor parte de los gases y de los líquidos poco viscosos, resulta que si el número de Reynolds es muy grande, al menos superior a la unidad, las condiciones del movimiento serán tales que se podrán despreciar los efectos de la viscosidad y de la conducción de calor en la mayor parte del campo fluido.

De todas formas, como muestra, por ejemplo, el caso descrito por la ecuación [2.64], la condición de Re elevado no siempre elimina todo el efecto de la viscosidad. Esto se entiende mejor al ver el resultado de dividir dicha ecuación por su término convectivo:



$$\text{St} \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial t^*} + \mathbf{v}^* \cdot \nabla^* \mathbf{v}^* = -\text{Eu} \nabla^* p^* - \frac{1}{\text{Fr}} \nabla^* U^* + \frac{\mu}{\rho v_0 D} \frac{L}{D} \nabla^{*2} \mathbf{v}^* \quad [2.78]$$

El último término de esta ecuación sugiere que el efecto de la viscosidad es importante en conductos en los que el factor de forma L/D es grande, a pesar de que el número de Reynolds definido en función del diámetro, Re_D , pueda ser mayor que la unidad, y a no ser que aparezca turbulencia en el flujo.

En general, los efectos viscosos son importantes y no pueden omitirse al resolver las ecuaciones características cuando el número de Reynolds es pequeño, bastante menor que la unidad en movimientos alrededor de objetos, o inferior a un valor aproximado de 2.300 en movimientos guiados por conductos para cualquier valor de la relación L/D . No obstante, y aun con Re pequeños, los efectos viscosos también son despreciables si el movimiento es muy no estacionario y domina la aceleración local. En efecto, al dividir el término viscoso de la ecuación de cantidad de movimiento de [2.57] por su término no estacionario, en lugar de por el convectivo,²³ aparece el factor $\mu t_0 / \rho l^2$, que si es muy pequeño podrá despreciarse con respecto a los demás. La inversa de este factor es ReSt , de forma que la condición completa para que no haya fuerzas viscosas apreciables en un flujo externo es que al menos uno de los números, Re o ReSt , sea suficientemente grande frente a la unidad, y, si el flujo es interno, entonces la condición dada por Re debe substituirse por $\text{Re}D/L$.

De forma análoga, también se demuestra que la contribución de la viscosidad y la conducción de calor a las variaciones de la entropía serán despreciables siempre que el número de Reynolds sea lo suficientemente grande. Por ejemplo, en el supuesto [2.61], el incremento de entropía de la partícula fluida asociado a la conducción de calor en un campo fluido donde la temperatura media sea T_0 es:

$$\text{O} \left(\frac{\Delta s}{c_p} \right) \approx \frac{1}{\text{Re Pr}} \frac{l_{0s}^2}{l_{0n}^2} \frac{t_c}{t_r} \frac{\Delta T_0}{T_0} \quad [2.79]$$

mientras que la contribución debida a la disipación viscosa es:

$$\text{O} \left(\frac{\Delta s}{c_p} \right) \approx \frac{1}{\text{Re}} \frac{l_{0s}^2}{l_{0n}^2} \frac{t_c}{t_r} \frac{v_0^2}{c_p T_0} \quad [2.80]$$

donde todos los términos de la derecha son, como máximo, la unidad.²⁴ A la vista de estos resultados, la ecuación de la entropía se simplifica para Re elevados a:

$$\frac{Ds}{Dt} = \frac{q_a}{\rho T} \quad [2.81]$$

para aquellas partículas del campo fluido que no se encuentren en regiones en las que la relación cuadrática de las longitudes características sea del orden del número de Reynolds. En estas regiones, normalmente capas de espesor delgado anexas a los cuerpos o tras ellos, según la dirección del flujo, el incremento de entropía por conducción y disipación viscosa puede ser importante y proporcional a ΔT_0 y v^2 , respectivamente. Fuera de estas regiones, el orden de magnitud para los cambios de entropía correspondientes es:



$$O\left(\frac{\Delta s}{c_p}\right) \approx \frac{q_0 t_c}{c_p T_0} = Da \quad [2.82]$$

Evidentemente, cuando el segundo miembro es mucho menor que la unidad, se puede considerar que la entropía de la partícula permanece constante y que el movimiento es *isentrópico* en una primera aproximación.

En un movimiento isentrópico, la entropía puede no ser la misma en partículas diferentes de una misma línea de corriente, pero si todas las partículas en el instante inicial tienen la misma entropía, s_0 , y el movimiento es isentrópico, entonces se verifica que $\nabla s = 0$ en cualquier dirección y se dice que el movimiento es *homentrópico*. Por definición, un movimiento homentrópico es tal que todas las partículas del campo fluido tienen la misma entropía en un instante, aunque pueda cambiar con el tiempo, es decir: $s = s_0(t)$; por tanto, para que un movimiento sea homentrópico, basta que sea isentrópico y que en el instante inicial la entropía sea la misma para todas las partículas.

Por otro lado, un movimiento isentrópico que además sea cuasiestacionario, es decir, con $t_0 > t_r$, será tal que:

$$\frac{Ds}{Dt} = 0 = \frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla s \approx \mathbf{v} \cdot \nabla s \quad [2.83]$$

que indica que la entropía es constante en toda la línea de corriente. En estas condiciones, según [2.40], también se conserva la suma $h + v^2/2 + U$ a lo largo de la línea, y si, además, el número de Froude es grande, es decir, el trabajo de las fuerzas másicas es despreciable, entonces también lo hará la cantidad $h + v^2/2$. Esta suma se denomina *entalpía de remanso*, h_0 , y, por extensión, cualquier magnitud de remanso se define como la magnitud termodinámica que se obtiene desacelerando de forma estacionaria la partícula de fluido hasta la velocidad nula, sin adición de calor y sin efecto apreciable de las fuerzas másicas ni de las viscosas.

Las magnitudes fluidas de remanso pueden variar de una línea de corriente a otra en las condiciones descritas, pero no a lo largo de la línea.²⁵ Cuando no se verifican todas las condiciones, pueden conservarse algunas magnitudes, pero no otras. Así, por ejemplo, si las fuerzas másicas no son despreciables, la entalpía de remanso no se mantiene constante, y si el proceso no es estacionario pero transcurre a grandes Re y sin adición de calor, entonces solo lo hará la entropía de la partícula.

En definitiva, es suficiente que el número de Reynolds sea muy elevado y que no haya aportación externa de calor para poder admitir que el fluido en el exterior de las capas límites, las estelas o las ondas de choque sea ideal, es decir, no viscoso, y será de aplicación la ecuación de Euler [2.33]. Esta condición también implica que cada partícula conserva su entropía y que si, además, el movimiento es cuasiestacionario y el efecto de las fuerzas másicas se puede despreciar, todas las partículas de una misma línea de corriente comparten la entalpía de remanso. La conservación de las propiedades de remanso permite calcular todas las propiedades del campo fluido y el módulo de la velocidad, una vez conocida cualquier otra propiedad termodinámica y las ecuaciones de estado. En cualquier caso, las magnitudes de remanso así definidas pueden aplicarse a cualquier tipo de movimiento aunque no sea estacionario, ni ideal, etc., pero entonces su uso será más limitado.



2.2.5. Leyes de semejanza y teoría de modelos

El comportamiento físico de un sistema se puede investigar en su totalidad o en alguna de sus partes mediante técnicas experimentales. Los ensayos experimentales pueden realizarse sobre modelos a escala que permitan dar respuesta a problemas específicos del sistema real mediante la programación de una serie de experiencias. La escala del modelo puede ampliarse o reducirse en comparación con la magnitud real del sistema original o prototipo, como también puede extrapolarse la escala temporal para reducir el tiempo de observación de un fenómeno particular.

En el sentido más amplio del término, la semejanza trata de las relaciones únicas existentes entre el modelo y el prototipo objeto de investigación. Ello no implica necesariamente la identidad de apariencia entre ambos, pero sí es conveniente que las características geométricas y físicas esenciales del prototipo queden reflejadas unívocamente en el modelo. Otra condición necesaria para la aplicación de las teorías de modelos en la experimentación es que exista algún grado de semejanza física, es decir, que tanto el modelo como el prototipo compartan las mismas leyes fundamentales.²⁶

En la experimentación con modelos, se trata de reproducir aquellas características del prototipo que definen la respuesta del sistema, teniendo en cuenta que los resultados sobre el modelo no tienen por qué revelar las leyes físicas subyacentes, sino solo relacionar empíricamente la relación existente entre las diferentes magnitudes analizadas. La técnica experimental utilizada es, por tanto, crucial a la hora de juzgar los resultados, y esta depende básicamente de la habilidad, de la capacidad de percepción y del buen juicio de quien la concibe. Hay que tener presente también que la experimentación con un modelo puede conducir a una interpretación errónea del fenómeno que se quiere estudiar como consecuencia del efecto de la escala.²⁷ Si estos efectos fuesen conocidos de antemano, se podría seleccionar la escala más adecuada para evitar errores e incluso falsear, de alguna manera, la semejanza geométrica con el fin de compensar dicho efecto. No obstante, y como generalmente no es así, a menudo es necesario repetir los ensayos a escalas distintas para cuantificarlos y separar su influencia.

La semejanza entre el modelo y el prototipo sigue siendo útil aun cuando no sea completa. Esta falta parcial de semejanza física se denomina *distorsión* y causa (o es consecuencia de) que alguno de los grupos π_i de la ecuación [2.51] no mantenga el mismo valor en modelo y prototipo. Las causas por las que, a veces, es necesario usar modelos distorsionados del prototipo son varias, pero a menudo son consecuencia de un conflicto de compatibilidad en la elección de los factores de escala o de la imposibilidad tecnológica de satisfacer alguna de las relaciones de semejanza.

La utilización correcta de estos modelos requiere una comprensión aún más profunda del caso que cuando la semejanza es completa. Es evidente que no hay que servirse solo de la intuición a la hora de planificar un experimento, sino que es útil y muy recomendable elaborar una lista completa de las variables, tanto dimensionales como funcionales, que se suponen más relevantes del problema. Con el valor de dichas variables sobre el prototipo, se puede analizar el orden de magnitud de los diferentes grupos adimensionales implicados y así cuantificar su importancia relativa.

En el caso más general de un proceso permanente sin aporte de calor del exterior, es suficiente valorar los números de Reynolds, Froude, Mach y Weber para tener una idea



inicial del tipo de semejanza parcial a utilizar. Por ejemplo, cuando el campo de velocidades es subsónico, no existen superficies libres y las fuerzas másicas son despreciables; la más importante de las relaciones funcionales entre el modelo y el prototipo viene dada por la semejanza de Reynolds y, entonces, $Re_m = Re_p$. Esta igualdad definirá, por sí sola, la relación existente entre las velocidades, las aceleraciones, las fuerzas, etc., entre el modelo y el prototipo, y la escala seleccionada para los ensayos.

Si l_p y l_m son las longitudes características del prototipo y el modelo, respectivamente, se define el factor de escala de la forma siguiente:

$$\lambda = \frac{l_p}{l_m} \quad [2.84]$$

Para que la semejanza sea geométrica, es necesario que las longitudes, las áreas y los volúmenes del modelo y del prototipo guarden relación con λ de la forma: λ , λ^2 , λ^3 . En un sistema [MLT], cabe definir del mismo modo los factores de escala temporal y másica, que permitan comparar el ritmo en que los procesos tienen lugar en el modelo y en el prototipo y también el resto de variables, entre ellas las fuerzas y las energías implicadas.

Estos factores de escala temporal y másica están relacionados con la escala longitudinal, una vez seleccionado el fluido a utilizar en los ensayos. Por ejemplo, para la semejanza de Reynolds, se cumple:

$$Re_p = \frac{\rho_p l_p v_p}{\mu_p} = \frac{\rho_m l_m v_m}{\mu_m} = Re_m \quad [2.85]$$

que conduce a:

$$\lambda = \frac{\rho_m \mu_p v_m}{\rho_p \mu_m v_p} \quad [2.86]$$

Si t_p y t_m son los tiempos característicos del prototipo y del modelo cuyo cociente define el factor temporal λ_t , entonces la relación entre las velocidades es:

$$\frac{v_p}{v_m} = \frac{l_p}{l_m} \frac{t_m}{t_p} = \frac{\lambda}{\lambda_t} \quad [2.87]$$

y, aplicando [2.86], resulta, como cabría esperar:

$$\lambda_t = \frac{\lambda^2}{\nu^*} \quad [2.88]$$

donde se ha definido como ν^* la relación de viscosidades cinemáticas de ambos fluidos. La elección del fluido con el cual realizar los ensayos, aunque está sujeta a otros condicionantes cuando no es el mismo que en el prototipo, no puede ser arbitraria por cuanto la elección de un λ_t determinado impone la relación ν^* para una escala λ preestablecida. Del mismo modo, condicionada la relación de densidades, ρ^* , el factor de escala másico viene impuesto por la relación:



$$\rho^* = \frac{\lambda_m}{\lambda^3} \quad [2.89]$$

Curiosamente, en la semejanza de Reynolds, la relación entre las fuerzas implicadas entre el modelo y el prototipo no está relacionada con la escala. En efecto, como la expresión dimensional de la fuerza es $[\text{MLT}^{-2}]$, resulta:

$$F^* = \frac{\lambda_m \lambda}{\lambda_t^2} = \frac{(\rho^* \lambda^3) \lambda}{(\lambda^2 / v^*)^2} = \rho^* (v^*)^2 \quad [2.90]$$

Tipo de semejanza / Factores de escala					
Magnitud	Unidades	Fr	Re	We	M
Longitud	L	λ	λ	λ	λ
Tiempo	T	$(g^*)^{-1/2} \lambda^{1/2}$	$(v^*)^{-1} \lambda^2$	$(\sigma^* / \rho^*)^{-1/2} \lambda^{3/2}$	$(c^*)^{-1} \lambda$
Masa	M	$\rho^* \lambda^3$	$\rho^* \lambda^3$	$\rho^* \lambda^3$	$\rho^* \lambda^3$
Velocidad	LT^{-1}	$(g^*)^{1/2} \lambda^{1/2}$	$v^* \lambda^{-1}$	$(\sigma^* / \rho^*)^{1/2} \lambda^{-1/2}$	c^*
Aceleración	LT^{-2}	g^*	$(v^*)^2 \lambda^{-3}$	$(\sigma^* / \rho^*) \lambda^{-2}$	$(c^*)^2 \lambda^{-1}$
Caudal	$\text{L}^3 \text{T}^{-1}$	$(g^*)^{1/2} \lambda^{5/2}$	$v^* \lambda^2$	$(\sigma^* / \rho^*)^{1/2} \lambda^{3/2}$	$c^* \lambda^3$
Fuerza	MLT^{-2}	$\rho^* g^* \lambda^3$	$\rho^* (v^*)^2$	$\sigma^* \lambda$	$\rho^* (c^*)^2 \lambda^2$
Presión	$\text{ML}^{-1} \text{T}^{-2}$	$\rho^* g^* \lambda$	$\rho^* (v^*)^2 \lambda^{-2}$	$\sigma^* \lambda^{-1}$	$\rho^* (c^*)^2$
Energía	$\text{ML}^2 \text{T}^{-2}$	$\rho^* g^* \lambda^4$	$\rho^* (v^*)^2 \lambda$	$\sigma^* \lambda^2$	$\rho^* (c^*)^2 \lambda^3$

Tabla 2.2. Relaciones de semejanza parcial y factores de escala correspondientes. Obsérvese que es bastante difícil que se produzcan varias de ellas a la vez, a no ser que λ sea la unidad y se utilice el mismo fluido en los ensayos, es decir, se ensaye directamente el prototipo en condiciones de auto-semejanza. Las variables con asterisco indican la relación p/m que existe entre una determinada propiedad en el fluido real y en el utilizado en el modelo. La semejanza de Froude puede extenderse a los distintos tipos de fuerzas másicas.

Operando de forma análoga con el resto de magnitudes para los distintos tipos de semejanza parcial, se obtiene la tabla 2.2. El lector podrá simplificar fácilmente esta tabla cuando utilice el mismo fluido ($\sigma^* = \rho^* = v^* = 1$) y las experiencias se realicen en el campo gravitatorio en ausencia de otras fuerzas másicas ($g^* = 1$), y entonces observará que las relaciones solo dependen del factor λ o son la unidad.

2.3. Ecuaciones de Euler y Bernoulli

Se ha visto que en las ecuaciones de Navier-Stokes desaparecen los términos de conducción de calor y viscosos cuando el número de Reynolds es suficientemente elevado. Resulta, entonces, el grupo de ecuaciones denominado de Euler que, cuando el campo de fuerzas másicas es conservativo y estático, está formado por la ecuación de continuidad:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad [2.91]$$



la ecuación de la cantidad de movimiento:

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} + \frac{\nabla p}{\rho} + \nabla U = 0 \quad [2.92]$$

y cualquiera de las siguientes en las que no aparezcan los términos viscosos: energía mecánica, energía interna o entalpía, o entropía. Por ejemplo, la ecuación de la entropía sería, en este caso, [2.81], y la de la energía interna:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -p \nabla \cdot \mathbf{v} + q_a \quad [2.93]$$

A estas tres ecuaciones han de añadirse las de estado: $\rho = \rho(p, T)$ y $s = s(p, T)$. Este grupo de ecuaciones forma un conjunto de cinco ecuaciones con cinco incógnitas, de las que la ecuación [2.92] puede sustituirse por la [2.31] en el campo gravitatorio con fluidos incompresibles.

Sin embargo, se sabe que estas ecuaciones no son capaces de definir el movimiento real de un fluido en la región próxima al contorno sólido²⁸ y, por tanto, no pueden explicar muchos fenómenos importantes, como la fricción o la transferencia de calor. Por ello, resulta necesario buscar soluciones discontinuas que verifiquen las relaciones de compatibilidad en las superficies de separación de la región próxima al contorno (denominada *capa límite*) y la exterior, a través de las cuales las magnitudes fluidas y sus derivadas experimentan saltos finitos no arbitrarios sujetos a los principios de conservación de la masa, de la cantidad de movimiento y de la energía. El espesor de estas regiones decrece al aumentar el número de Reynolds y, como la presión apenas experimenta cambios en ella en la dirección normal al contorno, se puede interpretar, en una primera aproximación, que su espesor es nulo al analizar la corriente exterior, donde el fluido puede ser considerado ideal.

2.3.1. Ecuaciones de Euler en coordenadas intrínsecas

Cuando se escribe la ecuación [2.33] por componentes en un triedro de referencia de Frenet $\{snb\}$ como el de la figura 2.4, que siga el movimiento de una línea de corriente tal que $\mathbf{v} = v\mathbf{s}$, se obtiene:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial p}{\partial s} + \rho \frac{\partial U}{\partial s} &= 0 \\ \rho \frac{v^2}{r} + \frac{\partial p}{\partial n} + \rho \frac{\partial U}{\partial n} &= 0 \\ \frac{\partial p}{\partial b} + \rho \frac{\partial U}{\partial b} &= 0 \end{aligned} \quad [2.94]$$

Estas ecuaciones para un fluido incompresible en el campo gravitatorio terrestre y en movimiento estacionario son:



$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz\right) &= 0 \\ \frac{v^2}{r} + \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{p}{\rho} + gz\right) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial b}\left(\frac{p}{\rho} + gz\right) &= 0\end{aligned}\quad [2.95]$$

La última ecuación indica que la suma entre paréntesis es constante en la dirección perpendicular al plano del movimiento o plano osculador. La ecuación en $\{s\}$ integrada a lo largo de una línea de corriente es la ecuación de Bernoulli, que indica que:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = C \quad [2.96]$$

Es decir, cuando el movimiento de un fluido incompresible en el campo gravitatorio es permanente y los efectos viscosos son despreciables, se puede afirmar que la suma de las energías cinética, de presión y potencial del fluido se mantiene constante a lo largo de una línea de corriente.²⁹ La constante puede variar entre líneas de corriente y se determina siguiendo la línea de corriente aguas arriba o abajo, hasta llegar a una región donde las condiciones del contorno o de la instalación impongan su valor. Si, dado el caso, el movimiento parte de una región donde el estado es uniforme y se cumplen las condiciones de la fluidostática, o bien es irrotacional, la constante de integración de [2.96] es la misma para todo el campo fluido (v. [2.35]).

La segunda ecuación de [2.95] muestra que la suma $p + \rho gz$, denominada *presión reducida*, es constante en la dirección normal a la línea de corriente cuando esta es recta ($r = \infty$). Si las líneas de corriente son curvas y se conoce la distribución de la velocidad en dirección normal, con $-\mathbf{r} = \mathbf{n}$, dicha ecuación puede ser integrada para conocer la distribución de la presión, deduciéndose que la presión reducida aumenta con el radio, al ser $v^2/r > 0$.

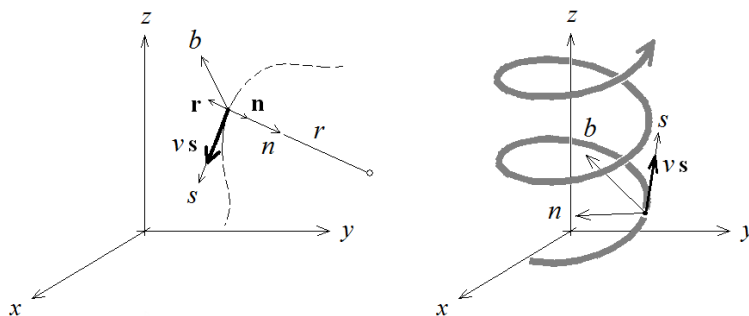


Figura 2.4. Descripción del movimiento a lo largo de una línea de corriente en coordenadas naturales $\{snb\}$. La velocidad de la partícula es $\mathbf{v} = v\mathbf{s}$ y su aceleración (de componentes tangencial y normal) se halla contenida en el plano osculador $\{sn\}$. El radio de curvatura es r y se cumple que $\mathbf{r} = -\mathbf{n}$ y $\mathbf{b} = \mathbf{s} \wedge \mathbf{n}$.

Asimismo, cabe preguntarse por la evolución de las otras magnitudes al cambiar de línea de corriente. Según [2.83], la entropía es constante a lo largo de la línea de corriente si el movimiento es isentrópico y permanente, y si, además, las fuerzas másicas se pueden



despreciar, entonces también lo es la entalpía de remanso. En dirección normal $\{n\}$ a la línea de corriente, se cumple, utilizando [2.94] y la ecuación de Gibbs de la entalpía, que:

$$T \frac{\partial s}{\partial n} = \left(\frac{\partial h_0}{\partial n} - v \frac{\partial v}{\partial n} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = \frac{\partial h_0}{\partial n} - \left(v \frac{\partial v}{\partial n} - \frac{v^2}{r} \right) \quad [2.97]$$

Como el rotacional de la velocidad en coordenadas naturales para movimientos no anómalos y sin vorticidad en la dirección de la línea de corriente es $\Omega = \Omega_b \mathbf{b}$, siendo Ω_b :

$$\Omega_b = \frac{v}{r} - \frac{\partial v}{\partial n} = \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} \quad [2.98]$$

se verifica:

$$-v\Omega_b = T \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{\partial h_0}{\partial r} \quad [2.99]$$

que muestra cómo varía la entropía en dirección radial a la línea de corriente y qué relación mantiene con la vorticidad del movimiento y los cambios de la entalpía de remanso. Se concluye que un movimiento homentrópico permanente ha de ser irrotacional si la entalpía de remanso es uniforme y que, si es rotacional y permanente, han de existir gradientes de entropía y de entalpía de remanso en el campo fluido. Este es el enunciado básico del teorema de Crocco.³⁰

La ecuación [2.96] también tiene una interpretación topológica que merece algunas líneas en este texto. La familia de superficies en las que se mantiene la constante C de la ecuación de Bernoulli (aunque distinta en cada una de ellas) consiste en líneas de corriente y de remolino para las que se verifica la condición:

$$\frac{\partial C}{\partial q} = v\Omega \sin \beta \quad [2.100]$$

donde $\partial C/\partial q$ denota el cambio de C con respecto a la dirección normal a la superficie, en general definida por un versor $\mathbf{q}$, y β es el ángulo formado entre los vectores velocidad y vorticidad.³¹ Es evidente que la constante es la misma en todo el campo fluido si las líneas de corriente y remolino son paralelas (flujo de Beltrami) o si el movimiento es irrotacional. Utilizando ahora la definición intrínseca de la vorticidad [1.30] y resolviendo el producto vectorial [2.100], se llega a la expresión:

$$\frac{\partial C}{\partial q} = v \left[\left(\frac{\partial v}{\partial b} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} - \frac{\partial v}{\partial n} \right)^2 \right]^{1/2} = v(\Omega_n^2 + \Omega_b^2)^{1/2} \quad [2.101]$$

Como, por definición, $\mathbf{q}$ es constante entre dos superficies de flujo paralelas (no necesariamente planas), se deduce que la condición necesaria y suficiente para que las superficies de corriente sean paralelas es que $\partial C/\partial q$ también sea constante a lo largo de cada superficie de la familia. En movimientos no anómalos, es decir, cuando $\Omega_n = 0$, el vector $\mathbf{n}$ es normal a la superficie; entonces, $\mathbf{n} = \mathbf{q} = -\mathbf{r}$ (v. figura 1.5), y:

$$\frac{\partial C}{\partial r} = -v\Omega_b \quad [2.102]$$



en dirección radial, que será constante y las superficies de flujo, paralelas, si se cumplen las condiciones de [2.99] y no hay difusión de vorticidad.

2.3.2. Energía mecánica y potencia de un flujo

La primera de las ecuaciones [2.95] permite definir la energía mecánica por unidad de masa de un fluido incompresible como:

$$e_m = \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz \quad [2.103]$$

El flujo en el interior de un tubo de corriente de sección ortogonal, S , está formado por infinidad de líneas de corriente en las que el fluido tiene, o puede tener, una energía mecánica distinta en dirección transversal. Se ha visto que la energía mecánica es constante en S , si el movimiento es irrotacional, pero, si el flujo es rotacional o no uniforme, entonces la constante de [2.96] cambia entre líneas de corriente.

Se define como potencia de la corriente la integral:

$$\dot{W}_c = \int_S \rho e_m \mathbf{c} \cdot \mathbf{n} dS \quad [2.104]$$

cuya integración en el caso más general es complicada, aun conociendo la distribución de la presión y de la velocidad en S . Por ello, es preferible definir la energía específica media en función de la velocidad y de la presión medias en S , e introducir sendos coeficientes correctores, α y α_p , de la energía cinética y de la presión reducida, respectivamente, en la forma:

$$\bar{e}_m = \alpha \frac{\bar{v}^2}{2} + \alpha_p \left(\frac{\bar{p}}{\rho} + g\bar{z} \right) = \frac{\dot{W}_c}{\rho Q} \quad [2.105]$$

Estos coeficientes correctores suponen una formulación aproximada del problema, pues son desconocidos a priori, pero tienen la ventaja que pueden ser tabulados para diferentes distribuciones presupuestas de velocidad y presión. En aquellos casos en que el movimiento presenta una dirección predominante por ser cuasiunidireccional (como se explica en el apartado 2.5.1), α_p es muy cercano a la unidad, de forma que es frecuente sustituir el movimiento general por el uniforme equivalente, descrito en términos de la velocidad media en S , y suponer, en el caso ideal, que:³²

$$\bar{e}_m = \alpha \frac{\bar{v}^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = C \quad [2.106]$$

El valor de α es siempre mayor que la unidad y aumenta al hacerlo la no uniformidad de la velocidad en movimiento unidireccional: es de 1,06 en régimen turbulento y de 2 para el flujo laminar.³³ En consecuencia, siempre que el número de Reynolds sea elevado y el término cinético no sea muy grande en comparación con los otros o sus variaciones, la ecuación de Bernoulli podrá extenderse a todo el tubo de corriente y suponer que $\alpha=1$.



Esto es lo que se hace habitualmente en numerosos casos prácticos porque, incluso en el peor de los casos, implica una solución bastante aproximada de los mismos.

2.3.3. Ecuación de Bernoulli generalizada

El planteamiento de la ecuación de Bernoulli en términos de energía específica media permite su generalización al caso más general de flujo unidimensional en que no se pueda considerar que el fluido sea ideal y, por tanto, que e_m sea constante a lo largo del tubo de corriente en su línea media. Este es el caso en que se plantea un balance energético en un conducto de sección variable en que hay bombas, que incrementan la energía específica al comunicar potencia al fluido (o turbinas que la disminuyen), y accesorios (codos, válvulas, filtros y otras resistencias), que disipan potencia y disminuyen la energía específica de la corriente.

La ecuación integral de la energía [2.27], cuando se aplica al fluido incompresible que fluye entre las secciones (1) y (2) de la figura 2.5, conduce al siguiente resultado:³⁴

$$\frac{e_{m,2} - e_{m,1}}{g} = \left[\frac{p}{\rho g} + z + \frac{v^2}{2g} \right]_1^2 = H_B - \sum_i h_{f,i} \quad [2.107]$$

donde H_B es la energía por unidad de peso aportada por la bomba (o bombas) y $h_{f,i}$ son las pérdidas de energía del componente o conducto i . Más adelante se explicará cómo se cuantifican estas pérdidas; de momento, basta con observar que, en un conducto de sección constante y en régimen permanente, la energía decae de forma lineal con la distancia, mientras que la pérdida que supone un accesorio es local y casi una singularidad. Obsérvese también que, si (1) y (2) fueran los puntos de entrada y salida de una bomba, la ecuación [2.107] revela que la constante C de [2.106] cambiaría a través de la bomba como consecuencia del trabajo aportado por esta, siendo $H_B = (C_2 - C_1)/g$.

Se denomina *línea de carga o de altura total* la línea energética definida por la evolución de e_m/g (en metros columna de fluido), que es, en todo punto, la suma de los tres términos energéticos de [2.106]. La línea resultante de sumar en las mismas unidades las energías de cota y presión es la *línea de cotas piezométricas*. Esta línea es paralela a la anterior si la sección del conducto es constante, pues entonces también lo es la velocidad en régimen permanente y el término cinético.

A la hora de representar las líneas energéticas de una instalación, es interesante tener presente: que la línea de energía cinética resulta del caudal y de la sección en cada punto y, en consecuencia, en una instalación dada no cambia si no lo hace el caudal; que la línea de cota, z , es definida por la situación de la instalación con respecto a un plano de referencia común, que puede ser el nivel del mar, en cuyo caso es geodésica, y que la línea de presión estática se obtiene de la diferencia entre la línea de carga y las energías de cota y velocidad en cada punto. Se puede afirmar, por tanto, que, para una instalación dada por la que circule un caudal constante, la energía en forma de presión es la variable libre que manifiesta los cambios experimentados por e_m como consecuencia de las pérdidas y las aportaciones de energía entre dos puntos.

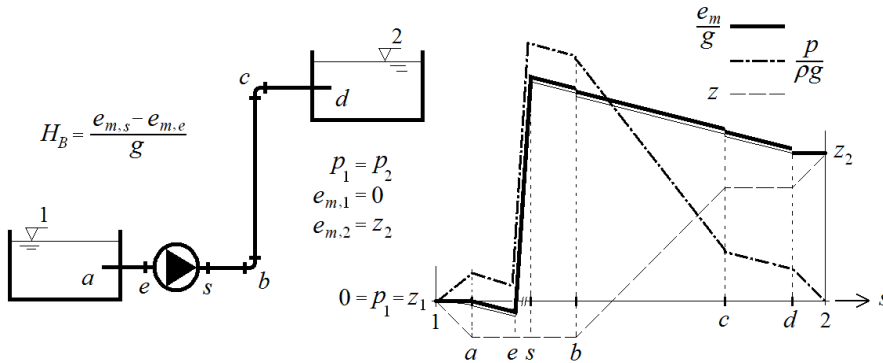


Figura 2.5. Aplicación de la ecuación generalizada de Bernoulli y líneas de energía de la línea media. La evolución de las líneas energéticas entre las secciones de entrada y salida de la bomba es solo orientativa. La línea continua que transcurre paralela y por debajo de la línea de energía total es la línea piezométrica, y la distancia entre ellas es el término cinético $0,5 v^2/g$.

2.3.4. Difusión de energía cinética

Un difusor es un ensanchamiento gradual por aumento del área recta de un conducto cuya misión es recuperar la energía de presión de un flujo a base de reducir su energía cinética. En un difusor horizontal sin pérdidas, la ecuación de Bernoulli enseña que la suma:

$$p_0 = p + \rho \frac{v^2}{2} \quad [2.108]$$

denominada *presión de remanso, parada o estancamiento*, p_0 , se mantiene constante. Esto quiere decir que los cambios de presión (reducida) y de velocidad están relacionados energéticamente entre sí, lo cual da lugar a multitud de fenómenos en mecánica de fluidos (efectos de Venturi, de Magnus; fenómenos de adherencia a una pared, etc.), que pueden ser aprovechados técnicamente o evitarse, según convenga. Por ejemplo, y tal como se explicará más adelante, la difusión de la energía cinética es clave en las bombas, y la estrangulación del flujo en las válvulas puede causar la aparición de cavitación en su interior y llevarlas a una situación de bloqueo.

El parámetro básico de un difusor es el coeficiente de recuperación, definido como:

$$c_R = \frac{p_2 - p_1}{p_{01} - p_1} = \frac{2}{\rho} \frac{p_2 - p_1}{v_1^2} \quad [2.109]$$

siendo (1) y (2) los puntos de entrada y salida del difusor, donde las áreas son A_1 y A_2 , respectivamente. En el caso de flujo ideal cuasiunidireccional y sin fricción, se verifica:

$$c_{R,i} = 1 - \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 = 1 - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \quad [2.110]$$

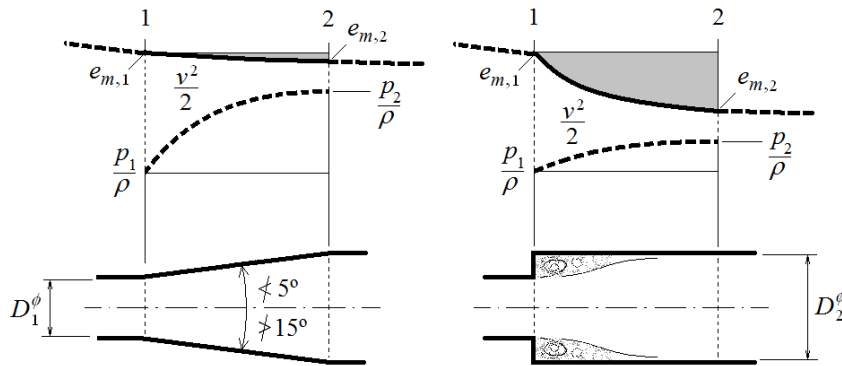
Evidentemente, en un difusor ha de ser $A_2 > A_1$, de modo que, cuando la relación entre paréntesis tiende a cero, entonces $c_{R,i}$ se hace la unidad y toda la energía cinética a la entrada es recuperable (es decir, la velocidad a la salida resulta nula). En realidad, el valor efectivo del coeficiente de recuperación de un difusor, c_R , es inferior al dado por [2.110], debido a las pérdidas de energía que se producen.

El rendimiento de un difusor se define como la relación entre la energía estática recuperada y la que podría haberse recuperado en condiciones ideales (sin pérdidas de energía mecánica), que coincide con el decremento de energía cinética experimentado, $-\Delta v^2/2$; es decir:³⁵

$$\eta_{dif} = \frac{2}{\rho} \frac{p_2 - p_1}{v_1^2 - v_2^2} = 1 - 2 \frac{e_{m,1} - e_{m,2}}{v_1^2 - v_2^2} \quad [2.111]$$

El decremento de energía cinética media está relacionado con la relación de áreas del difusor y el caudal Q , al cumplirse por continuidad que $Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$ en un fluido incompresible. Las pérdidas de energía mecánica son proporcionales a la energía cinética de entrada, y pueden estimarse utilizando un coeficiente de pérdidas y considerando que el difusor es una singularidad, tal como se hace en la ecuación [5.12].

Figura 2.6. Principio de difusión de energía cinética. A la izquierda, un difusor cónico "eficiente" y, a la derecha, uno que no lo es (en gris, la magnitud de las pérdidas de energía mecánica, e_m). El ángulo de difusión ha de estar en el intervalo $5^\circ < 2\alpha < 15^\circ$. Por debajo de 5° , las pérdidas continuas por fricción aumentan y, por encima de 15° , se produce la separación del flujo y una escasa recuperación de presión. Para un difusor cónico de longitud L , las relaciones óptimas se encuentran para $C_R \approx 0,75$ y $L/D_1 \approx 20$ (figura 5.3).



2.4. Aplicaciones de las ecuaciones de Euler y Bernoulli

Las ecuaciones de Euler y Bernoulli tienen innumerables aplicaciones prácticas, sobre todo en el movimiento permanente de líquidos o fluidos incompresibles en general, el cálculo de caudales o la descripción de algunos fenómenos no estacionarios, como el establecimiento de la corriente en un conducto o las oscilaciones de masa.

Las aplicaciones de la ecuación generalizada de Bernoulli son también muy numerosas por su simplicidad y su uso intuitivo. Algunas de estas aplicaciones se estudiarán en los temas siguientes.

2.4.1. Tubos piezométricos, de Pitot y sonda de Prandtl

Los tubos piezométricos, de Pitot y de Prandtl son instrumentos que permiten visualizar los términos energéticos de una corriente.

La forma más sencilla de un tubo piezométrico consiste simplemente en un tubo vertical o inclinado, conectado a la pared del conducto y abierto en el otro extremo (o conectado



a una fuente de presión externa constante y conocida). El tubo de Pitot y la sonda de Prandtl son cánulas de pequeño diámetro que se sumergen en el flujo, orientadas según la dirección dominante, y conectadas por el otro extremo a un dispositivo de medición de presión estática. Es habitual que dicho dispositivo sea un tubo en forma de U (o manómetro diferencial) como el que se muestra en la figura 2.7, en el cual se aloja un fluido auxiliar o manométrico no miscible ni reactivo con el fluido circulante y de densidad específica mayor. Los manómetros diferenciales también pueden servirse con los tubos piezométricos para medir la presión estática (y son indispensables cuando se trata con un gas).

Por sus características constructivas, se deduce: que los tubos piezométricos miden la presión estática actuante en el punto donde se ubican; que los tubos de Pitot miden la presión de estancamiento de la corriente y, cuando se conoce la presión estática, también pueden utilizarse para medir la velocidad del flujo por diferencia, y que las sondas de Prandtl son una combinación de un tubo piezométrico y un tubo de Pitot. Los tubos de Pitot y las sondas de Prandtl necesitan coeficientes correctores pues su presencia perturba la corriente. En cambio, si bien la medida de un tubo piezométrico no es intrusiva (salvo cuando se presentan fugas a través del conector), para obtener el valor medio correcto de la presión estática es conveniente disponer tres, cuatro y hasta ocho orificios a lo largo del perímetro de la sección de medida, sobre todo cuando se sospecha que el flujo no es unidireccional.

Si se aplica la ecuación de Bernoulli entre un punto aguas arriba de la línea de corriente que pasa por el centro de la sección abierta del tubo de Pitot y el punto de estancamiento ($v_2 = 0$) que se produce en esta, se obtiene:

$$\frac{p_1}{\rho} + gz_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_{02}}{\rho} + gz_2 \quad [2.112]$$

Es decir, en términos de presión reducida, o si el tubo es horizontal, se cumple:

$$p_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = p_{02} \quad [2.113]$$

de donde se puede despejar v_1 .

El valor de la velocidad obtenido por esta expresión es el teórico, por cuanto es inevitable que a la entrada del tubo se presenten pérdidas de energía y que existan perturbaciones del campo de velocidades. Estos efectos se tienen en cuenta introduciendo un *coeficiente de velocidad*, C_v , que depende de la forma del tubo y del número de Reynolds de la corriente, y toma valores cercanos a 0,98 en la práctica (cuando, además, la sonda está perfectamente orientada). La velocidad real del flujo resulta ser, entonces:

$$v_1 = C_v \left(\frac{2}{\rho} (p_{02} - p_1) \right)^{1/2} \quad [2.114]$$

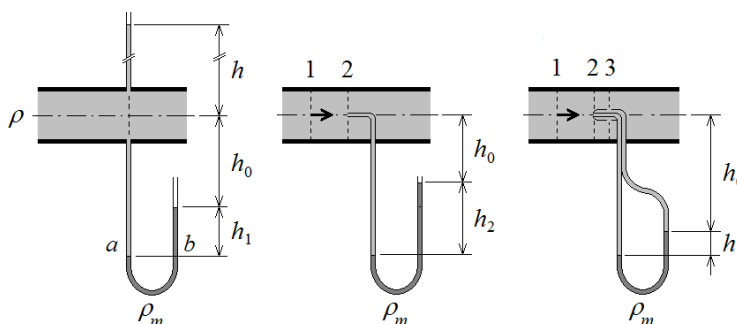
El mismo procedimiento, aplicado a una sonda de Prandtl, conduce también a esta expresión para v_1 , pero sin la incertidumbre asociada al valor local de p_1 (que un tubo de Pitot no puede dissociar del término cinético). Estos dispositivos se encuentran normalizados de forma que la perturbación sea mínima y se pueda suponer que $v_1 \approx v_3$, y que $p_1 \approx p_3$, salvo por la pequeña pérdida de presión existente en la vaina del tubo entre las

secciones (2) y (3). Evidentemente, la disposición de diversas tomas piezométricas perimetrales y el pequeño diámetro de una sonda de Prandtl garantizan que $z_1 \approx z_3$.

Cuando se conectan un tubo piezométrico, uno de Pitot y una sonda de Prandtl a un tubo en U, como se muestra en la figura 2.7, la relación teórica entre las variables medidas y las lecturas h_1 , h_2 y h_3 de los manómetros diferenciales correspondientes, para un líquido manométrico de densidad ρ_m , y una profundidad de manómetro h_0 , son:³⁶

$$\begin{aligned} p_1 &= (\rho_m - \rho)gh_1 - \rho gh_0 = \rho gh \\ p_{02} &= (\rho_m - \rho)gh_2 - \rho gh_0 \\ \rho \frac{v_1^2}{2} &= (\rho_m - \rho)gh_3 \end{aligned} \quad [2.115]$$

Figura 2.7. Lecturas de presión estática (relativa), remanso y dinámica en un tubo piezométrico (izquierda), un tubo de Pitot (centro) y una sonda de Prandtl (derecha). Las dimensiones de los tubos de Pitot y de Prandtl están normalizadas. El radio del tubo del manómetro diferencial ha de ser mayor que la longitud capilar dada por [1.103] de ambos fluidos. Los puntos *a* y *b* se hallan a idéntica presión estática.

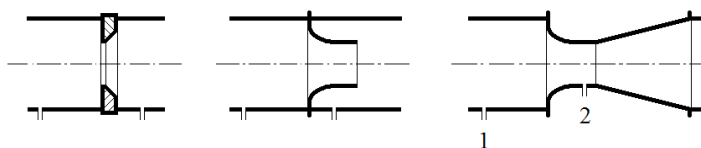


2.4.2. Medida diferencial del caudal

La medida del caudal que pasa por una instalación a presión puede acometerse, en la práctica, con un gran número de caudalímetros, cuyo principio de funcionamiento está pensado para el tipo de fluido, la precisión y el rango de medición deseados (entre otros). El caudal en volumen puede medirse, por ejemplo, con caudalímetros de presión diferencial, de área variable, de velocidad por ultrasonidos, electromagnéticos, de desplazamiento y de vórtice, y el caudal másico, con caudalímetros térmicos, de Coriolis, etc. La tabla 2.3 describe las características y los principios de funcionamiento de algunos de los tipos más comunes de caudalímetros.

Figura 2.8. Representación esquemática de un diafragma (izquierda), una tobera (centro) y un tubo de Venturi (derecha). Todos estos dispositivos tienen la particularidad de producir una diferencia de presión, entre los puntos donde están ubicadas las tomas piezométricas, que es función del caudal. El sentido del flujo es de izquierda a derecha.

En este apartado, se explica cómo la aplicación combinada de la ecuación de Bernoulli y del principio de continuidad a un flujo estrangulado permite determinar el caudal circulante. Para ello, se toma como ejemplo el tubo de Venturi de la figura 2.8, aunque el principio de funcionamiento es el mismo para cualquiera de los dispositivos mostrados.





	Intrusivo	No intrusivo	Volumétrico	Másico	Principio de funcionamiento	Fluido (*)	$p_{\text{máx}}$ [bar]	Rango de diámetros [mm]	Precisión [±%]
Rotámetro					Flotación de un cono en un flujo vertical ascendente confinado en un contorno de área variable.	L/G limpios	70	15-1.000	4
Vórtice					Detección de la frecuencia de paso de un torbellino generado por un contorno estático.	L/G no abrasivos o corrosivos	300	25-300	1
DP					Similar a un motor de desplazamiento positivo, pero oval o cicloidal.	L/G limpios	100	15-1.000	0,4
Coriolis					Deformación angular periódica de un tubo en “U” o “Ω” sometido a un movimiento vibratorio.	L/G, no V	400	2-150	1
Electro-magnético					Tensión inducida en un fluido conductor en movimiento dentro de un campo magnético.	L algo conductores	250	2-2.000	1
Doppler					Efecto Doppler observado en una partícula de un flujo en movimiento.	L/G, sobre todo aire	150	15-3.000	1

Tabla 2.3.
Tipos comunes de caudalímetros.
(*): L, líquido; G, gas; V, vapor.

El diseño del tubo de Venturi garantiza que el flujo en las secciones de medida sea casi unidireccional y las pérdidas, mínimas.³⁷ Aplicando la ecuación de Bernoulli entre las secciones (1) y (2) del tubo de Venturi de la figura 2.8, resulta:

$$v_2^2 - v_1^2 = \frac{2}{\rho}(p_1 - p_2) \quad [2.116]$$

Las velocidades medias v_1 y v_2 se relacionan entre sí mediante la ecuación de continuidad. Suponiendo que el flujo a la entrada del tubo de Venturi es uniforme, se tiene que:

$$v_1 A_1 = v_2 A_C \quad [2.117]$$

donde A_C es el área contracta de la vena fluida en la sección (2). Esta área es inferior a A_2 , que es la sección del cuello del tubo de Venturi, donde el área geométrica es mínima. El *coeficiente de contracción* correspondiente se define como $C_C = A_C/A_2 < 1$. Si se denomina $\beta = (A_2/A_1)^{1/2}$ la relación de los diámetros geométricos del medidor diferencial, entonces la ecuación [2.116] puede escribirse de la forma siguiente:

$$v_2 = \frac{1}{(1 - \beta^4 C_C^2)^{1/2}} \left(\frac{2}{\rho}(p_1 - p_2) \right)^{1/2} \quad [2.118]$$

Para obtener una buena estimación del caudal real, se han de tener en cuenta otros efectos marginales que afectan la velocidad, como la rugosidad de la pared, la viscosidad o la



uniformidad de la corriente en (2). Estos efectos se incluyen mediante un coeficiente de velocidad, C_V , de modo que el caudal observado en función de la altura manométrica medida, h_m , en un tubo en U es:

$$Q = \frac{C_V C_C}{(1 - \beta^4 C_C^2)^{1/2}} A_2 \left(2 \left(\frac{\rho_m}{\rho} - 1 \right) g h_m \right)^{1/2} \quad [2.119]$$

En general, en esta clase de dispositivos se denomina *coeficiente de caudal* al factor:

$$C_Q = \frac{C_V C_C}{(1 - \beta^4 C_C^2)^{1/2}} \quad [2.120]$$

y el producto $C_V C_C$, *coeficiente de derrame*, C_D . Ambos coeficientes (o sus partes, C_C y C_V) se hallan tabulados en función de la geometría del dispositivo, β , y del número de Reynolds. El coeficiente de derrame toma valores del orden de 0,95 en los tubos de Venturi normalizados.

2.4.3. Ecuación de Torricelli

Cuando la ecuación de Bernoulli se aplica entre un punto de la superficie libre y otro de la misma línea de corriente, pero situado en el centro de la sección de descarga del depósito de la figura 2.9, se obtiene:

$$\frac{v^2}{2} = gh \quad [2.121]$$

Se admite que la presión en ambos puntos es la misma y que el proceso transcurre sin pérdidas. La velocidad resultante es la conocida ecuación de Torricelli:

$$v = (2gh)^{1/2} \quad [2.122]$$

donde h es la altura del líquido en el depósito con respecto al centro del orificio. Esta ecuación es válida incluso cuando no se mantiene constante el nivel de la superficie, siempre que se pueda admitir que el proceso de descarga es cuasiestacionario. Para ello, es necesario que la aceleración local sea muy inferior a la convectiva, lo cual, en términos del número de Strouhal, implica que el tiempo de vaciado sea mucho mayor que el tiempo de residencia del fluido en la vecindad del orificio.

La experiencia enseña que la velocidad de Torricelli solo se consigue en algún punto aguas abajo del orificio, donde el área del chorro es mínima y siempre inferior a la geométrica,³⁸ A_0 . Por tanto, si se pretende calcular el caudal de salida por un orificio utilizando la velocidad de Torricelli, es necesario introducir en el cálculo sendos coeficientes de velocidad y contracción, como se hizo en [2.119]. Conocido el caudal en función de la altura y en el supuesto cuasiestacionario, el tiempo de vaciado del depósito se obtiene aplicando la ecuación de continuidad que, si el depósito es de sección recta constante, A_D , es [2.5]. Integrando entre los límites ($t = 0, h = H; t = t_V, h = 0$) y sustituyendo, resulta:

$$t_V = \frac{1}{C_D} \frac{A_D}{A_0} \left(\frac{2H}{g} \right)^{1/2} \quad [2.123]$$



El orden de magnitud inicial entre los tiempos de vaciado y residencia es:

$$O\left(\frac{t_V}{t_R}\right) \approx \frac{3}{2} \frac{A_D}{A_0} \left(\frac{2H}{g}\right)^{1/2} \left(\frac{2gH}{A_0}\right)^{1/2} = 3 \frac{A_D H}{A_0^{3/2}} \quad [2.124]$$

donde $A_D H$ es el volumen del depósito a $t=0$. Por tanto, la condición de cuasiestacionariedad del movimiento se cumple si la sección del orificio es muy inferior a la sección recta del depósito y este es de grandes dimensiones, pero se invalida a medida que el depósito se vacía.³⁹

2.4.4. Establecimiento de una corriente

La velocidad de salida para la descarga del depósito anterior se alcanza casi de forma instantánea, porque los efectos inerciales quedan restringidos a una región de longitud característica del orden del diámetro del orificio, $A_0^{1/2}$. En esta pequeña región la aceleración convectiva experimenta un cambio sustancial y la partícula de fluido adquiere la mayor parte de su velocidad. Esto no es así, por ejemplo, cuando la descarga tiene lugar a través de un conducto de longitud L , en cuyo caso se observa que la velocidad media de salida aumenta de forma asintótica hasta alcanzar el valor máximo predicho por la ecuación de Torricelli (en ausencia de pérdidas).

Supóngase el depósito de la figura 2.9, cuya superficie libre se mantiene a un nivel H y al que se ha conectado un conducto indeformable de sección recta constante, A . En el extremo del tubo se halla una válvula, inicialmente cerrada, que se admite que no produce pérdidas de energía cuando está completamente abierta (esta válvula se ha omitido en la figura). Para dar cuenta del efecto inercial que dará lugar al establecimiento del caudal en el conducto a partir de la apertura (instantánea) de la válvula, se parte de la ecuación completa de Euler aplicada a la línea de corriente coincidente con el eje del tubo:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz \right) = 0 \quad [2.125]$$

que, integrada entre un punto de la superficie libre (0) y otro de la sección de salida por la válvula (2), es:

$$\int_0^2 \frac{\partial v}{\partial t} ds + \left[\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz \right]_0^2 = 0 \quad [2.126]$$

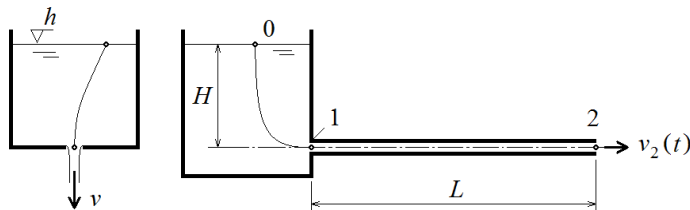


Figura 2.9.
Ecuación de Torricelli y
problema de estableci-
miento de una corriente
en un conducto.



Las condiciones de contorno son: $p_0 = p_2$; $z_0 = H$, $z_2 = 0$; y $v_0 = 0$, $v_2 = v(t)$, y las iniciales: $t = 0$, $v_2 = 0$. En el interior del conducto, se cumple por continuidad que $v(x, t) = v(t)$, pues el fluido es incompresible y el área recta, constante. Esta condición también impone que la derivada local sea constante a lo largo del tubo y que la aceleración convectiva sea nula (salvo en las proximidades de la embocadura del depósito). Como, además, la integral temporal de [2.126] solo está definida donde la derivada local existe, que es aproximadamente entre los puntos (1) y (2), la ecuación anterior conduce a:

$$L \frac{dv}{dt} = gH - \frac{v^2}{2} \quad [2.127]$$

Esta ecuación integrada es:

$$t = \frac{L}{(2gH)^{1/2}} \ln \left(\frac{(2gH)^{1/2} + v}{(2gH)^{1/2} - v} \right) \quad [2.128]$$

de donde se despeja la velocidad en función del tiempo siguiente:

$$v = (2gH)^{1/2} \left(\frac{e^{\frac{(2gH)^{1/2}}{L}t} - 1}{e^{\frac{(2gH)^{1/2}}{L}t} + 1} \right) = v_{\infty} \left(\tanh \frac{t}{t_E} \right) \quad [2.129]$$

La tangente hiperbólica es una función monótona creciente para $t > 0$, que para $t = t_E$ es 0,7616 y para $t = \infty$ es la unidad (es decir, la velocidad media máxima es la dada por la ecuación de Torricelli). El tiempo característico de establecimiento, t_E , es:

$$t_E = 2 \frac{L}{v_{\infty}} \quad [2.130]$$

y es del orden del tiempo de residencia medio del fluido en el conducto. Este tiempo puede compararse con el tiempo de vaciado del depósito [2.123] para saber si el nivel puede suponerse constante durante la puesta en marcha del flujo.⁴⁰

La ecuación [2.126] puede escribirse también en función del caudal volumétrico circulante y no de la velocidad. Esto resulta interesante si el conducto no es de área recta constante, pues entonces, aunque la velocidad media cambie en su interior, el caudal y sus variaciones no lo hacen y el término integral se simplifica del mismo modo que se hizo hasta [2.127]. Para fluido incompresible, se obtiene el resultado:

$$\left(\rho \int_0^2 \frac{1}{A(s)} ds \right) \frac{dQ}{dt} + \left[\rho \frac{v^2}{2} + p + \rho gz \right]_0^2 = 0 \quad [2.131]$$

Esta ecuación pone de manifiesto el carácter inercial del problema, siendo la integral una propiedad geométrica del conducto que, junto con la densidad, puede interpretarse como una inercia equivalente. En un tubo de sección constante y aunque pueda parecer paradójico, la inercia del fluido contenido es mayor en los tubos de menor área recta, A , es decir, aumenta al disminuir el volumen de fluido (y su masa) para una longitud dada.⁴¹



La solución expuesta en este apartado no ha tenido en cuenta la pérdida de energía que se produce en el tubo durante el proceso de establecimiento. Es fácil demostrar que la velocidad última en presencia de pérdidas es:

$$v_{\infty} = \left(\frac{2gH}{1 + f \frac{L}{D}} \right)^{1/2} \quad [2.132]$$

donde f es el coeficiente de fricción que se definirá en 5.1.2, y L/D , la ratio de aspecto del tubo.⁴² Obsérvese que la influencia de las pérdidas es, como era de esperar, la de disminuir la velocidad máxima y aumentar el tiempo característico de la descarga. En cualquier caso y aun utilizando el valor dado por [2.132], la curva asintótica [2.129] solo representa la evolución media de la velocidad durante la puesta en marcha, pues no considera ni la compresibilidad del líquido ni la del material del conducto.

La experiencia enseña que, en este tipo de procesos, la velocidad aumenta muy rápidamente al principio (siendo incluso $v_{\text{máx}} > v_{\infty}$) y después decae y oscila hasta alcanzar el régimen estacionario en que $v_{\infty} \approx (2gH)^{1/2}$.

2.5. Condiciones especiales de flujo

Hasta el momento se ha descrito el campo fluido, sus propiedades y el conjunto completo de ecuaciones que rigen el movimiento y los procesos termodinámicos asociados. También se ha visto cómo es posible simplificar el tratamiento analizando la magnitud relativa de los diferentes términos que aparecen en dichas ecuaciones. El objetivo básico de esta simplificación es conseguir un grupo de ecuaciones que tome forma en función de las condiciones del flujo y que, junto con algunas consideraciones de simetría y otras impuestas por el contorno, permita resolverlas analíticamente. Esta metodología y el dominio de los órdenes de magnitud son fundamentales en un ingeniero que trate con fluidos, máquinas hidráulicas y sus procesos, pues le permitirán hacer frente a la gran variedad de flujos que pueden presentarse en la realidad.

Los flujos pueden clasificarse según si son rotacionales o irrotacionales, en función de si tienen algún tipo de simetría (por ejemplo, axial, plana, etc.) o si son básicamente unidireccionales. Evidentemente, el fluido también condiciona el flujo, de forma que este puede ser viscoso o no, compresible o incompresible, o barotrópico. Existen decenas de variaciones posibles que, afortunadamente, y dado que algunos criterios no son independientes entre sí, a menudo conducen a un mismo tipo de solución.

Un flujo es unidireccional cuando el fluido se mueve en una única dirección. Para que sea cuasiunidireccional, es suficiente que el orden de magnitud de la velocidad transversal sea muy inferior a la longitudinal, lo cual implica, a su vez, que el gradiente transversal de la presión reducida también sea inferior al longitudinal. La condición de unidireccionalidad en el movimiento es útil porque impone que todas las magnitudes fluidas, asentadas en una línea de corriente, varíen en cada instante solo con la coordenada longitudinal, independientemente de que sea no estacionario o el fluido real, y si el fluido es, además, incompresible, entonces su velocidad tampoco cambia en $\{s\}$.



La compresibilidad del flujo es importante cuando la velocidad del fluido es elevada y en movimientos no estacionarios bajo determinadas condiciones. En cambio, para que el movimiento de un fluido que inicialmente está en reposo deje de ser irrotacional, es necesario que se den las circunstancias que inducen la aparición de vorticidad, las cuales van asociadas al perfil de la distribución de la velocidad resultante, que no a su valor, y a la aparición de deformación en el seno fluido por la ocurrencia de fuerzas viscosas o de otro tipo.

2.5.1. Unidireccionalidad

La condición de unidireccionalidad de un flujo se produce con frecuencia en la práctica y normalmente es inducida por la presencia de un contorno plano o de una geometría tal que impide el desarrollo de la velocidad en cualquier otra dirección.

Si bien quien impone la unidireccionalidad al movimiento es el contorno, no es cierto que esta condición se pueda admitir en toda su extensión, salvo que esta sea infinita. Por ejemplo, en la región de entrada a un conducto, la velocidad transversal disminuye a medida que aparece el movimiento unidireccional. El orden de magnitud de la velocidad transversal fuera de esta región se puede estimar a partir de la ecuación [2.65] o de la de continuidad en forma adimensional, de donde:

$$O(v_{0y}) \approx O(v_{0z}) \approx \frac{D}{L} O(v_{0x}) \quad [2.133]$$

Evidentemente, la velocidad transversal es despreciable frente a la longitudinal cuando L es mucho mayor que D . Se puede considerar que el movimiento es cuasiunidireccional con viscosidad dominante o apreciable si, además, los términos convectivos son inferiores a los viscosos, es decir, se verifica la condición de [2.78]:

$$O\left(\frac{\rho v_{0x}^2 / L}{\mu v_{0x} / D^2}\right) = O\left(\frac{\rho v_{0x} D}{\mu} \frac{D}{L}\right) = O\left(\text{Re}_D \frac{D}{L}\right) \ll 1 \quad [2.134]$$

En caso contrario, el movimiento en el conducto (suficientemente largo como para que $L \gg D$ y el movimiento sea guiado pero, a la vez, lo bastante corto como para que no se cumpla [2.134]) podrá suponerse ideal y los efectos viscosos despreciables.

El orden de magnitud de los gradientes longitudinal y transversal de la presión reducida en movimientos cuasiunidireccionales se puede deducir de la ecuación de cantidad de movimiento correspondiente. En dirección longitudinal $\{x\}$, la ecuación [2.64] indica que la variación de la presión ha de ser del orden mayor de entre los siguientes:

$$O(\Delta p_{0x}) \approx O_{\max} \left(\frac{\rho v_{0x} L}{t_0}, \rho v_{0x}^2, \frac{\mu v_{0x}}{D} \frac{L}{D} \right) \quad [2.135]$$

Como en dirección transversal $\{y\}$ se cumple:



$$\frac{\rho v_{0y}}{t_0} \frac{\partial v_y^*}{\partial t^*} + \frac{\rho v_{0x} v_{0y}}{L} \mathbf{v}^* \cdot \nabla^* \mathbf{v}^* = -\frac{\Delta p_{0y}}{D} \nabla^* p^* + \frac{\mu v_{0y}}{D^2} \nabla^{*2} \mathbf{v}^* \quad [2.136]$$

la variación transversal de la presión reducida será del orden mayor de:

$$O(\Delta p_{0y}) \approx O_{\max} \left(\frac{\rho v_{0y} D}{t_0}, \rho v_{0x} v_{0y} \frac{D}{L}, \frac{\mu v_{0y}}{D} \right) \quad [2.137]$$

y, con [2.133], será, en cualquier caso:

$$O(\Delta p_{0y}) \approx O_{\max} \left(\frac{\rho v_{0x} D}{t_0} \frac{D}{L}, \rho v_{0x}^2 \frac{D^2}{L^2}, \frac{\mu v_{0x}}{L} \right) \approx \left(\frac{D}{L} \right)^2 O(\Delta p_{0x}) \quad [2.138]$$

Tal como se había avanzado, de [2.138] se desprende que el orden de la variación transversal de la presión reducida es muy inferior a la longitudinal en condiciones de cuasiunidireccionalidad (es decir, $\alpha_p \approx 1$ en [2.105]).

Supuesto el movimiento unidireccional de un fluido de densidad constante, para el que se cumple $\mathbf{v} = v_x \mathbf{i}$, siendo v_y, v_z y sus derivadas nulas, la ecuación de continuidad dice que:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0 \quad [2.139]$$

lo cual implica que $v_x = v_x(y, z, t)$. En estas condiciones, además, $\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \mathbf{0}$, y las ecuaciones de cantidad de movimiento en ejes $\{xyz\}$ quedan de la forma:⁴³

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} &= -\frac{\partial(p + \rho U)}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \\ 0 &= -\frac{\partial(p + \rho U)}{\partial y} \\ 0 &= -\frac{\partial(p + \rho U)}{\partial z} \end{aligned} \quad [2.140]$$

Las dos últimas ecuaciones de [2.140] confirman que el movimiento es unidireccional según [2.138], mientras que la primera muestra que el gradiente longitudinal de la presión reducida solo puede depender del tiempo al ser la presión constante en $\{yz\}$ y no depender v_x de $\{x\}$. En consecuencia, esta ecuación puede escribirse como:

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = \Delta p_L(t) + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \quad [2.141]$$

Son conocidas diversas soluciones exactas de esta ecuación:⁴⁴ corrientes no estacionarias de Rayleigh y Stokes, y estacionarias de Couette, Hagen-Poiseuille, o particulares para el movimiento por un plano inclinado o en círculos concéntricos. Estas soluciones analíticas tienen un evidente interés académico, pero también práctico, pues son muchas las situaciones en las que se verifican las condiciones de unidireccionalidad en la mayor parte del campo fluido. Además, el carácter lineal de dicha ecuación y de sus condiciones



iniciales y de contorno hace válido el principio de superposición, de forma que la solución final puede obtenerse como la suma de las soluciones conocidas a distintas condiciones ya resueltas. Por otro lado, el contorno también impone condiciones de simetría en el movimiento y permite calcular el gradiente de presión reducida, conocida esta en dos puntos en un instante dado: $\Delta p_L = (p_1 - p_2)/L$.

Las soluciones estacionarias de la ecuación [2.141] implican el movimiento unidireccional de un fluido incompresible viscoso en contornos bidimensionales, por ejemplo, entre dos placas infinitas y paralelas, con un valor Δp_L que puede ser no nulo, o en conductos de sección circular constante en movimiento laminar. La ecuación de Navier-Stokes en estos casos toma la forma general:⁴⁵

$$\mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = -\Delta p_L \quad [2.142]$$

La solución de Hagen-Poiseuille se puede aplicar a conductos bidimensionales en los que, por simetría, se puede admitir que la velocidad, v_x , solo depende de su distancia al centro del tubo, r . La ecuación de Navier-Stokes en coordenadas cilíndricas es:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_x}{dr} \right) = \frac{d^2 v_x}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv_x}{dr} = -\frac{\Delta p_L}{\mu} \quad [2.143]$$

que, para la condición de contorno ($r=R=D/2$, $v_x=0$), proporciona la solución general:

$$v_x = \frac{\Delta p_L}{4\mu} (R^2 - r^2) \quad [2.144]$$

correspondiente a una distribución parabólica de velocidades.

El caudal transportado por el conducto, en estas condiciones, es:

$$Q = \int_0^R v_x 2\pi r dr = \frac{\pi R^4}{8\mu} \Delta p_L = \frac{\pi D^4}{128\mu} \frac{\Delta p}{L} \quad [2.145]$$

para una velocidad media:

$$\bar{v}_x = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{D^2}{32\mu} \frac{\Delta p}{L} \quad [2.146]$$

que es la mitad de la máxima, como es fácil comprobar.

El esfuerzo cortante presente en el flujo es mínimo en el centro del tubo, donde la velocidad es máxima, y se puede obtener fácilmente haciendo:

$$\tau = -\mu \frac{dv_x}{dr} = \frac{r}{2} \Delta p_L \quad [2.147]$$

donde el signo indica que la fuerza cortante se opone al movimiento. En la pared, según el balance de fuerzas sobre el elemento diferencial de la figura 2.10, se cumple:



$$2\pi R\tau - \pi R^2 \Delta p_L = 0 \quad [2.148]$$

lo cual pone de manifiesto el equilibrio axial del movimiento.

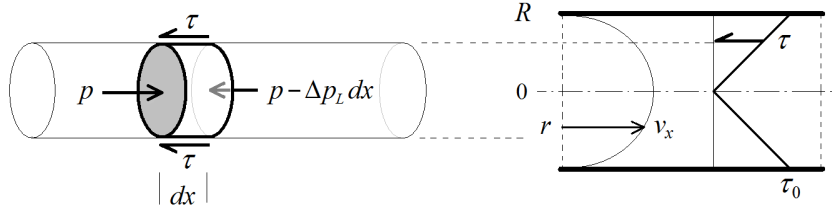


Figura 2.10.
Equilibrio de fuerzas
diferenciales en un
conducto de radio R .

Se obtiene un resultado interesante expresando la pérdida de presión reducida en función de la energía cinética media del flujo de Hagen-Poiseuille en un conducto. En efecto, utilizando la ecuación [2.146], se deduce que:

$$\Delta p = \frac{32\mu L}{D^2} \bar{v}_x = \frac{64\mu}{\rho D \bar{v}_x} \frac{L}{D} \frac{\rho \bar{v}_x^2}{2} = \frac{64}{\text{Re}} \frac{L}{D} \frac{\rho \bar{v}_x^2}{2} \quad [2.149]$$

y la pérdida de presión reducida es proporcional a la relación de aspecto del conducto, L/D , y a la energía cinética media, siendo el factor de proporcionalidad una función inversa del número de Reynolds.

2.5.2. Incompresibilidad

Si bien se acepta de forma tácita, casi coloquial, que los líquidos se comportan de forma incompresible y los gases no, esto no es así en cualquier circunstancia, pues hay flujos y situaciones de trabajo que obligan a tener en cuenta los efectos de la compresibilidad en los líquidos y otras en las que los gases pueden admitirse incompresibles.

Las condiciones de incompresibilidad de un fluido van asociadas al cambio unitario de la densidad durante el proceso y son subyacentes a la propia ecuación de Bernoulli. Si el fluido es incompresible, o casi, los cambios de la presión en el flujo estacionario son del orden ρv^2 , y se demuestra que el cambio de densidad consiguiente es del orden ρM^2 , por lo cual es de aplicación la ecuación de Bernoulli siempre que el número de Mach sea pequeño, al menos inferior a 0,3.⁴⁶

La condición cinemática para que un fluido pueda considerarse incompresible en un campo de velocidad tal que v_0 es su velocidad típica y l_0 su longitud característica es:

$$O(\nabla \cdot \mathbf{v}) \ll \frac{v_0}{l_0} \quad [2.150]$$

es decir: las variaciones espaciales de la velocidad sobre la escala l_0 se han de compensar entre sí de forma que el campo de velocidad sea solenoidal en buena aproximación. Según la ecuación de continuidad, esta condición equivale a:



$$O\left(\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt}\right) \ll \frac{v_0}{l_0} \quad [2.151]$$

y como, en un fluido homogéneo, la presión, la densidad y la entropía están relacionadas por la ecuación de estado, la condición anterior se puede escribir como:

$$O\left(\frac{1}{\rho c^2} \left\{ \frac{Dp}{Dt} - \left[\frac{\partial p}{\partial s} \right]_p \frac{Ds}{Dt} \right\}\right) \ll \frac{v_0}{l_0} \quad [2.152]$$

En adelante, se supondrá que los términos del corchete interior de esta ecuación no se cancelan entre sí, pero se contempla que, si lo hicieran, se fortalecería la incompresibilidad.

Evidentemente, el segundo término de la izquierda se anula si el flujo es isentrópico. Cuando no lo hace, los cambios de densidad debidos a la variación entrópica han de ir asociados al calor aportado al fluido, sea por conducción, por reacción o radiación, o por disipación viscosa. Para verlo mejor, téngase presente la igualdad:

$$\frac{1}{\rho c^2} \left[\frac{\partial p}{\partial s} \right]_p = -\frac{1}{\rho c^2} \left[\frac{\partial p}{\partial \rho} \right]_s \left[\frac{\partial \rho}{\partial s} \right]_p = -\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial \rho}{\partial T} \right]_p \left[\frac{\partial T}{\partial s} \right]_p = \frac{\alpha T}{c_p} \quad [2.153]$$

que resulta de aplicar la relación de Maxwell y la definición [1.82] del coeficiente de expansión térmica a presión constante, α . Esta ecuación, junto con la de la entropía [2.45] o la [2.61], y la [2.151], conducen al resultado adimensional siguiente:

$$O\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right) \approx \frac{\alpha T_0}{c_p} \frac{l_0}{v_0} \frac{\Delta s}{t_c} \frac{Ds^*}{Dt^*} = \frac{\alpha k}{\rho c_p v_0} \frac{\Delta T_0}{l_0} \nabla^2 T^* + \frac{\alpha q_0}{c_p} \frac{l_0}{v_0} q_a^* + \frac{\alpha \mu}{\rho c_p} \frac{v_0}{l_0} \Phi_v^* \quad [2.154]$$

Arreglando esta expresión en función de los grupos adimensionales comunes, se llega a la conclusión de que el cambio unitario de densidad por variación de la entropía de la partícula ha de ser del orden mayor de:

$$O\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right) \approx O_{\max} \left(\frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{\text{Pr}} \alpha \Delta T_0, \text{Da} \alpha T_0, \frac{1}{\text{Re}} \frac{\alpha v_0^2}{c_p} \right) \quad [2.155]$$

que podrá despreciarse siempre que sea inferior a la unidad, es decir, siempre que el número de Reynolds sea grande y el aporte de calor por reacción o radiación sea despreciable.⁴⁷

En lo referente al primer término de [2.152], sin duda el más trascendente en la práctica para que el fluido sea considerado incompresible, es fácil ver que puede escribirse de la forma:

$$\frac{1}{\rho c^2} \frac{Dp}{Dt} = \frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{2c^2} \left(\frac{\partial v^2}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla v^2 \right) + \frac{1}{c^2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{f}_m \quad [2.156]$$

puesto que:



$$\frac{Dp}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p = \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\rho}{2} \frac{Dv^2}{Dt} + \mathbf{v} \cdot \rho \mathbf{f}_m \quad [2.157]$$

de la ecuación de la energía mecánica [2.41] sin términos viscosos. El orden de magnitud de cada uno de los términos de la derecha de la ecuación [2.156], introducidos en [2.151], permite deducir el cambio unitario de la densidad por variación de la presión de la partícula, que es del orden mayor de:

$$\begin{aligned} O\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right) &\approx O_{\max}\left(\frac{l_0^2}{c^2 t_0^2}, \frac{l_0 v_0}{c^2 t_0}, \frac{v_0^2}{c^2}, \frac{l_0 g}{c^2}\right) = \\ &= O_{\max}\left(\text{St}^2 \text{M}^2, \text{StM}^2, \text{M}^2, \frac{\text{M}^2}{\text{Fr}}\right) \end{aligned} \quad [2.158]$$

que también podrá despreciarse siempre que sea inferior a la unidad. Las dos primeras condiciones hacen referencia al efecto que la no estacionariedad del movimiento tiene sobre la compresibilidad, y la cuarta se ha escrito para el campo gravitatorio terrestre.

Se observa de estas condiciones que el flujo no permanente –por ejemplo, oscilatorio, aunque no necesariamente periódico– puede condicionar la incompresibilidad. Si la frecuencia típica de las variaciones temporales de la presión o de la velocidad es del orden de $f_0 \approx 1/t_0 \approx v_0/l_0$, entonces la no estacionariedad del flujo es una condición de incompresibilidad que coincide con la ofrecida por el número de Mach en el tercer grupo: $\text{M}^2 \ll 1$. En cambio, si la frecuencia de las oscilaciones es mayor que v_0/l_0 , es decir, t_0 es inferior a l_0/v_0 , entonces esta condición, la de no estacionariedad, es más restrictiva que $\text{M}^2 \ll 1$. También se deduce del orden de magnitud de las dos condiciones no estacionarias que la primera, la debida a los cambios de la presión local, es más restrictiva que la de v^2 y que, por tanto, esta última puede obviarse.

En conclusión, el flujo isentrópico puede considerarse incompresible si se verifica la condición:

$$O\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right) \approx O_{\max}\left(\frac{l_0^2 f_0^2}{c^2}, \text{M}^2, \frac{l_0 g}{c^2}\right) \ll 1 \quad [2.159]$$

La acústica, la dinámica de gases y la meteorología se ocupan de cada una de estas condiciones por separado, pero la más importante de ellas es, sin duda, la debida al número de Mach.

Para cuantificar la influencia del número de Mach en el flujo estacionario, se suele utilizar en la literatura especializada el coeficiente de presión de remanso. Este coeficiente se define como:

$$c_{p,0} = \frac{p_0 - p}{\frac{1}{2} \rho v^2} \quad [2.160]$$

y mide la desviación de la diferencia entre las presiones de remanso y estática en una condición de flujo determinada con respecto a la incompresible. Evidentemente, es la



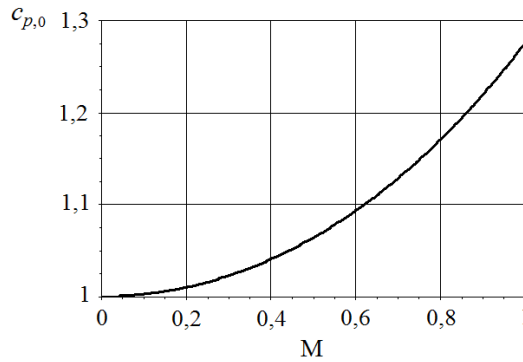
unidad en el caso incompresible y crece al hacerlo el número de Mach (figura 2.11), en función del cual se escribe como:

$$c_{p,0} = 2 \frac{p_0 - p}{\rho c^2 M^2} = \frac{2}{\gamma M^2} \left(\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right) \quad [2.161]$$

La expansión binomial de esta expresión para $\gamma=1,4$ es la siguiente:

$$c_{p,0} = 1 + \frac{1}{4} M^2 + \frac{1}{40} M^4 + \frac{1}{1600} M^6 + \dots \quad [2.162]$$

Figura 2.11.
Influencia del número de Mach en la compresibilidad de un flujo estacionario. El error cometido al asumir un flujo como incompresible es inferior al 2,5% para $M < 0,3$.



2.5.3. Irrotacionalidad

Se dice que un movimiento es irrotacional en una región del campo fluido cuando $\nabla \wedge \mathbf{v} = 0$ en todos los puntos de dicha región. El teorema de Stokes [1.37] asegura que esta condición se cumple siempre que la circulación de la velocidad en torno a cualquier línea cerrada sea nula, y el de Kelvin [1.38] impone las condiciones necesarias para que lo siga siendo. Dicho esto, los movimientos de fluidos ideales descritos por las ecuaciones de Euler cumplen la condición de irrotacionalidad siempre que sean y se mantengan isentrópicos.

Una de las ventajas más importantes de los movimientos irrotacionales es que son también potenciales. En estos movimientos, el campo de velocidades queda definido solo con especificar el valor del potencial en cada punto, lo que comporta, a su vez, que las ecuaciones del movimiento tomen una forma mucho más simple. Así, la ecuación de continuidad para un fluido incompresible es:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \Delta \phi = 0 \quad [2.163]$$

y la cantidad de movimiento:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + \frac{p}{\rho} + U = C(t) \quad [2.164]$$



Estas son las ecuaciones de Euler-Bernoulli generalizadas. La constante $C(t)$ aún puede depender del tiempo, pero ahora es la misma para todo el campo fluido, lo que aumenta la importancia de la ecuación de Bernoulli en el estudio del flujo potencial incompresible.

El hecho que φ siga la ecuación de Laplace [2.163] en un movimiento potencial e incompresible, y que esta sea lineal y homogénea, permite aplicar el principio de superposición a sus soluciones, de forma que, en general, se verifica que si, por ejemplo, φ_a y φ_b son soluciones de la ecuación de Laplace, entonces:

$$\begin{aligned}\varphi &= a\varphi_a + b\varphi_b \\ \mathbf{v} &= a\mathbf{v}_a + b\mathbf{v}_b\end{aligned}\quad [2.165]$$

también es solución, donde a y b son dos constantes que pueden depender del tiempo.

Ha de quedar claro que el flujo puede ser rotacional aunque las líneas de corriente sean líneas rectas y el fluido no parezca girar en torno a un punto. El movimiento de Hagen-Poiseuille descrito por la ecuación [2.144], por ejemplo, es un movimiento con vorticidad no nula en todos sus puntos, salvo en el centro del conducto, donde la velocidad es máxima. La vorticidad implica la rotación de las partículas fluidas y, por tanto, va asociada a la deformación del campo de velocidades. En un fluido real, viscoso y homogéneo, su existencia está íntimamente ligada a las tensiones tangenciales presentes en el flujo; se origina en los contornos sólidos, donde el fluido ha de verificar la condición de no deslizamiento, y se propaga después siguiendo una ley de difusión.

De la misma manera, un flujo puede ser irrotacional aunque las líneas de corriente sean curvas. Uno de los ejemplos más sencillos de movimiento potencial es el vórtice libre, para el cual el potencial de velocidades es:

$$\varphi = k\theta \quad [2.166]$$

siendo k una constante. Este potencial se incrementa en $2\pi k$ cada vez que la circulación da una vuelta en sentido antihorario alrededor del origen y sus líneas de corriente son círculos concéntricos. La velocidad definida por este potencial en coordenadas cilíndricas⁴⁸ es:

$$\begin{aligned}v_r &= \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0 \\ v_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = \frac{k}{r}\end{aligned}\quad [2.167]$$

por lo cual v_θ es constante para cada radio. Evidentemente, la circulación es la misma para cualquier circunferencia centrada en $r=0$ o que encierre dicho punto una vez:⁴⁹

$$\Gamma = \oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi r v_\theta = 2\pi k \quad [2.168]$$

Otro ejemplo de sumo interés en las turbomáquinas resulta de la combinación de sendos flujos potenciales (bidimensionales): el vórtice libre anterior y una fuente puntual en $r=0$, cuyo potencial resulta ser:



$$\varphi = \frac{q}{2\pi} \ln r \quad [2.169]$$

Ambos potenciales sumados conducen a soluciones del tipo:

$$\varphi = \frac{\Gamma}{2\pi} \theta + \frac{q}{2\pi} \ln r \quad [2.170]$$

cuyas líneas de corriente cumplen la condición:

$$\ln r = \frac{q\theta - 2\pi C}{\Gamma} \quad [2.171]$$

o bien:

$$r = e^{\frac{q\theta - 2\pi C}{\Gamma}} = ke^{\frac{q\theta}{\Gamma}} \quad [2.172]$$

y son de forma espiral (figura 2.12). Se demuestra que las líneas de corriente y las equipotenciales son perpendiculares entre sí.

El término más interesante de la ecuación de la vorticidad⁵⁰ es el que hace referencia a la ampliación y rotación del vector vorticidad como consecuencia de la deformación del fluido, e_{ij} . Esto último se entiende mejor si se presenta esta ecuación en componentes:

$$\frac{D\Omega_i}{Dt} = \Omega_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \Omega_i}{\partial x_i \partial x_j} \quad [2.173]$$

El primer término del segundo miembro implica el sumatorio del producto de cada componente del vector vorticidad por las tres componentes del tensor gradiente de velocidad [1.127] asociadas a v_i . El desarrollo de esta operación, teniendo en cuenta que la vorticidad se relaciona con la parte antisimétrica de este tensor, conduce a:

$$\frac{D\Omega_i}{Dt} = \Omega_j e_{ij} + \nu \frac{\partial^2 \Omega_i}{\partial x_i \partial x_j} \quad [2.174]$$

según la cual, la vorticidad es ampliada si el movimiento es tal que la componente e_{ij} de la parte simétrica del tensor gradiente de velocidad es positivo y reducida en caso contrario. En consecuencia, el movimiento de un campo de vorticidad puede comprenderse de la interacción espacio-tiempo entre la vorticidad y la deformación del fluido o, dicho de otro modo, entre las partes antisimétrica y simétrica del tensor gradiente de velocidad.

El segundo término del segundo miembro de la ecuación [2.174] representa la variación de la vorticidad debida a la difusión molecular de vorticidad. La vorticidad se difunde como el calor o cualquier otra propiedad de transporte, de modo que las partículas que no giran adquieren vorticidad de sus contiguas, a las que frenan. Este término es el responsable del transporte de la vorticidad lejos de las zonas donde esta es creada, y está asociado a los gradientes de velocidad y presión causados por el contorno (de tal modo que la inversión de estos gradientes también causa la inversión del sentido de la vorticidad generada).

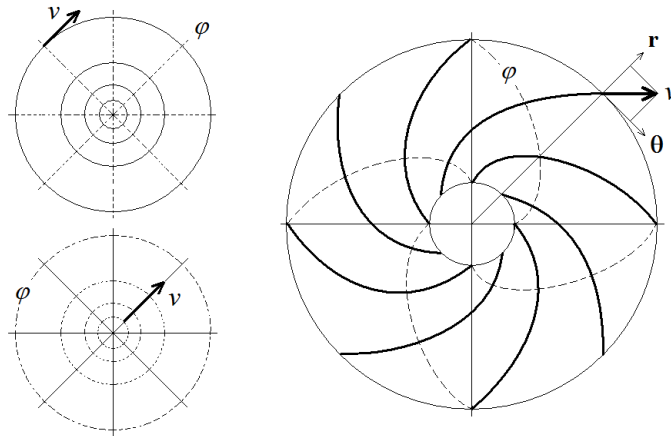


Figura 2.12. Configuración de las líneas de corriente del potencial [2.170], que resulta de combinar un vórtice libre irrotacional (arriba, a la izquierda) y un manantial de caudal por unidad de ancho q (abajo, a la izquierda). Las líneas discontinuas son las líneas equipotenciales y las continuas, las líneas de corriente.

Otra forma de escribir la ecuación [2.36] en el caso de fuerzas másicas conservativas y fluidos ideales barotrópicos, aunque no necesariamente incompresibles, es:

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{\boldsymbol{\Omega}}{\rho} \right) = \left(\frac{\boldsymbol{\Omega}}{\rho} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} \quad [2.175]$$

expresión conocida como la ecuación de Helmholtz para los vórtices, que indica que el cambio del vector $\boldsymbol{\Omega}/\rho$ asociado a un elemento fluido es proporcional al de un elemento material de longitud infinitesimal paralelo a $\boldsymbol{\Omega}/\rho$. Es decir, las líneas de vórtices se mueven con el fluido si este es ideal, barotrópico y el campo de fuerzas conservativo. En estas condiciones, la aceleración deriva de un potencial (v. [2.31]) y, en aplicación del teorema de Kelvin, la circulación se mantendrá constante a lo largo de una línea cerrada.

Si bien el cambio en la vorticidad por estiramiento o acortamiento del vórtice descrito por el primer término de [2.173], o de [2.36], es una consecuencia del principio de conservación del momento cinético en ausencia de efectos viscosos, que la ecuación de Helmholtz extiende a fluidos compresibles,⁵¹ este fenómeno también se presenta en fluidos viscosos, en los que además se produce difusión de vorticidad. En cambio, la variación de la vorticidad por deformación del vórtice desaparece cuando el movimiento es plano.⁵² En este último caso, la ecuación de Helmholtz adopta una forma más sencilla, ya que entonces $\boldsymbol{\Omega}/\rho$ es constante, y la vorticidad de una partícula material varía en proporción a su densidad. Evidentemente, si el fluido es incompresible, esta ecuación dice que la vorticidad está congelada sobre el fluido y es arrastrada por este en su movimiento.

¹ La integral se calcula solo en la superficie de salida, porque la velocidad del fluido y la del volumen de control coinciden en la superficie libre.

² Salvo raras excepciones, como en el interior de una onda de choque, por ejemplo.



³ La fuerza que el fluido hace contra el contorno es la reacción $\mathbf{F}_{fc} = -\mathbf{F}_{cf}$. El versor $\mathbf{n}$ se dirige siempre hacia el exterior del volumen de control.

⁴ Si bien es admisible que la presión sea constante en las secciones de entrada y salida, no suele ser así para la velocidad, por lo que se introduce el factor corrector de la cantidad de movimiento o impulso, β , definido como:

$$\beta = \frac{1}{S} \int_S \left(\frac{v}{\bar{v}} \right)^2 dS$$

que es calculable cuando es conocida o supuesta la distribución de velocidad en la superficie S .

⁵ Obsérvese que se trata de una ecuación escalar. El calor aportado por las reacciones químicas en el interior del fluido se incluye a la derecha de la ecuación, pues se admite que el fluido se mantiene homogéneo en composición, por lo que no es necesario introducir la energía de formación al calcular la energía interna u . Por tanto, la transformación de la energía química se supone que es una aportación de calor del exterior.

⁶ Se recuerda que el versor $\mathbf{n}$ se dirige hacia fuera del volumen de control, es decir, en este caso, hacia el interior de la pared móvil. El término de presión es importante en el movimiento lineal de un pistón, y entonces el trabajo frontera por unidad de tiempo es pSv_m , o bien $p dV/dt$, que será negativo si el pistón reduce el volumen de control comprimiendo el fluido al ser $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_m = -1$. El viscoso aparece, por ejemplo, en discos frotantes y da cuenta de las pérdidas por fricción en el disco de 3.2.3 y 3.4.1. Ambos son no nulos en los álabes de un rotor de una turbomáquina.

⁷ En general, los signos de w y q pueden ser positivos o negativos en función del cometido de la máquina, pero, para un mismo balance ($-w+q$), esta ecuación afirma que la diferencia de los términos de la izquierda es unívoca e independiente de las pérdidas irreversibles.

⁸ La condición $D\rho/Dt=0$ revela que la densidad de la partícula es constante en su movimiento, pero no dice que la densidad sea uniforme en un volumen fluido. $\nabla \cdot \mathbf{v}=0$ es la ecuación de la plastilina: $\partial v_x/\partial x = -\partial v_y/\partial y$ si $\partial v_z/\partial z=0$.

⁹ Entre ellas, las obvias: $\mathbf{v}=0$ o $\boldsymbol{\Omega}=0$.

¹⁰ Esta función por componentes en coordenadas cartesianas es:

$$\begin{aligned} \Phi_v &= \tau_{ij}' \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \tau_{xx}' \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy}' \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{xz}' \frac{\partial w}{\partial z} + \tau_{yx}' \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \tau_{xz}' \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \tau_{yz}' \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \\ &= 2\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + \lambda (\nabla \cdot \mathbf{v})^2 \geq 0 \end{aligned}$$

¹¹ Entre los casos en los que esto no es cierto, destacan precisamente el flujo en turbomáquinas de flujo compresible, el flujo externo supersónico, o la lubricación y la extrusión a alta velocidad.

¹² La importancia de la variable entropía estriba en que es la única variable fluida que mantiene su valor en un movimiento adiabático de fuerzas viscosas despreciables, aunque el movimiento no sea permanente ni incompresible. Compárese [2.45] con [2.43] y [2.44].

¹³ Por ejemplo, el caudal volumétrico sería $[Q]=\text{m}^3\text{s}^{-1}$. Las magnitudes Q pueden ser escalares o vectoriales, y algunas a_{ij} pueden ser nulas.

¹⁴ Una magnitud física se admite que está compuesta de dos partes: una numérica, que cuantifica su valor, y otra que representa la unidad empleada, a efectos de comparación.

¹⁵ En esta matriz, las filas representan las magnitudes ($i=1 \dots n$) y en las columnas se encuentran las unidades fundamentales ($j=1 \dots p$). El teorema de π demuestra que $n-m$ es el número máximo de combinaciones adimensionales que se pueden formar con las n magnitudes físicas Q_i , pues m es el orden del mayor determinante



distinto de cero posible con la matriz a_{ij} . Generalmente, m es igual p , es decir, igual a 1 en problemas geométricos, a 2 en cinemáticos, a 3 en mecánicos, a 4 en termodinámicos, etc., y el rango de la matriz viene determinado por el número de columnas, p .

- ¹⁶ Los grupos adimensionales también se pueden deducir por análisis inspeccional.
- ¹⁷ En la ecuación de la energía, se han omitido los términos de radiación y reacción, sin que por ello el método que se presenta pueda perder generalidad, y se ha utilizado la forma [1.52] para la conducción.
- ¹⁸ La semejanza física completa aplicada al movimiento de los fluidos es muy difícil de conseguir, porque no siempre es posible la igualdad simultánea de todos los coeficientes adimensionales que aparecen en [2.58]. Por ello, en general se retendrán a aquellos que se crea que son más influyentes en el fenómeno estudiado para obtener diversos tipos de semejanza física parcial. El cotejo de los resultados experimentales determinará si la elección ha sido adecuada, legítima y suficientemente aproximada.
- ¹⁹ Las condiciones para que el movimiento pueda considerarse unidireccional se analizan en 2.5.1.
- ²⁰ En este último caso, p_0 es la diferencia entre la presión absoluta y la de vapor del líquido a la temperatura de trabajo. El peligro de aparición de cavitación es mayor cuanto menor es este número.
- ²¹ En la práctica, se suele sustituir el calor específico a volumen constante por el de presión constante.
- ²² El término convectivo puede, asimismo, ser despreciable si predominan al menos dos de los términos de la derecha, e incluso completamente nulo si el contorno o las condiciones del flujo evitan su aparición.
- ²³ Todos los resultados de esta sección pueden ampliarse comparando los términos de cada una las ecuaciones entre sí y no solo con el convectivo. Se anima al lector a que extraiga sus propias conclusiones siguiendo la guía ofrecida en este apartado y en el que se han presentado los fenómenos de transporte.
- ²⁴ Salvo el término $v^2/c_p T$, que es proporcional a M^2 en los gases y puede ser mayor que la unidad en los flujos supersónicos.
- ²⁵ En resumen: movimientos permanentes a altos número de Reynolds, sin adición de calor y con fuerzas máxicas despreciables. En estas condiciones, si todas las líneas de corriente provienen de una región uniforme, entonces las magnitudes de remanso son las mismas en todo el campo fluido.
- ²⁶ Desde una perspectiva general, pues también es posible experimentar con modelos mediante las técnicas de la analogía hidráulica, eléctrica, térmica, etc.
- ²⁷ Estos efectos aparecen, por ejemplo, como consecuencia de un distinto acabado superficial y su incidencia sobre la capa límite, o por la ocurrencia de fuerzas de tensión superficial en un modelo muy reducido.
- ²⁸ La razón de ello es que el contorno impermeable solo puede imponer que la velocidad normal sea nula en los fluidos ideales, pero la condición de no deslizamiento en el contorno no puede admitirse en ausencia de efectos viscosos.
- ²⁹ La ecuación de Bernoulli [2.96] no puede aplicarse en gases o fluidos compresibles pues la densidad varía con la presión y con otra variable de estado. En los gases la ecuación de Euler-Bernoulli es:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v^2}{2} + h + U \right) = 0$$

que indica que la entalpía de remanso es constante a lo largo de una línea de corriente en los procesos estacionarios que involucren gases por ser estos muy ligeros. Se comprueba que esta ecuación también es válida en líquidos a entropía constante, porque entonces se cumple que $dh = dp/\rho$, al ser $du = 0 = Tds - pdv$.

- ³⁰ La forma completa de este teorema afirma que, en un movimiento homentrópico irrotacional, la entalpía de remanso solo puede cambiar si el proceso no es estacionario (v. [4.97]).
- ³¹ Obsérvese que el término a la derecha de la ecuación [2.100] es el módulo del vector de Lamb.



³² En adelante, se entenderá que e_m es la energía mecánica específica media [J/kg] de la sección correspondiente de flujo en su línea media. La relación e_m/g se denomina *altura total* [m] y ρe_m , *presión total* [Pa], y son también formas de energía específica, por cuanto [m]=[J/N] y [Pa]=[J/m³]. Compruebe el lector que [J/kg]=[m²/s²].

³³ Se deduce que α ha de ser:

$$\alpha = \frac{\int v^2 dQ}{\bar{v}^2 Q} = \frac{1}{S} \int \left(\frac{v}{\bar{v}} \right)^3 dS$$

para que las expresiones [2.104] y [2.105] coincidan cuando $\alpha_p=1$. Compárese esta ecuación con la definición del coeficiente corrector de la cantidad de movimiento, β .

³⁴ Para la obtención de esta ecuación, se ha de proceder como en [3.5], extendiendo los límites de la máquina, (e) y (s) hasta las secciones (i) y (z). Las pérdidas de energía entre los límites de la máquina estarían, entonces, incluidas en el valor de H_B mediante su rendimiento y no aparecerían en [2.107]. Se ha supuesto que $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$.

³⁵ En estas ecuaciones, se supone que el difusor es horizontal, o bien el término de cota se ha incluido en la presión reducida. Aunque las definiciones del coeficiente de recuperación y del rendimiento de un difusor son semejantes, el primero se utiliza en su diseño (para escoger en tablas su relación de áreas y esbeltez en función de la energía cinética de entrada), mientras que el segundo tiene un carácter más funcional cuando se combina con la ecuación de la energía. Compruebe el lector que se cumple que $c_R/c_{R,i} = \eta_{dif}$.

³⁶ Presiones relativas. El lector puede deducir estas relaciones por sí mismo teniendo presente que el fluido manométrico está en reposo y, por tanto, los puntos a y b de la figura 2.7 se encuentran a la misma presión estática.

³⁷ Para ello, se han de respetar las recomendaciones normalizadas de diseño para un rango de medición determinado, función del número de Reynolds. ISO 5167-4:2003 *Measurement of fluid flow by means of pressure differential devices inserted in circular cross-section conduits running full -- Part 4: Venturi tubes*.

³⁸ Además, el área del chorro vertical disminuye a medida que desciende, porque la velocidad del fluido aumenta.

³⁹ La condición de cuasiestacionariedad comporta, también, que se pueda despreciar la velocidad de la superficie libre con respecto a la de salida, como se ha hecho en [2.121], por cuanto en general se cumple que $A_D > A_0$ y la altura h es mayor que el diámetro del orificio durante casi toda la descarga. La relación entre ambas velocidades es A_0/A_D , evidentemente, y es independiente de la altura.

⁴⁰ Se deduce que $O(t_I/t_E) \approx (A_D/A)(H/L) = (A_D H)/(A L)$.

⁴¹ La ecuación [2.131] comparte forma con la segunda ley de Newton, en la que el caudal hace las veces de velocidad y la energía por unidad de volumen, de fuerza. El producto del caudal por la presión es una potencia, del mismo modo que lo es el de la velocidad y la fuerza, o la velocidad angular por el par, o la intensidad eléctrica por la tensión. Cuando la energía específica se describe en [Pa] y se utiliza el caudal volumétrico para el flujo [m³/s], entonces la inercia del fluido contenido en un tubo de sección A constante y longitud L es $\rho L/A$, o bien $\rho V/A^2$ [kg/m⁴].

⁴² Esta ecuación tampoco tiene en cuenta las pérdidas singulares en la embocadura y en la salida, salvo que se incluyan en la longitud equivalente del conducto, y supone que f es constante e independiente de v .

⁴³ Compárense estas ecuaciones con las de Euler en coordenadas genéricas cuando las líneas de corriente son rectas.

⁴⁴ Conocidas como soluciones al movimiento con fuerzas de viscosidad dominantes o corrientes laminares. Los flujos unidireccionales estacionarios que resultan ser soluciones exactas de las ecuaciones de Navier-Stokes, son estables, en general, para valores lo bastante pequeños del número de Reynolds evaluado para el flujo en cuestión. Para flujos con Re superiores a uno crítico, la corriente es turbulenta e inestable, y la presión



reducida varía a través de la sección, aunque el contorno sea unidireccional, debido a la aparición de esfuerzos turbulentos. Si el contorno unidireccional no es bidimensional, como lo es un conducto circular, entonces aparecen además flujos secundarios con velocidades medias no nulas en dirección transversal. Estas velocidades son, en general, pequeñas y despreciables frente a v_x , por lo que las condiciones [2.133] y [2.138] continúan siendo válidas.

⁴⁵ Obsérvese que la densidad no aparece en esta expresión, pues la aceleración total de la partícula es nula en esta clase de movimientos.

⁴⁶ En perturbaciones isentrópicas de pequeña amplitud, los cambios de presión se asocian a los cambios de densidad mediante la ecuación: $dp = c^2 d\rho$. Teniendo presente que la velocidad del sonido en condiciones normales es del orden de 340 y 1.400 metros por segundo en el aire y el agua, respectivamente, se entiende que los flujos estacionarios más comunes puedan considerarse incompresibles.

⁴⁷ Obsérvese, como era de esperar, que estas condiciones coinciden con aquellas que hacen el flujo isentrópico: [2.79], [2.80] y [2.82], al ser α del orden de la inversa de la temperatura absoluta.

⁴⁸ La componente en $\{z\}$ se ha omitido pero podría no ser nula si el vórtice libre fuera, por ejemplo, un torbellino de agua bajo la acción de la gravedad. El movimiento consiguiente sería el resultado de la combinación de ambos según el principio de superposición.

⁴⁹ La circulación [1.6] se define, indistintamente, en cualquier tipo de movimiento. Si el fluido rotara como un sólido, entonces sería $\Gamma = 2\pi\omega r^2$, función de r .

⁵⁰ La ecuación [2.36] no incluye todos los términos que inducen producción de vorticidad pues se había encontrado en el supuesto de fluidos incompresibles y campos de fuerzas conservativos. Un análisis más riguroso muestra que existen términos asociados a la compresibilidad, la existencia de fuerzas másicas no conservativas, como la de Coriolis, y a la no barotropía del fluido.

⁵¹ Esto justifica que el desplazamiento del fluido en una tormenta intensifique la vorticidad local al estirar y estrechar los tubos de remolino, en los que la circulación es constante. Este estiramiento produce tornados en forma de embudo que han de terminar en una superficie sólida o libre.

⁵² Es como si se observara solo una sección recta de un tornado.

→ 3



Bombas hidráulicas

Una máquina de fluido es un sistema mecánico que intercambia energía con el fluido que está contenido o que circula a través de ella. Son máquinas de fluido las bombas, los ventiladores, los compresores, las turbinas hidráulicas, las turbinas de vapor y de gas, pero también los tornillos de Arquímedes o las ruedas hidráulicas. La gran complejidad del flujo en estas máquinas, aun supuesto ideal, hace que su estudio sea motivo de investigación permanente y que su diseño se apoye tanto en la experimentación como en el desarrollo de teorías y simulaciones que analicen el flujo tridimensional.

En el sentido más amplio del término, una bomba hidráulica es una máquina generadora que trabaja con un fluido incompresible en la que se produce una transformación de energía mecánica en hidráulica. El capítulo se centra básicamente en las bombas rotodinámicas y en las volumétricas, puesto que son las más usuales.

3.1. Descripción general y campos de aplicación

En general, las máquinas de fluidos pueden clasificarse según el sentido de transmisión de la energía entre el fluido y la máquina (bombas frente a turbinas, es decir, generadoras frente a motoras), la compresibilidad del fluido (bombas hidráulicas frente a compresores) o su principio de funcionamiento (por ejemplo, una bomba centrífuga frente a una volumétrica). Según este último criterio, las bombas hidráulicas pueden ser rotodinámicas o turbomáquinas, en las que el intercambio de energía se produce mediante la transferencia de cantidad de movimiento; de desplazamiento positivo o volumétricas; gravimétricas, en las que la energía intercambiada es de tipo potencial, y de otros tipos más singulares, como las capilares, de ariete, etc.

La misión de una bomba es transferir energía a un líquido para permitir su transporte en una instalación. Esto conlleva normalmente un aumento de la presión a la salida de la bomba que puede relacionarse con el caudal que se esté transportando en forma de curva característica. Esta curva característica es propia de cada bomba, y depende de su forma



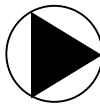
y principio de funcionamiento, de su tamaño, de la velocidad del accionamiento, etc., y también de algunas propiedades del fluido (aunque sobre todo, de su viscosidad).

Cabe añadir, no obstante, que el transporte de un fluido puede producirse sin aumento de su presión, e incluso sin la existencia de mecanismo impulsor alguno, como ocurre en las mechas capilares o en el derrame de un líquido desde un depósito. Entre las máquinas destinadas a transportar líquidos a presión constante se encuentran las norias y los rosarios, en general poco comercializadas y de ejecución muy especial, y también los tornillos de Arquímedes, que actualmente tienen algunas aplicaciones industriales interesantes.

Las bombas hidráulicas más usuales son las bombas rotodinámicas o turbomáquinas y las de desplazamiento positivo o volumétricas. Se puede afirmar, sin más pretensión que ser objetivos, que son contados los procesos industriales en los que esté implicado un fluido que no utilice alguna de estas bombas. Una bomba rotodinámica es una máquina generadora que comunica energía al fluido a su paso por uno o varios rodets, rotores o impulsores, incrementando su cantidad de movimiento¹ pero sin un cambio apreciable en su densidad. Según la dirección del flujo en el rodete, estas bombas pueden clasificarse en centrífugas o radiales, axiales y de flujo mixto. Las bombas volumétricas son ingenios mecánicos que transportan el fluido en forma de paquetes discretos que no interaccionan entre sí. Esta forma de impulsión tiene una serie de consecuencias bastante evidentes: por un lado, interrumpe la vena fluida y, por tanto, la ecuación de la energía solo se puede aplicar si se realiza un promedio temporal de sus términos; pero, por otro lado, favorece el transporte de fluidos viscosos a alta presión y hace que su caudal sea casi independiente de la presión a unas revoluciones dadas. Esta última circunstancia las hace muy indicadas en sistemas de transmisión de energía y de dosificación, sectores industriales en los que encuentran numerosas aplicaciones prácticas sin casi competencia. La tabla siguiente presenta las características principales de estas bombas y la figura 3.1 muestra su intervalo de aplicación actual. En los apartados siguientes, se hace una descripción más precisa de estos tipos de bombas y de sus características funcionales.

También se presentarán otros modelos de bombas para que el lector se haga una idea de las diferentes alternativas tecnológicas existentes, y se dejarán sin explicar algunas otras cuyo desarrollo industrial es, en general, bastante menor, aunque puedan ser singulares en algún sector particular.

Tabla 3.1.
Comparativa entre las
bombas rotodinámicas y
volumétricas.

Bombas volumétricas		Bombas rotodinámicas	
La transferencia de energía es debida al desplazamiento del fluido a su paso por la máquina, acompañado normalmente de un proceso de compresión dentro o fuera de la misma.		La potencia hidráulica transmitida resulta de la variación del momento cinético que experimenta el fluido al atravesar el rodete de la máquina.	
En las bombas de desplazamiento positivo, el fluido circula a través de la bomba en forma de paquetes discretos separados unos de otros.		Los orificios de entrada y salida están comunicados hidráulicamente por un canal abierto, de forma que el fluido puede recircular en el interior de la bomba y fluir a contracorriente.	

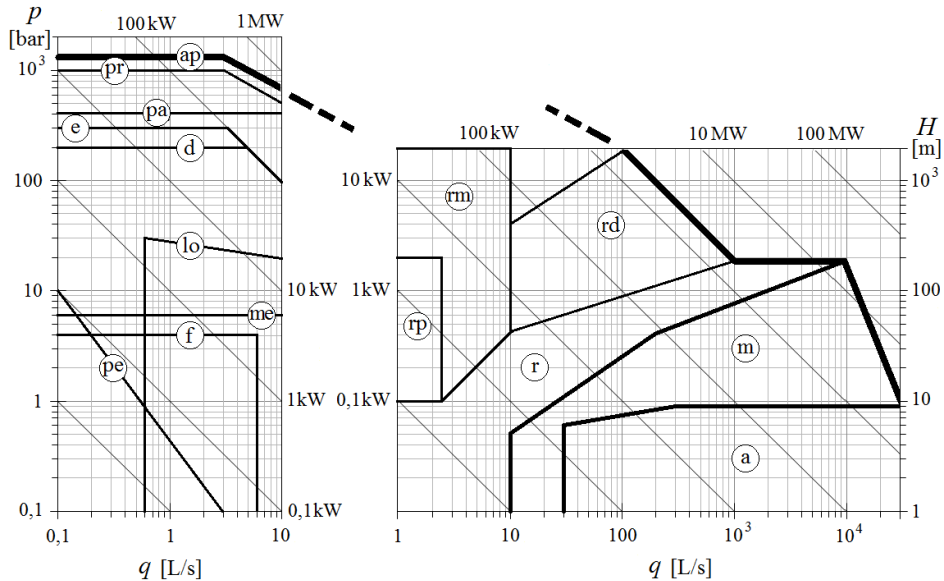


Bombas volumétricas		Bombas rotodinámicas	
No pueden trabajar contra válvula de impulsión cerrada. Necesitan una válvula de seguridad que limite la presión máxima.		Pueden trabajar contra válvula de impulsión cerrada pues la presión máxima está limitada por su principio de funcionamiento.	
El caudal que impulsa la bomba es poco dependiente de la presión de trabajo, dentro de los límites de potencia del accionamiento conforme a las especificaciones de seguridad.		El caudal que impulsa la bomba depende de la presión de trabajo. Al cerrar la válvula de impulsión, la presión aumenta, el caudal efectivo se hace nulo y el líquido recircula por el interior de la máquina.	
El caudal impulsado es proporcional a las revoluciones del accionamiento dentro del intervalo de velocidades facilitado por el fabricante.		El caudal impulsado es proporcional a las revoluciones en sistemas hidráulicos de altura estática nula. En otros casos, existe una cierta proporcionalidad, pero no una relación lineal tan evidente como en las volumétricas.	
Tienen diversos elementos móviles para transportar el fluido de la entrada a la salida e impedir su retroceso. Estos elementos pueden ser válvulas, ruedas dentadas, paletas, pistones, etc., según su principio de funcionamiento.		Las bombas rotodinámicas utilizan uno o varios rodets para comunicar la energía al fluido. Por norma general, el rodete o los rodets son los únicos elementos móviles en el interior de la bomba (y el eje motor).	
El caudal que se impulsa es pulsante, lo que genera importantes picos de presión en el sistema. La oscilación de la presión provoca vibraciones y ruidos, efectos que han de ser atenuados en lo posible.		El caudal se impulsa de forma continua. La aparición de pulsos de presión suele ser debida a la frecuencia de paso de los álabes del rodete (y son, en general, de pequeña magnitud) o a la generación de fenómenos transitorios en la instalación (oscilaciones de masa o golpes de ariete) durante la puesta en marcha o la detención del grupo impulsor.	
Las bombas de desplazamiento positivo son autoaspirantes. No obstante, su capacidad de aspiración, en términos de la altura de aspiración o de la presión máxima a su entrada, depende del tipo de bomba.		Por norma general, son de capacidad de aspiración limitada, muy inferior a la de las bombas de desplazamiento positivo. Han de ser cebadas para que puedan impulsar caudal. No obstante, existen tipologías de bombas rotodinámicas autocebantes.	

La bomba periférica (figura 3.2), también denominada de canal lateral o regenerativa, es un tipo de bomba rotodinámica preparada para suministrar pequeños caudales, pero a una gran presión (de hasta 300 bar). Estas bombas disponen en su interior uno o dos rodets en serie, abiertos y en forma de disco, con paletas (p) insertadas en una disposición de estrella. El fluido no atraviesa todo el rodete a través del canal entre álabes, como sucede en las demás bombas rotodinámicas, sino que se mantiene circulante en un canal lateral (c) mecanizado en la propia carcasa interna de la bomba. El efecto de la fuerza centrífuga hace que el fluido se vea atrapado en la periferia del rotor y forzado a circular por el canal lateral, cuya sección disminuye progresivamente hasta ser nula cerca de la lumbrera de impulsión (i). En este momento, aumenta la presión del fluido, que solo puede retroceder hacia radios menores en el interior de la celda entre álabes y, a continuación, salir de la bomba o entrar en la etapa siguiente. Más adelante, el fluido no impulsado escapa de nuevo hacia el canal, donde participa de un intercambio de cantidad de movimiento con el fluido que acaba de ser aspirado (a). El resultado de esta regeneración es un aumento considerable de la presión en el canal lateral de toda la bomba, lo cual, a su vez, ocasiona múltiples corrientes de circulación entre el canal y los álabes. Este principio de funcionamiento hace que estas bombas sean autoaspirantes por naturaleza, a diferencia del resto de rotodinámicas, pero, en cambio, su rendimiento ha de ser bajo, en torno al 50%, por la gran cantidad de recirculaciones y pérdidas por choque que se producen en su interior.



Figura 3.1.
Intervalos de aplicación
de las bombas volumé-
tricas (izquierda) y roto-
dinámicas (derecha). La
potencia indicada se re-
fiere al agua. En la fi-
gura: ap, alternativas de
alta presión; pr, pisto-
nes radiales; pa, pisto-
nes axiales; e, en-
granajes; d, paletas
deslizantes; lo, engra-
najes lobulares; me,
membrana; f, paletas
flexibles; pc, peristáltica;
r, radial de una etapa; a,
axial; m, diagonales o
mixtas; rp, pequeña ra-
dial multietapa y perifé-
ricas; rm, radial
multietapa; rd, radial
multietapa de doble as-
piración.



Otra clasificación de las bombas incluiría aquellos dispositivos que son capaces de facilitar el transporte de un fluido pero sin necesitar partes móviles, rodetes o válvulas. Dentro de esta categoría, se incluyen los eyectores por efecto Venturi y las bombas Mammot o de empuje ascendente (*air lift*) de la figura 3.2.

Los eyectores o trompas de vacío aprovechan la depresión generada por una corriente en el cuello de un tubo de Venturi para aspirar un líquido que se encuentra en un plano inferior. Estas bombas necesitan de un fluido a presión, agua o aire por norma general, que alimente la entrada del tubo de Venturi y genere el vacío necesario. El caudal aspirado (q) es una función casi lineal de la presión de alimentación (p) y es bastante uniforme si se mantienen las condiciones de trabajo. Su rendimiento global es bastante bajo, del orden del 30%, pero su uso permite el transporte por mezcla de dos fluidos, así como superar alturas de aspiración importantes (por esta última razón, pueden utilizarse como medio alternativo para el cebado de otras bombas).

Las bombas de empuje ascendente tampoco tienen partes móviles y también necesitan de una corriente auxiliar, en este caso de aire o gas. El efecto de bombeo se produce en estos dispositivos inyectando aire a presión en la parte inferior y sumergida de un tubo, por el que fluirá el líquido arrastrado por la corriente de aire en su ascenso. La presión de inyección (p) del aire depende de la profundidad a que se halla el tubo, aunque generalmente esto no es un problema, puesto que, por ejemplo, en el caso de tener que bombear agua, con 2 bar de presión es suficiente para poder inyectar aire a 20 metros de profundidad. El flujo ascendente es mixto, porque contiene una corriente mezclada de aire y líquido cuya densidad específica media es menor a la del líquido solo, y puede transcurrir en diferentes modalidades (flujo burbuja, tapón o anular), según la cantidad de aire inyectado y la profundidad del tubo. El rendimiento de estas bombas también es bajo, del orden del 25%, pero aun así encuentran bastantes aplicaciones en el bombeo de suspensiones, aguas residuales, así como en la extracción de agua e hidrocarburos de pozos profundos.

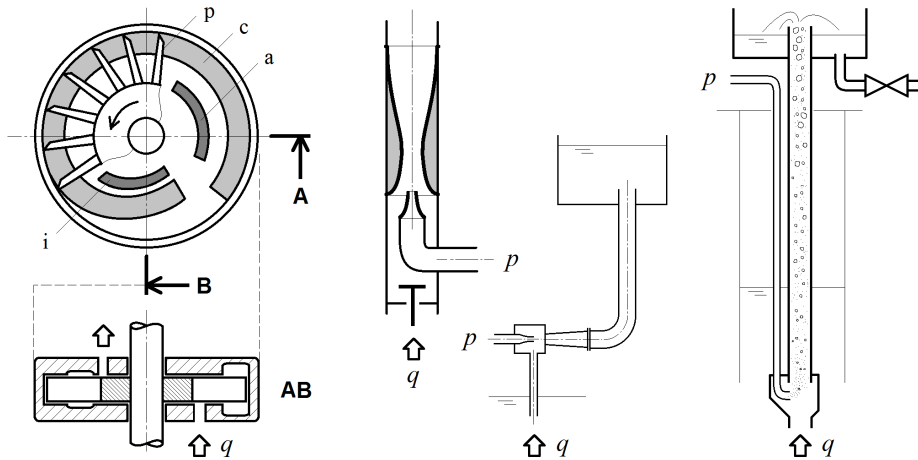


Figura 3.2.
Bomba periférica (iz-
quierda), eyectores (cen-
tro) y bomba de empuje
ascendente (derecha).

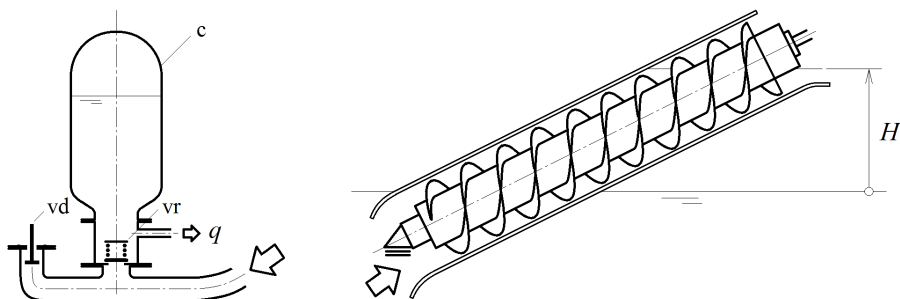
La bomba de ariete (figura 3.3) es un modelo de bomba que no necesita ningún tipo de fuente primaria de energía, ya sea recibida de un motor o de un fluido auxiliar. Esta bomba aprovecha el empuje de una corriente descendente de agua para inducir un golpe de ariete controlado cuya sobrepresión es retenida en un calderín (c). La bomba incorpora, además, sendas válvulas de descarga o desagüe (vd) y de retención (vr), cuya dinámica de apertura y cierre, regulación y tarado han de estar en sintonía con la presión y con el caudal deseados. El principio de funcionamiento alternativo de esta bomba garantiza un pequeño caudal ecológico y una presión suficientes para una vivienda de montaña sin requerir un gran mantenimiento. Es necesario, no obstante, que la bomba pueda acceder a una corriente libre de agua, con un desnivel del orden de un metro, que pueda hacerse fluir por su interior. El golpe de ariete se provoca cuando esta corriente alcanza un valor preestablecido (y regulable) por la válvula de desagüe cerrándola. La sobrepresión consiguiente abre la válvula de retención y da paso al fluido al interior del calderín. Al entrar el golpe en la fase de depresión, la válvula de retención se cierra y aísla el caudal derivado del circulante, y, una vez en reposo, la válvula de desagüe se abre por su peso por o la acción de un muelle dando lugar al inicio de otro ciclo. La repetición de este proceso hace que la presión de salida del calderín sea pulsante y se utilicen depósitos de aforo para acumular el caudal y evitar este inconveniente, si se cree adecuado.

Este apartado concluye dedicando algunas líneas al tornillo de Arquímedes por su interés industrial en el transporte de fluidos con sólidos en suspensión. El principio de funcionamiento del tornillo de Arquímedes es la “roscada de agua”, o cantidad de agua escupida por el extremo superior del tornillo por filete de rosca y revolución. El caudal de esta bomba es proporcional al área anular del tornillo, al paso entre filetes y a las revoluciones; es decir, guarda cierta analogía funcional con las bombas volumétricas aunque, a diferencia de estas, puede trabajar a carga parcial (en especial, en los tornillos abiertos) con un buen rendimiento. Por norma general, la inclinación del tornillo más favorable desde una perspectiva volumétrica es de unos 30° , de modo que su longitud es del orden de dos veces su altura. Esta circunstancia no solo condiciona la altura máxima alcanzable, sino también el diámetro mínimo del eje del tornillo para



evitar su flexión. De todas formas, como los tornillos grandes son más robustos y aseguran la constancia de los juegos diametrales, su rendimiento también es mayor e incluso puede llegar al 80%, en algunos casos. Un pequeño inconveniente de este tipo de bomba es que necesita una caja reductora en el accionamiento (si este es por motor eléctrico), porque las revoluciones óptimas para un buen rendimiento son bajas comparadas con otros tipos de bomba: para caudales pequeños, son habituales velocidades de 80 rpm, que disminuyen hasta las 20 rpm a medida que el caudal aumenta. La mayor ventaja es, sin duda, su buen comportamiento en el transporte de fluidos sucios, como por ejemplo las aguas residuales, y con cuerpos en suspensión, como el cemento, siempre que el canal inferior del tornillo esté diseñado para desechar los cuerpos de mayor tamaño que pudieran bloquearlo. Estas bombas también se utilizan para desplazar cuerpos sólidos en forma granular, como por ejemplo cereales.

Figura 3.3.
Bomba de ariete (izquierda) y tornillo de Arquímedes entubado (derecha).



3.2. Balance energético en una bomba

El planteamiento de la ecuación de la energía entre la entrada y la salida de una máquina por la que se ha establecido un flujo másico de fluido, G , en régimen estacionario, tal como se vio en [2.27], se expresa:

$$G \left[\left(h + \frac{1}{2} v^2 + gz \right)_s - \left(h + \frac{1}{2} v^2 + gz \right)_e \right] = -\dot{W} + \dot{Q} \quad [3.1]$$

es decir: el producto del gasto másico y la variación entre la salida y la entrada de la suma de la entalpía, la energía cinética y la energía potencial gravitatoria es igual a la suma del trabajo más el calor comunicados al fluido en el interior de la turbomáquina y por unidad de tiempo.

Teniendo presente que la entalpía, h , es la suma de la energía interna, u , y del término de impulsión, p/ρ , la expresión anterior puede escribirse de la forma:

$$u_s - u_e + \frac{p_s}{\rho_s} - \frac{p_e}{\rho_s} + \frac{1}{2} (v_s^2 - v_e^2) + g(z_s - z_e) = \frac{-\dot{W} + \dot{Q}}{G} = -w + q \quad [3.2]$$

Se recuerda que ambas expresiones son válidas bajo las hipótesis siguientes:²



- El proceso es cuasiestacionario (sin acumulación de masa o energía en el interior de la máquina).
- El sistema es de forma que el flujo solo tiene una entrada y una salida de la máquina (situación común en la práctica) y no hay fugas externas de caudal o son despreciables.
- Se verifica que el flujo es uniforme en las secciones de entrada y salida, y que el nivel de turbulencia es del mismo orden en ambas. Si este último supuesto no fuera válido, se tendría que añadir el término de fluctuación turbulenta correspondiente, que no afecta al caudal pero sí al término cuadrático de la velocidad.
- La velocidad del fluido en las superficies fijas no móviles es nula y en las móviles, la del cuerpo en movimiento (condición de no deslizamiento).

3.2.1. Ecuación de la energía mecánica

La ecuación de la energía mecánica a través de una máquina de flujo incompresible se obtiene de la ecuación de la energía cuando se agrupan los términos térmicos y se identifican las pérdidas viscosas en el volumen interior de la máquina, Φ_v , como se hizo en [2.43]. Admitiendo que el fluido es incompresible y que la situación es cuasiestacionaria, la ecuación de la energía interna descrita para el volumen de control establecido en la máquina es:

$$\int_{S_c} \rho u(\mathbf{v} - \mathbf{v}_c) \cdot \mathbf{n} dS = \int_{V_c} (-\nabla \cdot \mathbf{q} + q_a) dV + \int_{V_c} \Phi_v dV \quad [3.3]$$

que, agrupando las integrales de volumen y en ausencia de fugas externas, es:

$$G(u_s - u_e) = \dot{Q} + \Phi_v \quad [3.4]$$

Esta ecuación combinada con [3.2] conduce a:

$$\frac{p_s - p_e}{\rho} + \frac{1}{2}(v_s^2 - v_e^2) + g(z_s - z_e) + \frac{\Phi_v}{G} = -\frac{\dot{W}}{G} = -w \quad [3.5]$$

Si la máquina considerada es una bomba, el trabajo comunicado por unidad de masa, w , es negativo en valor absoluto y se dedica a aumentar la energía mecánica específica, e_m , y a soportar las pérdidas que tienen lugar.³ Como la pérdida de energía por unidad de masa por fricción viscosa se define como:

$$Y_v = \frac{\Phi_v}{G} > 0 \quad [3.6]$$

el aumento de energía mecánica específica se observa en el aumento combinado de los términos de presión, energía cinética y energía potencial, y es:

$$\frac{p_s - p_e}{\rho} + \frac{1}{2}(v_s^2 - v_e^2) + g(z_s - z_e) = -w - Y_v = -w_u \quad [3.7]$$



3.2.2. Altura manométrica y formas de energía específica

Es común utilizar el término *altura manométrica*⁴ para nombrar el incremento de energía mecánica útil por unidad de peso de fluido bombeado. La altura manométrica comunicada por la bomba, H_B , es:

$$H_B = -\frac{w_u}{g} = \frac{p_s - p_e}{\rho g} + \frac{1}{2g}(v_s^2 - v_e^2) + (z_s - z_e) \quad [3.8]$$

Con esta definición, y haciendo $Y_V = gH_V$, el trabajo por unidad de tiempo resulta ser:

$$-\dot{W} = gG(H_B + H_V) = -wG \quad [3.9]$$

y, evidentemente:

$$-\dot{W}_u = gGH_B = \rho gQH_B = -w_u G \quad [3.10]$$

La *energía por unidad de masa*, $Y = gH_B$, es, como se verá más adelante, un invariante de la bomba rotodinámica para unas condiciones de funcionamiento dadas, al estar relacionada directamente con la geometría, el tamaño y las revoluciones por medio de los triángulos de velocidades en el rotor. La ecuación [3.8] en función de Y se escribe:

$$Y = -w_u = \frac{p_s - p_e}{\rho} + \frac{1}{2}(v_s^2 - v_e^2) + g(z_s - z_e) \quad [3.11]$$

y el *salto de presión total* o incremento de energía mecánica por unidad de volumen:

$$p_T = -\rho w_u = (p_s - p_e) + \frac{1}{2}\rho(v_s^2 - v_e^2) + \rho g(z_s - z_e) \quad [3.12]$$

Cualquiera de estas ecuaciones muestra cómo se observa el incremento de energía proporcionado por la bomba desde el sistema. En concreto, si la cota a la que se encuentran las bridas de aspiración e impulsión son iguales, y los conductos a la entrada y a la salida de la máquina son del mismo diámetro, la altura manométrica de la bomba se observa desde el exterior como un incremento de la presión estática entre e y s , y entonces $H_B = (p_s - p_e)/(\rho g)$.

Tanto Y como H_B y p_T son formas específicas de energía mecánica (o de su incremento) por unidad de masa, peso y volumen, respectivamente, y proporcionan el incremento de la potencia del flujo cuando se multiplican por el caudal en masa, peso o volumen de fluido transportado. Es fácil deducir que $[J/kg] = [m^2/s^2]$, $[J/N] = [m]$ y $[J/m^3] = [Pa]$, aunque las dos segundas formas de energía específica están más extendidas en la práctica por su fácil interpretación. Es importante tener presente, no obstante, que, siendo Y un invariante de la bomba rotodinámica, la altura H_B lo es si no cambia la aceleración de la gravedad y la presión total si no lo hace la densidad del fluido. Esto es, para una Y dada, la altura de elevación de una bomba sería mayor en la Luna que en la Tierra, y el salto de presión total comunicado mucho mayor en el caso de impulsar líquidos que gases (mayor en bombas que en ventiladores). Esta última circunstancia explica el defecto de capacidad de succión en las bombas rotodinámicas, que son incapaces de generar una gran depresión a su entrada si no han sido cebadas previamente.⁵

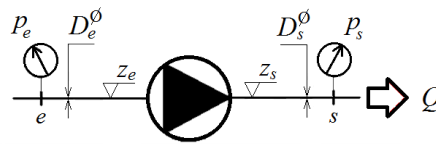


Figura 3.4.
Condiciones de entrada y de salida para el balance de energía específica en una bomba.

3.2.3. Pérdidas y rendimientos característicos

Las pérdidas que tienen lugar en una bomba responden a tres tipologías distintas, a saber:

- Pérdidas volumétricas o de caudal.
- Pérdidas hidráulicas.
- Pérdidas mecánicas.

Las pérdidas de caudal, G_f , se pueden agrupar en dos clases: las exteriores, $G_{f,e}$, debidas a la salpicadura de fluido hacia el exterior a través del juego entre la carcasa y el eje de la bomba, o a través de las bridas de conexión, y las interiores, $G_{f,i}$, debidas al aumento de presión en el interior de la bomba, lo que origina todo tipo de recirculaciones internas. Por norma general, las fugas internas son más cuantiosas que las externas y su reducción resulta más complicada. Las fugas de fluido en las bombas se describen normalmente en términos del caudal en volumen, es decir, $Q_{f,e}$ y $Q_{f,i}$.

Las pérdidas hidráulicas son aquellas que disminuyen la energía útil que la bomba comunica al flujo de fluido. Dicha energía útil, que expresada en términos de energía por unidad de peso es la altura manométrica de la bomba, H_B , se obtiene aplicando Bernoulli entre las secciones de entrada y salida de la bomba, y está relacionada con la altura teórica de la bomba y las pérdidas en el interior del modo siguiente:

$$H_t = H_B + H_f \quad [3.13]$$

En las bombas centrífugas, el término H_f engloba las pérdidas de dos tipos básicos (v. [4.38]): las pérdidas de superficie, $h_{f,C}$, debidas al flujo a través del rotor y de los conductos internos de la bomba, entre estos los difusores, y las pérdidas de forma, $h_{f,S}$, que se deben al desprendimiento de la capa límite a la entrada y a la salida del rodete, o al choque del fluido con el rodete, según sean su velocidad y su dirección con respecto a los alabes, o a la entrada de la cámara espiral. Estas pérdidas son de pequeña cuantía en las máquinas de desplazamiento positivo, pues van asociadas al flujo continuo de fluido, que en ellas es despreciable o inexistente.

Las pérdidas de tipo mecánico son el resultado de la existencia de pérdidas por fricción, ya sean debidas al rozamiento entre las partes sólidas del interior de la máquina que participan del movimiento relativo o absoluto (cojinetes, juntas, etc.), o de tipo hidráulico, denominadas en las bombas rotodinámicas pérdidas por fricción en el disco (que formarían parte de [3.6] y que existen incluso en ausencia de flujo útil, siempre que gire el rotor mojado).



Cada una de estas pérdidas es descrita por medio del rendimiento correspondiente, de modo que es posible calcular el rendimiento total de la bomba como el producto de tres rendimientos. Estos son:

- El rendimiento volumétrico, η_v , por la existencia de fugas en caudal.
- El rendimiento hidráulico, η_H , que es el cociente entre la altura útil comunicada al fluido, H_B , y la suma de esta y las pérdidas, H_f .
- El rendimiento mecánico, η_{mec} .

La potencia (definida ahora positiva) que se invierte en la máquina,⁶ N , es superior a la que recibe el fluido que atraviesa el rotor de la bomba, N_i , y viene dada por:

$$N = \frac{N_i}{\eta_{mec}} = \frac{g(G + G_f)(H_B + H_f)}{\eta_{mec}} \quad [3.14]$$

donde G_f es el caudal másico total de fugas, tanto internas como externas. La diferencia entre ambas potencias representa las pérdidas mecánicas y aquella potencia consumida en el accionamiento de cualquier tipo de dispositivo auxiliar, como por ejemplo un cuentarrevoluciones.

Analíticamente, los tres rendimientos anteriores se deducen de la expresión siguiente:

$$\eta_B = -\frac{\dot{W}_u}{N} = \frac{G}{G + G_f} \frac{H_B}{H_B + H_f} \frac{g(G + G_f)(H_B + H_f)}{N} = \eta_v \eta_H \eta_{mec} \quad [3.15]$$

y, en consecuencia:

$$\dot{W}_u = -\eta_v \eta_H N_i \quad [3.16]$$

Todas estas relaciones definen el sentido de la transformación de energía en una máquina y pueden ser utilizadas como medio de comprobación de su eficiencia, pero nada dicen sobre su geometría o sobre la relación que esta guarda con sus prestaciones. Estas cuestiones y otras se tratarán en el capítulo siguiente.

3.3. Bombas rotodinámicas

Las bombas rotodinámicas pueden agruparse por diversos conceptos: número y disposición de etapas, posición del eje, tipo de accionamiento, elementos del estator, etc., pero, sin duda, la más característica y la que las define mejor es la dirección del flujo a la salida del rodete. Según este último concepto, las bombas fluidodinámicas se clasifican en:

- Bombas centrífugas o radiales.
- Bombas axiales.
- Bombas de flujo mixto.



Las bombas centrífugas son el tipo más corriente de bomba rotodinámica. Se encuentran bombas centrífugas para caudales desde 1 L/min hasta 10^6 L/min, alturas de algunos metros hasta varias centenas, incluso en configuraciones de una etapa, y potencias de decenas de W hasta algunos MW. El rendimiento de las bombas más grandes puede llegar al 90% y su curva de potencia aumenta con el caudal.

En estas bombas, la altura manométrica H_B es atribuible, en gran medida, a la acción centrífuga que recibe el fluido en el interior del rodete. El rodete de este tipo de bomba contiene un cierto número de álabes, curvados normalmente en dirección contraria al sentido de giro, que determinan la dirección de las velocidades absoluta y relativa en su interior.

El fluido entra por el centro del rodete, atraído por la depresión que genera al girar, y es arrastrado por los álabes en dirección radial, de forma que a la salida el movimiento del fluido tiene componentes radial y transversal, pero no axial. Entre los álabes y las paredes internas laterales del rotor en diseños de rodete cerrado, o entre una de estas y la carcasa de la máquina si el rodete es abierto, se forma un canal por donde circula la corriente y en el cual el fluido experimenta cambios en su velocidad y en su presión siguiendo los principios de conservación.

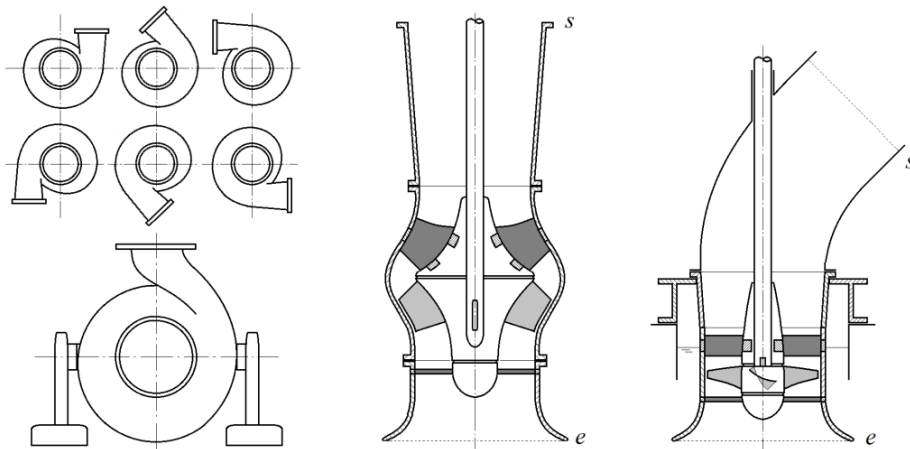


Figura 3.5.

A la izquierda, distintas posiciones estándar de montaje de las tuberías de impulsión de bombas centrífugas con salida radial tangencial. En la actualidad, se prefiere la salida radial centrada de la figura inferior, porque dispone las tuberías de aspiración e impulsión sobre un mismo plano y reduce tensiones de giro sobre la carcasa. En el centro y a la derecha, la disposición común de las bombas semiaxial y axial de una etapa. La bomba axial es de eje pasante y salida acodada.

Como la energía que incrementa el fluido en la bomba es aportada enteramente por el rodete, está claro que su tamaño y su geometría determinan, en gran medida, las características funcionales de la máquina. No obstante, solo parte de la energía generada es estática, de modo que el incremento de energía cinética en el rodete ha de transformarse en energía de presión mediante difusores. Por todo ello, la altura total de la bomba, observada entre su entrada y su salida, es el resultado de combinar sendos efectos: la generación de energía en el rotor y su transformación en los difusores posteriores.

Las bombas centrífugas están disponibles en diversos materiales y diseños del mecanismo impulsor, incluso con tracción magnética y sellos dinámicos, y pueden combinarse



en grupos de bombeo formados por varias bombas en serie o paralelo. Además, es frecuente encontrar bombas multicelulares que combinan en su interior varios rodetes, también en serie o en paralelo, para aumentar la energía o el caudal de la bomba sin penalizar su tamaño.

En las bombas axiales, los vectores velocidad absoluta del fluido a la entrada y la salida del rotor no presentan componente radial (o es mínima). Este tipo de bombas son muy adecuadas cuando hay que elevar un gran caudal a pequeña altura, por ejemplo, en regadíos o en la manipulación de aguas residuales. Su altura máxima de funcionamiento es de unos 10 metros, aunque pueden alcanzar algunas decenas mediante la combinación en serie de varios escalonamientos. El rendimiento de estas bombas es comparable al de las centrífugas, pero su curva de potencia disminuye con el caudal.

El rodete de este tipo de bombas es abierto y su forma, análoga a la de un ventilador de sobremesa o una hélice naval. El fluido entra en la dirección del eje y adquiere componente de giro a su paso por el rodete. En ocasiones, se dispone una cascada de álabes fijos directores tras el rodete (figura 3.5) para devolver el flujo a la dirección axial e inducir un efecto difusor. También es posible encontrar álabes directrices a la entrada para dirigir el flujo en la dirección adecuada.

La bomba de flujo mixto ocupa una posición intermedia entre la centrífuga y la de flujo axial. La dirección del flujo de fluido a la salida del rotor no es ni radial ni axial, sino que su trayectoria dentro del rotor se aproxima a una hélice cónica. La altura que se consigue con este tipo de bombas puede ser de hasta 25 metros por rodete y su curva de potencia es prácticamente horizontal. La recuperación de la cota de presión se consigue también mediante difusores.

3.3.1. Flujo y velocidades

El principio de conservación de la masa en forma integral indica que el caudal en volumen que atraviesa la sección de salida de la máquina, considerando que el problema es cuasiestacionario e incompresible y que, por tanto, no hay acumulación de masa en su interior, es:

$$Q = \int_{S_s} \mathbf{v}_s \cdot \mathbf{s} dS = \int_{S_e} \mathbf{v}_e \cdot \mathbf{e} dS - Q_{f,e} \approx \int_{S_e} \mathbf{v}_e \cdot \mathbf{e} dS \quad [3.17]$$

donde $Q_{f,e}$ es el caudal en volumen de fugas externas (en general, despreciable). Los versores $\mathbf{s}$ y $\mathbf{e}$ se habían definido en [2.9].

En adelante, se denominará con la letra $\mathbf{c}$ la velocidad absoluta del fluido en el interior de la máquina (que no debe confundirse con la velocidad del sonido, c , utilizada anteriormente). En el interior del rotor, esta velocidad resulta de la suma vectorial de las velocidades de arrastre, $\mathbf{u}$, y relativa, $\mathbf{w}$, en cada punto, y estará supeditada al caudal y a la transferencia de energía experimentada. En general, cada una de estas velocidades está formada por las tres componentes que resultan de su proyección sobre cada uno de los ejes de referencia y su suma vectorial puede representarse mediante triángulos de velocidades (figura 4.1).



En un sistema de coordenadas cilíndrico ligado al suelo cuyo eje principal coincide con el de la máquina, la velocidad absoluta se descompone en sus componentes radial, c_r ; axial, c_z , y acimutal o perimetral, c_θ , que es perpendicular a las dos anteriores y se halla en el plano de rotación (pr). Las componentes radial y axial de la velocidad absoluta se encuentran sobre el plano meridiano (pm), que es el plano que contiene el eje de giro de la máquina y es perpendicular al de rotación, y su suma vectorial recibe el nombre de velocidad meridiana, c_m , de modo que $c = c_m + c_\theta$.

La dirección de la velocidad absoluta en el interior del rotor queda determinada mediante dos ángulos, que se designan α , para el ángulo que forma la velocidad de arrastre con la absoluta, y β , para el que forma la velocidad de arrastre con la relativa. Es evidente que la velocidad de arrastre solo tiene componente perimetral, siendo $u = \omega r \theta$, por lo que los ángulos anteriores definen la dirección de las velocidades absoluta y relativa con respecto a la dirección perimetral. Las proyecciones de las velocidades absoluta y relativa sobre u se denominan c_u y w_u , respectivamente, siendo $c_u = c_\theta$ en el interior del rotor.

La forma básica de la máquina, incluyendo el rotor y el resto de componentes que la forman, depende de la orientación de la velocidad meridiana, c_{2m} , con respecto al eje. Si esta componente es radial, la turbomáquina es centrífuga y, si es axial, se denomina axial o de hélice. En una máquina radial pura, la componente axial de la velocidad absoluta es nula tanto a la entrada como a la salida del rodete y las componentes meridianas coinciden con la radial, siendo $c_r = c_m$. En cambio, en una máquina axial pura en la que $c_r = 0$, se tiene que es la componente axial la que coincide con la meridiana y $c_z = c_m$. Véanse las figuras 3.6, 3.7, 3.8 y 4.1 para una interpretación adecuada de todas estas definiciones.

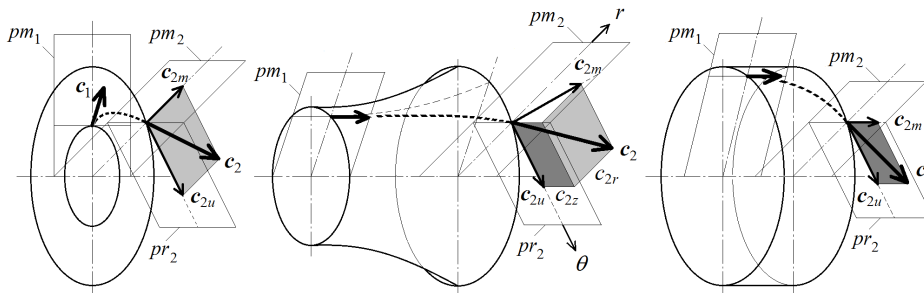


Figura 3.6. Superficies de flujo y velocidad absoluta, y sus proyecciones, en los distintos tipos de rotor de una bomba rotodinámica: radial (izquierda), semiaxial, mixta o diagonal (centro) y axial o de hélice (derecha). A trazos, la línea de corriente absoluta en el rotor.

El caudal en las secciones transversales de entrada y salida al rotor se puede escribir como:

$$Q_R = - \int_{S_1} c_1 \cdot n_1 dS = \int_{S_2} c_2 \cdot n_2 dS \quad [3.18]$$

donde se han usado los subíndices (1) y (2) para designar la entrada y la salida del rotor, respectivamente, o bien:

$$Q_R = \int_{S_1} c_{1m} dS = \int_{S_2} c_{2m} dS \quad [3.19]$$



puesto que la componente perimetral de la velocidad absoluta, c_u , no produce flujo si la sección transversal es de revolución centrada en el eje. En general, este caudal no coincide con el dado por la expresión [3.17], salvo que las fugas sean nulas.⁷ De hecho, cuando el rotor es abierto, tampoco se verifica la igualdad [3.19], pero en adelante se supondrá que se cumple y que las pérdidas de caudal contempladas con el rendimiento volumétrico suponen una minoración de Q con respecto a Q_R . Todas estas expresiones se simplifican si la velocidad se admite uniforme en cada una de las secciones.

3.3.2. Energías dinámica y estática

Una bomba rotodinámica basa su funcionamiento en el principio de conservación de la cantidad de movimiento. Por tanto, el incremento total de energía que experimenta el fluido en el rodete tiene, como se verá en el tema siguiente y salvo excepciones, una parte fundamental que resulta del incremento de su velocidad en forma de energía cinética [4.24]. Esta energía ha de transformarse adecuadamente en el interior de la bomba para que se adapte al tipo de energía que el sistema espera recibir y que viene descrita por la ecuación [3.11] y la del sistema [5.1]. De no hacerlo, el acoplamiento entre la bomba y la instalación no sería eficiente, y tanto el rendimiento de la bomba como el de la propia instalación disminuirían drásticamente.

Con este cometido, se disponen en el interior de la bomba o fuera de ella una serie de difusores que reconvierten el exceso de energía cinética generada en el rotor en energía estática.⁸ Estos difusores son elementos estáticos en forma de conductos o álabes fijos, en los que el fluido no incrementa su energía pero cuya configuración, pensada para el trabajo en torno al punto de diseño, permite transformar la energía cinética sobrante y acondicionar la velocidad del fluido al movimiento del rodete o de los rodetes.

En las máquinas de tipología radial o mixta, se utilizan la cámara espiral (CE) y el cono difusor (C) de salida como elementos difusores principales (figura 3.7). En las máquinas radiales, también se puede situar el inicio de la cámara espiral a un radio mayor con respecto al eje de giro, de modo que se forme entre el rodete (R) y la voluta (V) un espacio en forma de corona (CD) que produzca un efecto difusor adicional.⁹ Esta corona contiene, en ocasiones, álabes fijos cuya misión es mejorar el rendimiento global de la máquina, al conducir el flujo hacia la cámara espiral de forma óptima.

En las máquinas axiales, no existe cámara espiral. En estas máquinas, el efecto difusor buscado, cuando es necesario, se consigue mediante álabes fijos, dispuestos perimetralmente y orientados de forma axial, que, combinados con los móviles, dan lugar a una configuración en forma de cascada de álabes. A través de dicha cascada, el fluido experimenta cambios de dirección acordes con los ángulos de entrada y salida de los álabes, sean estos fijos o móviles, y se acomoda de forma gradual al flujo principal axial. La cascada de álabes puede estar formada por una combinación de hasta veinte etapas de álabes fijos y móviles consecutivos, montados sobre un mismo eje (los fijos serían solidarios de la carcasa).

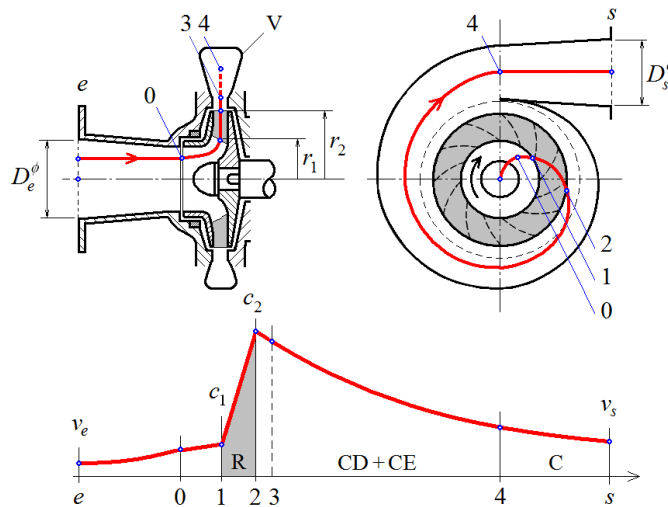


Figura 3.7. Evolución de la velocidad media en el interior de una bomba centrífuga. En una bomba monoce-lular, el fluido entra por la brida de aspiración (e), atraviesa el rodete describiendo una trayectoria absoluta curva, es reco-gido por la cámara espiral (CE) o voluta (V) alrededor de todo el perí-metro del rodete (R, en gris) y es enviado al cono difusor (C) hacia la brida de impulsión (s). La sec-ción de la voluta se cierra sobre sí misma (4), una vez ha dado una vuelta completa alrededor del rodete.

Los álabes fijos situados entre los rotores de una cascada axial se denominan álabes di-fusores, pero también álabes guía, álabes distribuidores o simplemente estátor (E), pues sirven para guiar el fluido entre etapas y asegurar una transferencia de energía eficiente y un buen rendimiento. No siempre es necesario disponer álabes fijos a la entrada o a la salida de una cascada de álabes pero, si se incluyen, ya sea por razones económicas o funcionales, los primeros se dispondrán de forma que su ángulo de entrada con respecto a la dirección axial sea nulo o casi nulo, mientras que en los últimos lo será el ángulo de salida. Esto es así porque se espera que el flujo principal sea axial y uniforme en la ve-cindad del punto de diseño, de modo que el primer álabe fijo orienta el fluido para que entre en el rotor con la velocidad absoluta adecuada,¹⁰ mientras que el efecto difusor a la salida se genera a medida que el movimiento se vuelve axial en el estátor (la velocidad absoluta pierde magnitud a medida que se vuelve axial para un gasto determinado, es decir, a la vez que mantiene su componente axial). En las máquinas axiales de una etapa reversibles, esto es, que pueden trabajar con caudales en ambas direcciones cambiando el sentido de rotación del motor de accionamiento, el perfil de los álabes de rotor y estátor ha de ser simétrico para obtener un funcionamiento equivalente en ambas direcciones.

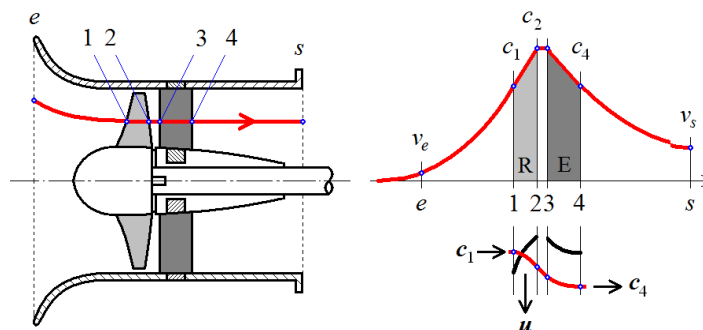
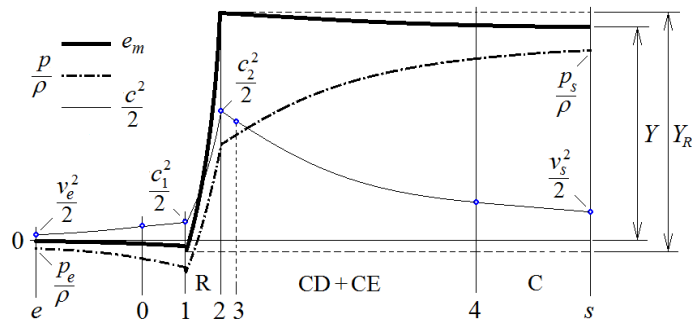


Figura 3.8. Evolución de la velocidad media en una cascada axial de álabes. Se ad-mite que la velocidad ab-soluta media no tiene componente radial y que las velocidades a la en-trada del rotor (R) y a la salida del estátor (E) solo tienen componente axial. Abajo, a la derecha, se muestra la configuración básica de una cascada axial y el aspecto de la lí-ne a de corriente absoluta (que más adelante se concreta en la figura 4.11).

En ambos casos, tanto en las máquinas radiales como en las axiales, el decremento de energía cinética entre la salida del rotor y la de la bomba se aprovecha mediante difusores para aumentar la energía estática comunicada: $(p_s - p_e)/\rho$. La energía total aportada por el rotor, Y_R , no coincide con la que se observa a través de la bomba, Y , ni en cantidad ni en calidad, ya que, por un lado, es inevitable que se produzcan pérdidas de energía en los conductos fijos, sean estos difusores o no, y, por otro, y aun asumiendo que la transformación de energía en los difusores sea ideal, el rotor solo contribuye con una parte del incremento de energía estática de la bomba. La relación entre la energía estática comunicada por el rotor y la total se cuantifica mediante el grado de reacción (v. [4.57]), que es uno de los parámetros fundamentales en la descripción del funcionamiento de la máquina y su diseño.

Figura 3.9.
Evolución de las energías total, estática y cinética en la bomba centrífuga de la figura 3.7. La energía por unidad de masa comunicada por la bomba es $Y = gH_R$ y por el rotor, Y_R . No se considera el término de cota.



3.3.3. Variables de funcionamiento y adimensionales

Los datos de partida que se necesitan para determinar el funcionamiento de una bomba rotodinámica son:

- La forma geométrica, que incluye la rugosidad relativa de la máquina (ε/D) por su influencia en el cálculo de las pérdidas.
- El tamaño, en términos de su diámetro, D , que en las máquinas radiales se asimila al diámetro exterior del impulsor y en las axiales, al diámetro a la altura de la cabeza de los alabes.
- La velocidad angular de giro en rpm, n , o en rad/s, ω .
- Las propiedades físicas del fluido. En un problema mecánico, solo intervienen la densidad, ρ , y la viscosidad, μ .¹¹ La tensión superficial no interviene ya que, en condiciones normales de operación, no hay superficie libre en el interior de las bombas.
- Las propiedades cinemáticas del fluido a la entrada. Si en una máquina están definidas todas las magnitudes anteriores y, además, se conocen el campo de presiones y velocidades a su entrada, entonces el resto de las propiedades fluidas también serán conocidas en el resto de la máquina y, en particular, a su salida.¹²



Cualquier otra variable de funcionamiento (la altura de elevación, H_B ; la potencia, N ; el par, M , o el rendimiento, η , etc.) viene determinada en función de estos datos. Por ejemplo, para una forma de bomba dada y sin cambiar de fluido, las variables de salida, H_B , y la potencia al freno dependerán, por lo menos, del caudal, Q ; del diámetro del rotor, D , y de la velocidad del eje, ω .

Las relaciones funcionales que aparecen en este caso son:

$$\begin{aligned} Y &= gH_B = Y(Q, D, \omega, \rho, \mu, \varepsilon) \\ N &= N(Q, D, \omega, \rho, \mu, \varepsilon) \\ M &= M(Q, D, \omega, \rho, \mu, \varepsilon) \end{aligned} \quad [3.20]$$

En cada función de las relaciones anteriores, Y , N y M , hay siete variables y tres dimensiones primarias (M, L y T). Por tanto, según el teorema de Vaschy-Buckingham, se espera obtener cuatro parámetros adimensionales en cada una de ellas, y este es el caso:

$$\begin{aligned} \frac{Y}{\omega^2 D^2} &= \Psi \left(\frac{Q}{\omega D^3}, \frac{\rho \omega D^2}{\mu}, \frac{\varepsilon}{D} \right) \\ \frac{N}{\rho \omega^3 D^5} &= N \left(\frac{Q}{\omega D^3}, \frac{\rho \omega D^2}{\mu}, \frac{\varepsilon}{D} \right) \\ \frac{M}{\rho \omega^2 D^5} &= M \left(\frac{Q}{\omega D^3}, \frac{\rho \omega D^2}{\mu}, \frac{\varepsilon}{D} \right) \end{aligned} \quad [3.21]$$

Estas son las condiciones de semejanza en las bombas rotodinámicas. Por supuesto, la elección de los datos y las incógnitas no es rígida, sino que se pueden intercambiar unos con otros siempre que se mantenga fijo el número de datos de partida.¹³

Además de las cantidades $\rho \omega D^2 / \mu$, que es una forma del número de Reynolds, y de la rugosidad relativa, ε / D , aparecen cuatro nuevos parámetros adimensionales. Las variables Ψ y Φ se denominan *cifra adimensional de energía* y *de caudal*, respectivamente, y son definidas como:

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{Y}{\omega^2 D^2} = \frac{gH}{\omega^2 D^2} = \frac{p_r}{\rho \omega^2 D^2} \\ \Phi &= \frac{Q}{\omega D^3} \end{aligned} \quad [3.22]$$

La tercera variable es la cifra de potencia, N , que es función del producto $\Psi\Phi$ y del rendimiento de la bomba. La cifra de par está relacionada directamente con la de potencia porque entre el par y las revoluciones del accionamiento se verifica la relación $N = M\omega$.

Otra forma de describir, de forma adimensional, la energía y el caudal de una turbomáquina, se sirve de los coeficientes de energía y velocidad definidos como:



$$\begin{aligned}\psi &= \frac{Y}{u_2^2} \\ \phi &= \frac{c_{2m}}{u_2}\end{aligned}\quad [3.23]$$

cuya relación con los anteriores es:¹⁴

$$\begin{aligned}\Psi &= \frac{1}{4}\psi \\ \Phi &= \frac{\pi}{2} \frac{b_2}{D_2} \phi\end{aligned}\quad [3.24]$$

3.3.4. Leyes de semejanza

Para que dos bombas compartan puntos de funcionamiento semejantes entre sí y exista semejanza física completa entre ambas, es necesario que todos los grupos adimensionales π sean iguales en dichos puntos y que exista semejanza geométrica. La igualdad simultánea de todos estos grupos no es posible por razones obvias, de modo que se hace necesario retener solo aquellos más representativos y admitir, en la práctica, que la semejanza es parcial. Así, por ejemplo, para llegar a [3.21], se ha asumido que las fuerzas de compresibilidad y de tensión superficial son despreciables, de modo que se ha limitado la influencia de los números de Mach y de Weber en primera aproximación. En cambio, como las fuerzas viscosas no pueden despreciarse en general, el número de Reynolds debe retenerse, aun trabajando con fluidos distintos, si se quiere que las fuerzas de rozamiento queden bien representadas en la transformación.

Otra perspectiva del mismo problema sugiere que la semejanza es completa cuando hay semejanza geométrica, cinemática y dinámica. La semejanza geométrica es fácilmente verificable entre bombas a escala (λ) y la cinemática puede asumirse si las velocidades en el interior de la bomba, tanto en módulo como en dirección, guardan alguna relación de proporcionalidad.¹⁵ La semejanza dinámica es más restrictiva que las anteriores, pues exige la proporcionalidad entre todas las fuerzas existentes y, entre ellas, no todas guardan relación con el factor de escala y la relación de velocidades. Para entender las implicaciones de esta circunstancia, piénsese en dos situaciones distintas. Por un lado, si en un laboratorio se pretende analizar el funcionamiento de un prototipo sobre la base de los resultados obtenidos de un modelo y poder también extrapolar sus rendimientos, se puede forzar la situación durante los ensayos, combinando adecuadamente la relación de revoluciones, la viscosidad cinemática de los fluidos y el factor de escala, de forma que se conserve el número de Reynolds [2.85]. En cambio, la igualdad de los números de Reynolds entre dos bombas geoméricamente semejantes que giren a revoluciones distintas y trabajen con el mismo fluido es difícil, por cuanto tendría que mantenerse constante la relación ωD^2 . Es decir, si, por ejemplo, entre dos bombas se cumple que $D_b = 2D_a$, siendo $n_a = 1.450$ rpm, para que haya igualdad entre sus números de Reynolds, las revoluciones del accionamiento de la segunda bomba han de ser exactamente $n_b = 362,5$ rpm. Como este no será, en general, el caso, con las bombas funcionando en una instalación cualquiera, los números de Reynolds no serán iguales, no habrá semejanza dinámica al



no ser proporcionales las fuerzas de rozamiento, y la semejanza entre ambas bombas será solo parcial y aproximada.

Afortunadamente, la influencia del número de Reynolds y de la rugosidad relativa, ε/D , es despreciable en las condiciones habituales de trabajo (con fluidos poco viscosos y $Re > 10^5$), y con los márgenes de error admisibles en la práctica. Como, además, a altos números de Reynolds, el efecto de la rugosidad es semejante en todas las bombas, es común suponer que las ecuaciones [3.21] se aproximan a:

$$\begin{aligned}\frac{Y}{\omega^2 D^2} &\approx \Psi\left(\frac{Q}{\omega D^3}\right) \\ \frac{N}{\rho \omega^3 D^5} &\approx N\left(\frac{Q}{\omega D^3}\right)\end{aligned}\quad [3.25]$$

Es decir, para bombas semejantes,¹⁶ se espera que las cifras adimensionales de altura y potencia sean funciones únicas de la cifra adimensional o coeficiente de caudal. La figura 3.10 muestra una posible forma de estas relaciones y la 3.11, su validación experimental para un ventilador centrífugo. Obsérvese que la diferencia entre ambas curvas adimensionales, en términos de energía, es de menos del 5% para todo el intervalo de caudales.

En resumen, entre dos puntos homólogos, afines o semejantes, (a) y (b), existe una correspondencia única que implica que:

$$\begin{aligned}\frac{Q_a}{Q_b} &\approx \frac{\omega_a D_a^3}{\omega_b D_b^3} = \lambda_t^{-1} \lambda^3 \\ \frac{Y_a}{Y_b} &\approx \frac{\omega_a^2 D_a^2}{\omega_b^2 D_b^2} = \lambda_t^{-2} \lambda^2 \\ \frac{N_a}{N_b} &\approx \frac{\rho_a \omega_a^3 D_a^5}{\rho_b \omega_b^3 D_b^5} = \lambda_m \lambda_t^{-3} \lambda^2\end{aligned}\quad [3.26]$$

relaciones que se espera que sean tanto más aproximadas cuanto menor sea la distorsión producida por el número de Reynolds y el efecto de la escala.

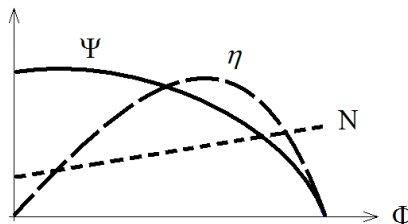


Figura 3.10. Ejemplo de curvas características adimensionales de una bomba centrífuga.

Cuando son conocidos los rendimientos de dos bombas geométricamente semejantes, las magnitudes anteriores se relacionan, en condiciones análogas de funcionamiento, del modo siguiente:



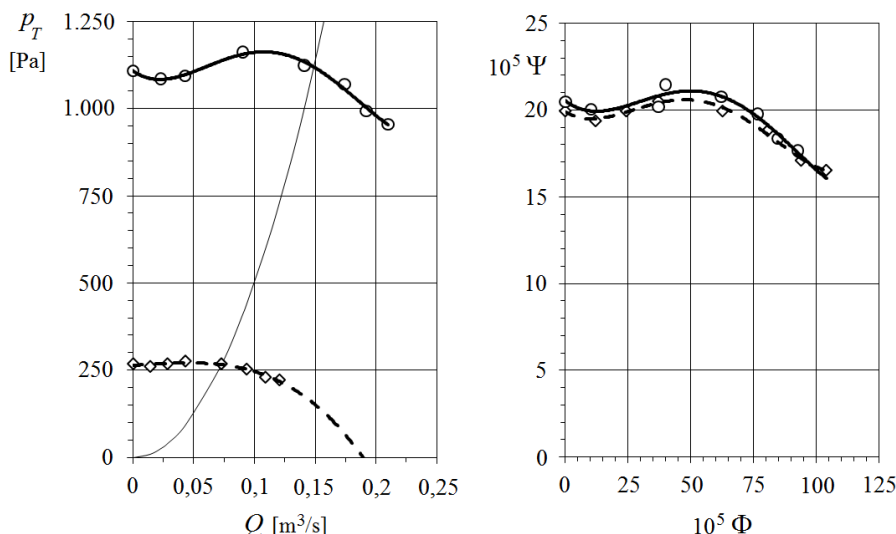
$$\begin{aligned}\frac{Q_a}{Q_b} &= \frac{\eta_{V,a}}{\eta_{V,b}} \frac{\omega_a D_a^3}{\omega_b D_b^3} \\ \frac{Y_a}{Y_b} &= \frac{\eta_{H,a}}{\eta_{H,b}} \frac{\omega_a^2 D_a^2}{\omega_b^2 D_b^2} \\ \frac{N_a}{N_b} &= \frac{\eta_{B,b}}{\eta_{B,a}} \frac{\rho_a \omega_a^3 D_a^5}{\rho_b \omega_b^3 D_b^5}\end{aligned}\quad [3.27]$$

Evidentemente, si se trata de una única bomba, entonces $D_a = D_b$ y, si los rendimientos no son muy diferentes (lo que ocurre entre puntos afines a altos números de Reynolds), entonces también es:¹⁷

$$\begin{aligned}\frac{Y_a}{Y_b} &\approx \left(\frac{Q_a}{Q_b}\right)^2 \approx \left(\frac{\omega_a}{\omega_b}\right)^2 \\ \frac{N_a}{N_b} &\approx \left(\frac{Q_a}{Q_b}\right)^3 \approx \left(\frac{\omega_a}{\omega_b}\right)^3\end{aligned}\quad [3.28]$$

Estas ecuaciones son sumamente prácticas desde el punto de vista de la regulación del funcionamiento de la bomba mediante accionamientos a revoluciones variables. Más adelante, retomaremos este tema, pero de momento sirven para poner de manifiesto que los puntos homólogos de una misma bomba (aquellos que comparten cifras adimensionales) se encuentran situados sobre curvas parabólicas del tipo $Y = A_Y Q^2$ y $N = A_N Q^3$, en ejes (Q, Y) y (Q, N) , respectivamente, que se denominan *curvas de afinidad*.

Figura 3.11. Verificación experimental de la ley de semejanza en un ventilador centrífugo. La curva parabólica de la izquierda es una curva de afinidad, que indica qué puntos del cuadrante $\{Q, p\}$ comparten cifras adimensionales y, por tanto, son semejantes. Estas curvas son de forma que $Y = A_Y Q^2$ en una turbomáquina dada y muestran el sentido de la transformación de los ejes $\{Q, p\}$ a $\{\Phi, \Psi\}$. Las curvas adimensionales de la derecha se han obtenido dividiendo la presión y el caudal por n^2 y n , respectivamente.



El número de Reynolds en una máquina dada cambia al variar la velocidad de rotación o el fluido, lo cual desvía ligeramente la curva característica adimensional con respecto a la condición de autosemejanza o automodelado.¹⁸ En general, esta influencia no altera



sustancialmente la forma de las curvas y disminuye a medida que aumenta Re , manifestando siempre la misma tendencia: el aumento de la viscosidad supone un aumento de las pérdidas hidráulicas y una disminución de la energía comunicada. Para poder predecir cómo se comportará la máquina cuando funcione con otro fluido, puede utilizarse un método sencillo y suficientemente aproximado, que consiste en introducir en las relaciones [3.25] sendos factores de corrección, f_H y f_η , de la forma:¹⁹

$$\begin{aligned}\Psi &= f_H(Re)\Psi_0\left(\frac{Q}{\omega D^3}\right) \\ \eta &= f_\eta(Re)\eta_0\left(\frac{Q}{\omega D^3}\right)\end{aligned}\quad [3.29]$$

Obsérvese, en la figura 3.12, que ambos factores tienden a la unidad al aumentar Re y son prácticamente uno a partir de $Re = 10^5$. En cambio, altas viscosidades o bajos números de Re originan una caída importante del rendimiento, lo que supone un aumento considerable de la potencia consumida. Este hecho y la pérdida de capacidad de la bomba para transportar caudal al aumentar la viscosidad hacen que, para relaciones μ/μ_{agua} por encima de 300, se recomienda utilizar bombas de desplazamiento positivo.

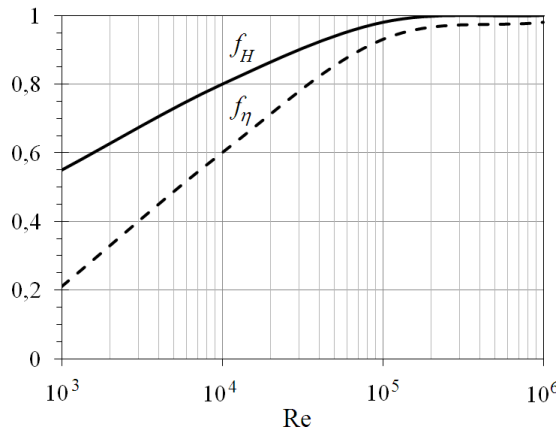


Figura 3.12.
Factores correctores
en función del número
de Reynolds.

La experiencia muestra que, entre máquinas geoméricamente semejantes, las mayores tienen por norma mejor rendimiento que las pequeñas. Ello es debido, básicamente, a dos factores: por un lado, el efecto de la rugosidad relativa se reduce cuando el tamaño de la máquina aumenta al disminuir el factor ε/D , sea por aumentar D o porque en las máquinas mayores es más fácil mejorar el acabado superficial, y, por otro, a la disminución relativa de las fugas, los juegos e intersticios internos, y a la mejora de los alineamientos mecánicos, etc. En el caso de las bombas, el rendimiento entre el modelo y el prototipo de idéntico acabado superficial, ε , puede relacionarse, aproximadamente, con la expresión:

$$\frac{1-\eta_{B,m}}{1-\eta_{B,p}} = \left(\frac{D_p}{D_m}\right)^{0,25} = \lambda^{0,25} \quad [3.30]$$



Los métodos propuestos por las expresiones [3.29] y [3.30] u otros son solo aproximaciones válidas cuando se dispone de información parcial de las curvas características de la bomba a utilizar. Es siempre recomendable recabar tantos datos de funcionamiento concretos y para diferentes condiciones de trabajo y fluidos como sea posible, lo cual no suele ser fácil en la práctica, aunque no por ello deje de ser deseable.

3.3.5. Condiciones generales de diseño y selección

Los anteriores no son los únicos grupos adimensionales que pueden formarse con las variables de trabajo. En concreto, dos grupos muy útiles desde el punto de vista del diseñador son la *velocidad específica adimensional*, Ω , y la *cifra de tamaño*, Δ :

$$\begin{aligned}\Omega &= \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}} = \omega \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} \\ \Delta &= \frac{\Psi^{1/4}}{\Phi^{1/2}} = D \frac{Y^{1/4}}{Q^{1/2}}\end{aligned}\quad [3.31]$$

La velocidad específica adimensional, Ω , es independiente de la dimensión, D , de la turbomáquina y, por tanto, solo función de su forma o geometría. De hecho, la cifra Ω también se denomina *factor de forma*, pues está íntimamente relacionada con el tipo de rodete más adecuado para unas condiciones de trabajo determinadas. Es decir, la máquina de forma, Ω , definida en términos de los ω , Q e Y de una aplicación, será la que posea mayor rendimiento fluidodinámico en dichas condiciones. Esto establece una base común sobre la que se pueden comparar los diversos tipos de bombas o turbinas, con independencia de sus dimensiones.

Otro parámetro usual y con la misma función que Ω es la *velocidad específica* de una bomba, n_q , que se define como la velocidad en rpm de otra bomba geoméricamente semejante a la anterior y de tales dimensiones que suministra un m³/s venciendo una cota de un metro. También se utiliza la cifra n_s , definida como el número específico de revoluciones en función de la potencia, N , que representa el número de revoluciones a que debería girar una turbomáquina para suministrar al eje (en turbinas) o al fluido (en bombas) una potencia de 1 CV con un salto de un metro. Ambas cifras se relacionan con Ω del modo siguiente:²⁰

$$\begin{aligned}n_q &= n \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}} = 52,89\Omega \\ n_s &= n \frac{N^{1/2}}{H^{5/4}} = 193,1\Omega\end{aligned}\quad [3.32]$$

Tabla 3.2.
Valores aproximados de Ω , n_q y n_s para distintos tipos de bombas. Esta clasificación aún puede abrirse más para incluir las radiales lentas ($n_s < 80$) y rápidas ($n_s > 150$), y las axiales rápidas (n_s de hasta 1.800). La denominación de rápida o lenta no guarda relación con la velocidad real del accionamiento.

Tipo de bomba	Ω	n_q	n_s
Bombas centrífugas o radiales	0,2÷2,0	10÷100	40÷400
Bombas de flujo mixto	1,2÷4,0	60÷200	250÷750
Bombas axiales	3,0÷6,0	150÷300	600÷1.200



En la literatura, se recogen diferentes gráficos o relaciones que muestran la experiencia acumulada en el diseño óptimo de turbomáquinas en función de las cifras adimensionales características [3.31], o las [3.32], evaluadas en el punto de rendimiento máximo. Quizás el más representativo de estos gráficos sea el de Cordier de la figura 3.13, aunque no es el único. Evidentemente, el diseño puede no hacerse siguiendo el criterio de mejor rendimiento, sino los de menor ruido (menor velocidad de rotación y menor velocidad periférica en el rotor) o de menor coste (menor tamaño), criterios ambos muy interesantes desde la perspectiva industrial. En cualquier caso, y como se justifica más adelante, siempre es deseable escoger la mayor velocidad específica de entre las posibles para una aplicación $\{Q, Y\}$ dada, lo cual, vista la dependencia inversa entre Ω y Δ en el diagrama de Cordier, siempre implica bombas de menor tamaño.

Desde un punto de vista exclusivamente teórico, se podrían utilizar bombas de idéntica velocidad específica para cualquier combinación $\{Q, Y\}$ de una aplicación. Ello, sin embargo, no resulta adecuado en la práctica porque, si Q es elevado e Y pequeño, fijada Ω , resultaría una velocidad de accionamiento, n , pequeña, y, si Q e Y se alternan, la velocidad podría ser demasiado elevada. Además, si se fija Ω , el diagrama de Cordier recomienda una cifra de tamaño, Δ , muy concreta, que implicaría un rodete excesivamente grande en el primer caso y minúsculo en el segundo. Es decir, para cada combinación $\{Q, Y\}$, existe solo un campo de valores de la velocidad específica adecuado, y este campo se restringe aún más cuando se limitan la velocidad máxima del fluido (para reducir el desgaste, las pérdidas y el ruido) o la velocidad periférica del sólido (por razones estructurales y de resistencia mecánica).

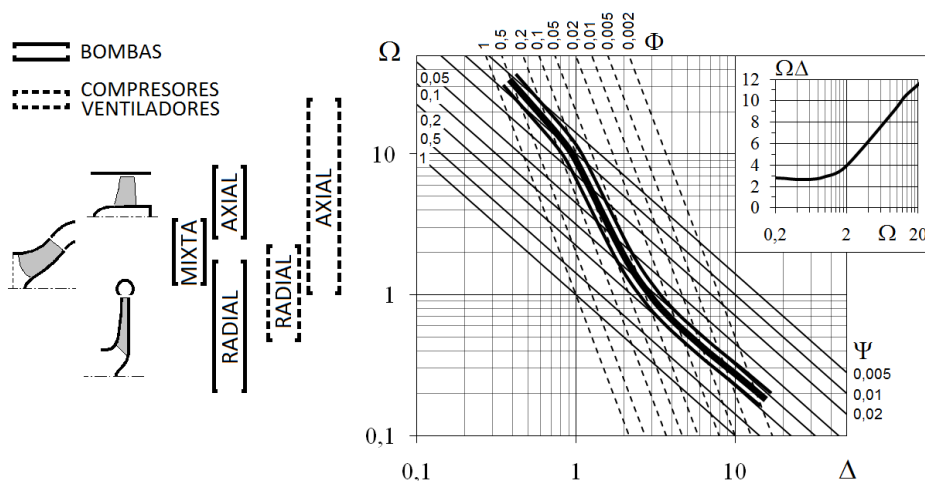


Figura 3.13. Diagrama de Cordier para la relación entre la velocidad específica y el diámetro específico correspondiente al diseño a rendimiento óptimo. Este diagrama es especialmente útil en el diseño de turbobombas hidráulicas, pero también se usa en compresores y turbinas. Obsérvese que el rodete se vuelve axial a medida que $\Omega\Delta$ aumenta, y que el producto $\Omega\Delta$ es sensiblemente constante en el intervalo $[0,2-2,0]$ (máquinas radiales). También es interesante observar la relación por tramos entre la pendiente del diagrama de Cordier y los valores constantes de las cifras de energía y caudal.

El proyecto de una bomba suele comenzarse imponiendo una velocidad de rotación, n ,²¹ lo cual, con la pareja $\{Q, Y\}$, conduce a una forma de rodete determinada por la velocidad específica. Si Ω resulta inferior a 0,2 puede ser interesante replantearse el uso de bombas de desplazamiento positivo, pero si, para una aplicación específica, resulta más adecuada una turbomáquina (por coste, tipo de fluido, capacidad de regulación, servicio de man-

tenimiento, etc.), entonces debe recurrirse a diseños de bombas con varios escalonamientos, es decir, con varios rotores montados en serie en su interior. De esta manera, puede fijarse de antemano el tipo de rodete más idóneo (por coste de fabricación, tamaño, condiciones de aspiración, etc.) y disponer el número de ellos que sea necesario hasta conseguir la Ω requerida. Por ejemplo, siendo Ω_R la velocidad específica del rodete tipo de un escalonamiento formado por k rodetes en serie compartiendo caudal, su relación con la Ω requerida por la aplicación es:

$$\Omega_R = \omega \frac{Q^{1/2}}{(Y/k)^{3/4}} = k^{3/4} \Omega \quad [3.33]$$

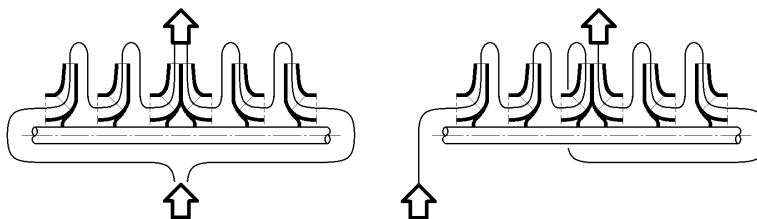
de modo que $\Omega_R > \Omega$. Un caso interesante son las bombas destinadas a la extracción de aguas profundas, en las que el diámetro del rotor ha de ser muy concreto, limitado a menudo por el tamaño de la boca del pozo o la obra de ingeniería. Impuesta Δ_R por el diámetro máximo asumible y la pareja $\{Q, Y\}$ por la aplicación, la cifra Ω_R resulta del diagrama de Cordier y k de la ecuación [3.33].²²

La disposición en paralelo de varios rodetes también es posible, y entonces la relación entre Ω_R y Ω resulta ser:

$$\Omega_R = \omega \frac{(Q/k)^{1/2}}{Y^{3/4}} = \frac{1}{k^{1/2}} \Omega \quad [3.34]$$

Esta situación solo es frecuente en bombas de doble aspiración, en las que se sirve de la disposición simétrica de los rodetes para eliminar el empuje axial que actúa sobre el eje. Dejamos al lector que encuentre la relación entre Ω_R y Ω para la configuración de tres etapas y doble aspiración de la figura 3.14.

Figura 3.14.
Diagrama funcional de una bomba centrífuga de tres etapas y doble aspiración (izquierda) y otra con seis rodetes en serie (derecha). Ambas con equilibrado del empuje axial.

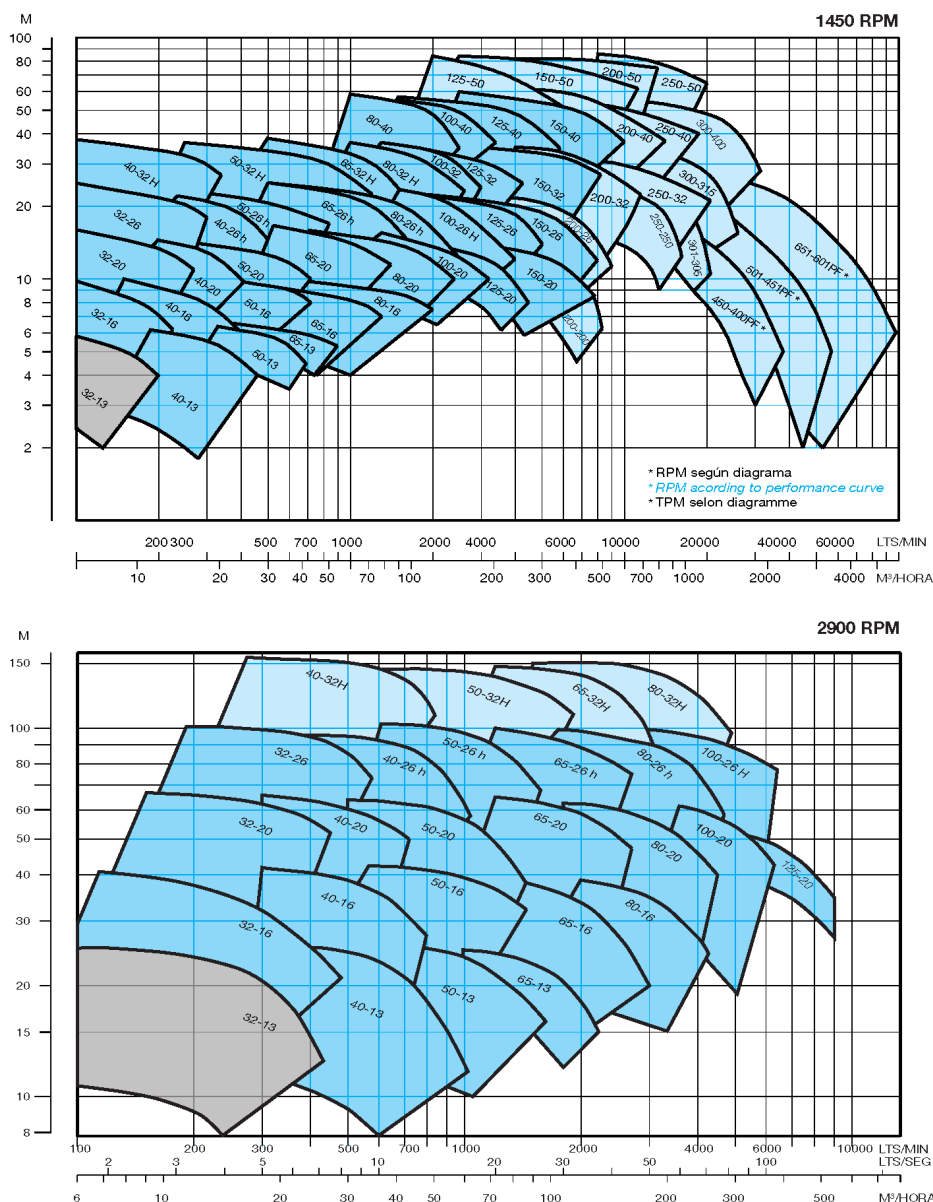


Por otro lado, y por razones obvias de mercado, los fabricantes de bombas no pueden fabricar bombas hidráulicas para la infinidad de puntos de funcionamiento posibles. Por ello, y con el fin de abaratar tanto los costes de producción como los logísticos, se recurre a la fabricación de bombas en series que cubran de la mejor manera posible el plano (Q, H_B) mediante un número reducido de tipos y tamaños de bombas, y de revoluciones de accionamiento.

Una práctica común entre los fabricantes consiste en construir series de bombas con diámetros de rodete D_2 escalonados, pero con el mismo diámetro de entrada (o de la brida de aspiración). Este escalonamiento sigue, en general, una recomendación normativa (por ejemplo, ISO),²³ de forma que los diferentes diámetros de la serie definan un cambio

proporcionado entre la altura y el caudal nominales. Con esta discretización, se pretende que el coste adicional que supone la incorporación de un nuevo modelo a la serie sea compensado por la mejora del rendimiento medio.

Entre esta práctica y la de poder construir bombas multicelulares a diversas revoluciones, se generan gráficos de características generales que abarcan prácticamente todo el plano (Q, H_B) , a partir de los cuales se pueden comparar entre sí modelos de diversos fabricantes para efectuar la selección de la bomba más adecuada a cada aplicación.²⁴



3.3.6. Curvas características

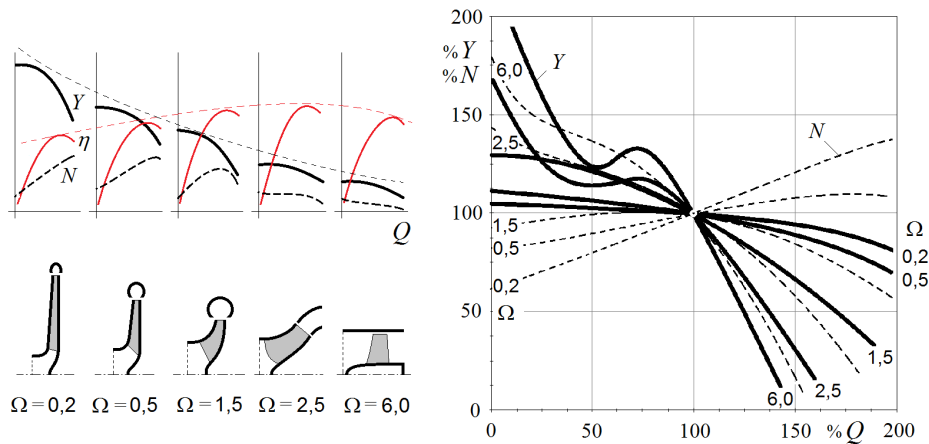
Las curvas características principales de una bomba son las curvas $H_B=H_B(Q)$, $N=N(Q)$ y $\eta_B=\eta_B(Q)$, y son suministradas por el fabricante. Estas curvas son particulares de cada bomba y acogen las características de todos los puntos de funcionamiento posibles a unas revoluciones dadas.²⁵ Como para cada uno de estos puntos, se verifica la relación:

$$\eta_B = \frac{\rho g Q H_B}{N} \quad [3.35]$$

las curvas ofrecen información redundante, con el objetivo de facilitar al usuario la visualización de las características funcionales de la bomba. De hecho, todas las curvas características a diferentes revoluciones pueden obtenerse de las relaciones [3.25] y [3.28], una vez son conocidas mediante ensayo las curvas $H_B(Q)$, $N(Q)$ y $\eta_B(Q)$ a unas revoluciones determinadas.

Las curvas $Y(Q)$, $N(Q)$ y $\eta_B(Q)$, en función de la velocidad específica siguen la tendencia que se muestra en la figura 3.16. Las máquinas radiales tienen una altura manométrica mayor que las axiales, pero impulsan menos caudal a igualdad de diámetro y revoluciones. En cambio, el rendimiento máximo crece con Ω , hasta alcanzar un máximo en las bombas de tipología mixta y decrecer después. Cabe destacar también que la curva de potencia (líneas discontinuas del gráfico de la derecha de la figura 3.16), $N(Q)$, manifiesta una tendencia creciente en las bombas de tipo centrífugo, pero que esta tendencia se invierte y resulta decreciente a medida que la velocidad específica adimensional aumenta y la bomba se convierte en axial.

Figura 3.16. Tendencia manifestada por los distintos tipos de bombas rotodinámicas según el sentido del flujo. La escala horizontal de las figuras de la izquierda está falseada. Obsérvese que, en las máquinas de flujo axial, aparecen zonas en las que $dY/dQ > 0$. Los porcentajes se refieren a la condición nominal de funcionamiento (100%).



La altura de elevación proporcionada por una bomba varía con el caudal a unas revoluciones dadas según una ley que suele tener forma de parábola invertida, del tipo [4.40], con $b \approx 0$. La curva de rendimiento correspondiente tiene la forma general descrita en la figura 3.10, también de parábola invertida, para la cual el punto de rendimiento máximo se encuentra a un caudal algo inferior al de diseño. Esta diferencia, inapreciable en la mayoría de los casos, se justifica por el aspecto creciente de las pérdidas hidráulicas que tienen lugar en la bomba (v. término continuo k_C de la figura 4.10). En lo referente a las



curvas de potencia y como consecuencia del distinto signo de dN/dQ , cabe decir que, mientras las bombas centrífugas son autorreguladas, ya que la potencia en el eje para pequeños caudales es inferior a la nominal, en las axiales la situación se invierte, siendo conveniente no instalar válvulas de cierre a la salida de la bomba para evitar el peligro de sobrecarga del motor. Esta precaución es sumamente importante en la puesta en marcha de la bomba: se dice que las bombas centrífugas se han de poner en marcha contra válvula de impulsión cerrada para reducir la intensidad durante el arranque y alargar así la vida del motor (eléctrico).

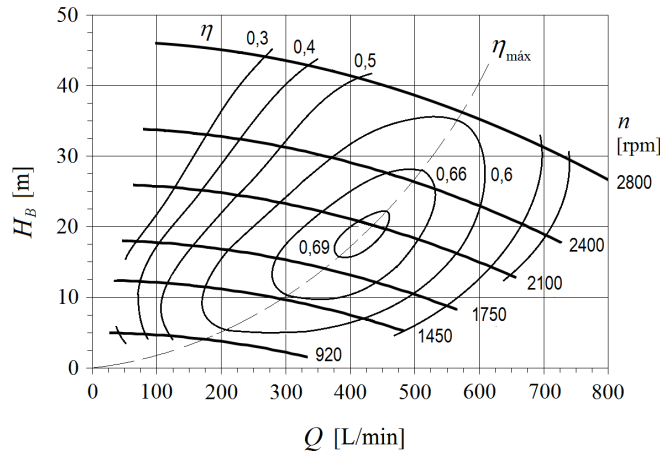


Figura 3.17. Curvas de altura de elevación e isorrendimiento típicas de una bomba centrífuga a diferentes revoluciones. Las curvas de rendimiento constante aparecen como curvas cerradas formando una colina de rendimientos en cuya cima topológica se encuentra el rendimiento máximo de la bomba. Los puntos de rendimiento máximo para cada velocidad de accionamiento siguen una parábola (línea de trazos). La velocidad específica de la bomba que define su forma se evalúa en el punto de rendimiento máximo ($\Omega = 0,36$ en este caso).

Aunque, desde el punto de vista de la regulación por accionamiento variable, sería más interesante que la información en forma de curvas características se facilitara (etiquetara) en función de las revoluciones, tal como se hace en la figura 3.17, por ejemplo, lo más habitual es que se presenten en un mismo gráfico las curvas correspondientes a diferentes diámetros de rotor, pero para una misma carcasa de bomba y motor de accionamiento. Las razones son varias, pero acaso la más importante sea que la regulación del punto de funcionamiento por accionamiento variable aún no es una práctica muy extendida en sistemas convencionales de abastecimiento de aguas en los que se dispone de depósitos reguladores: es difícilmente justificable un grupo de bombeo que requiera una inversión mayor si no es necesario ajustar el caudal o la presión a la demanda o a un punto de funcionamiento variable y concreto. Por otro lado, el uso de una misma carcasa para distintos rodets tiene innumerables ventajas, tanto para el fabricante como para el usuario, ya que facilita el intercambio y la distribución de las series de bombas y, además, reduce partidas y existencias, al tiempo que le permite al usuario adaptar la bomba, el grupo motor y toda su bancada al punto de funcionamiento de la instalación a medida que esta vaya perdiendo con el tiempo capacidad de transporte, sin más que aumentar el tamaño del rodete instalado.

En la figura 3.18, se muestran las curvas características de un modelo de bomba a dos revoluciones distintas, siendo $n_a = 2n_b$. Obsérvese que las curvas de la izquierda cubren el área sombreada de la gráfica de la derecha (aproximadamente, a la mitad del caudal y a la cuarta parte de la energía) y que sus puntos de rendimiento máximo cumplen las condiciones:



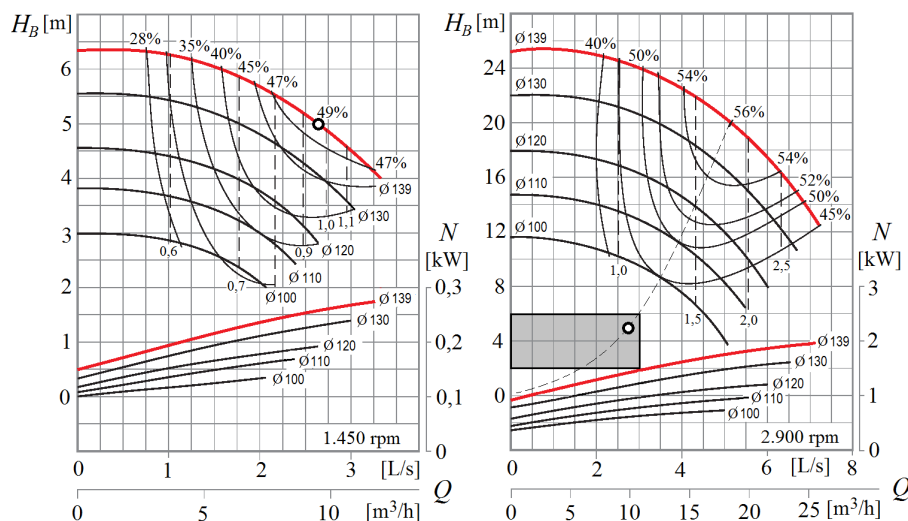
$$\frac{Q_a}{Q_b} = \frac{5,25}{2,65} \approx \frac{2.900}{1.450} = \frac{n_a}{n_b}$$

$$\frac{H_{B,a}}{H_{B,b}} = \frac{20}{5} \approx \left(\frac{5,25}{2,65} \right)^2 = \left(\frac{Q_a}{Q_b} \right)^2 \quad [3.36]$$

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{1,84}{0,265} \approx \frac{0,49}{0,56} \left(\frac{2.900}{1.450} \right)^3 = \frac{\eta_{B,b}}{\eta_{B,a}} \left(\frac{n_a}{n_b} \right)^3$$

como cabría esperar de [3.27].

Figura 3.18. Curvas características típicas, en función del tamaño del rodete. Modelos GNI / RNI 32-13 de la figura 3.15 (cortesía de Bombas Ideal). Se trata, evidentemente, de bombas centrífugas, ya que sus curvas de potencia crecen con el caudal ($\Omega_{139} = 0,42$). Las líneas a trazo casi vertical son las curvas de NPSH_R constante, cuyo sentido y aplicación se explican en el apartado de cavitación (3.6.1).



Pero el funcionamiento de una bomba, entendida como turbomáquina, no queda restringido al cuadrante (Q, H_B) positivo usado en las figuras anteriores (para el cual también son positivos el par y la potencia comunicada). Existen situaciones de trabajo, originadas normalmente por la combinación de varias bombas en una instalación o durante su detención en sistemas hidráulicos de gran tamaño, en las que la bomba puede trabajar como turbina o como freno, e incluso a contraflujo.

Las diferentes situaciones que pueden presentarse se resumen en la tabla 3.3, y en su interpretación es importante tener en cuenta que:

- la potencia es positiva cuando es aplicada por el motor al eje del accionamiento (y aprovechada en funcionamiento en modo bomba o disipada en modo freno) y negativa cuando es restituida al eje (en funcionamiento en modo turbina);
- el par aplicado puede ser también positivo o negativo, dependiendo de la relación funcional $M = N/\omega$: es positivo, si tanto la potencia como las revoluciones tienen el mismo signo, y negativo, en caso contrario;

- el funcionamiento normal como bomba se obtiene con $\omega > 0$, y el normal como turbina para $\omega < 0$ (ambos para $H > 0$). No obstante, es posible que la bomba funcione como turbina con $\omega < 0$ y $N > 0$ y, al revés, que la turbina funcione como bomba con $\omega > 0$ y $N < 0$, y
- el signo del caudal no viene impuesto por el de la altura de carga, y es positivo en funcionamiento normal como bomba, atravesando la bomba de la aspiración a la impulsión, y negativo cuando entra por la brida de impulsión a contraflujo. A su vez, la altura de carga es positiva cuando la energía es superior en la impulsión que en la aspiración, independientemente del signo del caudal.

Tramo	Modo de funcionamiento	N	M	ω	H	Q
a-b	Bomba normal	+	+	+	+	+
b-c	Disipación de energía. Freno	+	+	+	+	-
c-d	Turbina normal	-	+	-	+	-
d-e	Disipación de energía. Freno	+	-	-	+	-
e-f	Bomba funcionando como turbina	+	-	-	+	+
f-g	Disipación de energía. Freno	+	-	-	-	+
g-h	Turbina funcionando como bomba	-	-	+	-	+
h-a	Disipación de energía. Freno	+	+	+	-	+

Tabla 3.3.
Modos de funcionamiento de una turbomáquina.

El funcionamiento de una turbomáquina en un diagrama (Q, n) queda descrito en ocho regiones, repartidas por los cuatro cuadrantes de la figura 3.20. Como puede apreciarse, el funcionamiento normal de la turbomáquina como bomba (tramo a-b) se halla en el primer cuadrante, compartiendo característica (Q^+, n^+) con sendos modos de funcionamiento freno y turbina. En condiciones normales, la máquina trabaja en modo bomba, pero dejará de hacerlo si el punto de funcionamiento impuesto por la instalación atraviesa las líneas de altura de carga y par nulos.

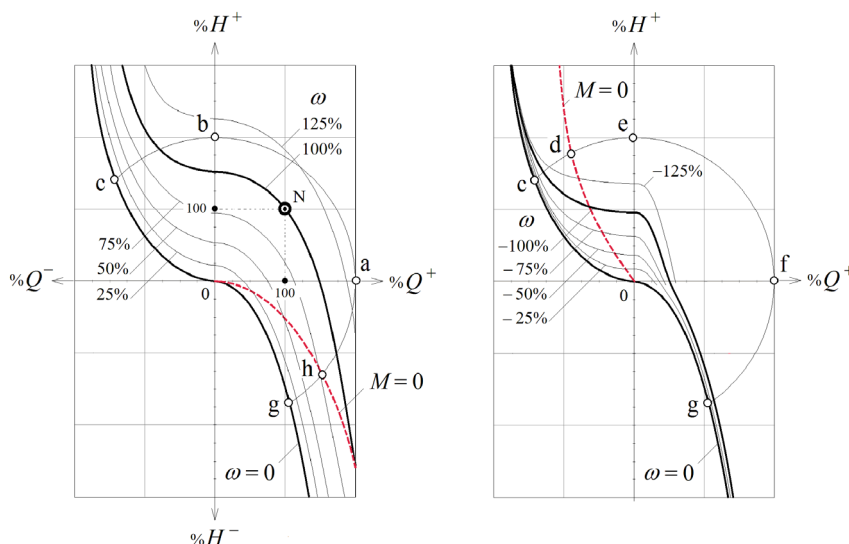
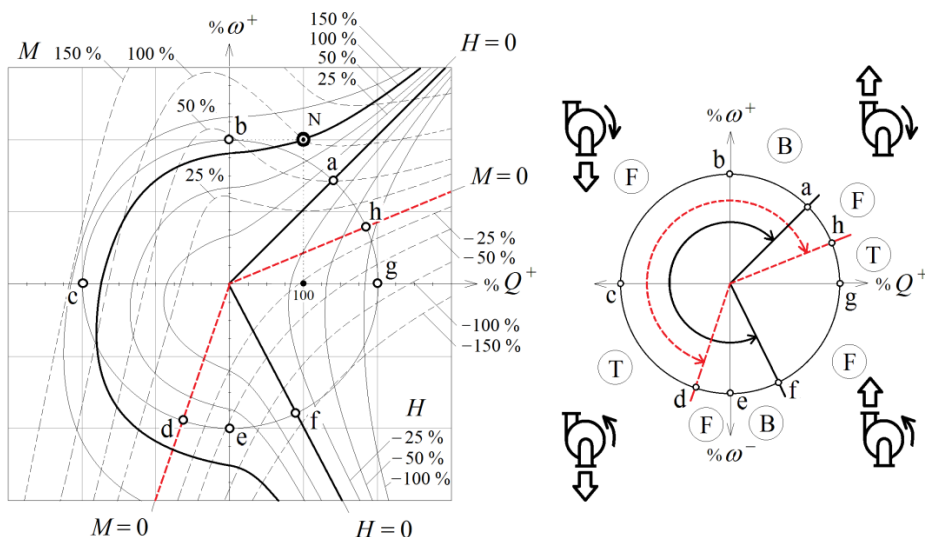


Figura 3.19.
Curvas características típicas de una bomba centrífuga en ejes (Q, H) . A la izquierda, el caso $n > 0$ y, a la derecha, cuando $n < 0$. El punto N representa la condición nominal de funcionamiento (100%).



Figura 3.20. Ejemplo de curvas características completas de una turbomáquina radial y diagrama explicativo o de Sutter. Las flechas arqueadas de la derecha señalan las zonas de altura y par positivos. En una máquina axial, la línea de altura nula se acerca a la de par nulo, de modo que los puntos (a) y (h) tienen tendencia a encontrarse y el punto (f) se sitúa entre (d) y (e). Esto da como resultado gráficos mucho más estirados, casi diagonales.



Por ejemplo, si se desconecta la bomba desde la situación nominal (punto N del gráfico) y se acepta que seguirá girando a una velocidad cada vez más lenta hasta su detención definitiva, la trayectoria que se generará en ejes (Q, n) durante su detención puede mantenerse en la zona de funcionamiento como bomba normal (Q^+, H^+) o alcanzar la zona resistiva del gráfico (tramo a-h). Esta trayectoria depende del transitorio que resulte entre la desconexión y el cierre de la válvula de retención, lo cual depende, a su vez, de la inercia global de la instalación y, por tanto, de su longitud. Asimismo, se observa en la figura que, si en estas circunstancias la altura de carga durante la detención se hiciera suficientemente negativa, el caudal positivo podría arrastrar la bomba invirtiendo el signo del par y hacerla trabajar como turbina (tramo h-g) antes de su detención.²⁶ El funcionamiento de la turbomáquina en los otros cuadrantes puede interpretarse de forma similar siguiendo el diagrama explicativo de la figura 3.20.

3.3.7. Grupos de bombeo

Aunque una bomba puede suministrar cualquier caudal de su curva característica con un rendimiento aceptable en la mayoría de los casos, en aquellas instalaciones en las que se prevé una variación significativa del caudal de funcionamiento, resulta interesante repartir la demanda entre varias bombas acopladas en paralelo. Estas bombas, por norma general, descargan el caudal en un colector común, que va aumentando de sección hasta quedar conectado a la tubería de impulsión principal. El montaje de bombas en serie no es tan frecuente como en paralelo, pero puede ser adecuado en instalaciones de alta presión o en las que requieran más presión en alguna parte, sin que se quiera afectar el resto con unos costes de instalación y explotación fuera de lugar.

En los grupos de bombeo formados por más de una bomba en paralelo que han de suministrar caudal a una red de distribución, es frecuente disponer una bomba más para hacer frente a posibles averías, y también otras auxiliares, más pequeñas, destinadas a mantener



la red en carga y cubrir pequeños caudales de funcionamiento. La situación más frecuente es que todas las bombas principales sean iguales, de forma que su instalación sea más sencilla y se evite la aparición de recirculaciones. En cualquier caso y como puede deducirse en la figura 3.21 para el caso de montaje dual, el caudal suministrado por k bombas iguales en paralelo no es k veces el caudal de una bomba en esa misma instalación, sino algo inferior vista la curvatura de las características resistiva de la red (creciente) y de cada una de las bombas por separado (decreciente).

La característica H_p de dos bombas montadas en paralelo, (1) y (2), que compartan aspiración se traza simplemente sumando el caudal de cada una recorriendo el eje de ordenadas de su curva característica en sentido ascendente.²⁷ Esto da lugar a una curva de energía más plana que, si ambas bombas son iguales, coincide con las particulares $H_{B,1}$ y $H_{B,2}$ en su ordenada en el origen. Si las bombas no son iguales o son accionadas a diferentes revoluciones, es muy probable que su altura máxima a caudal nulo sea distinta en ambas. En este caso, el procedimiento de obtención de la curva H_p es el mismo, pero conduce a una curva equivalente que se interseca con la de mayor energía en el punto (*) de la figura 3.21, cuya altura coincide con la máxima de la bomba menor. A partir de este momento, la curva equivalente ha de obtenerse utilizando para esta bomba la curva resistiva del tramo b-c de la figura 3.19.

A la derecha de la figura 3.21 se muestra la curva $H_p(Q)$ completa en el caso en que las curvas características son distintas. Esta curva puede dar lugar a reflujo en una de las bombas cuando la altura requerida por la instalación supere el valor límite H^* . Esto es: la zona de funcionamiento “útil” del sistema en paralelo queda restringida a caudales de instalación superiores a Q^* . Para alturas superiores a H^* pero inferiores a H_0 (puntos “i”) de la figura), el caudal instalado aún es positivo, puesto que el caudal de la bomba (1) es mayor que el que recircula por la (2), pero a partir de alturas de carga superiores a H_0 el caudal se hace negativo (puntos “j”) y, si sigue aumentando, ambas bombas pueden entrar en modo freno (puntos “k”).

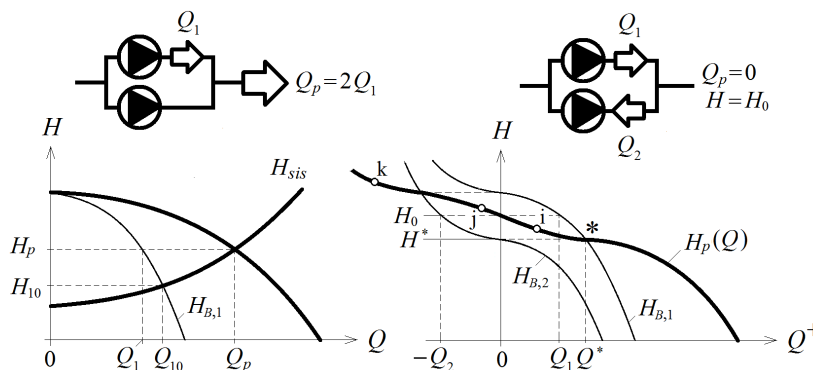


Figura 3.21. Montaje en paralelo de dos bombas. A la izquierda, dos bombas iguales, de cuyas curvas se deduce que el caudal que impulsa cada bomba en el montaje en paralelo, Q_1 , es inferior al que impulsaría ella sola en la misma instalación, Q_{10} . Evidentemente, se cumple que $Q_p = 2Q_1$. H_{sis} es la ecuación del sistema [5.3]. El esquema de la derecha muestra la situación $Q_p = 0$ y $Q_1 = -Q_2$ cuando $H = H_0$ y ambas bombas no son iguales. Las situaciones “i”, “j” y “k” han de evitarse en la práctica mediante válvulas de retención.

En resumen y como consecuencia del párrafo anterior, en el montaje en paralelo de dos bombas es recomendable que ambas sean iguales o que sus curvas de energía tengan



alturas nominales aproximadamente iguales (aunque sus caudales nominales sean distintos), para reducir la zona de reflujo de la bomba menor (desde un punto de vista energético) y que el sistema equivalente utilice al máximo las capacidades de bombeo de ambas bombas.

El rendimiento del grupo en paralelo se obtiene de la equivalencia:

$$N_p = \frac{\rho g Q_p H_p}{\eta_p} = \frac{\rho g Q_1 H_p}{\eta_1} + \frac{\rho g Q_2 H_p}{\eta_2} + \dots = N_1 + N_2 + \dots \quad [3.37]$$

de donde resulta la relación para el caso de dos bombas ($Q_p = Q_1 + Q_2$):

$$\eta_p = \frac{Q_p}{\sum_i \frac{Q_i}{\eta_i}} = \frac{1 + \frac{Q_2}{Q_1}}{\left(1 + \frac{Q_2}{Q_1} \frac{\eta_1}{\eta_2}\right)} \eta_1 \quad [3.38]$$

Si las dos bombas son iguales, también lo serán sus rendimientos y el reparto de caudales para cada Q_p , de modo que, entonces, $\eta_p = \eta_i$. Si las bombas no son iguales pero para cada caudal Q_p se verifica $Q_2 = a Q_1$ y $\eta_2 = b \eta_1$, siendo a y b dos números positivos menores que la unidad (pues, en principio, las bombas mayores han de tener mejor rendimiento), entonces un sencillo análisis matemático demuestra que $\eta_2 < \eta_p < \eta_1$ siempre.²⁸

El montaje en serie de dos o más bombas se consigue conectando la impulsión de la primera bomba a la aspiración de la siguiente, y así sucesivamente. De forma análoga al montaje en paralelo, es preferible que todas las bombas sean iguales o, en este caso, que los caudales nominales sean semejantes. Si el montaje en serie se realiza con bombas diferentes, es recomendable que la primera sea, o bien la que tiene unos requisitos de aspiración menos exigentes, o bien la mayor (en términos de caudal máximo), dependiendo de cada caso particular.

La característica equivalente H_s de dos bombas en serie se obtiene sumando la altura de elevación de cada bomba recorriendo el eje de abscisas de su curva característica desde el origen de caudales hacia la derecha. A diferencia del montaje en paralelo, no es posible el reflujo por una sola de las bombas pues ambas comparten caudal, pero sigue siendo posible que una de ellas entre en modo freno si son distintas. Este caso se presenta ahora cuando disminuye la energía solicitada por la instalación hasta el valor H^* de la figura 3.22, y la curva característica de la bomba menor (2) alcanza el tramo h-a de la figura 3.19 (puntos “i” de la figura 3.22). Como, en modo freno, la bomba consume energía y $H < 0$, su altura de carga en impulsión decrece y puede inducir depresiones en el espacio entre bombas; por ello, es recomendable que la bomba menor no esté situada la primera del grupo.

La curva de rendimiento para cada caudal del montaje en serie se obtiene ahora con la expresión:

$$\eta_s = \frac{H_s}{\sum_i \frac{H_i}{\eta_i}} \quad [3.39]$$

que ofrece la misma discusión y el mismo resultado que en el caso paralelo.

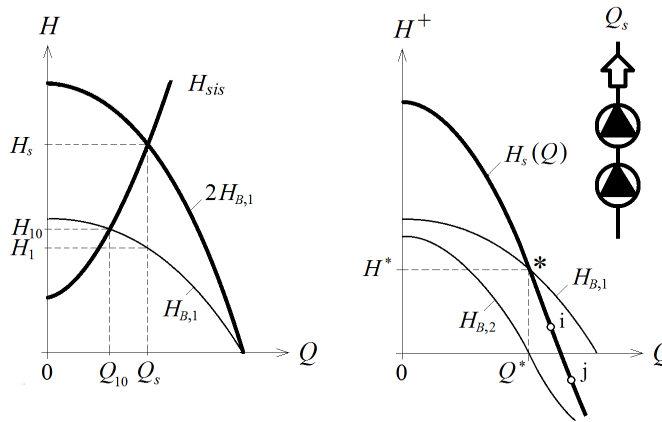


Figura 3.22. Montaje en serie de dos bombas. A la izquierda, se observa que el montaje en serie de dos bombas iguales también aumenta el caudal trasgado. A la derecha, se muestra el caso en que las curvas características de las bombas son distintas, lo que reduce la zona de funcionamiento "útil" del sistema en serie a alturas superiores a H^* o, si se prefiere, a caudales de instalación inferiores a Q^* .

3.4. Diseño e instalación de una bomba centrífuga

Es poco frecuente que el usuario de una instalación hidráulica se involucre en el desarrollo de una bomba, salvo que se trate de una aplicación muy específica que requiera unas prestaciones muy concretas. No obstante, es esencial que conozca el principio de funcionamiento y las características constructivas o morfológicas más elementales de los componentes que tiene a su cargo, y, entre estos, seguro que contará en la instalación con alguna bomba centrífuga, pues es uno de los equipos más empleados en la industria, quizás solo por detrás del motor eléctrico.

Sin duda, el rodete es el componente básico de toda bomba centrífuga, pues es el responsable del incremento de energía a través de la máquina. Como se ha explicado, desde el punto de vista energético, los difusores o recuperadores de energía estática son fundamentales por su efecto sobre el rendimiento de la bomba y, desde el punto de vista funcional, los elementos de estanqueidad y de guiado motor son también importantes por su influencia sobre la función, la esperanza de vida y el mantenimiento requeridos por la bomba.

Este apartado no pretende cubrir todos los aspectos relacionados con el diseño exhaustivo y último de una bomba centrífuga, que debería incluir también la elección de los materiales según su resistencia o su compatibilidad con el medio (aspectos que pueden encontrarse desarrollados en obras más especializadas), sino solo servir de introducción al lector para que pueda orientarse y entrever aquellas cuestiones fundamentales que intervienen en el prediseño de la bomba y su instalación. Por otro lado, cada fabricante tiene sus ábacos y procedimientos de diseño formal ampliamente validados experimentalmente, que, como es fácil de entender, forman parte de su activo tecnológico, al cual es difícil acceder si no es bajo estrictas restricciones.



3.4.1. Límites funcionales y de rendimiento

Una máquina es unicelular cuando solo dispone de un rodete y multicelular en caso contrario. Los rodetes de una configuración multicelular pueden estar conectados hidráulicamente entre sí en serie o en paralelo, y normalmente son todos solidarios del mismo eje. Como se ha comentado anteriormente, cuando la velocidad específica asociada a la aplicación es inferior a 0,2 no es posible suministrar la pareja $\{Q, H_B\}$ con un solo rodete radial. Este límite funcional se describe en términos de la altura de elevación y del caudal, de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} H_B^{\max} &= \frac{1}{g} \left(\frac{\omega}{\Omega^{\min}} \right)^{4/3} Q^{2/3} = 0,04306 n^{4/3} Q^{2/3} \\ Q^{\min} &= g^{3/2} \left(\frac{\Omega^{\min}}{\omega} \right)^2 H_B^{3/2} = 111,9 \frac{H_B^{3/2}}{n^2} \end{aligned} \quad [3.40]$$

con $[Q] = \text{m}^3/\text{s}$, $[H_B] = \text{m}$ y $[n] = \text{rpm}$. El uso de una configuración multicelular con rodetes en serie aumenta el límite para H_B en un factor k (si los k rodetes son iguales).²⁹

Asimismo, se sabe que la velocidad específica, Ω_R , de cada rodete aislado en una configuración multicelular en serie aumenta en un factor $k^{3/4}$. Esto, en principio, tiene otro efecto ventajoso desde el punto de vista energético, ya que el rendimiento del rodete centrífugo tiene tendencia a aumentar a medida que lo hace Ω . Esta última circunstancia se justifica porque tanto las pérdidas mecánicas como las volumétricas disminuyen al aumentar Ω , pero solo hasta el punto en que este incremento se compensa por otros fenómenos que predominan a altas velocidades, como los choques de entrada o la formación de corrientes secundarias en el rotor. Como el rendimiento total de una bomba responde a las pérdidas mecánicas, volumétricas y de energía por medio de sus rendimientos parciales, es suficiente observar cómo evolucionan estos según crece Ω para obtener la tendencia general.

La parte más importante de las pérdidas mecánicas que experimenta una bomba son debidas al rozamiento viscoso del fluido atrapado entre el rodete y la carcasa a ambos lados. Estas pérdidas se denominan *pérdidas en el disco* y es fácil deducir mediante técnicas de mecánica de fluidos que son del tipo $f_e \rho D^5 \omega^3$, donde f_e es un coeficiente de fricción empírico, de valor aproximado 10^{-6} , determinado por la rugosidad relativa de la superficie y Re . Como el término $(D\omega)^3$ puede relacionarse con la altura comunicada por el rotor a través de la cifra adimensional de energía, resulta que estas pérdidas son proporcionales al término $H^{3/2} D^2$ y aumentan con el cuadrado del diámetro del rodete para una altura dada. Esta circunstancia recomienda tomar, como diámetro admisible o de diseño, el menor de los posibles, es decir, la velocidad específica máxima posible y el rotor más rápido. Combinando adecuadamente esta última relación con las cifras adimensionales de velocidad y diámetro, se llega a la siguiente expresión para el rendimiento mecánico:

$$\eta_{\text{mec}} = \frac{1}{1 + k_{\text{mec}} \Omega^{-2/3}} \quad [3.41]$$

cuya tendencia ha sido corroborada por la experiencia y que conduce a valores de rendimiento mecánico de hasta 0,96 en bombas grandes.

Algo similar ocurre con el rendimiento volumétrico, ya que los huelgos de fuga guardan relación con su diámetro por la cadena de tolerancias. Se deduce que su relación con la velocidad específica es del orden:

$$\eta_V = \frac{1}{1 + k_V \Omega^{-2/3}} \quad [3.42]$$

donde k_V es un coeficiente que toma valores cercanos a 0,03 para el agua.

Ambas circunstancias sugieren que existe un valor de Ω (precisamente, $\Omega=0,2$) por debajo del cual el rotor radial resulta antieconómico y excesivamente estrecho. Para Ω crecientes, el rendimiento de la máquina radial aumenta y alcanza un máximo cuando $\Omega \approx 1$ y decrece después por el aumento de las pérdidas hidráulicas. En la figura 3.23, puede verse la tendencia manifestada por el rendimiento máximo esperado en función de Ω , el caudal y la potencia.

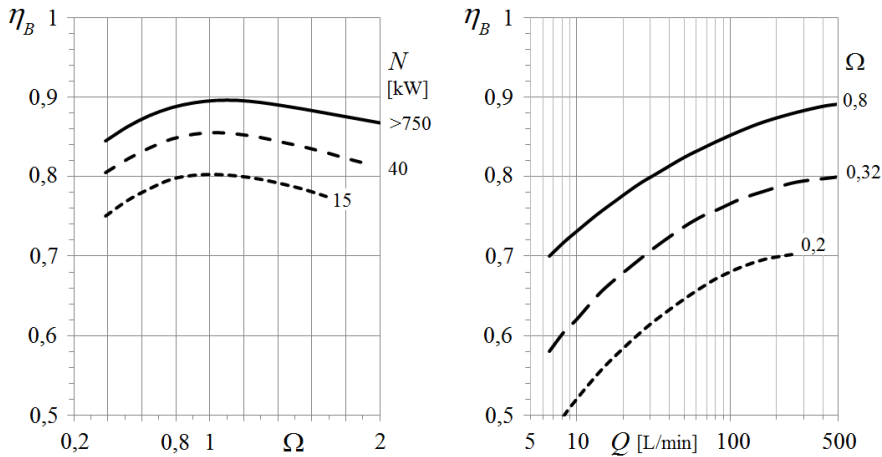


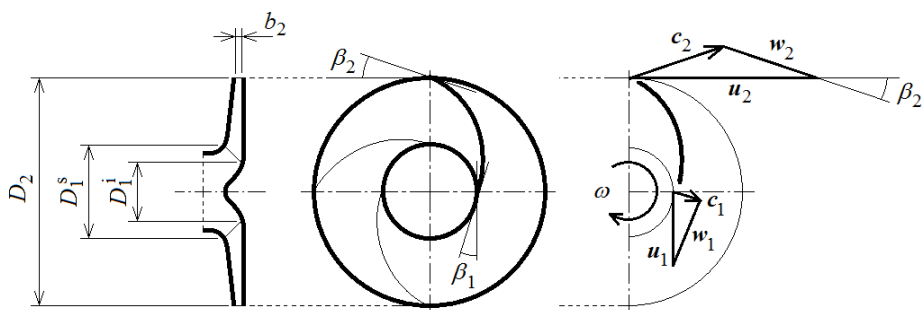
Figura 3.23. Influencia observada de la velocidad específica adimensional, el caudal y la potencia en el rendimiento. El rendimiento de una bomba centrífuga es máximo para la familia $\Omega \approx 1$ y aumenta con el caudal y la potencia, es decir, con su tamaño.

3.4.2. Dimensiones básicas del rodete

Las características energéticas de una bomba están muy relacionadas con la velocidad periférica u_2 en el rotor. El valor máximo de esta velocidad está restringido por cuestiones de tipo mecánico, que dependen de la resistencia estructural del material empleado,³⁰ y de tipo fluidodinámico, pues está relacionada con las del fluido mediante el triángulo de velocidades correspondiente. Ambas restricciones se combinan en el diseño del rotor, de modo que la elección del material a utilizar depende, aparte de otras cuestiones como la compatibilidad con el fluido, su precio o disponibilidad, de la velocidad máxima que puede adquirir el fluido en su interior. Esta velocidad máxima depende, a su vez, de condicionantes funcionales, como la capacidad de aspiración de la bomba, el ruido transmitido y el desgaste asumible en el material, etc., lo que implica que el diseño final ha de ser el resultado de un proceso iterativo en que se combinen diferentes opciones constructivas.

La experiencia acumulada juega un papel muy importante en el diseño de una bomba; en este sentido, está plenamente justificado el uso de diagramas como el de Cordier de la figura 3.13 para definir las dimensiones de partida del rotor. Para unas revoluciones n determinadas y conocida la pareja $\{Q, Y\}$ o la $\{Q, H_B\}$ de una aplicación dada, el diagrama de Cordier proporciona la cifra de tamaño de rendimiento máximo a partir de la Ω calculada para la terna $\{n, Q, Y\}$. Esta cifra permite tener una estimación inicial del diámetro D_2 del rodete con que comprobar si la elección de n es correcta en términos de u_2 . Si lo es, teniendo en cuenta que las revoluciones del accionamiento se mueven en un intervalo discreto no muy amplio, se pueden pasar a evaluar las demás dimensiones del rodete (figura 3.24).

Figura 3.24.
Dimensiones básicas
y ángulos de un ro-
dete centrífugo. A la
derecha, los triángu-
los de velocidades a
la entrada y la salida.



En este punto del proceso se pasa a utilizar gráficos más concretos y personalizados por cada fabricante. La figura 3.25 muestra un ejemplo de estos gráficos: conocido D_2 , los valores de D_1 y b_2 resultan ser una función creciente de Ω . Se observa también que la diferencia entre los diámetros superior e inferior a la entrada aumenta con Ω , pues, de hecho, el diámetro D_1 superior tiende a D_2 a medida que el rotor se vuelve axial.

Faltaría aún por determinar el ancho del rodete a la entrada, b_1 , y el número, el espesor y los ángulos de los álabes, pero para ello hay que hacer intervenir otras consideraciones relativas al caudal de la bomba y a las condiciones del flujo a la entrada. Por norma general, y como se tratará en el próximo tema, la condición de diseño más usual supone que el flujo a la entrada del rodete es radial, es decir, la velocidad absoluta es perpendicular a la dirección perimetral y el triángulo de entrada normal. El módulo de esta velocidad se hace ligeramente superior a la velocidad que existe en la brida de aspiración de la bomba (en torno a un 5%), v_e , para que la corriente de entrada en el canal de aspiración se acelere hasta el rotor. Como el caudal a la entrada de la bomba y del rotor está determinado por las ecuaciones [3.17] y [3.19], con esta hipótesis resulta la condición:

$$Q = \frac{\pi D_e^2}{4} v_e = \mu_1 \pi D_1 b_1 c_1 \quad [3.43]$$

que sugiere, dado que $D_e \approx D_1$, que b_1 ha de ser del orden de la cuarta parte de D_1 . Otro criterio alternativo para la elección del ancho a la entrada supone la conservación de la velocidad meridiana c_m en el rotor, es decir, que b_1 sea del orden de $b_2 D_2 / D_1$. Ambos criterios conducen a valores similares de b_1 , tal como puede deducirse de la figura 3.25.



El coeficiente μ_1 sirve para definir el área efectiva del flujo y para tener en cuenta su no uniformidad y el efecto de los álabes. Un valor frecuente de este coeficiente es 0,9 y podría estimarse, aproximadamente, utilizando la relación entre las áreas efectiva y geométrica:³¹

$$\mu_1 = \frac{\pi D_1 b_1 - z e b_1 / \sin \beta_1}{\pi D_1 b_1} = 1 - \frac{e}{t_1 \sin \beta_1} \quad [3.44]$$

donde z es el número de álabes, e su espesor y t_1 el paso teórico entre ellos.

El número de álabes del rodete también aumenta con la velocidad específica, y va de $z=4$ para velocidades muy bajas, hasta valores próximos a $z=12$ para velocidades más altas. Es imposible definir una regla precisa que permita calcular el número de álabes más adecuado sobre la base de un único criterio: un número pequeño de álabes simplifica la construcción del rodete y reduce las pérdidas por rozamiento pero, al mismo tiempo, aumenta la presión del álabe, la diferencia de velocidades en el canal y la asimetría del flujo radial (v. [4.137]), lo que incrementa las pérdidas por desprendimiento y compromete la capacidad de aspiración de la bomba. A falta de información específica más concreta, se puede utilizar una fórmula pseudoempírica debida a Pfleiderer:

$$z \approx k \frac{m+1}{m-1} \sin \left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \right) \quad [3.45]$$

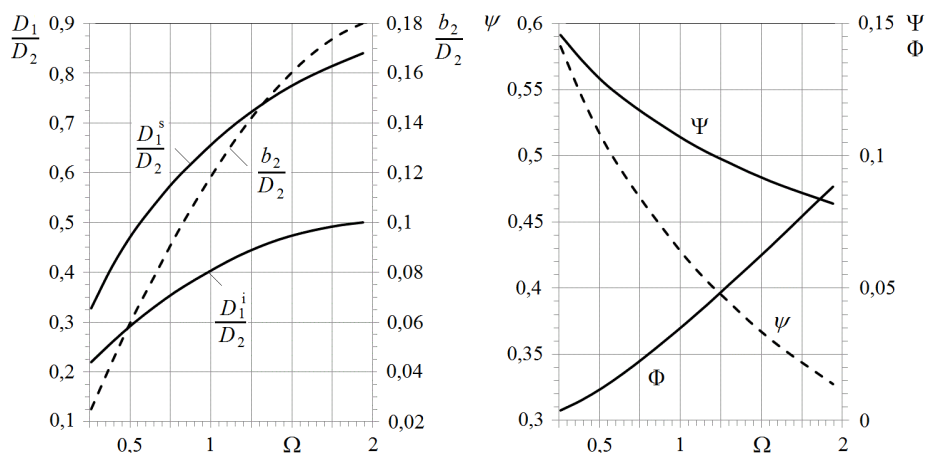
donde m es la relación de diámetros, D_2/D_1 , y k un coeficiente que toma valores cercanos a 6,5 (para rodetes de fundición) y es tanto menor cuanto mayor sea el espesor del álabe a la entrada.

El espesor de los álabes depende de las dimensiones del rodete y del material, y por norma general son más gruesos en las bombas que en los ventiladores porque la presión media interna y el par a comunicar son mayores. En una bomba centrífuga, el trazado de los álabes se acomete de forma que su directriz sea la más favorable posible para conseguir un canal relativo acorde con los ángulos β_1 y β_2 de diseño (v. figura 4.7), que tienden a ser redondeados a la entrada y afilados a la salida (de forma que $\mu_2 \approx 1$). Son frecuentes las bombas diseñadas con álabes en forma espiral o en arco de circunferencia, pero en ocasiones se usan álabes de espesor variable para conseguir una evolución determinada de la sección relativa de paso, e incluso rectos (más en ventiladores).

En una bomba centrífuga casi nunca se utilizan rodetes con álabes girados hacia delante ya que las curvas características pueden ser inestables cuando $dY/dQ > 0$. Esto ocurre en el tramo de caudales pequeños para ángulos β_2 mayores de 90° , por lo cual resulta conveniente evitar, en lo posible, valores muy altos de β_2 . En los ventiladores radiales, en cambio, es común encontrar diseños de álabes rectos o girados hacia delante, con β_2 iguales a 90° o superiores, pues las velocidades absoluta y relativa del fluido en gases pueden ser mayores y, en muchas ocasiones, se proyectan para comunicar solo presión dinámica. Estos diseños reducen el tamaño del ventilador necesario y su coste, pues se consiguen el mismo caudal y la misma energía con una u_2 menor, pero pueden inducir igualmente el funcionamiento inestable del ventilador (como se explica, por ejemplo, en 5.5.3).



Figura 3.25. A la izquierda, relación aproximada entre las diferentes dimensiones de rodete y la velocidad específica adimensional. A la derecha, se muestra la evolución de las cifras de energía y caudal con Ω . Obsérvese que, mientras que las cifras de energía, Ψ y ψ , decrecen al aumentar Ω , la de caudal, Φ , aumenta.



Para concluir este apartado y aunque más adelante se retomará el tema dada su importancia, es conveniente hacer alguna mención del valor de los ángulos de entrada y salida. Como se ha dicho, en las bombas centrífugas no es habitual que β_2 sea muy grande para impedir que aparezca en la instalación el fenómeno denominado *bombeo* (apartado 5.5.2). Este ángulo está muy relacionado con la energía total comunicada por el rodete y su grado de reacción: se comprueba que, si bien la energía aumenta al hacerlo β_2 , lo hace a expensas de disminuir el grado de reacción y, por tanto, la contribución del rotor a la energía estática del flujo. Esta circunstancia fuerza una solución de compromiso para β_2 y lo convierte en un parámetro fundamental del rotor y de la máquina (aunque, en realidad, los valores de β_2 óptimos están bien acotados para cada tipo de bomba).

El ángulo β_1 , en cambio, no guarda relación alguna con la energía comunicada por el rodete en el caudal de diseño si se admite que la entrada es radial (β_{10} de [4.30]). La sección efectiva de paso y el coeficiente μ_1 de [3.44] se reducen mucho para ángulos de entrada muy pequeños, pero, en contrapartida, se demuestra que un ángulo β_1 pequeño es conveniente para evitar la cavitación. En conjunto, lo normal es que se escoja el ángulo de entrada en el intervalo 15-25°, y tan bajo como sea posible. En resumen y como referencia inicial, en un rodete radial los ángulos β_1 y β_2 toman valores cercanos a 20° y 30°, respectivamente, y es usual que $\beta_2 \approx \beta_1 + 10^\circ$.

3.4.3. Conductos fijos y difusores

La ecuación de continuidad por sí sola permite obtener la sección normal de los conductos fijos de una bomba en función de la evolución prevista para la velocidad media en el caudal de diseño. Estos conductos fijos pueden encontrarse antes del rotor, en el denominado *canal de aspiración* o tras él, y entonces tienen la misión adicional de difundir la energía cinética sobrante (v. figura 3.7). La distribución de velocidades en dirección radial en aquellos difusores en que el flujo se desarrolla alrededor del rotor siguiendo líneas de corriente en forma de espiral no es en absoluto uniforme en una sección recta normal (contenida en el plano meridiano), por lo que resulta difícil definir su geometría



en términos de una velocidad media característica. En estos difusores, sin embargo, interesa que se conserve tanto como sea posible la simetría axial del flujo y, como en el resto de conductos, que las pérdidas que se ocasionen sean mínimas.

La misión principal del canal de aspiración es guiar el fluido hasta la entrada del rodete facilitando el acoplamiento suave de la bomba a la instalación y un $NPSH_R$ mínimo. Como se adelantaba en el tema anterior, en el canal de aspiración es conveniente que el fluido se acelere desde la entrada de la máquina hasta el rodete, donde las velocidades son v_e y c_1 , respectivamente. Con esta precaución, se inhibe la posibilidad de que se produzcan desprendimientos de la capa límite, a la vez que se uniformiza el flujo de entrada. En las máquinas radiales, por tanto, no se produce efecto difusor alguno en este conducto, ya que el diámetro de la brida de aspiración, D_e , es algo superior³² a D_1 . En la mayoría de las bombas, este diámetro es también mayor que el de la brida de impulsión, D_s , para favorecer su aspiración.

Los elementos difusores que pueden encontrarse tras el rodete son: la *corona difusora*, con y sin álabes directrices divergentes; la *cámara espiral*, y el *cono difusor*. La corona difusora y la cámara espiral son, de hecho, una prolongación radial del rotor, y el cono difusor se utiliza para uniformizar el flujo de salida e inducir un efecto difusor adicional (cuando es necesario). El uso de álabes en la corona difusora guía y uniformiza el flujo a la salida del rodete y supone una leve mejora del rendimiento en el caudal de diseño, pero tiene el inconveniente de que incrementa las pérdidas fuera de diseño y el peligro de que los álabes puedan retener cuerpos extraños. Estas consideraciones explican que se utilicen casi exclusivamente en las bombas grandes³³ y en las multicelulares, en las que los álabes guía sirven para dirigir el flujo a la entrada de la fase siguiente en la dirección correcta (que ya no tendrá que ser radial), y dar solidez a la estructura haciendo de nervios de la carcasa.

En la corona difusora sin álabes el fluido conserva su circulación y, por ello, la proyección de la velocidad absoluta sobre la dirección perimetral, c_θ , conserva la relación: $rc_\theta = r_2c_{2u} = \Gamma/(2\pi)$. Esto quiere decir que la velocidad, c_θ , es la misma en círculos concéntricos alrededor del eje al ser una función inversa del radio, $c_\theta = c_\theta(1/r)$. El ancho de esta corona suele ser constante y de un valor, b_3 , algo superior (1 o 2 milímetros) al ancho b_2 que se tiene a la salida del rodete, por lo cual se puede admitir, en principio, que las pérdidas por choque a su entrada son mínimas y que, en una primera aproximación, $b_2 \approx b_3$. Con esta condición, la velocidad meridional del flujo, c_m , se evalúa por conservación haciendo $c_m = Q/(2\pi r b) \approx c_{2u} r_2/r$; es decir, también es $c_m = c_m(1/r)$ y decrece con el radio para un caudal por unidad de ancho, q , constante a partir de su valor a la salida del rotor. Ambas circunstancias respetan las condiciones del flujo potencial bidimensional en forma de vórtice libre con una fuente puntual descrito por la ecuación [2.172] y, por tanto, las líneas de corriente serán líneas espirales como las que se muestran en la figura 2.12.

El efecto difusor de un flujo en espiral está implícito en su definición ya que el módulo de la velocidad absoluta decrece de forma inversa con el radio. En una bomba, en general, el valor de c_{2m} es un orden inferior al de c_{2u} , de modo que la difusión en términos de la velocidad meridiana apenas tiene influencia pues su energía cinética es dos órdenes menor. En otras palabras, a la salida del rotor se ha de transformar básicamente la proyección perimetral de la velocidad absoluta y, puesto que esta es solo función de r , el coeficiente de recuperación del difusor dependerá exclusivamente de su extensión radial,



y no de su ancho, supuesto este uniforme en r . Por ello, el efecto difusor se ve comprometido cuando se limita el tamaño máximo de la máquina, como puede comprobarse de la relación inversa entre r y c , y el uso de las coronas difusoras solo está indicado en algunas bombas y ventiladores de alta presión y en los compresores centrífugos.³⁴ En ausencia de corona difusora (figura 3.26), los radios r_2 y r_3 son muy parecidos, y rara vez su diferencia es mayor a 10 mm en las bombas centrífugas.

En lo referente al desarrollo angular de la voluta y a su forma, debe tenerse en cuenta que el caudal aportado por el rodete crece al desarrollarse el perímetro alrededor del mismo. Si se acepta que todo el caudal de la bomba pasa por la cámara espiral,³⁵ el caudal recogido en un ángulo θ , comprendido θ entre 0 y 2π , es la parte proporcional del caudal total, es decir:

$$Q_\theta = \frac{\theta}{2\pi} Q \quad [3.46]$$

En la cámara espiral se siguen dando las condiciones de vórtice libre y, si no hay corona difusora o esta es sin álabes, entonces la circulación aún se mantiene constante y sigue siendo $c_\theta = c_{2u} r_2 / r$. Esto implica que la velocidad media en cada sección de la cámara espiral será tanto menor cuanto mayor sea dicha sección y más separado esté su centroide del eje de giro, siempre que c_{2u} sea uniforme en r_2 , evidentemente, o lo sea la velocidad a la salida de la corona difusora, en su caso. El caudal Q_θ en una sección recta de la voluta, A_θ , se obtiene por integración de la distribución de velocidades impuesta por c_θ , y resulta:

$$Q_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi} \int_{A_\theta} \frac{1}{r} dA_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi} \int_{r_3}^{r_\theta} \frac{b(r)}{r} dr \quad [3.47]$$

En esta ecuación, $b(r)$ marca la evolución del ancho de la voluta en $A_\theta(r)$ con el radio, r_3 es el radio de inicio de la voluta y r_θ , el radio máximo en θ . Evidentemente, el área A_θ no tiene por qué ser proporcional al caudal correspondiente, Q_θ , como ocurriría si se aceptase que la velocidad media en la cámara espiral fuera constante.

Combinando ambos resultados, se obtiene la ecuación general de la voluta:

$$\int_{r_3}^{r_\theta} \frac{b(r)}{r} dr = \frac{Q}{\Gamma} \theta \quad [3.48]$$

que puede ser integrada numéricamente en función de la forma escogida para A_θ (sea rectangular, circular, trapezoidal, etc.). Por ejemplo, en el caso más sencillo en que es $b(r) = b$ constante, la cámara espiral desarrollada desde $\theta = 0$, donde $r = r_3$, es precisamente una espiral logarítmica³⁶ a la que corresponde un radio máximo en $\theta = 2\pi$ de valor:

$$r_{2\pi} = r_3 e^{\frac{2\pi Q}{\Gamma b}} \quad [3.49]$$

Para otras formas de voluta, la línea exterior de la cámara desarrollada desde $\theta = 0$ no será una espiral logarítmica, aunque en general se denomina cámara espiral a cualquier forma de voluta.



Para añadir un efecto difusor adicional en la cámara espiral y que la velocidad media disminuya con θ sin penalizar el diámetro de la máquina, su sección debe crecer a un ritmo mayor que el indicado por la ecuación [3.49] para una voluta de ancho constante. Una forma de conseguirlo consiste en difundir la velocidad meridiana haciendo que $b(r)$ sea una función creciente en r y que $b(r) > b_2$ (por ello, las volutas suelen tener un ancho medio superior a b_2). Con esta condición, si se quiere mantener la simetría del flujo en la cámara espiral, las secciones sucesivas de la voluta deben generarse a partir de las anteriores de forma que su sección anular se mantenga constante para todo θ en cada r , es decir, sean superficies de revolución. Ello se consigue, por ejemplo, en las cámaras espirales que tienen forma trapezoidal (o recta), tal como se aprecia en la figura 3.26. Se aumenta la difusión de la velocidad meridiana si el área de la voluta crece en θ engullendo las secciones anteriores (voluta circular), de forma que su ancho, a un radio determinado, aumente al desarrollarse alrededor del rotor, $b(r, \theta)$. Esto hace que se pierda la simetría y que la velocidad c se vuelva más plana al aumentar θ , pues aún se cumple que $c_\theta = c_\theta(1/r)$.³⁷ Ambos casos, en definitiva, implican un mayor efecto de difusión que el correspondiente a la expansión en espiral.

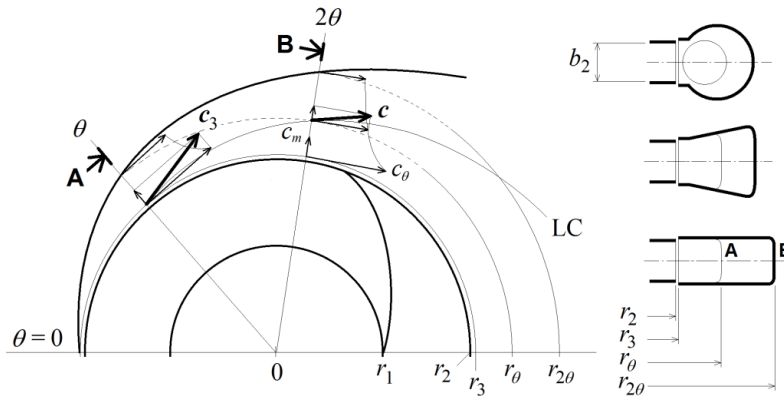


Figura 3.26. Flujo potencial a la salida del rodete y diferentes formas de voluta: rectangular, trapezoidal y circular. La forma rectangular se usa sobre todo en ventiladores de chapa por su simplicidad, mientras que las bombas centrífugas suelen usar volutas circulares u ovaladas. Si la línea de corriente (LC) es una espiral logarítmica, se cumple que $r_\theta = (r_3 r_{2\theta})^{1/2}$ y la progresión del radio en θ es geométrica.

En estas circunstancias, siendo $b(r) > b_2$, pero en mayor grado en el segundo caso, la velocidad de entrada del fluido en la voluta, c_3 , supuesta uniforme, será mayor en módulo que la que circule por ella en cualquier sección y, además, tendrá otra dirección (este efecto será más acusado a medida que θ aumente), por lo que será inevitable que se produzca una pérdida por choque que puede malograr el efecto buscado. Como esta pérdida disminuye al aumentar la velocidad del fluido en la cámara espiral (al aproximarse ambas velocidades entre sí), pero al hacerlo aumentan las pérdidas por rozamiento y disminuye la recuperación de presión, está claro que existe un valor óptimo para la velocidad media a la salida de la cámara espiral. Un valor de compromiso generalmente aceptado de esta velocidad es $c_{2\pi} \approx 0,7c_3$, para el cual el coeficiente de recuperación [2.110] de la cámara espiral es, aproximadamente, $c_{R,t} \approx 0,5$. Esto es: si el rendimiento como difusor de la cámara espiral es del 90%, es recuperable el 45% de la energía cinética a la salida de la corona difusora.³⁸

Tras la cámara espiral el fluido entra en el cono difusor con una distribución de velocidades en absoluto uniforme en cualquier supuesto. El ángulo de divergencia de un cono



difusor no ha de ser superior a 10° , aproximadamente (v. figura 5.3), por lo que la recuperación de energía cinética que se puede conseguir está condicionada por su longitud, el diámetro de la brida de impulsión, D_s , y la sección de salida de la cámara espiral, $A_{2\pi}$, asimilable a un diámetro $D_{2\pi}$. Por razones constructivas, la longitud del cono difusor es similar a la del diámetro D_2 del rodete (v. figura 3.7), de forma que su coeficiente de recuperación teórico es del orden:

$$O(c_{R,t}) = 1 - \left(\frac{D_{2\pi}}{D_s} \right)^4 = 1 - \left(1 - 2 \frac{D_2}{D_s} \tan 5^\circ \right)^4 \quad [3.50]$$

Un cálculo sencillo pone de manifiesto la importancia de este elemento: si, por ejemplo, es $D_2 \approx 2D_s$, entonces resulta $c_{R,t} \approx 0,8$. No obstante, como su rendimiento es limitado por la no uniformidad del flujo a la salida de la cámara espiral, en ocasiones se prescinde del cono difusor o bien se sustituye por un conducto recto que solo supondrá entonces una prolongación longitudinal de la cámara espiral. En cualquier caso, de los elementos difusores explicados en este apartado, el que resulta imprescindible en una bomba centrífuga es la cámara espiral, mientras que el uso de los demás es opcional.

3.4.4. Sistemas de estanqueidad

Las fugas de caudal, Q_f , son debidas a que a la salida del rodete hay más presión que a su entrada, lo cual fuerza el retroceso del fluido por los huecos que se forman entre el rodete y la carcasa de la bomba. Parte de este fluido vuelve a ser impulsado por el rodete, lo que produce una recirculación en forma de fuga interna, mientras que el resto fuga hacia el exterior a través del encamisado del eje.

Las fugas internas son más importantes que las pérdidas que se producen hacia el exterior a través del eje ya que su rectificación y disminución no es tan sencilla. Se sabe que, si el caudal de fuga interna transcurre en régimen laminar, es decir, si la fuga está controlada, entonces es proporcional al cubo del huelgo diametral y al gradiente de la presión en él, e inversamente proporcional a la viscosidad del fluido. Siendo la viscosidad un dato y el juego limitado por condicionantes constructivos, la reducción de la fuga interna pasa por minorar el gradiente de la presión, lo cual es posible combinando dos estrategias: por un lado, incorporando una junta en forma de laberinto que alargue la distancia a recorrer por el fluido y haga que el camino de retorno sea más resistivo y sinuoso, y, por otro, practicando en los anillos de la junta una serie de ranuras diametrales (almenas) en las que el fluido experimente sucesivas expansiones bruscas y cambios de dirección que consuman el exceso de presión de fuga.³⁹ Los materiales de ambos anillos (en negro, en la parte central de la figura 3.27) suelen ser distintos para evitar su agripamiento, o bien del mismo material pero de dureza superficial distinta (con unos 50 números Brinell de diferencia). En la figura adjunta, se pueden visualizar los caminos de pérdidas volumétricas interiores y exteriores de una bomba y algunas disposiciones de juntas laberínticas de anillo.

En general, las pérdidas que se producen hacia el exterior a través del cuerpo de la bomba y la caja de cierre, o a través de las bridas de impulsión o aspiración, son despreciables porque son controlables adecuadamente mediante juntas estáticas. La función de estas



juntas se asegura cuando se respetan las dimensiones de los alojamientos y sus tolerancias, las instrucciones de montaje y su compatibilidad con el fluido. Para las otras fugas externas, resulta necesario recurrir a sistemas de estanqueidad dinámica, ya sean juntas de labio, estopadas, sellos mecánicos, etc., cuya elección se hace básicamente en función de la presión de trabajo y de la velocidad perimetral del eje, o bien a sistemas de tracción magnética en los que desaparece el eje pasante y la fuga se anula por completo.

En la figura 3.27, se puede ver también la disposición habitual en caja de una estopada simple y su prensaestopas (la caja es desmontable en las bombas modernas). La estopada es un material poroso, compacto, formado normalmente por fibras vegetales prensadas y grafito, que debe mantenerse lubricado y refrigerado para que no se queme y bloquee el eje.⁴⁰ Para ello, se tolera una pequeña fuga a su través de varias gotas por minuto que sirve además para controlar su estado (si el conteo de gotas se incrementa, deberá compactarse con el prensaestopas, y viceversa). La estopada no es un sistema de estanqueidad estático y, por ello, no puede impedir el descebe de la bomba en reposo, si no es combinado con algún tipo de cierre mecánico que se desenganche cuando la bomba comience a rotar.

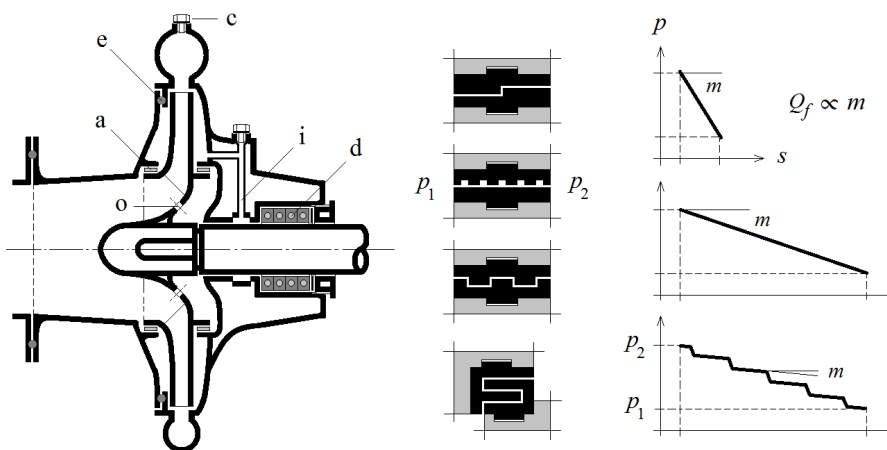


Figura 3.27. Representación de los sistemas de estanqueidad en una bomba centrífuga: estática (e), dinámica por estopa (d) y de anillo (a). Se observan los orificios de compensación del empuje axial (o), la linterna de alimentación de fluido desde la impulsión (i) y la vía de cebado o purga (c). Al lado, algunos diseños de juntas laberínticas y almenadas. A la derecha, se presenta la disminución del gradiente de presiones, m , que se consigue alargando el recorrido de fuga y disponiendo ranuras en la junta de anillo.

Hay que tener presente que el sentido de la fuga es hacia el exterior si la presión interna al otro lado de la estopada es positiva con respecto a la ambiental. Por ello, entrará aire a la bomba a través de la estopada si, bajo determinadas condiciones de funcionamiento, el gradiente de la presión actuante se invierte. Esta situación no es en realidad muy frecuente, pero es posible si, por ejemplo, en el rodete se han practicado orificios de compensación del empuje axial. Estos orificios constituyen una solución sencilla y alternativa a otros mecanismos de equilibrado axial al igualar la presión radial a ambos lados del rodete, pero, en contrapartida, hacen que la presión del lado de la junta pueda llegar a ser negativa (dependiendo de las condiciones de aspiración). Cuando ello ocurre, la bomba aspira aire a través del eje, aire que se mezclará con la corriente principal y la contaminará, y que, con el tiempo, hará inevitable que la estopada se seque y queme. La solución más convencional a este problema consiste en inyectar un pequeño caudal desde la im-



pulsión, tal como se observa en la figura 3.27, que mantenga la estopa mojada y en buenas condiciones de funcionamiento a expensas de una pequeña pérdida en rendimiento volumétrico.

3.4.5. Instalación y puesta en marcha

Las bombas centrífugas son máquinas sencillas que no precisan unas condiciones especiales para su puesta en marcha, aunque sí es obligado tomar ciertas precauciones relativas tanto a su emplazamiento como a su operación. Siempre es recomendable seguir las instrucciones dadas por el fabricante ya que, aunque los principios generales son los mismos en todas las bombas, su forma y diseño varían entre las diferentes versiones constructivas.

Las condiciones básicas de instalación de cualquier bomba son:

- Ha de ser fácilmente accesible para su inspección durante la operación y disponer de un amplio espacio por encima para poder habilitar una grúa o un polipasto, si es necesario.
- Debe colocarse lo más próximo posible a la aspiración para tener el máximo NPSH disponible y reducir el riesgo de cavitación.
- Ha de mantener una alineación exacta con su acoplamiento, respetando las tolerancias de montaje antes y después de su instalación.
- Ha de tener una bancada sólida que evite desplazamientos que desalineen la bomba o el motor.

Otras condiciones vendrán impuestas por los sistemas de abastecimiento y drenaje, el tipo de alimentación del motor, saneamiento y acondicionamiento del local donde se encuentra la bomba, etc. La figura 3.29 muestra, de una manera esquemática, los componentes de la instalación de una bomba centrífuga.

La experiencia demuestra que la mayoría de los problemas de bombeo son debidos a un mal diseño de las tuberías de aspiración o a sus malas condiciones de operación. El principal problema es que no se cumplan las condiciones necesarias de NPSH en el conducto de aspiración, por lo que es necesario verificar que el disponible sea siempre superior al requerido para evitar que la bomba entre en cavitación (v. [3.59]).

La instalación que asegura la alimentación adecuada de la bomba incluye tanto el pozo de toma o depósito, que no siempre tiene una función de almacenamiento y en el cual se han de respetar los llamados *límites de sumergencia*, como la tubería de aspiración. En algunas ocasiones no hay depósito de aspiración antes de la bomba, como ocurre, por ejemplo, con las bombas denominadas “en línea”, muy utilizadas por la industria química. De igual manera, no todas las bombas necesitan tuberías de aspiración; en concreto, en las sumergibles, la entrada del fluido se hace directamente desde el pozo.

La tubería de aspiración tiene como misión principal conducir el fluido hasta la entrada de la bomba, asegurando que la distribución de velocidades sea lo más uniforme y axial



posible. Se distinguen dos casos de tubería de aspiración: a presión o de aspiración positiva (preferible), y de succión, en las que la presión interna es inferior a la atmosférica al estar la bomba, por ejemplo, a un nivel superior con respecto a la superficie libre del depósito de aspiración, o bien este estar despresurizado.

Las tuberías de aspiración a presión han de montarse en dirección descendente hacia la bomba para facilitar la salida del aire retenido y, por esta misma razón, las de succión han de ser en dirección ascendente. La pendiente mínima de los tramos horizontales ha de ser del 2% en ambos sentidos, ascendente o descendente. En este conducto se ha de evitar la colocación de dos codos consecutivos en planos diferentes y también los cambios bruscos de sección. Si antes de la bomba se ha de colocar un cono difusor para adaptar el diámetro al de la brida de entrada, en las tuberías de succión este ha de ser excéntrico con su generatriz superior horizontal para evitar la retención de bolsas de aire. En las tuberías a presión, no es necesario que el cono sea excéntrico con un plano horizontal, aunque sí es recomendable.

En el extremo inferior de la tubería de aspiración en succión, se monta una válvula de pie a una profundidad suficiente (si es posible, entre 0,9 y 1,8 metros) que evite la toma de aire como consecuencia de la formación de vórtices de tipo antorcha o gusanos de aspiración, pero tampoco demasiado cerca del fondo para evitar que se aspire fango, arena, sólidos o cualquier cuerpo extraño. Esta válvula de pie no es necesaria en las bombas denominadas autoaspirantes o autocebantes, que no necesitan ser cebadas.⁴¹ En las tuberías de aspiración a presión, se ha de montar una válvula de cierre antes de la bomba que evite el vaciado del depósito de aspiración con la bomba apagada. Esta válvula debe estar completamente abierta siempre que la bomba esté en funcionamiento.

En general, justo después de la bomba se montan una válvula de paso y una válvula de retención. La válvula de paso, de compuerta o de otro tipo (v. apartado 5.2), se utiliza para regular el caudal y evitar, en determinados casos, la sobrecarga del motor de accionamiento. La válvula de retención es unidireccional y recomendable en instalaciones de una altura geométrica superior a los 15 metros, o inferior si la longitud de la tubería es elevada. Esta válvula se utiliza para contener la columna de agua que gravita por encima de la bomba en reposo, así como para impedir que el golpe de ariete que pueda producirse durante su detención, prevista o no, dañe la bomba o la haga funcionar como freno.

El diámetro nominal de la tubería de aspiración se escoge de manera que la velocidad media de circulación del agua no sobrepase los dos metros por segundo, y ha de ser algo superior en las de succión. En lo referente a la tubería de impulsión, su diámetro se elige de acuerdo con los diámetros de tuberías recomendados en tablas o fórmulas en función del caudal, de la pérdida de carga admisible y del coste global de la instalación (v. figura 5.10 y apartado 5.1.5). Se recomienda, asimismo, que las tuberías de aspiración e impulsión se sostengan independientemente de la bomba para evitar la transmisión de esfuerzos o tensiones sobre la carcasa o sus bridas. Otras tuberías presentes en una instalación de bombeo son las de drenaje y/o purga, que se canalizan a un sumidero apropiado y que, por sus dimensiones, pueden ser autosostenidas.

Un aspecto característico de las bombas y que merece una especial atención durante su puesta en marcha es el cebado.⁴² La bomba ha de estar perfectamente cebada antes de su puesta en servicio, es decir, se ha de haber extraído todo el aire, gas o vapor de la tubería de aspiración y del cuerpo de la bomba. El procedimiento de cebado es distinto según si

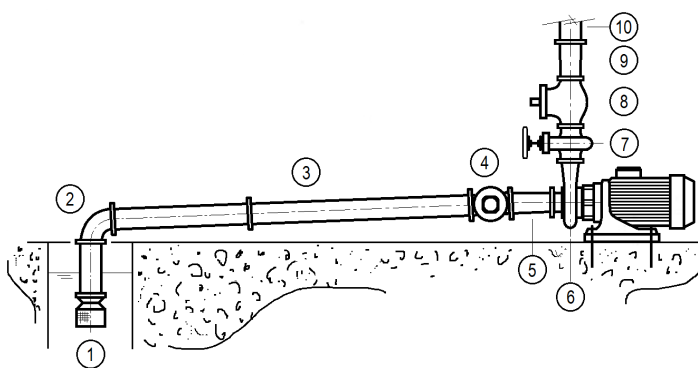


la bomba tiene aspiración positiva o negativa. Si la aspiración es positiva, es decir, a presión, entonces se debe:

- Abrir todas las válvulas de aspiración para que el líquido entre en la tubería y la bomba, y cerrar, a su vez, todas las válvulas de descarga.
- Aflojar el tapón de purga situado en la brida de impulsión para dar salida al aire.

La bomba está cebada y se puede poner en marcha cuando el líquido fluye de forma continua y sin burbujeo por la purga.

Figura 3.28.
Instalación de admisión
de una bomba por suc-
ción. La válvula de com-
puerta (7) está
normalmente cerrada y
se abre paulatinamente
una vez la bomba está
en marcha. Si la tempe-
ratura del fluido es ele-
vada, al menos superior
a 100 °C, se aconseja
colocar una junta de ex-
pansión entre el cono di-
fusor concéntrico (9) y la
tubería de impulsión
(10).



Descripción	
1	Válvula de pie y colador de área no inferior a tres veces el área del conducto
2	Curva de radio amplio
3	Tubería de aspiración en posición ascendente hacia la bomba (no se muestran los soportes)
4	Válvula con husillo en posición horizontal (no siempre presente)
5	Cono difusor excéntrico con generatriz superior horizontal
6	Bomba centrífuga
7	Válvula de compuerta
8	Válvula de retención
9	Cono difusor concéntrico
10	Tubería de impulsión

El cebado es más laborioso en caso de aspiración negativa, pues el aire no sale por sí solo sin ayuda mecánica. En este caso, es imprescindible crear un vacío mayor del que existe en la bomba, para lo cual se utilizan eyectores montados en el conducto de impulsión antes de la válvula de descarga, o bombas de vacío del tipo anillo líquido o similar. La bomba estará cebada y podrá ponerse en marcha cuando la tubería de salida del eyector (o de la bomba de vacío) expulse el líquido de una manera continua, pero ahora, antes de desconectar el eyector, hay que asegurarse de que la bomba alcanza el régimen de funcionamiento para que no se pierda el cebado.

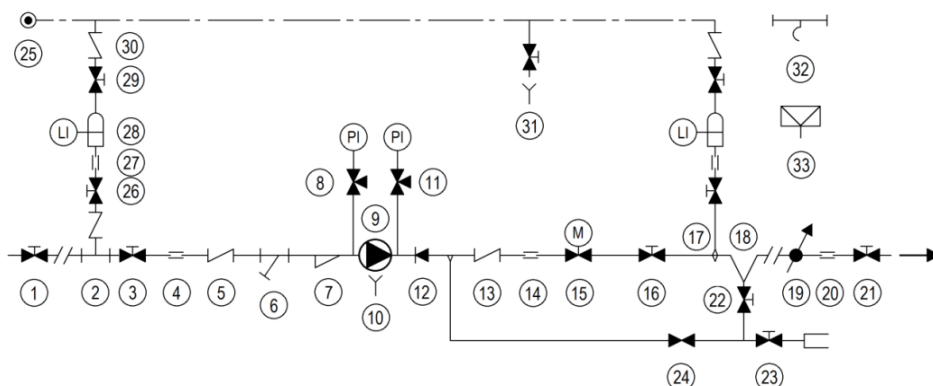


Figura 3.29.
Esquema de una instalación de bombeo (símbolos según la norma DIN).

Descripción	
1	Válvula de aislamiento del colector de aspiración
2	Te con reducción para la conexión del calderín de aire en aspiración
3	Válvula de aislamiento de la bomba del lado de aspiración
4	Carrete de desmontaje
5	Válvula de retención del lado de aspiración
6	Filtro o colador
7	Cono de reducción asimétrico en la aspiración de la bomba
8	Manómetro en aspiración equipado con una válvula de tres vías
9	Bomba
10	Desagües de la bomba
11	Manómetro en impulsión equipado con una válvula de tres vías
12	Cono de reducción simétrico en impulsión de la bomba
13	Válvula de retención del lado de impulsión
14	Carrete de desmontaje
15	Válvula de maniobra motorizada en impulsión
16	Válvula de aislamiento de la bomba del lado de impulsión
17	Te con reducción para la conexión del calderín de aire en impulsión
18	Toma de agua para servicios
19	Caudalímetro o contador
20	Carrete de desmontaje o sustitución del contador
21	Válvula de aislamiento del colector de impulsión
22	Válvula de aislamiento
23	Otros servicios (limpieza, aseos, refrigeración, etc.). Toma de manguera
24	Servicio de cebado de la bomba
25	Toma de aire a presión
26	Válvula de aislamiento del calderín
27	Carrete de desmontaje
28	Calderín de aire con indicador de nivel y presostato
29	Válvula de aislamiento
30	Válvula de retención de la alimentación del calderín
31	Purgador
32	Puente grúa
33	Desagüe general de la instalación de bombeo



3.5. Bombas de desplazamiento positivo

Una bomba hidráulica es volumétrica o de desplazamiento positivo cuando impulsa un volumen fijo de fluido por vuelta del elemento motor. El caudal medio total impulsado es el resultado del proceso continuo de impulsión, y se obtiene combinando dicho volumen y las revoluciones del accionamiento. Este caudal, salvo por el efecto de las fugas de fluido, es independiente de la presión de trabajo en condiciones normales de operación (siempre que la bomba no incorpore algún dispositivo de regulación o limitación, o se exceda la potencia del accionamiento).

Estas bombas son idóneas en aquellas aplicaciones en las que se requieran altas presiones (incluso, de cientos de bares) y caudales bajos (velocidades específicas pequeñas). Al ser el caudal desalajado prácticamente independiente de la carga, estas bombas encuentran numerosas aplicaciones industriales, tanto en la dosificación de productos como en dispositivos elevadores, de tracción, etc., o móviles, donde sacan ventaja de su elevada relación potencia-peso. A diferencia de las bombas rotodinámicas, son relativamente insensibles a la viscosidad del fluido; además, algunos modelos pueden trabajar satisfactoriamente con bajas velocidades cubriendo una amplia gama de condiciones de trabajo distintas.

En una bomba de desplazamiento positivo, el fluido entra atraído por la depresión que se genera en la línea de aspiración como consecuencia del movimiento del mecanismo interno. Este mecanismo, formado según la variedad de máquina por sendos engranajes, unas paletas o varios pistones, es el encargado de transportar el fluido de la brida de aspiración a la de impulsión. La presión a la salida de la bomba se genera al introducir un fluido prácticamente incompresible en un sistema de capacidad finita, y después se propaga por este con la finalidad de obtener un trabajo útil.

Estas bombas pueden ser bidireccionales o unidireccionales, es decir, reversibles y no reversibles, y algunas de ellas pueden actuar como motores sin apenas cambios. No obstante, y en contra de la creencia popular motivada por la similitud morfológica entre las bombas y los motores de desplazamiento positivo, no todas están preparadas de fábrica para resistir presiones elevadas en su lumbrera de aspiración (por el grueso de los materiales necesarios y el diseño del sistema de estanqueidad) o para drenar las fugas internas directamente a tanque, por lo que se han de tomar ciertas precauciones cuando se desea utilizar una bomba volumétrica como motor.

3.5.1. Tipos de bombas volumétricas

Las bombas de desplazamiento positivo pueden ser, según su principio de funcionamiento, oscilantes y rotativas. Las bombas de tipología oscilante están formadas por uno o varios pistones en movimiento alternativo y diversas válvulas de aspiración e impulsión, mientras que las rotativas contienen un mecanismo en rotación encargado de transportar el fluido de la aspiración a la impulsión. A continuación, y en la tabla 3.4, se describen el funcionamiento y las características básicas de las bombas de desplazamiento positivo más comunes.

Las bombas oscilantes pueden ser bombas de émbolo o de membrana. En las primeras, un émbolo atrae fluido hacia un receptáculo en la carrera de aspiración y lo expulsa en



la de impulsión. El movimiento alternativo del émbolo se consigue mediante un mecanismo en biela-manivela (a motor o manual). En las segundas, la membrana elástica puede ser solidaria de un émbolo o puede desplazarse por la acción de la presión hidráulica que le aporta un fluido auxiliar. Ambas tipologías de bombas oscilantes necesitan sendas válvulas de aspiración e impulsión que aislen la cámara del pistón del sistema de aspiración o del de impulsión. Estas válvulas se abren o se cierran alternativamente por acción de la presión interna en la cámara, y suelen incorporar un pequeño muelle que asegure su posición de reposo. Una forma de aumentar el volumen impulsado por revolución en esta clase de bombas consiste en doblar el número de cámaras y válvulas para obtener dos carreras útiles en cada revolución. En estas bombas, denominadas de doble efecto, el émbolo se desplaza por el interior de una camisa cilíndrica empujado por un vástago articulado al elemento motor (la presencia del vástago disminuye el volumen bombeado en uno de los sentidos). También es posible montar en serie varias etapas para conseguir más presión.

Las bombas rotativas más comunes son las de engranajes, las de paletas, las de pistones y las peristálticas. Las bombas de engranajes pueden ser, a su vez, de engranajes externos, internos, de lóbulos, gerotor y helicoidales; las de paletas pueden ser de paletas deslizantes o flexibles (y otras) y estar equilibradas o no, y las de pistones pueden tener los pistones dispuestos de forma axial o radial. De todas estas bombas, las de paletas y las de pistones pueden ser de capacidad volumétrica variable, lo cual les permite desalojar un caudal variable a revoluciones constantes y aumentar así el intervalo de caudales posibles (disminuyendo, sobre todo, el caudal mínimo disponible).

El número de variantes disponibles de este tipo de bombas en el mercado es tan amplio que lamentablemente se dejan por explicar algunas cuyo interés práctico es evidente. Entre estas se hallan las de tornillos helicoidales, las mono o de capacidad progresiva, las *scroll* o las de lóbulos, pero todas ellas pueden entenderse a partir de las otras al compartir principios de funcionamiento análogos.

Una bomba de engranajes externos transporta el caudal entre los dientes de perfil envolvente de dos piñones acoplados. Uno de los piñones es el motor, accionado mediante un eje pasante, mientras que el otro es conducido por el primero y su eje se apoya en las placas laterales internas de la bomba. La impulsión se produce cuando los dientes de ambos piñones se encuentran del lado de la lumbrera de salida, pellizcando el fluido. Estas bombas son de desplazamiento fijo y permiten su montaje múltiple en un mismo eje.

Las bombas de engranajes internos disponen también de dos piñones, como las de engranajes externos, pero ahora los dientes engranan internamente. En estas bombas, el piñón interno es el motor y tiene uno o dos dientes menos que el externo, por norma general, y entre ellos se sitúa una pieza en forma de semiluna que ayuda a mantener el engranaje y a conducir el fluido. Las bombas gerotor son bombas de engranajes internos con dos ruedas de perfil trocoidal que no necesitan la pieza en semiluna. Ambos rotores generan, al girar, un volumen que se desplaza y fuerza el aceite a pasar de la lumbrera de entrada a la de salida a través de la placa de lumbreras. En estas bombas, el rotor interno es el motor y tiene un diente menos que el externo. Entre sus desventajas, cabe señalar que sigue siendo de desplazamiento fijo, como el resto de las bombas de engranajes, y bastante sensible a la contaminación del fluido, por lo cual suele presentar problemas de estanqueidad por desgaste.



Tabla 3.4.
Bombas volumétricas de desplazamiento positivo.

Bombas de desplazamiento positivo	Características
	Bombas oscilantes de émbolo y de membrana (derecha). La membrana puede ser anular (en la figura) o de disco, y las válvulas pueden ser de lengüeta (en especial, para bajas presiones) o de vástago (en la figura).
	Bomba de engranajes externos de perfil envolvente. A la derecha, una imagen de perfil donde se observan las placas laterales (en gris) y la ubicación de las juntas estáticas (en negro). Estas bombas son compactas, ligeras y de bajo coste, con un buen margen de velocidades y poco sensibles a la contaminación, pero también son bastante ruidosas.
	Bombas de engranajes internos: de media luna (izquierda) y gerotor (derecha). Estas bombas son de capacidad volumétrica fija y también permiten su montaje múltiple. Son bastante más silenciosas que las de engranajes externos pero, en cambio, también son más sensibles a la contaminación. Solo necesitan un eje.
	Bomba simple de paletas deslizantes (izquierda) y bomba de doble aspiración (derecha). En estas últimas, las dos cámaras de bombeo están separadas 180°, lo cual anula los esfuerzos que, de otro modo, se transmitirían lateralmente al eje y a los cojinetes de la bomba.
	Bomba de paletas de capacidad volumétrica variable. El sistema de regulación de la excentricidad puede ser mecánico o hidráulico. La bomba de esta figura reduce el caudal cuando la presión de impulsión, transmitida por la linterna p, alcanza el tarado del muelle de la izquierda.
	Bomba de pistones axiales en línea. A la derecha, un barrilete de nueve pistones. El rendimiento de estas bombas es elevado. Además, pueden ser reversibles e impulsar caudal en ambos sentidos.



Bombas de desplazamiento positivo	Características
	Bombas de pistones axiales de eje inclinado, de capacidad constante (izquierda) y variable (derecha). Estas bombas no tienen eje pasante, aunque son compactas y de rendimiento elevado.
	Bomba de pistones radiales de capacidad variable (izquierda). El ancho de estas bombas es menor que el de otras bombas del mismo caudal, lo cual puede suponer una ventaja de montaje. También permiten su montaje múltiple.
	Bombas peristálticas de uno y de dos rodillos. En la bomba de la figura (izquierda), un brazo con dos rodillos presiona la manguera de izquierda a derecha y empuja el fluido de la aspiración a la impulsión.

Tabla 3.4.
Bombas volumétricas de desplazamiento positivo.

En las bombas de paletas, un rotor gira de forma excéntrica en un estátor circular o elíptico. En el rotor de la bomba de paletas deslizantes, se han mecanizado unas ranuras por las cuales se mueven las paletas de forma radial para formar, con la pared interna del estátor y las laterales, la cámara de bombeo. Las paletas se mantienen en contacto con el estátor mediante el efecto de la propia fuerza centrífuga, pero en algunos modelos se utilizan muelles para ayudar a mantener el contacto de las paletas a bajas revoluciones, o bien aceite a presión proveniente de la impulsión mediante una línea de pilotaje. Esta última opción ejerce una presión de contacto proporcional a la presión de trabajo, efecto que compensa sus variaciones y constituye una buena alternativa si se busca un buen compromiso entre estanqueidad y rendimiento mecánico. Las bombas de paletas proporcionan un arranque suave y una buena capacidad de aspiración con fluidos de baja viscosidad; son silenciosas, de bajo coste y poco mantenimiento, y también permiten el montaje de más de una bomba en un mismo eje.

Dos variantes que distinguen este tipo de bombas de las de engranajes son que pueden ser de desplazamiento variable, en función de la excentricidad entre el rotor y el estator, y estar equilibradas en presión. La simetría de presiones en torno al rotor se consigue duplicando los orificios de impulsión y aspiración, tal como se muestra en la tabla 3.4, pero las bombas con esta disposición solo pueden ser de desplazamiento constante.

Las bombas de pistones axiales en línea usan un número determinado de pistones en movimiento alternativo, que giran arrastrados por un barrilete alrededor de un eje motriz. Los pistones se apoyan mediante unos pies sobre un plato inclinado, y entran y salen de su receptáculo una vez por vuelta del eje. El barrilete se desliza sobre la placa de distribución conectando el interior de la bomba con los conductos de aspiración e impulsión de forma que, a cada vuelta del barrilete, cada uno de los pistones aspira e impulsa un



volumen de fluido a través de los orificios dispuestos en dicha placa. Este volumen depende de su área y del recorrido efectuado, que a su vez es función de la inclinación del plato. En las bombas de desplazamiento variable, el plato inclinado se monta sobre un balancín con un pivote cuyo ángulo puede regularse mediante un mecanismo, de forma manual o hidráulica. Las bombas de pistones son muy compactas, aunque ruidosas (sobre todo las de desplazamiento variable) y algo sensibles a la contaminación y a las condiciones de entrada.

Las bombas de pistones axiales de eje inclinado usan un número determinado de pistones en movimiento alternativo, como las bombas de pistones en línea, pero el barrilete gira alrededor de un eje acodado del motor. Los pistones se unen a la brida del accionamiento mediante rótulas, y el eje del barrilete con el motor mediante una unión universal. La acción de bombeo es la misma que en las bombas de pistones axiales en línea.

Algunas bombas de pistones radiales disponen un número de pistones de forma radial en el interior de un bloque cilíndrico. Este bloque gira dentro de un anillo y provoca el movimiento oscilante y radial de los pistones siguiendo excéntricamente el contorno. Otra construcción alternativa de este tipo de bombas consigue el desplazamiento radial de los pistones utilizando una pieza geométrica que se traslada de forma curvilínea al interior de la bomba (un pentágono, en la figura de la tabla 3.4). El rendimiento de estas bombas es muy elevado; su nivel de ruido es bajo (comparado con otras bombas), y tienen una vida útil bastante larga. Además, y aunque su coste sea elevado, ofrecen una gran variedad de velocidades, caudales y presiones de trabajo, y son adecuadas para el trabajo en anillo abierto y cerrado.

En las bombas peristálticas, se utiliza un conducto flexible, que puede ser el mismo por el que circula el fluido en la instalación, para generar la impulsión. Un factor decisivo del sistema peristáltico es, precisamente, su perfecta estanqueidad, razón por la que son idóneas en sistemas de dosificación e inyección de productos peligrosos o químicos en general.

Las características funcionales de todas estas bombas de desplazamiento positivo, tanto oscilantes como rotativas, pueden describirse mediante un número reducido de gráficos y parámetros, el más importante de los cuales es, sin duda, su capacidad volumétrica.

3.5.2. Capacidad volumétrica y caudal instantáneo

La capacidad volumétrica, también denominada *desplazamiento* o *cilindrada* de una bomba de desplazamiento positivo, C_v , es el volumen de fluido que la bomba suministraría por revolución en condiciones ideales. El volumen impulsado real es algo inferior y casi independiente de la presión de trabajo, dado que la técnica constructiva de estas máquinas ha reducido considerablemente las fugas que se producen.

El caudal que una bomba desplaza en vacío, es decir, cuando trabaja sin presión y en ausencia de fugas (incluidas las fugas de desplazamiento asociadas al flujo adherido de Couette), se obtiene de la siguiente expresión:

$$q_0 = C_v n \quad [3.51]$$

donde las unidades han de ser congruentes entre sí. Por ejemplo, si las unidades de C_V son cm^3/rev y las de n son rpm, el caudal q_0 resulta ser cm^3/min . La tabla 3.5 recoge las expresiones con las que evaluar la capacidad volumétrica de las principales bombas volumétricas y los valores típicos de diversas magnitudes de trabajo (valores de referencia que dependen del modelo y del fabricante).

El caudal desalojado por una bomba de desplazamiento positivo fluctúa con el tiempo debido al efecto de bombeo asociado a la contribución de cada uno de sus elementos impulsores. Estas fluctuaciones son filtradas de alguna manera por la instalación, pero hay que tratar de minorarlas en lo posible, pues generan, a su vez, fluctuaciones de presión y vibraciones contraproducentes.

El rizado del caudal instantáneo obtenido se reduce, por ejemplo, aumentando el número de dientes, paletas o pistones, pero también añadiendo cámaras en la impulsión, ya sean internas a la bomba o mediante acumuladores externos, que añadan un efecto RC adicional. La figura 3.30 muestra una forma típica (teórica) del rizado visible a la salida de la bomba. Es interesante observar que la frecuencia de la forma obtenida por superposición de los volúmenes individuales impulsados es el doble que la frecuencia de engrane, $zn/60$. El factor de rizado de una bomba se calcula como la diferencia entre los caudales instantáneos máximo y mínimo, dividida por el caudal medio correspondiente (en porcentaje).

Tabla 3.5.
Capacidad volumétrica teórica de diversas bombas de desplazamiento positivo. En esta tabla, son: b , ancho de los dientes de un engranaje o de una paleta; m , módulo de los engranajes en bombas de engranajes externos; S , sección libre entre el anillo exterior y la rueda interna; R , radio primitivo del engranaje, o radio mayor de la cámara de una bomba de paletas; r , radio menor; e , espesor de la paleta; z , número de émbolos, pistones o paletas; A , área de cada émbolo o pistón, y h , carrera de cada émbolo o pistón (que a veces es regulable).

Tipo de bomba	C_V teórica	C_V típicos [cm^3/rev]	p_s [bar]	n [rpm]
Engranajes externos	$4\pi Rmb$	0,15÷250	50÷300	350÷3.000
Engranajes internos	Sb	3÷200	50÷210	900÷3.500
Paletas deslizantes	$(\pi(R^2-r^2)-(R-r)ez)b$	6÷200	50÷225	0÷2.500
Pistones axiales en línea	Ahz	10÷750	100÷400	0÷3.500
Pistones radiales	Ahz	0,4÷150	50÷700	0÷3.500

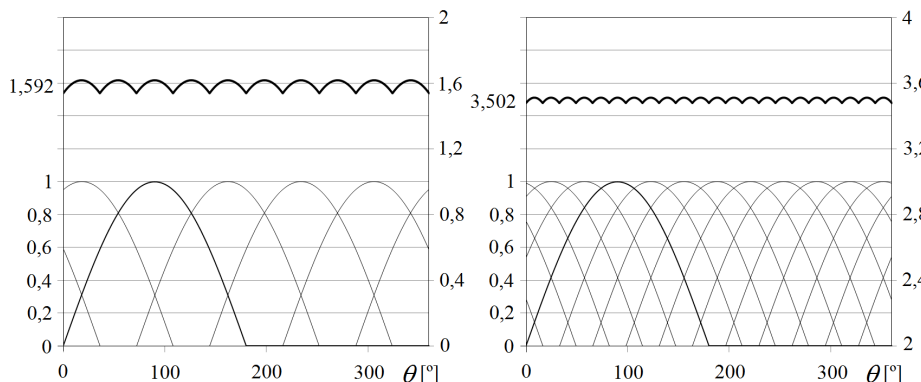


Figura 3.30.
Rizado del caudal instantáneo proporcionado por una bomba de pistones axiales. A la izquierda, con cinco pistones y, a la derecha, con once. Los factores de rizado correspondientes son del 5 y el 1%, respectivamente. Obsérvese también que el rizado induce la aparición de una frecuencia de valor $zn/30$.



3.5.3. Curva característica y rendimientos

El funcionamiento de una bomba volumétrica puede describirse mediante curvas características. La forma más común de representación es la que muestra la diferencia de presión entre las bridas, e y s , y el caudal, q , impulsado en un punto de operación (curva $p=p(q)$ de la figura 3.31). Esta característica se puede completar con las curvas de rendimiento volumétrico y mecánico o, en su defecto, con la potencia del accionamiento o el par consumido.

El rendimiento total de una bomba de desplazamiento positivo se evalúa a partir de la expresión siguiente:

$$\eta_T = \frac{(p_s - p_e)q}{M\omega} \quad [3.52]$$

donde p_s y p_e son la presión en impulsión y aspiración, ambas en [Pa]; q es el caudal volumétrico impulsado, en [m³/s]; M es el par del accionamiento, en [Nm], y ω es la velocidad del accionamiento mecánico, en [rad/s].

Los rendimientos volumétrico y mecánico se obtienen de la expresión anterior mediante una operación sencilla. Así, con C_V en [m³/rad], al ser:

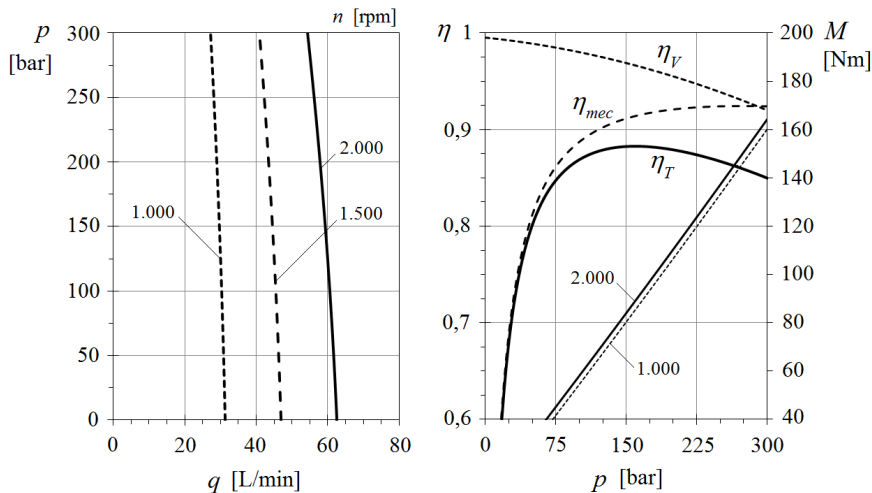
$$\eta_T = \frac{(p_s - p_e)C_V}{M} \frac{q}{\omega C_V} \quad [3.53]$$

los rendimientos mecánico y volumétrico son:

$$\eta_{mec} = C_V \frac{(p_s - p_e)}{M} \quad [3.54]$$

$$\eta_V = \frac{1}{C_V} \frac{q}{\omega}$$

Figura 3.31. Curvas características de una bomba de desplazamiento positivo. La curva $p=p(q)$ se desplaza en sentido horizontal si se modifica el valor de q_0 , sea cambiando el C_V o bien las revoluciones, n . Las curvas $\eta_V = \eta_V(p)$ de la derecha se han representado para $n = 1.500$ rpm. Las curvas de $M = M(p)$ son líneas rectas.





Es evidente que se puede aumentar el caudal que impulsa una bomba a unas revoluciones dadas sin más que aumentar su capacidad volumétrica (en diseños de bombas que lo permitan). Ocurre que, como contrapartida, al hacerlo también aumenta el par necesario para el accionamiento a una presión determinada (tal como se deduce de la definición del rendimiento mecánico). Esta última relación funcional observada entre el par, la capacidad volumétrica y la presión no es evidente de sus unidades respectivas, pero no debe perderse de vista dada su importancia.⁴³

En unidades más prácticas, las expresiones anteriores toman la forma:

$$\begin{aligned}\eta_T &= \frac{50 (p_s - p_e) q}{\pi M n} \\ \eta_{mec} &= \frac{1}{20\pi} C_V \frac{(p_s - p_e)}{M} \\ \eta_V &= 10^3 \frac{1}{C_V} \frac{q}{n}\end{aligned}\quad [3.55]$$

donde ahora p_s y p_e están en [bar]; q , en [L/min]; M continúa en [Nm]; n es la velocidad del accionamiento, en [rpm], y C_V está en [cm³/rev].

En estas bombas podría definirse, por analogía con las rotodinámicas, un rendimiento hidráulico que diera cuenta de las pérdidas de presión experimentadas en su interior. No obstante, como su diseño reduce el flujo a la mínima expresión y las pérdidas son, en esencia, singulares y muy interiores a los demás términos, sobre todo para presiones de impulsión elevadas, se suele prescindir de este rendimiento y suponer que $\eta_H = 1$, tal como se ha hecho aquí. El estado de evolución de este tipo de bombas hace que el resto de rendimientos tengan también valores bastante elevados, siendo normales rendimientos volumétricos y mecánicos próximos a la unidad. En lo referente a su dependencia de las variables de funcionamiento de la bomba, por norma general se aceptan relaciones funcionales del tipo $\eta_{mec} \approx \eta_{mec}(p_s, n)$ y $\eta_V \approx \eta_V(p_s, n)$, en que se admite cierta proporcionalidad entre las fugas de caudal y la presión.⁴⁴ Consúltese el tema 6.6, para más detalles sobre la forma de estas relaciones.

3.5.4. Selección de una bomba oleohidráulica

Los parámetros principales que fundamentan la elección de una bomba oleohidráulica son:

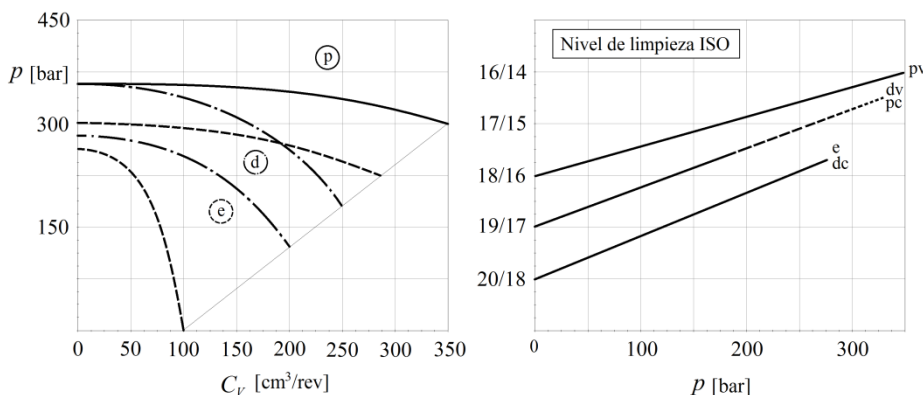
- Presión máxima de trabajo.
- Caudal máximo desplazado, relacionado con su C_V a unas revoluciones dadas, y con la posibilidad de regulación en bombas de desplazamiento variable.
- Tipo de control e instalación. Las bombas pueden montarse en circuitos abiertos y cerrados. En estos últimos, los actuadores son simétricos y el caudal impulsado es devuelto íntegramente a la aspiración de la bomba (salvo por las fugas, que deben recuperarse mediante un circuito auxiliar) y el tamaño del depósito



se reduce. La ventaja reside en el uso de bombas de tipo reversible, capaces de impulsar caudal en ambos sentidos.

- Velocidad de accionamiento máxima y el margen de operación: no todas las bombas son válidas para funcionar a bajas velocidades, por ejemplo.
- Tolerancia a la contaminación ambiental y sensibilidad a la contaminación del fluido. En la norma ISO 4406, el nivel de limpieza de un aceite oleohidráulico se determina fijando el número de partículas de tamaño superior a 5 y 15 μm mediante un código de dos cifras Y/Z (ampliado a 3 o 4 cifras, actualmente). Cuanto menor es la cifra, menor es el conteo de partículas. Obsérvese en la figura 3.32 que el aumento de la presión exige fluidos cada vez más limpios. Véase también el apartado 6.5.2.
- Ruido. Para un mismo tipo de bomba, el ruido aumenta al hacerlo la presión de trabajo y las revoluciones. Con respecto al tipo, ordenadas de mayor a menor nivel sonoro, se encuentran las de engranajes externos, de pistones, de paletas y las de engranajes internos.
- Capacidad de aspiración. Este factor se ha de tener presente en la fase de diseño del circuito.
- Coste global. El coste de la bomba aumenta casi linealmente con su tamaño (C_V), y se dispara en las de pistones variables a partir de los 150 cm^3/rev .
- La vida útil estimada. Si la vida útil de la máquina se fija según un criterio basado en el rendimiento mínimo admisible, entonces la bomba de engranajes es la que tendría una vida útil menor. Ocurre, no obstante, que debido al tipo de aplicación en que se instalan estas bombas y a su buen funcionamiento aun con rendimientos bajos, su vida real se alarga bastante hasta que es imprescindible sustituirlas o reacondicionarlas.
- Facilidad de montaje, instalación y mantenimiento.
- Rendimiento global. Este parámetro debe considerarse teniendo presente todas las pérdidas que tienen lugar en la instalación y no solo en la bomba. Una bomba de caudal variable, aun de rendimiento menor, puede suponer un ahorro energético.

Figura 3.32. Selección en función de la presión y el C_V (izquierda) y nivel de limpieza ISO recomendado en función del tipo de bomba (derecha). Valores de referencia. En la figura: (e) engranajes; (dc) paletas deslizantes de C_V constante; (dv) paletas deslizantes de C_V variable; (pc) pistones de C_V constante; (pv) pistones de C_V variable.





3.6. Cavitación en bombas

Se produce cavitación cuando la presión estática en algún punto del seno fluido líquido, en reposo o en movimiento, cae hasta un nivel próximo a la presión de saturación a la temperatura de trabajo. Puede producirse cavitación en estructuras hidráulicas estáticas, como ranuras, tubos de Venturi, válvulas, etc., y en máquinas hidráulicas, como bombas, hélices y turbinas. Es necesario distinguir entre la aparición de la cavitación, es decir, la formación de burbujas de vapor o de gas en una ubicación determinada, y los efectos que produce, que también se denominan cavitación, y que pueden aparecer en zonas donde la presión media es elevada y, normalmente, aguas abajo de la región donde se formaron las burbujas.

Por norma general, la cavitación progresa en dos etapas que pueden coexistir e interactuar: la fase gaseosa y la vaporosa. La cavitación gaseosa es más lenta que la vaporosa, pues conduce a la formación de cavidades en forma de burbuja (de gas) en puntos de fractura del medio líquido, ya sean microburbujas preexistentes, impurezas o pequeñas fisuras del material en contacto. En este modo de cavitación, las burbujas se forman por difusión y no es necesario que se alcance la presión de saturación ni que haya cambio de fase. Si la presión continúa descendiendo y alcanza el límite de saturación, que incluso rebasa algo en ocasiones, se produce una vaporización explosiva que da lugar a la cavitación vaporosa.

El tamaño inicial de las cavidades puede oscilar entre algunas décimas de micra y unos pocos milímetros, y su crecimiento es más o menos rápido en función de numerosas variables. La disminución de la presión en el entorno de las burbujas hace aumentar su radio hasta alcanzar un valor crítico a partir del cual su crecimiento es casi explosivo. Esto genera un campo de presiones pulsante e inestable, que deforma y divide las burbujas colapsándolas. Cuando las burbujas vaporosas alcanzan una zona de alta presión, su colapso se acelera y transcurre en nanosegundos, pero sigue siendo de muy poco alcance (por fortuna) al tener forma de implosión. En cambio, las burbujas gaseosas pueden existir durante mucho más tiempo, pues el gas que contienen se ha de disolver a través de su superficie hasta desaparecer, lo cual puede hacerlas rebotar contra las paredes, colapsar de nuevo y generar otras y, por supuesto, abandonar la máquina.

3.6.1. Cavitación en bombas rotodinámicas

A pesar de que la presión de saturación del agua a temperatura ambiente es muy baja, del orden de los 2.300 Pa, la cavitación en las bombas se produce más frecuentemente de lo que cabría pensar y, además, no siempre a su entrada, donde la presión es menor, sino también a la salida del impulsor (en especial, si trabaja fuera de diseño), donde la presión media ha aumentado.

Los efectos de la cavitación en una bomba rotodinámica son varios. Por un lado, la implosión de una burbuja asimétrica en la vecindad de una pared causa un microchorro de alta velocidad (hasta varios centenares de metros por segundo) que impacta sobre su superficie. La presión de impacto asociada a la cantidad de movimiento puede alcanzar valores extremadamente elevados (del orden de miles de bar), como consecuencia del pequeño diámetro de las burbujas, lo que produce por repetición una abrasión mecánica de



efectos irreparables. No menos importante que este fenómeno acumulativo tan destructivo son los efectos dinámicos que se producen por la sola presencia de las burbujas. El rotor de una turbomáquina gira a muy alta velocidad, de modo que la existencia de una corriente de vapor o de gas en su interior la desequilibra dinámicamente y produce ruido y trepidaciones que, a la larga, afectan su estructura. Por otro lado, todos estos fenómenos disminuyen el rendimiento de la máquina y modifican sus prestaciones, pues se observa un cambio muy significativo en su curva característica como resultado de la saturación en caudal que supone la cavitación.⁴⁵

Los efectos anteriores permiten clasificar la cavitación según la forma en que se produce y su grado de desarrollo. Según este último criterio, la cavitación es: incipiente, en su estadio inicial; desarrollada, cuando produce efectos que comportan modificaciones relevantes del campo hidrodinámico, e hiperdesarrollada o supercavitación, cuando la cavitación ocupa todo el contorno sólido, hasta el punto de que la bomba puede llegar a descebarse por interrupción de la columna líquida. La cavitación incipiente en una bomba no afecta su altura de elevación ni su caudal, y solo es detectable en el laboratorio mediante la realización de bombas de paredes transparentes, que permitan visualizar la formación controlada de las primeras burbujas, o de forma industrial por medios acústicos,⁴⁶ por ejemplo.

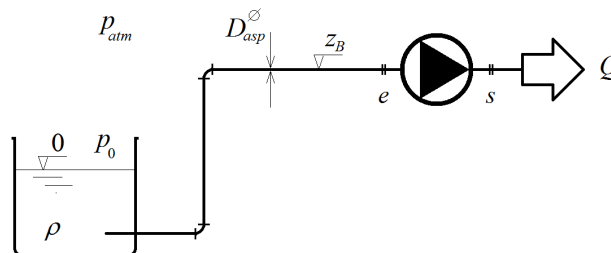
Uno de los problemas más comunes con los que se encuentra un usuario es la incertidumbre asociada a este fenómeno. Es posible que una bomba no cavite por la mañana, por ejemplo, cuando se ponga en marcha, pero lo haga por la tarde, después de haber estado trabajando con normalidad toda la jornada. Puede incluso ocurrir que el mismo modelo de bomba en dos instalaciones distintas cavite en una de ellas pero no en la otra. Esto es así porque la presencia de cavitación resulta del efecto combinado de las características de la máquina y de la instalación del lado de aspiración.

Para entender esto último, obsérvese, por ejemplo, la instalación de la figura 3.33. La presión en la brida de entrada (punto “e”) de la bomba se obtiene de la aplicación de la ecuación de Bernoulli entre el depósito de aspiración y dicho punto, es decir:

$$p_e = p_0 - \rho g \left(z_B + \frac{v_e^2}{2g} + h_{f,asp} \right) \quad [3.56]$$

donde p_0 es la presión absoluta en el depósito de aspiración; z_B es la cota de la bomba, medida desde la superficie libre en el depósito; v_e es la velocidad media a la aspiración de la bomba, y $h_{f,asp}$ son las pérdidas de energía por unidad de peso que tienen lugar desde “0” hasta “e”.

Figura 3.33.
Instalación de aspiración
para el análisis de la ca-
vitación. Se define $z_B > 0$
cuando la bomba se en-
cuentra por encima del
nivel del depósito. La
presión p_0 coincide con
 p_{atm} si el depósito está
abierto.





Entre este punto y el punto del interior de la bomba de presión mínima donde tendrá lugar la cavitación con más probabilidad se produce un descenso de la presión de valor $\rho g \Delta h$. El valor Δh es conocido por el fabricante de la máquina mediante ensayos, y es función de la geometría de los conductos internos de la aspiración y de las características de funcionamiento de la máquina.⁴⁷ Por tanto, para que no se produzca cavitación, es necesario que:

$$p_e - \rho g \Delta h > p_{sat} \quad [3.57]$$

que es, en definitiva:

$$p_0 - \rho g \left(z_B + \frac{v_e^2}{2g} + h_{f,asp} \right) - \rho g \Delta h > p_{sat} \quad [3.58]$$

La condición para evitar la cavitación se suele definir en términos de las *alturas netas de aspiración disponible y requerida*, definidas, respectivamente, como:

$$\begin{aligned} \text{NPSH}_D &= \frac{p_{0,e} - p_{sat}}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} - \left(z_B + h_{f,asp} + \frac{p_{sat}}{\rho g} \right) \\ \text{NPSH}_R &= \Delta h + \frac{v_e^2}{2g} \end{aligned} \quad [3.59]$$

donde $p_{0,e}$ es la presión de remanso a la entrada. Los valores de altura neta de aspiración se denominan, en la práctica, mediante sus siglas inglesas: NPSH (*Net Positive Suction Head*), y constituyen un dato esencial para la selección e instalación de la bomba. Una bomba no cavita (o, al menos, no de forma desarrollada) si el NPSH_D es mayor que el NPSH_R , que es otra forma de expresar la condición [3.58]. Se dice, entonces, que “el disponible es mayor que el requerido”, siendo la diferencia entre ambos el margen de seguridad a la cavitación, MS. La altura disponible iguala la requerida para el caudal de cavitación, Q_{cav} , que ha de ser mayor que el de funcionamiento, Q , con un determinado margen de seguridad, que en términos de NPSH se cifra en MS no inferiores a 0,5 metros.

La figura 3.34 muestra la forma típica de los NPSH de la fórmula [3.59]. El término de disponible contiene una parte estática, independiente del caudal, que puede fluctuar durante el funcionamiento de la bomba. Por ejemplo, si la posición de la bomba se eleva progresivamente con respecto al depósito (o baja el nivel de fluido en el depósito, lo que ocurre más frecuentemente, una vez instalada la bomba en una bancada), el disponible se reduce y se acerca a la altura mínima requerida. Se denomina *altura máxima de aspiración*, $z_{B,máx}$, el desnivel máximo libre de cavitación para el cual se cumple la igualdad $\text{NPSH}_D = \text{NPSH}_R$. Se despeja que:

$$z_{B,máx} = \frac{p_0}{\rho g} - \left(h_{f,asp} + \frac{p_{sat}}{\rho g} \right) - \text{NPSH}_R \quad [3.60]$$

Si el cambio de z_B no afecta el caudal, se sigue que $z_{B,máx}$ es el z_B actual más el margen de seguridad MS.

Se considera que la cavitación es desarrollada (punto “d” de la figura 3.34) cuando la disminución de la altura H_B de la bomba es del 3% con respecto a la formal u original.

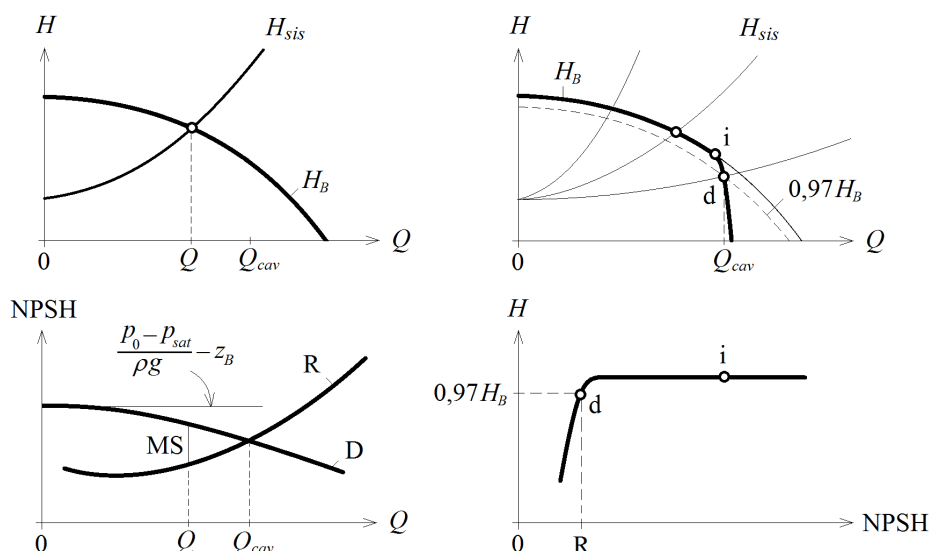


Este criterio sirve para definir el $NPSH_R$ de forma sencilla mediante ensayos normalizados, de forma que el caudal correspondiente, Q_{cav} , se pueda relacionar con la presión absoluta medida a la entrada de la bomba.⁴⁸ Entre los puntos de cavitación incipiente (punto “i”) y desarrollada, se produce un ruido muy significativo, semejante al que produciría el impacto de infinitud de granitos de arena cayendo por un bajante de lluvia.⁴⁹ En general, a partir del punto “i”, y cuanto más bajo sea el disponible, más graves son los efectos de la cavitación: más erosión, más vibraciones y fluctuaciones de la presión, más desequilibrio dinámico, etc.; pero solo es a partir del punto “d” cuando sus efectos modifican la curva característica de la bomba lo suficiente como para notar su existencia.

Para evitar que haya cavitación, el usuario tiene que maximizar los términos positivos del disponible y minorar los que sean negativos. Es decir, para un fluido y una temperatura dados, se puede, si es necesario: presurizar el depósito de aspiración; sumergir la bomba o emplazarla por debajo de la superficie libre para que z_B sea negativo; disminuir, tanto como sea posible, las pérdidas en la aspiración, para lo cual es imprescindible acercar la bomba al depósito y, en casos extremos, aumentar el diámetro de la línea de aspiración (aunque se recomienda utilizar el diámetro de la brida de entrada suministrado por el fabricante de la bomba).

Desde la perspectiva del requerido, el usuario solo puede ajustar el caudal de funcionamiento alrededor del punto de diseño y evitar, en lo posible, la falta de uniformidad del flujo a la entrada de la bomba (reduciendo el número de codos y otros elementos singulares). Es evidente que es responsabilidad del fabricante suministrar bombas con el mínimo requerido posible.

Figura 3.34. Evolución de las curvas de disponible y requerido con el caudal (izquierda), y efectos de la cavitación sobre la energía y la curva característica de la bomba al disminuir el disponible (derecha). La bomba de la izquierda no cavit, ya que $Q < Q_{cav}$. La cavitación (y sus efectos) se inicia antes de que se observe algún cambio en su curva característica (el punto “i” pertenece a la curva característica original, mientras que el “d” está sobre la curva H_B , minorada un 3%).



Como la caída de presión en el interior de la bomba está directamente relacionada con su geometría, existe un valor adimensional que relaciona todas las bombas de diferentes tamaños pero con idéntica velocidad específica (es decir, geoméricamente semejantes). Se trata del *coeficiente de cavitación* o *de Thoma*, que se define de la siguiente manera:



$$\sigma = \frac{\text{NPSH}_R}{H_B} \quad [3.61]$$

Así pues, σ supone una relación entre las pérdidas en la aspiración de la bomba a partir del plano de referencia $z=0$ y su altura en el punto de inicio de la cavitación. El parámetro de Thoma, tal como se ha definido, es una característica de la bomba porque lo es la altura requerida en el momento de cavitación incipiente, lo cual no quiere decir que sea constante, pues depende de la altura disponible. Si, por ejemplo, en una instalación se cambian las características de la aspiración y la cavitación tiene lugar a un caudal inferior, la altura requerida será menor (suponiendo que sea creciente en Q) pero, como la altura H_B aumenta al disminuir el caudal (si no cambian las revoluciones de la bomba), el parámetro de Thoma de [3.61] será más pequeño ($\sigma_2 < \sigma_1$, en la figura 3.35).

Asimismo, también es posible definir la *velocidad específica adimensional en aspiración* como:

$$S = \omega \frac{Q^{1/2}}{(g\text{NPSH}_R)^{3/4}} \quad [3.62]$$

que indica cómo el diseño de la aspiración de la máquina favorece o no la aparición de cavitación en función del caudal circulante y de la velocidad de giro del rotor. Obsérvese que, en la definición [3.62], no aparece la altura de elevación de la bomba, por cuanto las dimensiones del rodete son indistintas de la geometría de entrada. Esto puede entenderse también de la siguiente manera: la altura NPSH_R no está afectada por cambios en la bomba que afectan su velocidad específica, Ω , como por ejemplo el torneado del rodete, que disminuye H_B pero mantiene el NPSH_R .

Puesto que el número de Thoma definido con la altura requerida es un parámetro de la bomba, en el momento de iniciarse la cavitación es una función exclusiva de cualquiera y cada una de las cifras adimensionales de esta en ese momento, por lo que se cumple, por ejemplo, que $\sigma = \sigma(\Phi)$. En concreto, el parámetro de Thoma para el punto de máximo rendimiento, σ^* , será único para cada diseño y función de la velocidad específica (evaluada por definición en dicho punto). Como se cumple que $\sigma = (\Omega/S)^{4/3}$, existe también un valor S^* único en el punto de rendimiento máximo y cavitación incipiente, que además resulta, en teoría, independiente de la velocidad específica.⁵⁰

Es interesante observar que el parámetro de Thoma ha de mantenerse sensiblemente constante a lo largo de las curvas de afinidad de la bomba. La razón se puede fundamentar en su carácter adimensional y su dependencia del resto de grupos adimensionales, y también en que la altura requerida es, aproximadamente, una función cuadrática del caudal, como lo es H_B [3.28]. Esta circunstancia permite el escalado del NPSH_R con las revoluciones, pues al ser:

$$\sigma_0 = \frac{\text{NPSH}_R(n_0)}{H_B(n_0)} \approx \frac{\text{NPSH}_R(n)}{H_B(n)} \quad [3.63]$$

resulta que:

$$\frac{\text{NPSH}_R(n)}{\text{NPSH}_R(n_0)} \approx \left(\frac{n}{n_0} \right)^2 \quad [3.64]$$

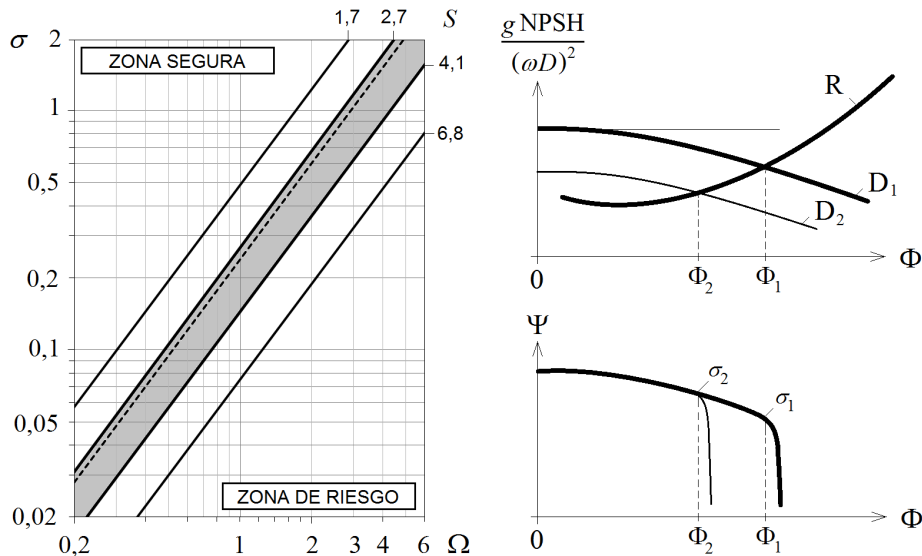


o bien, tras operar:

$$\text{NPSH}_R(n) \approx \text{NPSH}_R(n_0) - \sigma_0 H_B(n_0) \left(1 - \left(\frac{n}{n_0} \right)^2 \right) \quad [3.65]$$

No obstante, la experiencia enseña que la altura requerida es influida por muchos factores que desvían el valor real del predicho por esta ecuación. Si la formación de burbujas está dominada por el tiempo mecánico de residencia de la burbuja en la máquina y no por efectos termodinámicos, como podría ser el cambio de la presión de saturación en el flujo, es de esperar que el aumento de las revoluciones disminuya la altura requerida al dificultar el proceso de formación, y viceversa. Ello supone un riesgo si se utiliza la ecuación [3.65] para anticipar el valor del NPSH_R a bajas revoluciones, por cuanto el valor real será mayor. Para tener en cuenta este efecto, algunos investigadores proponen adoptar un exponente distinto en la relación de revoluciones anterior en función del sentido de cambio en n . Si las revoluciones futuras son mayores, el uso del exponente 2 en $(n/n_0)^2$ proporciona un cierto margen de seguridad que resulta aceptable en la práctica, pero si las revoluciones han de disminuirse, es más conveniente utilizar una relación lineal entre el NPSH_R y n . En cualquier caso, el valor del exponente es desconocido y totalmente empírico.

Figura 3.35.
Coeficiente de Thoma en función de la velocidad específica para distintos valores de S y curvas características adimensionales de cavitación. La zona de seguridad a la cavitación está situada por encima de la curva $S=2,8$ aproximadamente, es decir, para valores de S inferiores (la disminución del caudal de cavitación conlleva la disminución del coeficiente de Thoma). La línea discontinua es la estimación de Stepanoff: $\sigma^* = 2,14 \cdot 10^{-4} n_s^{4/3}$.



3.6.2. Cavitación en bombas volumétricas

Aunque las máquinas de desplazamiento positivo son, por definición, autoaspirantes, se comprueba experimentalmente que el aumento de su capacidad volumétrica o de las revoluciones del accionamiento compromete, en ocasiones, su capacidad de aspiración. Para dar cuenta de esta circunstancia —aunque solo a efectos orientativos, porque la situación es bastante compleja en este tipo de bombas—, se define la *velocidad específica modificada* de la forma:



$$\Omega^* = \frac{n}{n_0} \left(\frac{C_V}{C_{V0}} \right)^{1/3} \quad [3.66]$$

La condición de referencia se ha definido para $n_0 = 1.500$ rpm y $C_{V0} = 100$ cm³/rev (es evidente que Ω^* no tiene dimensiones).

En general, se admite que la bomba volumétrica será autoaspirante cuando Ω^* sea inferior a la unidad, y el límite se sitúa, aproximadamente, en 1,2. Por encima de este valor, se recomienda el cebado de la máquina antes de su puesta en marcha. Una vez en funcionamiento y para cualquier valor de Ω^* , debe asegurarse siempre una presión mínima a la entrada para evitar daños en la bomba por una aspiración inadecuada. Esta presión depende de la velocidad del accionamiento y crece al aumentar su C_V , como indica Ω^* .

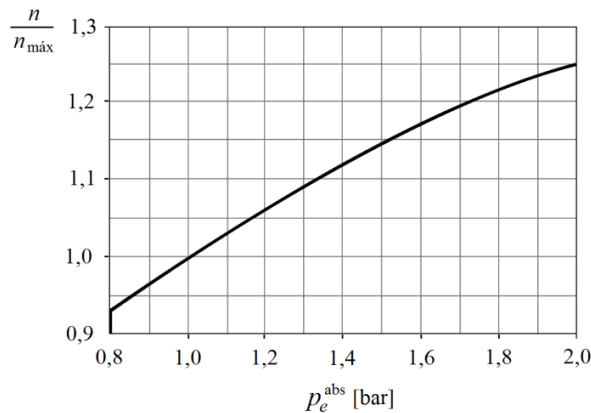


Figura 3.36. Límite de velocidad de una bomba volumétrica de pistones axiales de capacidad fija, en función de la presión absoluta a su entrada. n_{max} es la velocidad de accionamiento máxima recomendada a una presión de entrada de 1 bar.

3.7. Generalidades sobre ventiladores

Un ventilador es una turbomáquina que se caracteriza porque el fluido impulsado es aire o un gas cuya densidad apenas cambia a su paso por él. A pesar de que no existe convenio alguno universalmente adoptado, estas turbomáquinas pueden subdividirse en cuatro grupos, en función del incremento de presión total: ventiladores de baja presión, hasta una presión del orden de 200 mmcda⁵¹ (ventiladores propiamente dichos); ventiladores de media presión o soplantes, de entre 200 y 800 mmcda; ventiladores de alta presión o turbosoplantes, de entre 800 y 2.500 mmcda, y ventiladores de muy alta presión o turbocompresores, para saltos de más de 2.500 mmcda.

La similitud funcional entre una bomba rotodinámica y un ventilador es evidente. Salvo en aquellas cuestiones de naturaleza normalmente constructiva que dependen del fluido y sus propiedades, esta analogía hace que pueda usarse la misma teoría base en ambos. Además, al considerarse el fluido incompresible, en los ventiladores son aplicables los grupos adimensionales y las leyes de semejanza desarrolladas para las bombas, y también rige la ecuación de Bernoulli y la descripción de la energía mecánica en términos de cota, presión y velocidad, lo cual facilita, sin duda, el análisis de los sistemas y la resolución



de muchos casos prácticos. No obstante, como se trabaja con un fluido de muy baja densidad y de estado compresible, han de tenerse en cuenta algunas consideraciones que hacen que un ventilador sea una máquina peculiar.

En el capítulo siguiente se verá que dos turbomáquinas geoméricamente semejantes (una bomba y un ventilador, en este caso) comunican, aproximadamente, la misma energía por unidad de masa, Y , cuando comparten triángulos de velocidades en el rotor. Como consecuencia inmediata, se sigue que el nivel de presión que pueden conseguir los ventiladores es entre dos y tres órdenes de magnitud inferior al de las bombas.⁵² Este incremento es tan pequeño que a menudo se cifra en decenas de milímetros de columna de agua, lo que hace del ventilador una máquina muy sensible a las perturbaciones en presión que puedan producirse en el sistema o a su alrededor. Un trazo retenido en un conducto de ventilación, un pájaro anidando en una chimenea o la acción del viento sobre la boca de salida de un sistema de extracción, son ejemplos cotidianos que ponen de manifiesto esta sensibilidad.

Por otro lado, y aunque la densidad sea constante a través del ventilador, los cambios de densidad del fluido aspirado afectan proporcionalmente la presión comunicada. Este hecho puede suponer la deriva del punto de funcionamiento del ventilador cuando, por ejemplo, las condiciones ambientales del entorno o a su entrada cambian. Afortunadamente, las características resistivas de la instalación en términos de presión también crecen de forma proporcional a la densidad, de modo que el incremento de presión obtenido del correspondiente aumento de densidad por medio de la relación $p_T = \rho Y$ se ve compensado por una mayor cuantía de las pérdidas. Esto es cierto en la mayoría de las instalaciones en las que, por usar ventiladores para los que todos sus puntos de funcionamiento son semejantes y, por tanto, son válidas las ecuaciones [3.26], el caudal volumétrico y la energía Y han de mantenerse si no se cambian las revoluciones del ventilador (no ocurre lo mismo con el caudal másico, que, al mantenerse Q , varía de forma proporcional a la densidad). No obstante, cuando el ventilador trabaja en un sistema de término estático no nulo como el de la figura 3.41, el cambio en la densidad de entrada implica una deriva del punto de funcionamiento, aunque su velocidad de giro no cambie.

3.7.1. Tipos de ventiladores

Los ventiladores se pueden clasificar atendiendo a la trayectoria del fluido en radiales, semiaxiales y axiales, y en función de su uso específico y su ubicación en extractores, tubulares e impulsores, entre otros.

En los ventiladores centrífugos, la trayectoria del fluido sigue la dirección del eje del rodete a la entrada y es perpendicular al mismo a la salida. Los coeficientes teóricos [3.23] de presión, ψ , y de caudal, ϕ , de estos ventiladores oscilan entre 0,4 y 1, y entre 0,05 y 0,2, respectivamente. El mejor rendimiento se consigue para $\psi < 0,5$ y el menor nivel de ruido resulta si $\psi \approx 1$. Estos ventiladores tienen tres tipos básicos de rodetes, tal como se puede apreciar en la figura 3.37: álabes curvados hacia adelante; álabes rectos, y álabes inclinados/curvados hacia atrás; a los cuales corresponden diferentes parejas (ψ, ϕ) en función del ángulo β_2 y del grado de reacción deseado, σ .



Los ventiladores centrífugos de álabes curvados hacia adelante tienen el rodete con los álabes curvados en el mismo sentido que la dirección de giro. Los ventiladores de jaula de ardilla, Sirocco⁵³ o de tambor poseen entre 24 y 64 álabes, son de baja velocidad periférica, muy silenciosos y de tamaño reducido, pero su rendimiento es bajo fuera del punto de proyecto. Además, como su característica de potencia absorbida crece rápidamente con el caudal hasta el máximo que encuentra en descarga libre, ha de tenerse mucho cuidado con el cálculo de la presión necesaria en la instalación para no sobrecargar su motor. Estos ventiladores se utilizan cuando la presión estática necesaria es baja o media, usual en los sistemas de calefacción, aire acondicionado, renovación de aire, extractores de cocina, etc. En general, no es recomendable utilizar este tipo de ventilador con aire polvoriento, ya que las partículas se adhieren a los pequeños álabes curvados y pueden provocar el desequilibrado del rodete, ni tampoco en paralelo con otros, ya que son bastante inestables, lo que los hace ruidosos y genera reflujos.

Los ventiladores centrífugos radiales y radiales modificados se utilizan, por ejemplo, en el transporte neumático de materiales porque la disposición de los álabes (entre 6 y 10) evita la acumulación de partículas. También se utilizan en instalaciones de extracción localizada en las que el aire contaminado puede contener partículas de tamaño medio que han de circular a través del ventilador. Existe una gran variedad de diseños de rodete, que va desde los de "alta eficacia con poco material" hasta los de "alta resistencia a impacto" (incluso con perfiles afilados para trocear las virutas del material arrastrado).

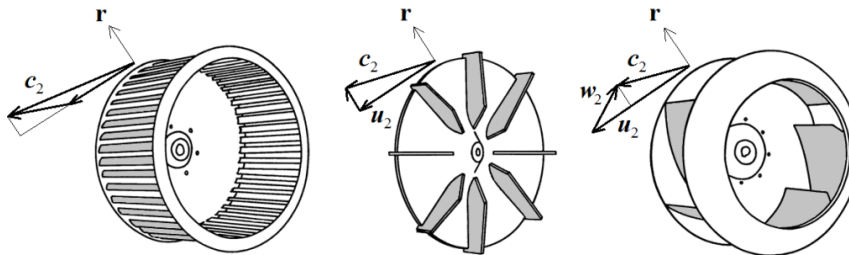


Figura 3.37. Ventiladores centrífugos de álabes curvados hacia delante (*forward curved*), radiales y hacia atrás (*backward curved*), y triángulos de velocidad a la salida. El ventilador se denomina de *voluta* si recoge el aire perimetralmente mediante una cámara espiral.

Los ventiladores centrífugos de álabes curvados hacia atrás tienen un rodete con los álabes (entre 9 y 16) inclinados en sentido contrario al de rotación. Este tipo de ventilador es el de mayor velocidad periférica y mayor rendimiento, con un nivel sonoro relativamente bajo y una característica de consumo de energía no sobrecargable. En estos ventiladores, el consumo máximo de energía se produce en un punto próximo al de rendimiento óptimo, de forma que cualquier aumento de la resistencia del sistema dará como resultado un consumo de energía menor. La forma de los álabes puede ser de espesor uniforme o en ala portante.

Existen tres tipos básicos de ventiladores axiales: helicoidales, tubulares y tubulares con directrices. Los ventiladores helicoidales se emplean para mover aire con poca pérdida de carga en sistemas de ventilación general. Se construyen con dos tipos de álabes: de disco, para ventiladores sin ningún conducto, y estrechos, para ventiladores



que deban vencer resistencias bajas (menos de 25 mmca). Las prestaciones de estos ventiladores están muy influenciadas por la resistencia al flujo, ya que un pequeño incremento de la presión provoca una reducción importante de su caudal.

Los ventiladores tubulares disponen de una hélice de entre 4 y 8 álabes estrechos de sección constante, normalmente de plancha o con perfil aerodinámico, montada en una carcasa cilíndrica, de forma que el huelgo entre el tubo y la cabeza de los álabes sea mínimo. Estos ventiladores pueden mover aire venciendo resistencias moderadas (menos de 50 mmca). En la carcasa cilíndrica de los ventiladores tubulares con directrices, se disponen aletas enderezadoras del flujo antes o después de la hélice (que casi siempre es de perfil aerodinámico). Las directrices de estos ventiladores tienen la misión de hacer desaparecer la rotación preexistente a la entrada del rodete o la adquirida en él. Las directrices han de ser calculadas adecuadamente pues, aunque mejoran las características del flujo del aire cerca del caudal de diseño y hacen que el ventilador trabaje en mejores condiciones, son contraproducentes ante cambios importantes del caudal porque producen una pérdida de presión adicional que puede condicionar el resto de la instalación. Por norma general, estos ventiladores tienen un rendimiento mayor y también pueden desarrollar presiones superiores (de hasta 200 mmca) a los otros ventiladores axiales, pero su uso se limita a los casos en los que se trabaja con aire limpio.

Existen además ventiladores que no entran en las categorías anteriores. Entre ellos, se encuentran los ventiladores centrífugos de flujo axial y los ventiladores de techo. Los primeros constan de un rodete con álabes inclinados hacia atrás, montado en una carcasa especial que permite su instalación como si se tratara de un tramo recto de conducto. Sus características son similares a las de un ventilador centrífugo normal con el mismo tipo de rodete, pero con los requisitos de espacio de un ventilador axial de tipo tubular. Los extractores de techo son equipos compactos de tipo axial o centrífugo sin voluta, en los que la descarga del aire a la atmósfera se produce en todo el perímetro de la rueda. Estos equipos se pueden suministrar con deflectores que conducen el aire de salida hacia arriba o hacia abajo, según interese.

3.7.2. Curvas características

Las circunstancias explicadas al principio de este tema hacen que las curvas características de los ventiladores se refieran, en la práctica, a un fluido de referencia cuya densidad no coincidirá, en general, con las del fluido de trabajo de la instalación.⁵⁴ Cuando esta diferencia es importante, sea porque se trata de otro fluido o porque la instalación tiene unas condiciones de funcionamiento singulares (un horno, por ejemplo), se obliga al usuario a acomodar la información suministrada por el fabricante a las de su fluido particular deshaciendo la transformación mediante la ecuación de estado y la [3.22].

Las curvas características completas de los ventiladores incluyen tres líneas de presión: la curva de presión total, p_T ; la curva de presión estática, p_e , y la curva de presión dinámica, p_d . La presión total es la energía por unidad de volumen de la ecuación [3.22], relacionada con la potencia comunicada por el ventilador y su rendimiento, que resulta del incremento de la presión total⁵⁵ entre la entrada (1) y la salida (2) del ventilador. La presión dinámica es la energía asociada al flujo de dicho caudal y es definida siempre positiva. La presión estática resulta de la diferencia entre ambas y representa aquella



parte de la presión total que queda disponible para vencer las pérdidas de presión de la instalación una vez se ha descontado la energía invertida en mantener el flujo. En resumen, para cada caudal del gráfico de la figura 3.38 se verifica:

$$p_T = p_{T,2} - p_{T,1} = p_e + p_d$$

$$N = \frac{p_T Q}{\eta_T} = \frac{p_e Q}{\eta_e} \quad [3.67]$$

Una diferencia notoria entre las curvas características de las bombas y las de los ventiladores es que en estos últimos es necesario tener en cuenta la presión dinámica y la estática por separado. Obsérvese, en la figura, que el orden de magnitud de la presión dinámica es comparable a la estática en la zona de funcionamiento normal del ventilador. Por normal general, las instalaciones con ventiladores desembocan en la atmósfera en donde toda la energía dinámica del flujo se disipa en forma de pérdida. En consecuencia, si desde el ventilador hasta el final de la instalación no hay difusores y la sección del conducto se mantiene constante, la energía disipada en el exterior coincide con la dinámica proporcionada por el ventilador, de modo que la presión estática del ventilador se dedicará por completo a vencer las pérdidas internas de la instalación a un caudal dado, p_i .⁵⁶

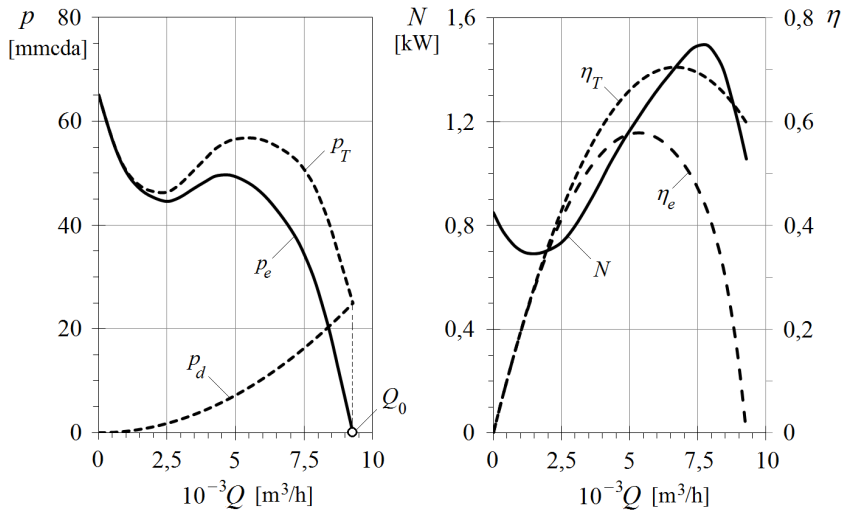


Figura 3.38. Curvas características de un ventilador. La característica mostrada en forma de silla es típica de los ventiladores centrífugos de alta presión y de la mayoría de los axiales (y se suele omitir en los catálogos pues es inestable). El caudal Q_0 es el caudal que impulsaría el ventilador en condiciones de descarga libre (instalación tipo A de la figura 3.40), esto es, cuando $p_e = 0$.

Otra circunstancia singular asociada a la definición [3.67] es que el incremento de la presión total (o de remanso) del ventilador puede cuantificarse con la medida de la presión estática en (1) y (2), si los términos dinámicos correspondientes se compensan mutuamente. Esto, que de por sí supone una ventaja experimental evidente, ya que la presión estática se mide de forma no intrusiva, tiene una lectura más interesante que puede resultar paradójica: cuando se cumple $p_{d,1} = p_{d,2}$, la diferencia de las presiones estáticas a través del ventilador no coincide con la presión estática comunicada por este, ya que entonces:

$$p_T = (p_2 + p_{d,2}) - (p_1 + p_{d,1}) = p_2 - p_1 = p_e + p_d \quad [3.68]$$



Evidentemente, la situación $p_{d,1}=p_{d,2}$ es un caso particular que no se dará siempre, pero esta ecuación pone de manifiesto que el caudal proporcionado por el ventilador dependerá de su ubicación y de las pérdidas de presión asociadas a su conexión al sistema.⁵⁷ Estas pérdidas disminuyen la capacidad de producir presión del ventilador al apartar las condiciones de funcionamiento de las de los ensayos con las que se obtuvieron sus curvas características (de catálogo).

Para minorar este efecto y asegurar el funcionamiento óptimo del ventilador durante los ensayos, los fabricantes usan bancos de prueba diferentes en función de la ubicación prevista del ventilador (según las instalaciones de tipo A, B, C y D, que se explican a continuación), con los que obtienen condiciones del flujo uniforme en las zonas de medida y garantizan la consistencia y la reproducibilidad de los resultados. En cualquier otra instalación en la que el flujo esté perturbado por la presencia de codos o cambios bruscos en la dirección del flujo o en su sección, el funcionamiento del ventilador empeorará con respecto a las ensayadas.

3.7.3. Acoplamiento a una instalación

Considérese, primero, el caso más general en que un ventilador se instala en la zona intermedia de un sistema como el de la figura 3.39. La aplicación de la ecuación de Bernoulli en términos de presión entre los puntos (E) y (S) indica que:

$$p_T = p_{T,S} - p_{T,E} + p_i \quad [3.69]$$

o bien, con [3.67], y tras separar términos:

$$p_e = \{(p_s + p_{d,s}) - (p_e + p_{d,e}) + \rho g(z_s - z_e) + p_i\}_T - p_d \quad [3.70]$$

Esta ecuación permite calcular la presión estática que ha de comunicar el ventilador en un sistema en función de sus pérdidas de presión internas, p_i , y de las presiones estática y dinámica del aire a la entrada y a la salida.

En general, tal como se muestra en la figura, la presión estática en (s) coincide con la de (3) y la presión de remanso se mantiene entre los puntos (0) y (E) (y, en caso de haber pérdidas de entrada, podrían incluirse en p_i). Tras estas consideraciones, es fácil comprobar que las pérdidas totales de presión en la instalación resultan de la suma de p_i y $p_{d,s}$, y que la ecuación anterior puede reescribirse de la forma:⁵⁸

$$p_e = \{[p_3 - (p_0 + p_{d,0}) + \rho g(z_s - z_e)]_e + (p_i + p_{d,s})_f\}_T - p_d \quad [3.71]$$

El punto de funcionamiento del ventilador verificará cualquiera de las ecuaciones anteriores, en las cuales hay términos dependientes y otros independientes del caudal impulsado.

Evidentemente, la agrupación que se ha hecho en la ecuación [3.71] no ha sido casual. El grupo $\{\}_T$ se corresponde con la presión total del ventilador, mientras que los términos incluidos en el grupo $[\]_e$ son aquella parte de la presión total que se requiere para vencer las condiciones estáticas observadas entre la entrada y la salida del sistema. La presión dinámica $p_{d,0}$ del punto de remanso (0) es atribuible a la acción de fuerzas externas, como



por ejemplo la del viento, y es despreciable en condiciones normales.⁵⁹ Los otros términos del grupo $[\]_e$ se compensan mutuamente cuando $z_E \approx z_S$ y las condiciones estáticas de los puntos (0) y (3) coinciden, lo cual es frecuente en los sistemas de extracción localizada, de ventilación industrial o de acondicionamiento. En estos escenarios, la ecuación [3.71] podría escribirse como:

$$p_e = (p_i + p_{d,S})_f - p_d \quad [3.72]$$

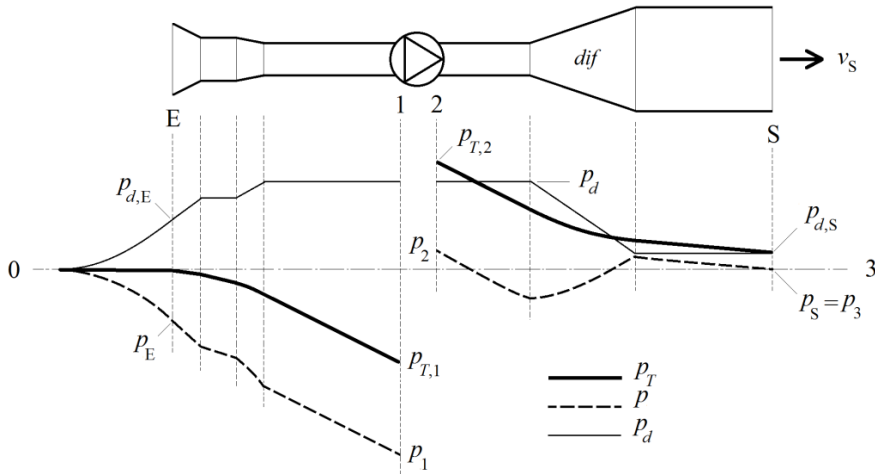


Figura 3.39. Instalación de un ventilador en un sistema guiado con resistencias a entrada y salida, y un difusor intermedio. Conducto de sección rectangular y ancho constante.

En cambio, cuando el ventilador transporta aire a través de una chimenea para la que $h_{ch} = z_S - z_E$, la condición hidrostática de presión entre la base de la chimenea, (b), donde la presión es p_b , y (3) permite escribir:⁶⁰

$$p_e = \{[(p_b - p_0) - (\rho_b - \rho)gh_{ch}]_e + (p_i + p_{d,S})_f\}_T - p_d \quad [3.73]$$

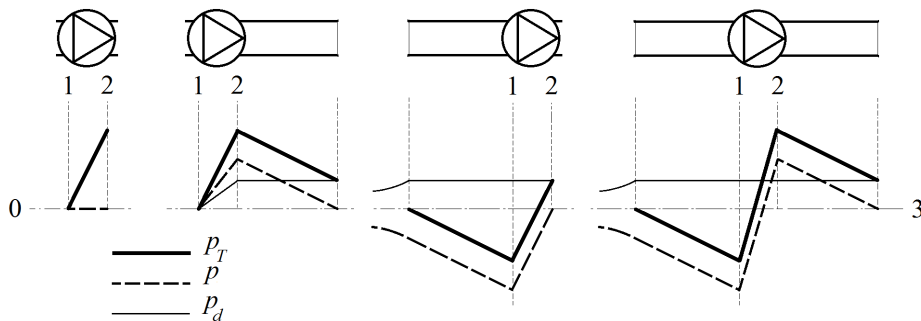
Si $p_b = p_0$, es decir, la aspiración se hace en un recinto abierto, entonces el único término estático que queda es el correspondiente a la altura de la chimenea: $(\rho_b - \rho)gh_{ch}$, que puede ser positivo, cero o negativo, y que se denomina “tiro natural” o autotiro. Es fácil ver que, cuando $\rho_b > \rho$ y el tiro es positivo porque el aire ambiente es más frío que el que sale por la chimenea, el ventilador ha de suministrar menos presión estática que en la condición de tiro nulo o sin chimenea. Como el tiro positivo actúa como una fuerza impulsora más, la combinación en serie de ambos aumenta el caudal impulsado por el ventilador (como ocurría en el montaje en serie de bombas), lo que, en general, es beneficioso, siempre que el caudal no sobrepase el valor Q_0 de la figura 3.38 o se sobrecargue el ventilador.

En cualquier caso, el diseño de la chimenea puede hacer prescindible el ventilador cuando el tiro es positivo, y entonces el caudal será el que cumpla la condición:

$$(\rho_b - \rho)gh_{ch} = p_i + p_{d,S} \quad [3.74]$$

Volviendo al caso [3.72] y tomando como referencia la figura 3.40, se pueden distinguir cuatro tipos básicos de instalaciones según cuál sea la ubicación del ventilador. La instalación de tipo “A” es de forma que la aspiración y la descarga son libres (de hecho, no hay sistema). Esta situación se corresponde con la ubicación mural del ventilador helicoidal para la cual el caudal es Q_0 y la presión estática nula. En la instalación de tipo “B”, la aspiración es libre pero la descarga es conducida. En estos casos, se cumple que $p_e = p_i$ cuando el conducto es de sección constante. En la instalación de entrada conducida y de salida libre de tipo “C”, siempre es $p_e = p_i$, pues en la descarga libre se tiene que $p_{d,s} = p_d$.

Figura 3.40.
Formas básicas de instalación de un ventilador (A, B, C y D) y evolución aproximada de las energías total, estática y dinámica.



La instalación de tipo “D” es el caso más general descrito por la ecuación [3.72] y la figura 3.39. Cuando, en estos sistemas, la presión dinámica del ventilador es mayor que $p_{d,s}$, la p_e necesaria del ventilador se puede reducir utilizando difusores (que actuarán como fuentes de presión estática). Es decir: no toda la presión estática necesaria en la instalación ha de ser proporcionada por el ventilador. Como la pérdida de energía del difusor empleado, p_{dif} , forma parte de p_i , [3.72] se puede escribir:

$$p_e = (p_{i,0} + p_{dif}) - (p_d - p_{d,s}) \quad [3.75]$$

Teniendo en cuenta la ecuación [2.111], se deduce que:

$$\begin{aligned} p_e &= p_{i,0} + (1 - \eta_{dif})(p_d - p_{d,s}) - (p_d - p_{d,s}) = \\ &= p_{i,0} - \eta_{dif}(p_d - p_{d,s}) \end{aligned} \quad [3.76]$$

Por tanto, la inclusión de difusores en estos sistemas descarga el ventilador y recupera parte de la presión dinámica, que es empleada en superar las pérdidas estáticas del resto de la instalación, $p_{i,0}$. Sin difusor, es decir, con un cambio brusco de sección entre p_d y $p_{d,s}$, el término p_{dif} coincide con el decremento de energía cinética y la recuperación de presión estática es nula, esto es, $p_e = p_{i,0}$, con $\eta_{dif} = 0$. Se ha de tener en cuenta que, aunque el uso de difusores aumenta el caudal impulsado ya que la curva de presión estática de un ventilador es decreciente en la zona de trabajo, esto es: $dp_e/dQ < 0$, no son una fuerza impulsora, como pudiera serlo una chimenea, pues su efecto desaparece en ausencia de caudal.⁶¹

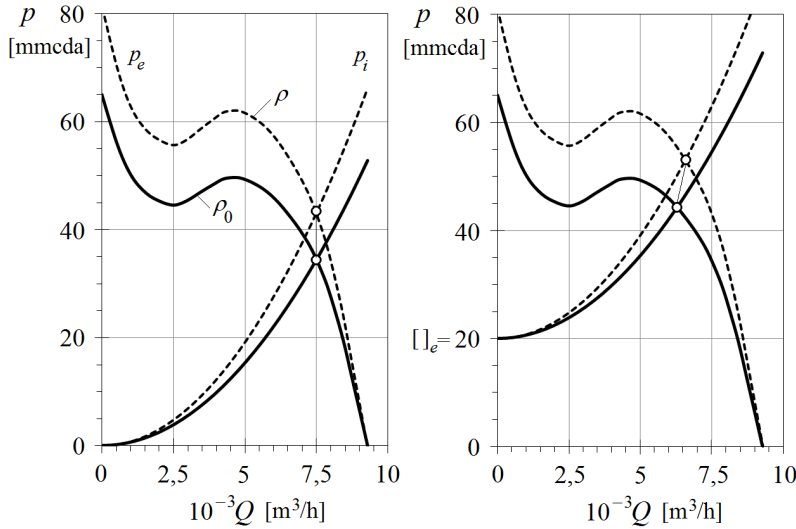


Figura 3.41. Efecto del cambio de densidad de entrada en sistemas con ventilador ($p_{d,s} = p_d$). El caudal volumétrico de la izquierda no cambia al hacerlo la densidad. En la instalación de la derecha, se produce deriva en caudal como consecuencia de la existencia de un término estático no nulo. Este término se admite independiente del cambio de densidad, lo que no sería cierto en presencia de una chimenea (en la figura de la derecha, el tiro sería negativo). Las líneas discontinuas se han obtenido con una densidad $\rho = 1,25\rho_0$.

3.7.4. Efectos de la compresibilidad

La diferencia entre un ventilador, una soplante y un turbocompresor radica en el orden de magnitud de las variaciones de presión en el interior de la turbomáquina. Como se ha mencionado al principio de este tema, las variaciones de presión en un ventilador son tan pequeñas que el gas puede considerarse prácticamente incompresible. En este caso, el trabajo comunicado por unidad de masa se calcularía de la forma siguiente:

$$Y_I = \frac{P_T}{\rho} \quad [3.77]$$

Para determinar la magnitud del error cometido al despreciar los efectos de la compresibilidad en la expresión anterior, se puede comparar con la correspondiente a un proceso adiabático, reversible e ideal, tomado como referencia. Para fluido compresible, cuando además se admite un cambio nulo neto de las energías cinética y potencial a través de la máquina, el trabajo útil aportado por unidad de masa se evalúa mediante la fórmula (v. [1.81], con $Y_C = -w > 0$):

$$Y_C = \int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{\rho} dp = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \quad [3.78]$$

Ahora bien, como el término p_2/p_1 de esta ecuación puede definirse en función del incremento de presión total como:

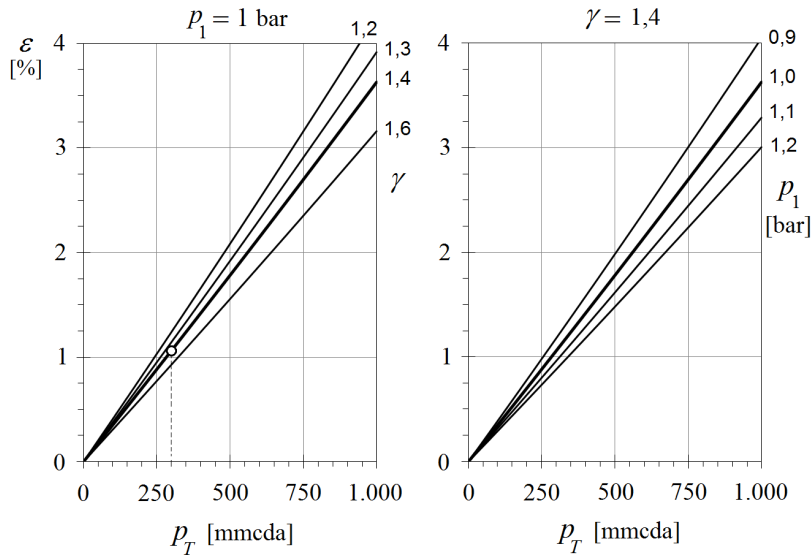
$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{P_T}{p_1} \quad [3.79]$$

la expansión binomial del corchete conduce a:



$$Y_C = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[\frac{\gamma-1}{\gamma} \left(\frac{p_T}{p_1} - \frac{1}{2\gamma} \left(\frac{p_T}{p_1} \right)^2 + \dots \right) \right] \approx \frac{p_T}{\rho_1} \left(1 - \frac{1}{2\gamma} \frac{p_T}{p_1} \right) \quad [3.80]$$

Figura 3.42. Error cometido al despreciar la compresibilidad del aire a su paso por un ventilador. La línea divisoria entre un ventilador moderno de elevada potencia y un turbocompresor se establece a los 300 mmcd, valor de presión al que corresponde un error aproximado de un 1% en la estimación [3.77]. En los ventiladores convencionales de poca potencia, esta línea se extiende hasta los 800 mmcd y, por encima, lo mejor es considerar la máquina como térmica y no como hidráulica.



Por tanto, el error resultante de la aproximación incompresible (respecto al supuesto compresible ideal con $\rho_1 = \rho$) es:

$$\varepsilon = \frac{Y_I - Y_C}{Y_C} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2\gamma} \frac{p_T}{p_1}} - 1 \quad [3.81]$$

que puede representarse en función del incremento de presión proporcionado por el ventilador y de la relación de calores específicos.

En lo referente a la hipótesis utilizada para obtener la presión atmosférica a la salida de una chimenea, p_3 , es cierto que se podría tener en cuenta el cambio de densidad ocasionado por la altura usando las leyes de la fluidostática aplicadas a la atmósfera estándar, pero, en general, esta corrección es innecesaria y el resultado [3.73] se admite suficientemente aproximado en la práctica, tal como se demuestra a continuación.

La fluidostática se ocupa del estudio del equilibrio de fluidos en reposo, es decir, de velocidad nula en algún sistema de referencia en que se verifique la ecuación:

$$\rho \mathbf{f}_m - \nabla p = 0 \quad [3.82]$$

Esta ecuación implica que, por un lado, el equilibrio de un fluido se representa por el balance de fuerzas másicas y de presión, y, por otro, que las fuerzas másicas han de derivar de un potencial cuando el fluido está en reposo, tal que:



$$\mathbf{f}_m = -\nabla U \quad [3.83]$$

donde U es el potencial de fuerzas másicas cuyo signo se escoge por conveniencia.

El carácter vectorial de estas ecuaciones y el hecho de que la densidad sea un escalar indican que la presión es constante en las líneas equipotenciales de U y que las isobaras son perpendiculares al campo de fuerzas másicas (horizontales en la atmósfera).

Por otro lado, para que sea posible el equilibrio bajo fuerzas másicas irrotacionales, es necesario que la densidad sea una función exclusiva de la presión y exista, por tanto, una relación de barotropía entre la presión y la densidad. Esto permite introducir el potencial de presiones, P , como:

$$P = \int \frac{dp}{\rho(p, t)} \quad [3.84]$$

Con todo, la ecuación general de la fluidostática se escribe:

$$\nabla(U + P) = 0 \quad [3.85]$$

que significa que la suma $U + P$ se mantiene constante en equilibrio.

Esta ecuación puede ser integrada supuesta una relación de barotropía $\rho(p)$. El caso más sencillo es cuando la densidad del fluido es constante, y entonces se deduce que:

$$U + P = gz + \frac{P}{\rho} = cte \quad [3.86]$$

que es la relación hidrostática utilizada anteriormente.

La relación exacta entre la presión y la altura se obtiene integrando [3.85] teniendo en cuenta que, para un gas ideal en equilibrio, la relación entre la presión y la cota es:

$$RT \frac{dp}{p} = -g dz \quad [3.87]$$

En la atmósfera cercana al suelo, la parte inferior de la troposfera, el aire atmosférico varía su temperatura con la altura de forma lineal:

$$T = T_b - Kz \quad [3.88]$$

con $K = 6,5 \text{ } ^\circ\text{C/km}$, de modo que la integración de [3.87] conduce a la expresión:

$$\frac{p}{p_b} = \left(\frac{T_b - Kz}{T_b} \right)^{\frac{g}{RK}} \quad [3.89]$$

en la que $g/(RK) = 5,256$. El lector interesado puede comprobar que, para una chimenea de $h_{ch} = 50 \text{ m}$ y una temperatura en su base de $T_b = 293 \text{ K}$, la relación p_3/p_b es de 0,9942.

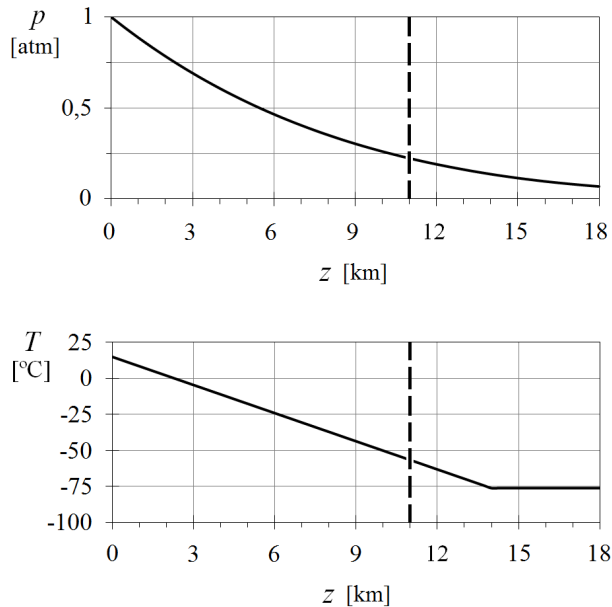


Tomando $\rho_b = 1,205 \text{ kg/m}^3$ y $p_b = 1 \text{ atm}$, el error cometido con la hipótesis hidrostática es, aproximadamente, del $-0,47\%$.

El equilibrio ofrecido por la ecuación [3.89] ha de ser estable para mantenerse en el tiempo y no supone que haya equilibrio termodinámico. Una condición necesaria para que la estratificación de la densidad en el fluido sometido a la acción del campo de fuerzas másicas sea estable es que la densidad aumente con la presión. Por ejemplo, en el campo gravitatorio, el líquido más pesado se sitúa por debajo del más ligero.

En la atmósfera no saturada, se demuestra que la configuración [3.89] no es estable si $K > g/c_p \approx 9,7^\circ\text{C/km}$.⁶² Sobrepasar esta condición conlleva que cualquier perturbación que implique un desplazamiento vertical de una partícula fluida será ampliada por la estratificación circundante en equilibrio mediante una fuerza de restitución negativa que la alejará de su posición inicial. Este desequilibrio se produce, en definitiva, si el ritmo de cambio de la temperatura de la partícula no es suficientemente rápido para que esta se adapte a su nuevo entorno. Por ejemplo, si la temperatura decrece con la altura más rápidamente que lo hace la temperatura de la partícula en un pequeño desplazamiento ascendente, lo que ocurre bajo la condición de inestabilidad mencionada, la partícula se situará en un entorno de mayor densidad y continuará su ascenso. Estas condiciones de estabilidad afectan la evolución del penacho de salida pero, al ser cambiantes, no se tienen en cuenta en el cálculo de la chimenea.

Figura 3.43. Evolución aproximada de la presión atmosférica en función de la altura. Atmósfera de composición constante. La atmósfera estándar se define en sus primeros 11 km (troposfera) con una temperatura que disminuye linealmente desde los 15 hasta los $-56,5^\circ\text{C}$. Por encima de los 11 km (estratosfera) y hasta los 22, aproximadamente, la temperatura continúa su descenso, se estabiliza y después vuelve a aumentar. La densidad se calcula a partir de la ecuación de estado en cualquier caso.



3.7.5. Ruido generado por un ventilador

El sonido puede ser definido como una perturbación en un medio elástico capaz de excitar el sentido del oído. Cuando el sonido es desagradable y su espectro es de naturaleza aleatoria sin exhibir componentes de frecuencia bien definidos, se dice que es ruido. Tanto el sonido como el ruido se definen mediante magnitudes acústicas como la presión,



la intensidad o la potencia, descritas en una escala logarítmica basada en decibelios (dB). Una medida importante del ruido es su distribución frecuencial, para lo cual puede analizarse su espectro continuo, o bien su división en bandas de frecuencia de octava o tercios de octava.⁶³

El ruido total emitido por un ventilador, aunque aleatorio, presenta un espectro que cubre una banda de frecuencia muy amplia de la que interesa solo la banda audible. Los fenómenos aerodinámicos de interacción del rotor y de los distribuidores con el aire suelen ser la causa principal del ruido aleatorio de banda ancha que se genera, pero también de sonidos de banda estrecha provenientes de fenómenos de autoexcitación de naturaleza parecida a la que fundamenta el funcionamiento de los instrumentos musicales de viento. Por otro lado, en los ventiladores, la presencia de un movimiento periódico en los álabes, hace prever la aparición de sonidos de forma periódica y, por tanto, de espectros de frecuencias discretas múltiplos de la frecuencia de giro del rotor.

Probablemente, la fuente más importante de ruido en los ventiladores es la que se debe a la interacción de las fuerzas del fluido con el contorno, y, de entre estas, destacan la del sembrado de vórtices (*vortex-shedding*), debido a la separación de la corriente, y las interferencias generadas por el contacto de las estelas turbulentas con obstrucciones y álabes. Son también causa del ruido generado de banda ancha la interacción del rotor con las turbulencias de la admisión y las turbulencias en la capa límite. Las fuentes de ruido no aerodinámico son debidas, básicamente, a la vibración de los elementos mecánicos, producida por el desequilibrio dinámico del rotor y su eje, o de unos cojinetes en mal estado. Esta vibración se reduce aislando el ventilador de la bancada mediante uniones elásticas y, por supuesto, con un diseño y mantenimiento óptimos. Por otro lado, siempre se pueden utilizar aisladores acústicos que amortigüen el ruido generado por el acoplamiento entre los elementos vibrantes y el aire.

Las características espectrales de los ventiladores axiales y centrífugos son completamente diferentes: mientras que en los centrífugos predomina el ruido emitido de baja frecuencia, el espectro de los axiales presenta un máximo en el rango de media frecuencia (esta tendencia puede deducirse observando los valores de la tabla 3.6). La experiencia pone de manifiesto que el ruido aleatorio de baja frecuencia de los ventiladores centrífugos proviene de fuentes internas y depende poco del nivel de turbulencia a la admisión o de las turbulencias generadas a su salida. Esto se debe a la complicada geometría interna del rotor centrífugo, que hace inevitable la separación del flujo en las palas, y a la interacción del ventilador con los conductos anexos, en los que se irradia el sonido de frecuencias relativamente bajas, cuya longitud de onda es comparable a la longitud de los conductos. En el rotor axial, en cambio, las condiciones de diseño son más favorables porque puede realizarse de forma más aerodinámica y predominan otros efectos, como se explica a continuación.

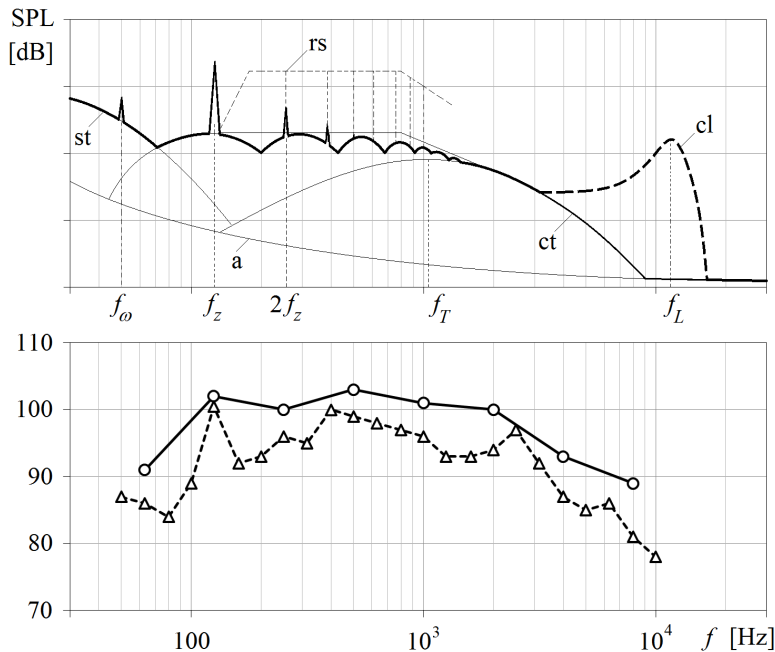
En la figura 3.44, se muestra la forma universal del espectro de ruido del rotor de un ventilador axial. El rasgo predominante del espectro es su banda ancha intermedia, centrada en una frecuencia f_r . En rotores de baja velocidad (para números de Reynolds basados en la cuerda del álabe inferiores a 10^6), aparece un segundo pico predominante en el entorno de la frecuencia f_L , situada aproximadamente una década por encima de f_r . Estas frecuencias se corresponden con las frecuencias representativas del ruido generado por las capas límite laminar y turbulenta sobre los álabes de la cascada axial. En los rotores de elevado número de Reynolds (superiores a 10^6), el ruido de la capa límite



turbulenta parece corresponder al espectro de banda ancha del rotor para corrientes limpias de entrada, es decir, sin perturbaciones, y se extiende típicamente unas ocho veces la frecuencia central f_T a ambos lados de esta.

En el caso laminar, se admite que toda perturbación en la capa límite produce ondas, que pasan por convección al borde de salida del álabe y allí inducen una perturbación en presión. Esta perturbación actúa como un dipolo local cuya radiación acústica se propaga aguas arriba hasta alcanzar la fuente original y retroalimentarla.⁶⁴ La frecuencia resonante natural del bucle de realimentación es f_L y puede ser reducida convirtiendo la capa límite en turbulenta mediante bordes de entrada adecuados (en ocasiones, se realizan cortes en el borde de entrada para forzar su tránsito). En lo referente a la capa turbulenta, los resultados experimentales muestran que la banda ancha centrada en f_T es previsible dentro de un margen de 3 dB en términos de la geometría del rotor (básicamente, de la cuerda del álabe y su espesor) y la velocidad de punta de álabe. Esta frecuencia se puede adimensionar definiendo el número de Strouhal: $St = f_T l / u$, donde l es la cuerda del álabe y u , la velocidad de punta de álabe, o bien $St = 2\pi(f_T/\omega)s$, siendo $s = l/2\pi r$ la solidez real de la cuerda. Un valor típico de este número es la unidad, de modo que f_T es del orden de 1 kHz en la mayoría de las máquinas axiales.

Figura 3.44.
Características SPL
(sound pressure level) del
espectro de ruido de un
rotor y espectros en las
bandas de octava y de
tercio de octava. En la fi-
gura: a, ruido ambiente;
cl, ruido de capa laminar;
ct, ruido de capa turbu-
lenta; rs, ruido sobran-
te de rotor, y st, ruido de ra-
diación estacionaria. El
espectro de banda de oc-
tava (o) es bastante uni-
forme, pero no muestra la
frecuencia f_z .



Otras contribuciones espectrales que pueden aparecer además de las mencionadas, f_T y f_L , toman la forma de un solo pico discreto o una serie de espectros en línea. Estos picos ocurren, habitualmente, en múltiplos de la frecuencia de rotación, $f_\omega = \omega/2\pi$, o de la frecuencia de paso de álabe, $f_z = z\omega/2\pi$. Los picos situados en múltiplos de f_ω son de baja intensidad y consecuencia de un reparto desequilibrado de la carga entre los álabes (habitualmente, son más pronunciados al aumentar la velocidad del álabe). Por su parte, si



la frecuencia de paso de álabe es elevada, solo cabrán dos o tres de sus armónicos en el espectro porque el resto serán atenuados. Esta es una de las diferencias principales entre el ruido generado por un ventilador: si el número de álabes z es reducido, el espectro estará formado por un empaquetado discreto de múltiples picos muy próximos entre sí, pero, si z es elevado, entonces aparecerá probablemente solo un par de picos a f_ω y f_z . Los conjuntos restantes de frecuencias discretas, denominados “ruido sobrante en el rotor”, son generados por varios grados de carga impulsiva de álabe. Las líneas de trazo representadas en la figura 3.44 son típicas de la interacción rotor-estátor y la formación de estelas en ventiladores entubados.

Las fuerzas estacionarias de álabe rotante también producen radiación acústica. Esta radiación es apreciable en rotores de baja solidez y en todos los rotores a velocidades altas de álabe, y es consecuencia del empuje aerodinámico total y de la interferencia entre los distintos álabes supuestos fuentes puntuales de ruido.

El nivel de potencia sonora específico es el nivel de potencia sonora generado por un ventilador concreto cuando funciona con un caudal $Q_0 = 1 \text{ m}^3/\text{s}$ comunicando una presión $p_{T,0} = 1 \text{ kPa}$. El empleo de un nivel de potencia sonora de referencia permite comparar directamente los niveles de bandas de octava de ventiladores distintos, al reducir los datos a una base común. La tabla 3.6 muestra las características de banda ancha correspondientes a diversos ventiladores industriales, correctamente diseñados e instalados en sistemas con una amplia dispersión. Para obtener las condiciones de potencia sonora del funcionamiento real a Q y p_T , conocidas las de referencia (y en las mismas unidades que Q_0 y $p_{T,0}$), se ha de aplicar la fórmula siguiente:⁶⁵

$$L_w = L_{w,0} + 10 \log_{10} \left(\frac{Q}{Q_0} \right) + 20 \log_{10} \left(\frac{p_T}{p_{T,0}} \right) \quad [3.90]$$

y añadir a la banda de frecuencia de paso de álabe el valor BFI (*blade frequency increment*) de la tabla.

Por otro lado y para concluir, las normas sobre ventiladores predicen con exactitud su funcionamiento hidráulico y acústico mediante las leyes de semejanza. El análisis dimensional permite deducir que la potencia acústica es una función del grupo $\rho c^3 r^2$, del número de Mach a la quinta potencia, $(u/c)^5$, del número de Reynolds y de las cifras adimensionales de energía y caudal. Cuando del espectro de ruido de un ventilador se separan el ruido del motor, el de los cojinetes y el de otros componentes mecánicos, como el eje, la voluta, etc., la potencia acústica del ruido restante está bien descrita por el grupo $L_w/u^5 r^2$; es decir, esta relación se mantiene sensiblemente constante siempre que los intervalos de variación de los términos del denominador no sean demasiado grandes. En ventiladores homotéticos, se cumple que:

$$\frac{L_w}{u^5 r^2} = \frac{L_w}{\omega^5 r^7} \approx \frac{\rho}{c^2} f(\text{Re}) g(\chi) \quad [3.91]$$

La variable χ , denominada *abertura del ventilador*, es función de los coeficientes de caudal y presión (se deduce que es proporcional a $\Delta^{-1/2}$), por lo cual $g(\chi)$ depende de ω y del tipo de ventilador. Si el cambio de densidad no es importante, los niveles de potencia



sonora entre dos condiciones de funcionamiento, (1) y (2), pueden relacionarse mediante la ecuación:

$$L_{w,2} = L_{w,1} + 50 \log_{10} \left(\frac{n_2}{n_1} \right) + 70 \log_{10} \left(\frac{r_2}{r_1} \right) \quad [3.92]$$

En general, y dado que las curvas de funcionamiento de ventiladores geoméricamente semejantes son semejantes, para un tipo de ventilador y un caudal y una presión de una aplicación, existe un tamaño particular de ventilador de toda la serie que es preferible a los demás. Esto tiene una lectura inversa: una vez determinado el tamaño conveniente del ventilador para una aplicación concreta desde el punto de vista acústico, no es posible reducir el nivel de ruido utilizando otro de tamaño mayor o menor.

Tabla 3.6.
Potencia sonora relativa de referencia, producida por diversos ventiladores. Leyenda: A, aerodinámicos; BP, MP, AP, baja, media y alta presión (10, 20 y 60 mmcd); S, curvados hacia delante; D, con álabes guía; T, tubulares, y H, helicoidales. G, grande ($D > 1$ m). P, pequeño ($D < 1$ m).

		Frecuencias centrales de bandas de octava [Hz]								
	Tipo	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000	BFI
Centrífugos	A-G	85	85	84	79	75	68	64	62	3
	A-P	90	90	88	84	79	73	69	64	3
	BP-G	101	92	88	84	82	77	74	71	7
	BP-P	112	104	98	88	87	84	79	76	7
	MP-G	103	99	90	87	83	78	74	71	8
	MP-P	113	108	96	93	91	86	82	79	8
	AP-G	106	103	98	93	91	89	86	83	8
	AP-P	116	112	104	99	99	97	94	91	8
	S	98	98	88	81	81	76	71	66	2
	D	94	88	88	93	92	90	83	79	6
Axiales	T-G	96	91	92	94	92	91	84	82	7
	T-P	93	92	94	98	97	96	88	85	7
	H	93	96	103	101	100	97	91	87	5

¹ Para ser más precisos, y como se verá en el tema siguiente, la potencia hidráulica transmitida resulta de la variación del momento cinético que experimenta el fluido al atravesar el rodete mientras este gira, por lo que es de prever que el par comunicado y, en consecuencia, la potencia, sea mayor en las radiales que en las axiales, por la contribución del efecto centrífugo.

² El análisis anterior es válido para una máquina de desplazamiento positivo, si se considera un promedio temporal para las condiciones en la entrada y la salida de la máquina y sin acumulación de masa o energía en su interior. Si esto no fuera posible, se tendrían que incluir los términos no estacionarios y el tratamiento actual no sería aplicable.

³ Φ_V contempla las pérdidas de origen viscoso, incluidas las pérdidas por fricción en el disco, que son consideradas pérdidas mecánicas.

⁴ El término *altura manométrica* o *de elevación* está más extendido en el uso de las bombas rotodinámicas que en las de desplazamiento positivo, aunque es técnicamente correcto en ambas, siempre que sea aplicable [3.2].



-
- ⁵ También justifica las diferencias constructivas entre las bombas y los ventiladores: los sistemas de estanqueidad necesarios han de contener fugas generadas por gradientes de presión distintos, y los gruesos de pared, de álabes, etc., son menores en los ventiladores, pues, en general, la presión absoluta interna es menor y también el par a comunicar.
- ⁶ Esta es la potencia en el accionamiento de la máquina, también denominada *potencia en el eje* o *potencia al freno*, y es el valor absoluto del trabajo por unidad de tiempo necesario para accionar la bomba desde el exterior.
- ⁷ Ni existan otros caudales funcionales en la máquina. En las bombas centrífugas, por ejemplo, es común usar parte del caudal impulsado por el rodete para refrigerar partes móviles o compensar el empuje axial experimentado por el eje.
- ⁸ Se refiere al exceso de energía cinética a la salida del rotor con respecto a la presente en la brida de salida de la máquina o entre rotores para un caudal dado, y es en este sentido que se define como *difusión estática*, pues tiene lugar en partes fijas de la máquina. Más adelante se verá que este efecto también puede utilizarse en el rotor para generar energía estática difundiendo la velocidad relativa.
- ⁹ Como se verá en el tema 3.4.3, esta corona difusora aumenta considerablemente el tamaño radial de la máquina, por lo que no suele ser el único elemento difusor, salvo en algunas bombas monocelulares.
- ¹⁰ Es posible que los álabes a la entrada sean graduables en orientación para poder regular el caudal y acomodar el funcionamiento de la máquina a puntos de trabajo fuera del diseño nominal. Por este motivo, se denominan también álabes distribuidores (aunque sean fijos).
- ¹¹ El efecto de la viscosidad resulta despreciable si el movimiento es a Re elevado. Si bien el rendimiento de una máquina está influido por la viscosidad, su mayor efecto es disipar la energía de los torbellinos y otros movimientos aleatorios generados por la forma de los componentes de la máquina, que dependen de cuestiones de diseño y del grado de alejamiento del punto de funcionamiento con respecto a las condiciones nominales.
- ¹² El gasto volumétrico, Q , describe el campo de velocidades a unas revoluciones n . Las fuerzas máscas que derivan de un potencial se pueden agrupar con la presión y así trabajar con presiones reducidas: $p_r = p + \rho g z$. No se necesita el valor absoluto de la presión a la entrada, a menos que haya cavitación o presiones tan elevadas que el líquido se pueda comprimir sustancialmente. Por otra parte, al potencial de fuerzas máscas se le puede sumar una constante arbitraria. Es decir, si se quiere, se puede suponer que z es cero a la entrada de la máquina.
- ¹³ Por ejemplo, en turbinas hidráulicas, resulta más apropiado suponer que el dato es Y y la variable dependiente, Q .
- ¹⁴ La relación con Φ es para un rotor radial de álabes de espesor nulo, en los que el caudal es: $Q = \pi D_2 b_2 c_{2m}$ y $D \equiv D_2$.
- ¹⁵ Desde el punto de vista del diseño, es suficiente que los triángulos de velocidades que se forman en el rotor sean proporcionales entre sí. Estos triángulos se presentarán en 4.1.1 y resultan de la composición vectorial de las velocidades absoluta, relativa y de arrastre en el interior del rotor.
- ¹⁶ Es importante observar, en la práctica, si las bombas son en realidad geoméricamente semejantes, porque los constructores suelen colocar rotores de distinto tamaño en una misma carcasa. La semejanza no resulta completa tampoco en bombas a escala porque, debido a su diferente tamaño, la relación ε/D es más pequeña en las bombas grandes que en las de menor tamaño (siempre que compartan material y proceso de fabricación).
- ¹⁷ Obsérvese que, si bien la primera de las ecuaciones [3.28] es invariante con respecto al fluido (y la gravedad), la segunda supone $\rho_s = \rho_f$. Además, para que se cumpla la condición $Y = A_Y Q^2$, es suficiente que los puntos homólogos compartan los rendimientos hidráulico y volumétrico, pues el mecánico atañe a la cifra de potencia.
- ¹⁸ Obtenida para un fluido de referencia de baja viscosidad: agua fría en bombas o aire frío y seco en ventiladores, y según las condiciones normales de ensayo definidas por las normas técnicas.



-
- ¹⁹ Se entiende que a falta de datos experimentales concretos. Otro método muy utilizado es el propuesto por la norma ISO 9906:1999 *Rotodynamic pumps - Hydraulic performance acceptance tests - Grades 1 and 2*, basado en ábacos que reflejan los resultados experimentales de una familia completa de bombas.
- ²⁰ Estas equivalencias y las de la tabla 3.2 son solo válidas en el campo gravitatorio terrestre. Además, la de n_s solo sirve para el agua, y entonces $n_s = 3,651 n_q$. Ni n_q ni n_s son adimensionales.
- ²¹ Las velocidades del accionamiento más frecuentes para motores eléctricos asíncronos y una frecuencia eléctrica de 50 Hz, teniendo en cuenta el deslizamiento, son: 2.900, 1.450, 970, 730, 580 y 480 rpm, para 1, 2, 3, 4, 5 y 6 pares de polos, respectivamente. Cualquier otra velocidad de rotación es posible usando variadores de frecuencia o motores de continua, siempre que se respeten las especificaciones del fabricante.
- ²² Esta k indicaría el número de rotores equivalentes, que, en un funcionamiento ideal, se repartirían a partes iguales la energía total. En la realidad, el montaje en serie de varios rotores radiales en una bomba disminuye su eficacia individual y aumenta las pérdidas totales, lo que hace que el número de rodets necesarios sea superior al k que resulta de [3.33]. Para fijar ideas, una bomba sumergida, preparada para suministrar $H_B = 100$ m, $Q = 300$ L/min, $n = 2.900$ rpm ($\Omega = 0,12 < 0,2$) y $D_2 = 110$ mm, dispone de unos 10 rodets. El proceso de cálculo descrito conduce a $\Delta_R = 5,7$ y $\Omega_R = 0,44$ para $k \approx 6$.
- ²³ Por norma general, los diámetros se distribuyen según la serie normal R10, cuyo factor es 1,25. Los diámetros resultan, entonces: 20, 32, 40, 50, 65, 80, 100, 125, 160, 200, 250, 315, 400, etc.
- ²⁴ Este es uno de los objetivos de la normalización: garantizar la intercambiabilidad entre bombas y sus prestaciones, con independencia del fabricante.
- ²⁵ Se admite, de momento, que todos los puntos de funcionamiento posibles son, además, estables. Los fabricantes también incluyen en sus catálogos técnicos información relativa a la capacidad de aspiración de la bomba (curvas de $NPSH_R$), sus dimensiones, instrucciones de montaje y mantenimiento, desgloses de despieces y recambios, y otras cuestiones relativas a su puesta en marcha, funcionamiento e instalación. En las bombas de gran tamaño, también es frecuente encontrar información de la inercia del grupo motobomba.
- ²⁶ Todas estas cuestiones son sumamente interesantes en el estudio del golpe de ariete por detención del grupo impulsor y su simulación.
- ²⁷ En algunas disposiciones, es necesario tener en cuenta las diferentes pérdidas parciales, h_f , que pueden darse en las líneas de aspiración de cada una de las bombas o entre estas y el colector principal. Esto da lugar a unas curvas de bombeo equivalente distintas para cada bomba, en las que la energía disponible es menor al ser $H_{B,eq} = H_B - h_f$, y que rompen la simetría energética del grupo, aunque las bombas sean iguales.
- ²⁸ Si $b > 1$ para algún caudal, entonces se demuestra de la misma manera que $\eta_1 < \eta_p < \eta_2$. Estas relaciones permiten acotar el rendimiento de una instalación de bombeo en paralelo, comprobándose que siempre será superior al menor de los rendimientos parciales, pero también nunca superior al mayor de los mismos. Ello supone, en general, que el rendimiento medio de la instalación aumenta con el número de bombas (si estas han sido bien escogidas) y que siempre será superior al que se obtendría con una única bomba preparada para cubrir toda la demanda.
- ²⁹ Continuando con un ejemplo anterior, si $Q = 300$ L/min y $n = 2.900$ rpm, la altura de elevación máxima asumible con un solo rodete sería del orden de 52 m, inferior a los 100 requeridos. En este caso, podrían utilizarse solo dos rodets, pero la restricción impuesta por el diámetro hace aumentar su número al disminuir Δ_R y aumentar Ω_R .
- ³⁰ El campo de variación de esta velocidad en función del material es, a su vez, muy amplio: desde 40 m/s para la fundición hasta 300 m/s para los aceros y otras aleaciones. En los ventiladores centrífugos, rara vez supera los 60 m/s.
- ³¹ En estas fórmulas, se usa el valor medio del diámetro a la entrada. También se supone que los ángulos del rodete son los correspondientes a la corriente, lo cual no es estrictamente cierto.
- ³² Esta apreciación también es cierta en las axiales, en las que la presencia del cubo donde se monta el motor hace que la sección normal en el rotor sea anular e inferior a la de conexión al sistema. En el canal de



-
- aspiración tanto de las bombas radiales como de las axiales, aunque en mayor medida en estas últimas, pueden colocarse álabes directores guía.
- ³³ En general, en las bombas pequeñas, el precio tiene más efecto que el rendimiento, mientras que las grandes se diseñan para caudales muy concretos.
- ³⁴ A título orientativo, se puede decir que la corona difusora está indicada cuando $c_2 > 20$ m/s.
- ³⁵ Se entiende que las pérdidas de caudal no llegan a la cámara espiral, por cuanto los caminos de fuga son previos.
- ³⁶ Todas las líneas de corriente son también espirales logarítmicas que forman un ángulo constante con la circunferencia correspondiente.
- ³⁷ La condición $c_{\theta} = c_{2u} r_2 / r$ no se cumple estrictamente en la práctica por diversos factores, entre ellos el rozamiento. La forma curva del conducto de la cámara espiral origina una corriente helicoidal debida a la aparición de flujos secundarios (algo parecido ocurre cuando un flujo turbulento atraviesa un codo). Las corrientes secundarias son recirculantes y, en la sección central del conducto, se dirigen hacia el exterior de la curva.
- ³⁸ En el caso de usar coronas difusoras de ancho constante, en las que $r_3 = 1,5r_2$, condición de diseño frecuente, su coeficiente de recuperación efectivo (para un mismo rendimiento que en la cámara espiral) sería de 0,5 como el lector podrá comprobar.
- ³⁹ En algunas bombas sencillas, no se montan estas juntas, sino que se mecaniza sobre la propia pared interna de la carcasa una o dos ranuras de expansión. En cualquier caso, estas juntas no son cojinetes de rodadura.
- ⁴⁰ En algunas ocasiones, sobre todo si el fluido a bombear está a alta temperatura o contiene partículas abrasivas, la lubricación se realiza mediante otro fluido alimentado desde el exterior o mediante una cámara de refrigeración. La estopada puede ser sustituida por anillos metálicos o por segmentos de algún material elastómero, que no hay que lubricar pero sí mantener engrasado.
- ⁴¹ Las bombas rotodinámicas no son autocebantes por definición (la máxima depresión que pueden generar para una misma Y depende de la densidad del fluido) y, si lo son, es porque han sido transformadas incorporando un evector, una bomba de vacío o algún tipo de bomba volumétrica.
- ⁴² Las bombas no inundadas tienen la tendencia natural a descebarse. Una bomba se encuentra descepada tras su instalación primera, o cuando se pone en marcha después de un largo período de inactividad, o cuando antes se había vaciado expresamente por precaución, como se hace cuando ha de estar inactiva a temperaturas bajo cero.
- ⁴³ Esta circunstancia marca la tendencia de diseño actual: la miniaturización. Puede conseguirse el mismo caudal con una bomba más pequeña si se aumentan las revoluciones, lo que implica, a su vez, la disminución del par de arrastre necesario y del motor de accionamiento contra una misma presión, y exige un ajuste más fino y un mecanizado más preciso de todos los componentes.
- ⁴⁴ Y la viscosidad, supuesto régimen laminar. Se acepta también que el rendimiento volumétrico es la unidad cuando la bomba trabaja en vacío, lo cual no es estrictamente cierto pues obvia la presencia del caudal de fluido adherido a las superficies móviles. Este caudal “de desplazamiento” es muy pequeño, por lo que la suposición $\eta_v(p_s = p_e = 0) = 1$ es suficientemente correcta en la mayoría de los casos. El rendimiento mecánico también se denomina *hidromecánico* para incluir, al menos en su definición, las pequeñas pérdidas hidráulicas asociadas al flujo.
- ⁴⁵ Esta saturación en caudal puede observarse en la figura 3.34 y es debida a la combinación de dos efectos: la reducción efectiva del área de paso ocupada por la corriente de líquido y la reducción drástica de la velocidad del sonido, debida a la presencia de flujo mixto o bifásico en los conductos internos de la bomba.
- ⁴⁶ El colapso de las burbujas genera un ruido con un contenido frecuencial que puede alcanzar 1 MHz. Este ruido puede asimilarse a un ruido blanco en que las burbujas más pequeñas contribuyen con las frecuencias mayores y las más grandes, con las menores.



- ⁴⁷ Básicamente, de las energías cinéticas asociadas a las velocidades c_1 y w_1 . Todas las presiones de este apartado son absolutas, al tener que compararse con la presión de saturación, definida positiva y tomada como valor mínimo de referencia con el cual establecer el criterio sobre la posible ocurrencia de cavitación.
- ⁴⁸ En las condiciones de ensayo para las que se observa una disminución del 3% en H_B y se define la condición $NPSH_R = NPSH_D$, resulta que $NPSH_R = (p_e - p_{sat}) / \rho g + v_e^2 / 2g$. Por tanto, la medida de la presión p_e y del caudal (y la temperatura del fluido) es suficiente para representar la curva $NPSH_R(Q)$ suministrada por el fabricante.
- ⁴⁹ Otro símil: el ruido también es semejante al que las palomitas saltando en una sartén.
- ⁵⁰ Si bien Ω y S son independientes entre sí, el cambio de máquina centrífuga por axial modifica significativamente la geometría de la aspiración y el valor de S^* . Experimentalmente, se encuentra que el valor de S^* varía entre 2,5 y 4 para cualquier tipo de bomba, para parámetros de Thoma de entre 0,02 y 2; sin embargo, en la actualidad, se duda de que la limitación ofrecida por S sea, por sí misma, un criterio seguro para evitar riesgos por cavitación.
- ⁵¹ Un milímetro de columna de agua (mmcda o mm H₂O) equivale a 9,8 Pa.
- ⁵² La relación de densidades entre el agua y el aire, en condiciones normales, es del orden de 850. Los triángulos de velocidades en una bomba y un ventilador geoméricamente semejantes no serán iguales porque los ventiladores toleran velocidades de flujo más elevadas, pero, aun así, es de esperar que el salto de presión sea mucho mayor en las primeras. Por ejemplo, para una velocidad máxima en ambas de 20 m/s y un solo rotor radial, la energía por unidad de masa comunicada sería de 200 J/kg, aproximadamente. La altura de elevación de la bomba correspondiente sería de 20 m para una presión total en agua de 2 bar. Con este límite de velocidad, un ventilador que moviera aire en condiciones normales comunicaría un salto de presión total de tan solo 240 Pa y, si la velocidad asciende a 40 m/s, de 1.000 Pa.
- ⁵³ Estos ventiladores también pueden ser de álabes rectos o inclinados hacia atrás. Para ángulos $\beta_2 \approx 25^\circ$, no hay otro ventilador que tenga el mismo nivel de ruido para la misma presión. Los de álabes curvados hacia delante presentan la característica de silla de la figura 3.38 y los centrífugos son de menor tamaño para una aplicación dada.
- ⁵⁴ En la práctica, es frecuente reducir las condiciones ensayadas a las condiciones de la atmósfera normal o la estándar, o la de cualquier otra normalizada que el fabricante indique en sus cartas. La presión barométrica normal y la estándar coinciden en 760 mmHg (1 atm), pero la temperatura normal se toma a 0°C y la temperatura estándar, a 20°C. Con estos valores, las densidades normal y estándar resultan ser $\rho_N = 1,293 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_S = 1,205 \text{ kg/m}^3$, respectivamente.
- ⁵⁵ Recuérdese que la presión total de un punto en un flujo resulta de la suma de los tres términos energéticos en unidades de presión. Como, entre la entrada y la salida del ventilador, la diferencia de cota es despreciable, el incremento de presión total a través del ventilador se corresponde con el incremento de presión de remanso, y puede ser valorado en función de la energía cinética media, tal como se ha indicado en [2.106].
- ⁵⁶ En muchos catálogos, solo se consigna la curva de presión estática, pues es la que resulta más interesante al usuario, ya que la pérdida de salida tiene lugar irremediablemente. Las pérdidas internas, p_i , se evalúan sumando las pérdidas parciales de todos los componentes de la instalación, sean codos, difusores o tramos rectos de conducto, las cuales se cuantifican como un porcentaje de la presión dinámica existente, que a su vez son función de p_d , es decir, de Q^2 .
- ⁵⁷ Las denominadas *system effect losses*, contempladas con el *system effect factor* (SEF), o pérdidas asociadas a las restricciones, las curvas o los amortiguadores instalados a la entrada o la salida del ventilador y que modifican su curva característica. En los sistemas con ventiladores, se denomina *longitud equivalente* a la longitud de conducto recto que asegura un flujo uniforme. La longitud equivalente es del orden de 2,5 veces el diámetro del conducto para velocidades inferiores a unos 12,5 m/s, y aumenta a razón de un diámetro por cada 5 m/s adicionales.
- ⁵⁸ Se llega a esta ecuación directamente aplicando la ecuación de Bernoulli entre los puntos de remanso (₀) y (₃), y considerando que $z_E = z_0$ y $z_S = z_3$.
- ⁵⁹ Las presiones del viento generalmente son positivas con respecto a la presión estática en la corriente de aire no perturbada sobre el costado de barlovento de un edificio, y negativas sobre el costado de sotavento. Las presiones sobre los demás costados pueden ser positivas o negativas, dependiendo del ángulo de incidencia



y de la forma del edificio. En general, se afecta al término $p_{d,0}$ de un coeficiente que depende del tamaño y de la superficie del edificio.

- ⁶⁰ Se supone que la altura de la chimenea es suficiente para tener en cuenta el término de cota correspondiente, pero no tanto para invalidar la hipótesis hidrostática, que permite considerar que la densidad en la base de la chimenea es la misma que en z_s . Con esta condición, se cumple que $p_3 = p_b - \rho_b g h_{ch}$. A continuación, se analiza el efecto de la altura en el cambio de densidad.
- ⁶¹ Aunque se podría trabajar con una curva de presión estática equivalente del ventilador con difusor que resulta de la suma de p_e y $\eta_{dif}(p_d - p_{d,s})$ de [3.76]. El difusor ha de ponerse a una distancia superior a la longitud equivalente de conducto.
- ⁶² En cambio, la atmósfera es muy estable en la inversión térmica cuando la temperatura aumenta con la altura y $K < 0$.
- ⁶³ El oído humano es sensible a sonidos de frecuencias comprendidas entre los 20 y los 17.000 Hz, aproximadamente, pero no de forma igual en todas las bandas de frecuencia. Esto motiva el uso de ponderaciones A, B y C, que ajustan la sensibilidad de los aparatos de medida para adaptarlos al oído humano. Una octava es un intervalo de frecuencia entre dos sonidos cuya razón de frecuencia es dos (y de frecuencia central normalizada). Consúltese una obra especializada para obtener la definición de las variables acústicas y otros términos utilizados en este tema.
- ⁶⁴ Para que se presente esta autoexcitación, es necesario que al menos una de las capas límite que evolucionan sobre el álabe sea laminar al llegar al borde de salida. En un punto de dicha capa límite, denominado *punto de inestabilidad*, se inicia el régimen oscilatorio cuyas ondas superficiales se denominan *ondas de Tollmien-Schlichting*.
- ⁶⁵ Otros investigadores añaden a esta expresión un término más: $10 \log_{10}(u/c)^m$, en que c es la velocidad del sonido y m es 2 para ventiladores centrífugos y 2,5 para axiales.

→ 4



Teoría general de turbomáquinas hidráulicas

Es evidente que el componente fundamental de toda turbomáquina es el rotor, puesto que es el elemento con el cual se incrementa la energía hidráulica del fluido y que condiciona el diseño del resto de la turbomáquina. Un rotor es una pieza giratoria con simetría axial y solidaria del eje motriz, en la que se disponen una serie de álabes distribuidos de forma perimetral y equidistante. Como se ha descrito en el tema anterior, el fluido en el interior de la máquina fluye también a través de conductos, canales o intersticios de geometría fija, dispuestos antes y después del rotor o entre rotores, en los que la energía no se incrementa sino que se transforma o disipa, en principio de forma controlada.

El diseño de una turbomáquina ha de englobar, en consecuencia, el análisis del flujo en el interior del rotor y en los conductos fijos que le sirven de guía, en especial de los difusores; para ello, se dispone de las ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos y de otras, a parte de las ya vistas en apartados anteriores, que se desarrollan en este tema. Cuestiones no hidráulicas, pero también muy interesantes, como la elección de cojinetes y rodamientos, el dimensionado del eje motor o su acoplamiento, la selección de materiales, superficies y elementos de estanqueidad estática, etc., solo se tratan en esta obra de una forma descriptiva.

El desarrollo que condujo a [2.27] es perfectamente válido para valorar las prestaciones generales o el rendimiento de la turbomáquina desde el punto de vista integral, siempre que se efectúe el promedio de las variables fluidas en un tiempo suficientemente grande, mucho mayor que el tiempo de residencia, pero no sirve para describir el flujo en su interior ni para orientar sobre su diseño. Se sabe, además, que cuando la fluctuación turbulenta de la velocidad a la salida de la máquina es importante, esta ecuación ha de ser corregida con un término que incluya la energía cinética no contemplada con el flujo medio. Este término supone una disminución de la energía mecánica suministrada al fluido, que raras veces se ha de tener en cuenta.



Como el número de Reynolds es suficientemente elevado en el interior de la máquina y no hay adición de calor apreciable, se puede suponer que el movimiento es isentrópico fuera de las capas límite que se generan en las partes mojadas [2.82]. Si, además, el fluido proviene de una región aguas arriba donde la entropía era uniforme porque estaba en calma, entonces también se puede suponer que el flujo es homentrópico y pueden aplicarse las ecuaciones de Euler-Bernoulli a la corriente relativa al rotor con respecto a la cual este no realiza trabajo. En cambio, aun admitiendo que el incremento de energía potencial es un término menor, la entalpía de remanso no se mantiene a lo largo de una línea de corriente, pues la presencia de los álabes distorsiona el campo de presiones en el interior del rotor y hace que este sea esencialmente no estacionario [2.40]. Por tanto, se concluye que es la no estacionariedad del movimiento lo que permite a la máquina desarrollar el trabajo útil descrito en [2.27]. Este incremento de la entalpía de remanso en el flujo principal, junto a los gradientes de entropía que se generan cerca de las paredes, conllevan la aparición de vorticidad. Como se verá en este tema, el diseño de la máquina viene condicionado por esta vorticidad y la que pueda aportar el flujo a la entrada, pues ambas pueden deflectarse en su interior y difundirse en las regiones del flujo donde no puedan despreciarse los efectos viscosos.

Aunque, a la entrada de una máquina, el flujo absoluto pueda ser considerado irrotacional, por provenir del reposo y ser permanente y uniforme (en entropía y en entalpía de remanso), la perspectiva del rotor es distinta porque las fuerzas másicas no son potenciales en su interior (en concreto, aparece la fuerza de Coriolis) y, según el teorema de Kelvin, la circulación de la velocidad relativa ha de cambiar entre líneas cerradas en torno al eje de giro. A la salida del rotor radial, el flujo sigue el supuesto ideal isentrópico en la corriente no perturbada por los efectos viscosos, donde el movimiento absoluto sigue siendo irrotacional, y la circulación de la velocidad absoluta sobre cualquier línea circular centrada en el eje será una constante no nula cuyo valor dependerá de la circulación de salida y, por tanto, de su incremento dentro del rodete. Este razonamiento también es válido en una máquina axial, aunque en esta la condición $\partial\Gamma/\partial r=0$ a la salida del rotor solo se consigue si existe el denominado *equilibrio radial* y la velocidad axial es uniforme. Este escenario del flujo de salida tiene algunas ventajas desde el punto de vista energético, pero condiciona el diseño de los álabes e implica normalmente una torsión concreta a lo largo de su envergadura. Tras el rodete, el movimiento no puede ser irrotacional en el interior de las estelas, lo cual, según la teoría potencial, origina circulación alrededor de los álabes.¹ En cualquier caso, no siempre se puede garantizar la irrotacionalidad del flujo de entrada o su homentropía, por lo cual los flujos en forma de vórtice libre previstos a la salida de los rotores por la teoría irrotacional no siempre se observan en la realidad.

El estudio teórico del flujo real en una máquina radial debe acometerse al menos de forma bidimensional en superficies de corriente perpendiculares al eje para tener en cuenta todos estos fenómenos. Curiosamente, si el fluido puede considerarse ideal porque el movimiento es isentrópico, la ecuación [2.37] parece indicar que no puede generarse vorticidad en el interior del rotor y el movimiento, supuesto plano, tendría que seguir siendo irrotacional. Esta aparente paradoja no lo es tal, porque dicha ecuación se obtuvo en el supuesto de que las fuerzas másicas fueran conservativas, es decir, potenciales, lo cual puede aplicarse al flujo absoluto que atraviesa el rotor pero no al relativo, como ya se avanzaba en el párrafo anterior. En otras palabras, como el fluido real que entra en el rotor tiene cierta “tendencia inercial” a mantener su carácter irrotacional, el flujo relativo adquiere una rotación contraria a la velocidad de giro del motor, cuya distribución de



velocidades, sumada al flujo medio asociado al caudal, distorsiona el perfil de la velocidad relativa. Puesto que el flujo relativo puede admitirse isentrópico y estacionario, la ecuación de Bernoulli permite, por sí sola, estimar la presión sobre las superficies frontal y dorsal de los álabes, que se denominarán de presión y de succión, respectivamente, y justifica que el rotor pueda comunicar par.

En una cascada axial, la fuerza de sustentación generada por la circulación en torno al perfil de los álabes explica el par desarrollado. Si se supone que el flujo transcurre en superficies de corriente cilíndricas centradas en el eje, entonces las ecuaciones del movimiento son las mismas descritas para la velocidad absoluta y para la relativa, porque las fuerzas inerciales que aparecen, la centrífuga y la de Coriolis, son perpendiculares a la velocidad y no realizan trabajo. El efecto de estas fuerzas en el movimiento relativo ahora solo puede contemplarse en una perspectiva tridimensional en superficies perpendiculares al eje, y causa la aparición de corrientes secundarias de diverso tipo en el volumen entre álabes, que principalmente van dirigidas hacia la punta de estos. Además, aunque en el caso ideal la vorticidad solo puede ser transportada por el fluido y deflectada por la corriente [2.175], cuando aparece fricción, la vorticidad puede difundirse en la dirección normal y originar multitud de flujos secundarios que interaccionan entre sí y con los anteriores, lo cual complica el análisis teórico del flujo.

En la actualidad, la teoría y la experimentación se complementan con técnicas de simulación computacional CFD, que consideran el flujo completo tridimensional en todos sus componentes, con el objetivo compartido de determinar el funcionamiento real de una máquina y sus prestaciones óptimas. Son muchas las razones que han incentivado el empleo de software específico en las fases previas de cualquier diseño industrial. Por un lado, el coste efectivo de las pruebas en el laboratorio puede llegar a ser prohibitivo si se toman en consideración el tiempo y el material necesario para llevarlas a cabo. Por otro, el incremento en velocidad de los ordenadores y la gran memoria disponible hoy día han hecho posible el desarrollo del CFD al acortar el tiempo de cálculo y aumentar la precisión de los resultados. En definitiva, el CFD ha pasado a ser una rama más de la fluidodinámica y uno de los medios preferidos por los fabricantes en el cotejo de diseños alternativos, llegándose a la experimentación solo para verificar los resultados finales de un número reducido de prototipos. No es objetivo de este libro abordar este tema, de modo que se anima al lector interesado a consultar una obra especializada en la materia.

En cualquier caso, la teoría clásica unidimensional que se presenta a continuación permite explicar adecuadamente las relaciones fundamentales existentes entre las condiciones globales de operación de la máquina: el caudal, la velocidad de giro, la energía comunicada, etc., en función de las velocidades medias del fluido, y además proporciona una guía de diseño suficientemente precisa para la selección de los ángulos y las dimensiones principales del rotor y de la máquina. Para ello, es necesario realizar una serie de hipótesis simplificadoras que, aunque no se cumplan exactamente en la máquina real,² podrán deshacerse a posteriori mediante coeficientes pseudo-experimentales que ajusten la teoría a la realidad. Las hipótesis de partida en las que se basa la teoría unidimensional son:

- Se trabaja con velocidades medias, y la velocidad en cualquier sección transversal al flujo es uniforme y el resultado de la ecuación de continuidad integral.



- Se admite que hay simetría polar en el rotor, de modo que la distribución de la velocidad, sea absoluta o relativa, y de todas sus proyecciones es también uniforme en superficies cilíndricas concéntricas con el eje.
- Se acepta que los álabes, sean fijos o móviles, guían perfectamente el fluido y definen la dirección de la línea de corriente en cada sección. En un rotor, esta hipótesis implica que la velocidad relativa del fluido sigue, en todo instante y lugar, la dirección de la tangente del álabe.

La última hipótesis se conoce como condición de *flujo congruente* con los álabes, y es tanto más cierta cuantos más álabes tiene el rotor. La teoría unidimensional se conoce como *teoría para un número infinito de álabes*, en la que el flujo relativo tiene lugar en una única dirección curvilínea con simetría polar.

Aunque la teoría que se presenta en este apartado puede aplicarse, en líneas generales, a cualquier turbomáquina, incluidas las turbinas y las térmicas, el tratamiento se centra en las máquinas generadoras de fluido incompresible: bombas y ventiladores, tanto radiales como axiales.

4.1. Transferencia de energía en una bomba

Se ha comentado repetidas veces que el incremento de energía total que el fluido experimenta en el rotor de una bomba rotodinámica resulta de la aplicación del principio de la cantidad de movimiento. En una turbomáquina hidráulica generadora, la energía se transfiere del motor al fluido aumentando su momento cinético sin un cambio apreciable de densidad, y se manifiesta en un incremento de sus energías cinética y estática o de presión. En este apartado, se deduce la magnitud teórica de cada uno de estos incrementos en el supuesto unidireccional y su relación con la geometría básica y las revoluciones del rodete.

4.1.1. Triángulos de velocidades en un rotor

La composición vectorial de las velocidades absoluta, relativa y de arrastre en cualquier punto del interior del rotor puede visualizarse en forma de triángulos cuya magnitud y forma determinan el caudal y la energía aportados por el rodete (v. figura 3.6). Esta representación también permite describir algunos fenómenos y su efecto, por lo cual, en definitiva, sirve de ayuda en la etapa de diseño de la máquina. Son especialmente importantes los triángulos que se muestran en la figura 4.1 y que corresponden a las velocidades a la entrada y a la salida del rotor.

Los triángulos de velocidades son entes geométricos que quedan determinados, en su totalidad, una vez se conocen tres de sus características. Además, se comprueba que los triángulos de entrada y de salida están relacionados entre sí por las ecuaciones de continuidad y de conservación del momento. Así, la ecuación [3.19] muestra que su altura ha de ser, en cierto modo, proporcional al caudal circulante y, como se verá a continuación, su base está relacionada con la energía comunicada.



En concreto, es interesante observar que, si son conocidos la base del triángulo, u ; su altura, c_m , y uno de sus ángulos, por ejemplo, β , entonces son conocidos los módulos de todas las velocidades implicadas, sus proyecciones y el resto de ángulos. Un caso interesante se presenta cuando se puede admitir que la velocidad absoluta a la entrada del rotor no tiene componente perimetral, es decir, c_{1u} es nula, de modo que el triángulo a la entrada es ortogonal y bastaría con saber u_1 y β_1 para determinar c_{1m} y el resto de magnitudes.

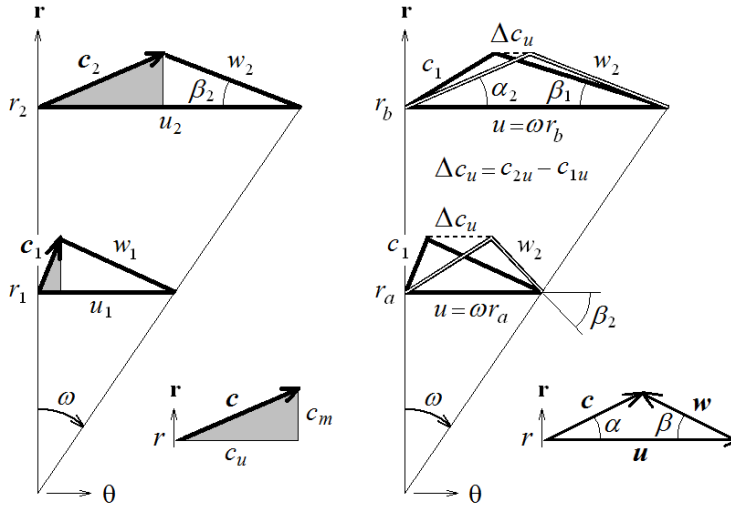


Figura 4.1. Magnitud cualitativa de los triángulos de velocidades en un rodete radial (izquierda) y axial (derecha). En el caso axial, el movimiento se admite bidimensional a lo largo de tubos de corriente de radio r coaxiales con el eje de giro. Los triángulos de entrada y salida del rotor axial se muestran a dos radios distintos, r_a y r_b , en los que $u_1 = u_2$. Todos los triángulos cumplen que $c = u + w$.

4.1.2. Conservación del momento cinético en el rotor

La aplicación del principio de conservación del momento cinético [2.19] al volumen de control contenido en el interior del rotor, en caso que el flujo sea estacionario, se escribe de la forma siguiente:

$$M_R = M_m + M_s = \int_{S_c} (r \wedge \rho c) ((c - v_c) \cdot n) dS \quad [4.1]$$

El momento se dirige en la dirección del eje y su módulo es la suma de los momentos de las fuerzas másicas y de superficie con respecto al mismo. No obstante, en un rotor, las fuerzas másicas no producen momento por simetría y las que sí podrían hacerlo son nulas, pues la ecuación anterior está referida a un sistema fijo de referencia.

Con respecto a las fuerzas superficiales, de presión y viscosas, cabe distinguir entre las que están aplicadas sobre las superficies de entrada y salida al rodete, las que actúan sobre las paredes móviles del rotor y las que pudieran actuar sobre las paredes fijas de la carcasa interna de la máquina, en el caso de rotores abiertos. De todas ellas, las únicas que realizan momento sobre el eje son las que se aplican sobre la superficie de los álabes, puesto que las otras, o se anulan por simetría al ser las superficies de entrada y salida de



revolución, o en general son despreciables como en [2.13], o el rotor es cerrado y el fluido en su interior no está en contacto con paredes fijas.

La ecuación [4.1] con las velocidades definidas en el apartado 3.3.1, y admitiendo el no deslizamiento del fluido en las paredes de la superficie de control, sean estas fijas o móviles, es:

$$M_R = \int_{S_2} \rho_2 r_2 c_{2u} c_{2m} dS - \int_{S_1} \rho_1 r_1 c_{1u} c_{1m} dS \quad [4.2]$$

y, si las velocidades se distribuyen uniformemente en cada una de las secciones y el fluido es incompresible, entonces:

$$M_R = \rho Q_R (r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u}) \quad [4.3]$$

A la vista de este resultado, se concluye que el par comunicado depende del flujo másico circulante y de la proyección de la velocidad absoluta en la dirección perimetral en cada una de las secciones. Estas proyecciones son definidas positivas cuando se dirigen en el mismo sentido que u y negativas, en caso contrario.

Usando [1.6], es posible escribir esta ecuación de la forma:

$$M_R = \frac{\rho Q_R}{2\pi} (\Gamma_2 - \Gamma_1) \quad [4.4]$$

que muestra que el incremento del momento cinético del fluido a lo largo de una línea de corriente que atraviesa el rotor conduce a un cambio en la circulación de la velocidad absoluta entre la entrada y la salida.³ Para que el par comunicado sea positivo, es necesario que $r_2 c_{2u}$ sea mayor que $r_1 c_{1u}$, es decir, que la circulación se incremente entre (1) y (2).

Téngase presente que las expresiones [4.3] y [4.4] son indistintas de la forma de los álabes o de la naturaleza del fluido, y que tampoco se ha hecho ninguna hipótesis sobre el efecto de la viscosidad. Es decir, tanto un flujo viscoso como uno ideal reciben el mismo par si en ambas secciones la distribución de velocidades es idéntica.⁴ Con respecto a la densidad, estas ecuaciones pueden utilizarse con toda generalidad en turbomáquinas térmicas, en que el flujo es compresible y la densidad cambia entre las secciones S_1 y S_2 ,⁵ utilizando el gasto másico, $G_R = \rho Q_R$.

Aunque se mantenga la hipótesis de fluido ideal a través de una bomba o de un ventilador, es necesario considerar que la presión no es uniforme en el sentido transversal del canal entre álabes para que se pueda comunicar este par. En un álabe de un rotor radial, la presión en la parte convexa es mayor que en la cóncava, y la integración del par diferencial $br\Delta p dr$ a lo largo del radio del rotor supone un par en sentido contrario a la rotación para poder impulsar el fluido (y que sería de signo contrario al M_R de [4.3]). En un rotor axial, la diferencia de presión en el perfil surge como consecuencia de la generación de sustentación por la curvatura del álabe, tal como ocurre en un perfil alar aerodinámico, y es mayor en la parte cóncava que en la convexa. La figura 4.2 muestra la forma típica de estas distribuciones de presiones.

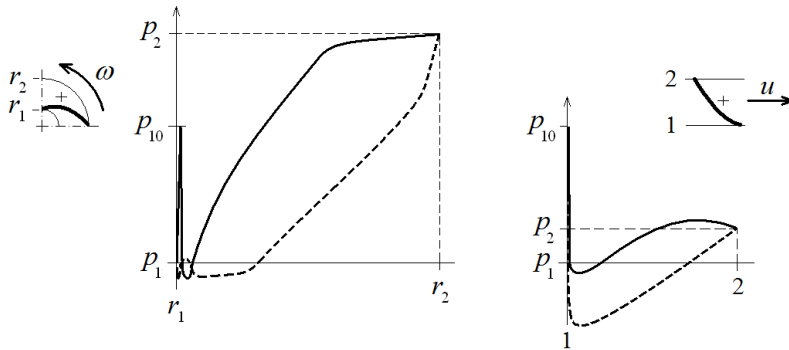


Figura 4.2. Distribución de presión sobre un álabe de una máquina generadora. A la izquierda, el caso radial y, a la derecha, el axial. La presión media es siempre superior en el sentido de avance de los álabes. p_{10} es la presión de remanso existente en el borde de ataque del álabe.

4.1.3. Generación de empuje en una cascada lineal de álabes

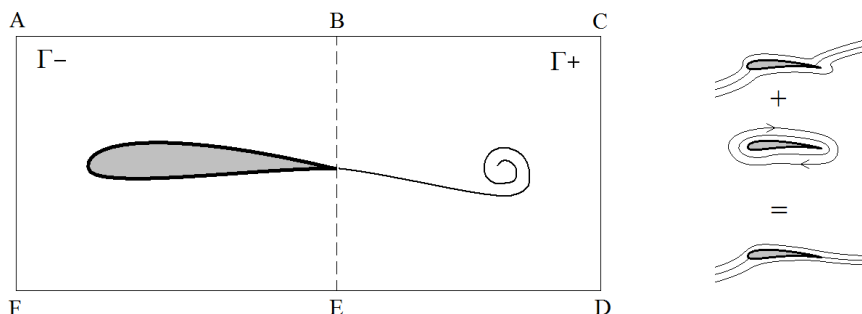
La generación de circulación alrededor de un perfil alar da lugar a la aparición de una fuerza de sustentación, según el teorema Kutta-Joukowski. Este teorema tiene innumerables aplicaciones prácticas, especialmente en la aviación, en la propulsión de embarcaciones y en la generación de momento en una turbomáquina, y ha sido la base del desarrollo de las formas geométricas básicas de los álabes actuales y de las teorías aerodinámicas modernas. En este apartado, se discute la relación de las fuerzas que aparecen en un perfil aislado y en una cascada de álabes axiales con la geometría del perfil y las velocidades principales del flujo incidente y a través del rotor. Antes, no obstante, es necesario explicar cómo es posible que en un flujo irrotacional pueda aparecer una circulación no nula que dé lugar a la fuerza mencionada.

Supóngase el perfil alar aislado de la figura 4.3 inmerso en un flujo potencial bidimensional que partiera del reposo. El teorema de Kelvin indica que el movimiento resultante ha de tener circulación nula alrededor del perfil (circuito ACDF de la figura), siempre que el efecto de la viscosidad sea nulo. Cuando el perfil induce en la corriente potencial v_∞ un cierto ángulo de ataque por su parte inferior, aparece sobre la parte superior del perfil un punto de remanso antes del punto de fuga que forzaría el fluido a bordear el borde afilado posterior. Como esta situación de reflujo en el borde de fuga no es sostenible en presencia de viscosidad, la capa límite que progresa sobre la parte inferior del perfil se desprende de este justo en el borde de fuga, y produce un vórtice que interactúa con el flujo potencial superior y arrastra consigo el punto de estancamiento hacia adelante. El nuevo flujo en la región potencial tiene ahora una circulación que coincide con la ofrecida por la teoría potencial, con la condición de que se alcance una situación en la que el punto de estancamiento superior coincida con el punto de fuga (condición de Kutta-Joukowski). En consecuencia, el proceso por el cual se genera circulación está relacionado con la descarga de vorticidad en el fluido que se aleja del perfil y, como el diseño del perfil hace que esta sea positiva, la circulación residente sobre el perfil ha de ser negativa para que ambas se compensen. Este es el fundamento de la generación de sustentación.

En consecuencia, la circulación recogida en el cuadrante ABEF de la figura 4.3 coincide con la proporcionada por la teoría ideal cuando se verifica la condición de Kutta-Joukowski. La magnitud de esta circulación depende de la forma del perfil; del ángulo de ataque, α , y de la velocidad no perturbada, v_∞ , según una relación general del tipo:

$\Gamma = f(v_\infty, \rho, l, \sin(\alpha), \text{geometría del perfil})$, siendo l la cuerda del perfil (v. figura 4.4). Los álabes de los rotores axiales se construyen conforme a geometrías estándar proporcionadas por diversos institutos normalizadores⁶ y, que por norma general, incluyen la curvatura del álabe, y/l , y su espesor, e/l , en función de la cuerda adimensional, x/l .

Figura 4.3. Generación de circulación alrededor de un perfil alar bidimensional. De acuerdo con el teorema de Kelvin, la circulación alrededor del circuito BCDE que rodea la estela (positiva) se compensa exactamente por la circulación alrededor del circuito ABEF que rodea el ala (negativa). El movimiento del fluido alrededor del perfil es la superposición de dos: un flujo potencial con un punto de remanso sobre la superficie superior del perfil y anterior al borde de fuga, y una circulación neta negativa alrededor de este.



La clave para conseguir una sustentación adecuada es diseñar el perfil de forma que se evite la separación de la capa límite superior antes del borde de fuga, para lo cual se reduce el gradiente adverso de presión mediante perfiles alargados, que acaban por generar una estela muy delgada. Esto no es posible para cualquier ángulo de ataque, pues el perfil entra en pérdida para ángulos mayores a uno crítico determinado, a partir del cual se produce la separación de la capa límite. De hecho, aunque la teoría ideal suponga una resistencia nula al avance y esta condición se verifique, aproximadamente, cuando las capas límites son estrechas alrededor del perfil, la verdad es que siempre se produce cierta resistencia en la dirección de v_∞ . La magnitud de esta resistencia puede ser del mismo orden que la sustentación, e incluso mayor, cuando la capa límite superior se desprende del perfil antes del borde de fuga.

En resumen, la fuerza de sustentación sobre el perfil se obtiene de la teoría de Kutta-Joukowski y tiene por valor:

$$F_L = \rho v_\infty \Gamma \quad [4.5]$$

por unidad de envergadura o ancho de perfil. Se demuestra que $\mathbf{F}_L \cdot \mathbf{v}_\infty = 0$, por lo cual esta fuerza es perpendicular a la dirección de la velocidad incidente no perturbada por el perfil, y su sentido viene determinado por la forma vectorial de la ecuación [4.5]: $\mathbf{F}_L = \rho \mathbf{v}_\infty \wedge \mathbf{\Gamma}$, en la que se ha de tener en cuenta que la circulación es definida positiva en sentido levógiro (la circulación negativa del perfil de la figura 4.3 implica, por tanto, una fuerza sustentadora ascendente cuando $\mathbf{v}_\infty$ se dirige a la derecha).

La fuerza total que actúa sobre el perfil en presencia de resistencias al avance se muestra en la figura 4.4 y resulta de la suma vectorial siguiente:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_D = F_L \mathbf{j} + F_D \mathbf{i} \quad [4.6]$$

Ambas componentes, F_L y F_D , se calculan, en la práctica, mediante sendos coeficientes adimensionales, C_L y C_D , de sustentación (*lift*) y arrastre (*drag*), respectivamente, definidos a partir de:



$$F_L = \frac{1}{2} C_L \rho l v_\infty^2$$

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho l v_\infty^2$$
[4.7]

En general, estos coeficientes son una función $C_i(\varepsilon/l, \rho l v_\infty/\mu, \alpha)$; pero, como en las condiciones normales de trabajo el número de Reynolds es muy elevado y el acabado superficial de los álabes es suficientemente liso, usualmente se interpretan de la forma $C_i(\alpha)$ mediante funciones tipo como las que se muestran en la figura 4.5. Cuando ambos coeficientes se representan en un mismo gráfico, se observa que existe un ángulo de ataque óptimo que hace máximo el cociente C_L/C_D y con el cual se consigue la mejor relación entre sustentación y empuje. No es casualidad que se denomine a este ángulo como *ángulo de planeo*,⁷ $\lambda^* = \text{tg}^{-1}(C_D/C_L)_{\min} \approx (C_D/C_L)_{\min}$, pues en realidad es el ángulo que forman F_L y F en condiciones ideales de vuelo.

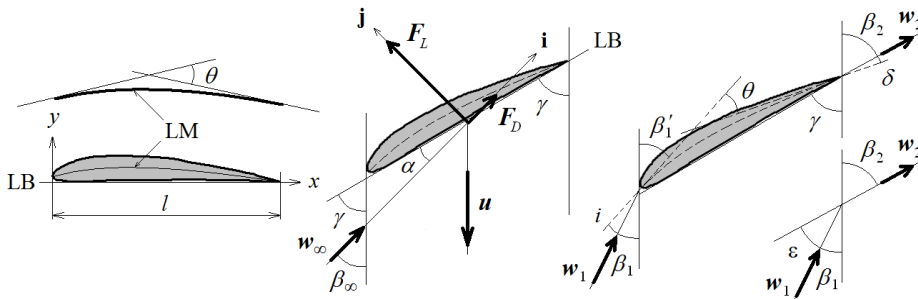


Figura 4.4. Geometría normalizada estándar, fuerzas generadas en un perfil alar y parámetros característicos. Se definen: l , cuerda; LB, línea base; LM, línea media; α , ángulo de ataque; γ , ángulo de calado o descalaje del álabes; θ , ángulo de curvatura; ε , deflexión experimentada por la corriente; i , ángulo de incidencia, o diferencia entre el ángulo geométrico del álabes a la entrada (β_1') y el ángulo de entrada del flujo relativo (β_1); δ , ángulo de desviación, o diferencia entre el ángulo geométrico del álabes a la salida (β_2') y el ángulo de la corriente a la salida (β_2). De estas definiciones, se deduce que $\varepsilon = \beta_2 - \beta_1$; $\theta = \beta_2' - \beta_1'$ y $\varepsilon = \theta - i + \delta$. En algunas referencias dedicadas a las máquinas axiales, los ángulos se definen con respecto a la dirección axial.

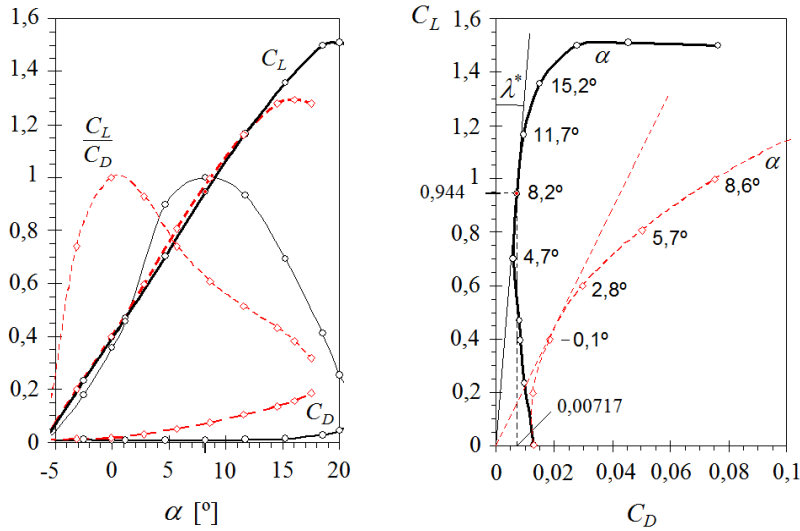
El desarrollo anterior ofrece valores de sustentación bastante aproximados a la experiencia si las alas son suficientemente largas y están aisladas. No obstante, cuando se toma en consideración el movimiento completo alrededor de una cascada de álabes, no pueden obviarse ni la influencia del resto de álabes ni la posible variación de la circulación generada en secciones diferentes. Este último efecto puede ser consecuencia del cambio gradual de la forma y el tamaño del perfil (y, por tanto, dominable en la fase de diseño del rotor) o de las características del flujo incidente (en especial, para condiciones de trabajo variables o fuera de diseño), y hace que la circulación evolucione desde el valor máximo hasta el mínimo, que es cero y se encuentra en el extremo donde la sección es nula. Resulta, entonces, que el gradiente de la circulación a lo largo del álabes origina el desprendimiento local de torbellinos, de modo que su intensidad iguala la diferencia de circulación entre secciones adyacentes. La presencia de estos torbellinos induce la aparición de una velocidad relativa al perfil que modifica la dirección de la velocidad incidente y cambia el valor de la circulación obtenida mediante la teoría bidimensional.

La energía de estos torbellinos se disipa aguas abajo del perfil y repercute en el funcionamiento de las turbomáquinas al disminuir su rendimiento y variar el campo de presiones y velocidades. Es por esta razón que el diseño nominal de muchas máquinas se acomete de forma que la circulación generada sobre el perfil sea constante a lo largo de los álabes, de modo que toda la vorticalidad de estos remolinos se concentre en el extremo y no afecte el flujo principal.⁸ La circulación que hay en el torbellino de salida es, pues,



la misma que la que existe sobre cualquier sección del perfil y su núcleo es una región rotacional donde la viscosidad es importante.

Figura 4.5.
Curvas C_L , C_D y polar típicas de un perfil alar aislado ($l/t=0$, curvas continuas) y en una cascada ($l/t=1/5$, curvas a trazos). La relación entre la cuerda y el paso entre perfiles, $s=l/t$, se denomina *solidez* de la cascada. La relación C_L/C_D se ha normalizado con su máximo (que es distinto en cada caso). La curva polar de la derecha muestra que λ aumenta en la cascada al aumentar C_D . Valores de referencia para el perfil Göttingen 682.



La mayoría de estos efectos solo pueden estudiarse con una perspectiva tridimensional. No obstante, se obtiene una interpretación suficientemente precisa del funcionamiento de una cascada axial de álabes si se supone que el flujo queda circunscrito en superficies de corriente cilíndricas. Entonces, se puede desarrollar linealmente la cascada de álabes situada a un radio concreto para la que la velocidad perimetral, u , es constante y en la que se supone que la velocidad axial, c_z , se mantiene por continuidad (siendo, además, $c_z = w_z$). Las características geométricas de una cascada lineal y las velocidades correspondientes son las que se muestran en la figura 4.6.

Es posible relacionar el efecto que una cascada lineal tiene sobre la variación de la cantidad de movimiento del flujo que la atraviesa por medio de los coeficientes equivalentes, C_L y C_D , del perfil en la cascada y su capacidad de generar sustentación en los álabes.⁹ Para empezar, es necesario convenir que la velocidad no perturbada v_∞ de la teoría de Kutta-Joukowski es, en este caso, la velocidad media vectorial entre las velocidades relativas del fluido a la entrada y a la salida del álabe, es decir, $2w_\infty = w_1 + w_2$. Es fácil comprobar que esta velocidad también es:

$$w_\infty = w_z z - w_{\infty, u} \theta$$

$$w_{\infty, u} = \frac{1}{2} (w_{1u} + w_{2u})$$
[4.8]

cuya dirección está definida por un ángulo β_∞ que cumple la relación:¹⁰

$$\frac{1}{\tan \beta_\infty} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tan \beta_1} + \frac{1}{\tan \beta_2} \right) = \frac{w_{\infty, u}}{w_z} = \frac{w_{\infty, u}}{w_{\infty, z}}$$
[4.9]



Se deduce de la figura 4.6 que el módulo de la circulación de la velocidad en torno a un álabe a lo largo de una línea cerrada formada por dos líneas de corriente medias LC y la proyección de la velocidad en dirección perimetral en las secciones de entrada y salida es:¹¹

$$\Gamma = \frac{2\pi r}{z}(w_{1u} - w_{2u}) = t(w_{1u} - w_{2u}) = tw_z \left(\frac{1}{\tan \beta_1} - \frac{1}{\tan \beta_2} \right) \quad [4.10]$$

donde z es el número de álabes y t es su separación, paso o luz, en el radio r .

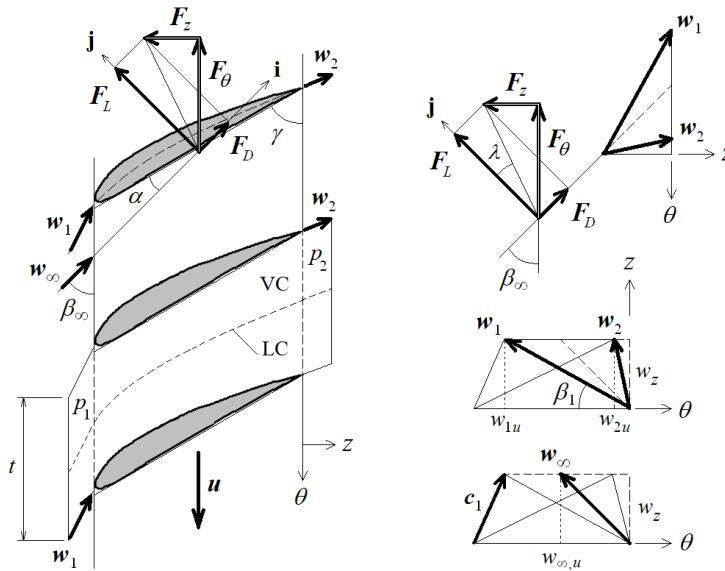


Figura 4.6. Cascada lineal de álabes en ejes (θz), triángulos de velocidades y fuerzas generadas.

La fuerza de sustentación generada por el flujo potencial resulta perpendicular a la dirección de la velocidad incidente y, como esta no es axial en una cascada de álabes en movimiento, tal como se observa en la figura 4.6, resulta que sobre el perfil aparece una componente proyectada en dirección perimetral, F_θ , aun cuando el fluido sea ideal y F_D sea nula. Obsérvese, en la misma figura, el sentido de variación de los módulos de dichas fuerzas cuando se tiene en cuenta el efecto de la fuerza resistiva, F_D . Queda claro que la fricción sobre el álabe aumenta el par necesario (aumento de F_θ) y disminuye la diferencia de presión a través de la cascada (disminución de F_z), por lo cual aumenta la resistencia del perfil y se consume más potencia.

Aplicando el principio de conservación de la cantidad de movimiento en forma integral al volumen de control VC de ancho t y profundidad unitaria indicado en la figura 4.6, se obtiene:

$$\begin{aligned} F_z &= t(p_2 - p_1) \\ F_\theta &= t\rho w_z(w_{1u} - w_{2u}) \end{aligned} \quad [4.11]$$

siendo además:



$$\begin{aligned} F_L &= F_\theta \sin \beta_\infty + F_z \cos \beta_\infty \\ F_D &= F_\theta \cos \beta_\infty - F_z \sin \beta_\infty \end{aligned} \quad [4.12]$$

Por otro lado, la ecuación de Bernoulli [4.89] en coordenadas relativas al rotor en el supuesto de que $u_1 = u_2$, teniendo en cuenta [4.8] y que:

$$\begin{aligned} w_1^2 &= w_{1z}^2 + w_{1u}^2 \\ w_z^2 &= w_{1z}^2 = w_{2z}^2 \end{aligned} \quad [4.13]$$

permite deducir que la caída de presión debida a los efectos viscosos es:

$$\Delta p_f = (p_1 - p_2) + \rho w_{\infty, u} (w_{1u} - w_{2u}) = \frac{1}{2} \rho w_\infty^2 \xi \quad [4.14]$$

donde se ha introducido el coeficiente de pérdidas, ξ . Combinando ambos resultados y [4.9], se obtiene:

$$\begin{aligned} F_L &= t \rho w_z^2 \left(\frac{1}{\tan \beta_1} - \frac{1}{\tan \beta_2} \right) \frac{1}{\sin \beta_\infty} - t \Delta p_f \cos \beta_\infty \\ F_D &= t \Delta p_f \sin \beta_\infty \end{aligned} \quad [4.15]$$

y

$$\begin{aligned} C_L &= 2 \frac{t}{l} \sin \beta_\infty \left(\frac{1}{\tan \beta_1} - \frac{1}{\tan \beta_2} \right) - \frac{C_D}{\tan \beta_\infty} \\ C_D &= \xi \frac{t}{l} \sin \beta_\infty \end{aligned} \quad [4.16]$$

Estas expresiones relacionan las fuerzas de sustentación y arrastre equivalentes con los ángulos de la corriente, su caudal (w_z) y las pérdidas de presión en la cascada. Recuperando ahora la circulación [4.10], se concluye por fin que:

$$F_L = \rho w_\infty \Gamma - \frac{F_D}{\tan \beta_\infty} \quad [4.17]$$

Esta ecuación se reduce, en una cascada sin pérdidas, al teorema de Kutta-Joukowski para el flujo potencial, y de aquí la definición de w_∞ . Por otro lado, cuando no hay pérdidas, se deduce con [4.7] y [4.10] que:

$$C_L = \frac{\rho w_\infty \Gamma}{\frac{1}{2} \rho l w_\infty^2} = 2 \frac{t}{l} \frac{w_{1u} - w_{2u}}{w_\infty} \quad [4.18]$$

resultado que se relaciona a continuación con la energía por unidad de masa comunicada por el rotor axial en condiciones ideales.

La fuerza por unidad de ancho que realiza par, F_θ , resulta ser, con [4.10] y [4.11]:



$$F_\theta = \frac{1}{2} C_L l \rho w_z w_\infty = \rho w_z \Gamma \quad [4.19]$$

de modo que el par comunicado por todos los álabes entre el cubo y la punta es:

$$M_R = z \int_{R_c}^{R_p} \rho w_z \Gamma r dr = \frac{z \rho}{2\pi} \int_0^{Q_R} \Gamma dQ_R \quad [4.20]$$

Si, además, $\partial \Gamma / \partial r = 0$, entonces:

$$M_R = z \frac{\rho Q_R}{2\pi} \Gamma \quad [4.21]$$

ecuación que coincide con [4.4], pues aquí la circulación es la de un solo álabe.

Este desarrollo ha permitido establecer la relación de los coeficientes efectivos de sustentación y arrastre del perfil, C_i , con el coeficiente de pérdidas y la deflexión de la corriente, es decir, con la variación de la velocidad perimetral, w_u , y puede utilizarse para aproximar el flujo real en una turbomáquina axial y estimar el empuje desarrollado por los álabes. La energía comunicada por el rotor será una consecuencia directa del par inducido por la cascada como resultado de la sustentación (o de la circulación) generada en los álabes.

4.1.4. Ecuaciones de Euler para turbomáquinas

Si se multiplica la ecuación [4.3] por las revoluciones del eje y se divide por el flujo másico circulante a través del rotor, se obtiene:

$$Y_{t,\infty} = u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u} = \frac{\omega}{2\pi} (\Gamma_2 - \Gamma_1) = \frac{M_R \omega}{\rho Q_R} \quad [4.22]$$

Estas ecuaciones son válidas para máquinas radiales, axiales y mixtas, y permiten obtener el trabajo específico de la máquina conocidos los triángulos de velocidades o la circulación en las secciones de entrada y salida del rotor. La primera igualdad es la conocida ecuación de Euler para las turbomáquinas y define la energía comunicada a la unidad de masa de fluido en el supuesto teórico unidimensional, según el cual la velocidad es uniforme y presenta simetría polar, lo cual equivale a considerar que el número de álabes es infinito.¹² La segunda igualdad pone de manifiesto que el fluido solo puede intercambiar energía con el rotor si se produce un cambio en su circulación.

Aplicando el teorema del coseno a los triángulos de velocidades de la figura 4.1, se deduce que:

$$2u_i c_{iu} = c_i^2 + u_i^2 - w_i^2 \quad [4.23]$$

por lo cual la expresión [4.22] puede escribirse como:

$$Y_{t,\infty} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \quad [4.24]$$



que es otra forma de la ecuación fundamental de Euler. Evidentemente, el primer término de la derecha es el incremento de energía cinética teórico que experimenta el fluido en el rotor, de modo que la suma de los otros dos términos, aun evaluados en función de dos velocidades, representa el incremento de energía estática teórico, que en el caso incompresible permite escribir:

$$Y_{t,\infty} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} \quad [4.25]$$

Esta es la ecuación de Bernoulli generalizada para el caso de una turbomáquina en un sistema de referencia fijado al suelo. Estas ecuaciones justifican la presencia de difusores en el interior de la máquina, porque el incremento de energía cinética a través del rotor no coincide, en general, con el que se observa desde el sistema entre las bridas de entrada y salida de la máquina [3.11].

4.1.5. Discusión de las ecuaciones de Euler

Las ecuaciones anteriores merecen una discusión algo más amplia que explique cómo la forma de los triángulos de velocidades condiciona el funcionamiento de la máquina, el caudal y la energía transferida. Más adelante se volverá sobre estos temas y otros, pero de momento se indican algunas pautas que ayudarán a entrever su importancia.

Para empezar, la ecuación [4.24] enseña que el incremento de energía estática en una bomba rotodinámica es consecuencia de dos efectos debidos al movimiento con respecto a un sistema de referencia solidario del rotor: por un lado, a la contribución derivada de la fuerza centrífuga:

$$\left[\frac{p_2 - p_1}{\rho} \right]_u = \int_1^2 \omega^2 r dr = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} \quad [4.26]$$

que podría interpretarse como el incremento de presión (en términos de energía por unidad de masa) que se observaría entre (1) y (2) si el rotor estuviera cerrado, lleno de fluido (incompresible) y, a la vez, girara sobre su eje, y, por otro, a la difusión de la velocidad relativa en el canal formado entre dos álabes y las paredes laterales del rotor, sean estas fijas o móviles (último término de [4.24]). El primero de estos efectos es fundamental en las máquinas centrífugas pues aporta la mayor parte de la energía estática generada en el rotor.

Para que la difusión de la velocidad relativa induzca un aumento gradual de la presión estática a través del rotor, ha de ser, evidentemente, $w_1 > w_2$, de modo que el canal entre álabes ha de aumentar de sección en la dirección meridiana. Este incremento de presión estática es fundamental en las máquinas axiales en las que el flujo transcurre básicamente en superficies cilíndricas pero, no obstante, está sujeto a otros condicionantes relativos al desarrollo óptimo de las capas límites sobre los álabes que limitan su valor.

La ecuación [4.22] en un rotor axial en que $u_1 = u_2 = u$ puede escribirse de la forma:

$$Y_{t,\infty} = u(c_{2u} - c_{1u}) = u(w_{1u} - w_{2u}) \quad [4.27]$$



que, junto con [4.18], permite escribir:

$$Y_{t,\infty} = \frac{1}{2} C_L \frac{l}{t} u w_\infty \quad [4.28]$$

y relacionar la energía mecánica transmitida con el coeficiente de sustentación de los álabes y su envergadura. La capacidad de estas máquinas de comunicar energía y transmitir par se basa en la generación de sustentación en el perfil, y esta queda comprometida si el flujo relativo se desprende de los álabes, lo cual, en términos aerodinámicos, limita su curvatura. En consecuencia, los ángulos β_1 y β_2 no pueden ser muy distintos, lo cual, según [4.16], limita a su vez el coeficiente de sustentación efectivo y, con [4.28], la energía máxima obtenible. Además, como se verifica que:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1} \quad [4.29]$$

resulta que ambas velocidades tampoco pueden ser muy diferentes en magnitud y la difusión relativa, en su caso, implica necesariamente que $\beta_1 < \beta_2$ (v. figuras 4.1 o 4.11).

Con respecto a la ecuación [4.22], es evidente que el término a la entrada resta energía cuando es positivo ($c_{1u} > 0$), lo cual es poco interesante a priori. Cuando el fluido presenta prerrotación positiva a la entrada, el par comunicado disminuye para un mismo caudal y una misma c_2 de salida, lo cual se traduce en una disminución de la curvatura de la línea de corriente absoluta. Por otro lado, la prerrotación negativa ($c_{1u} < 0$) para un mismo caudal y velocidad de arrastre, aunque en principio contribuye a aumentar el par teórico comunicado, disminuye el ángulo de entrada relativo, lo cual reduce la sección del canal de entrada y aumenta considerablemente la velocidad relativa y las pérdidas. Todas estas circunstancias se observan a la izquierda de la figura 4.7.

El diseño de muchas bombas centrífugas se acomete bajo la hipótesis de entrada radial, es decir, $c_{1u} = 0$ y $c_1 = c_{1m}$, condición de compromiso que suele suceder cuando el conducto de aspiración está bien diseñado, y que impone un ángulo β_{10} a los álabes para una u_1 y un caudal dados. En el caso unidimensional, este ángulo cumple la igualdad:

$$\operatorname{tg} \beta_{10} = \frac{c_{1m}}{u_1} \quad [4.30]$$

y es evaluado para el caudal de diseño.¹³ Cuando se admite que la entrada es radial, la energía teórica solo depende de las variables a la salida y la ecuación [4.22] se simplifica a:

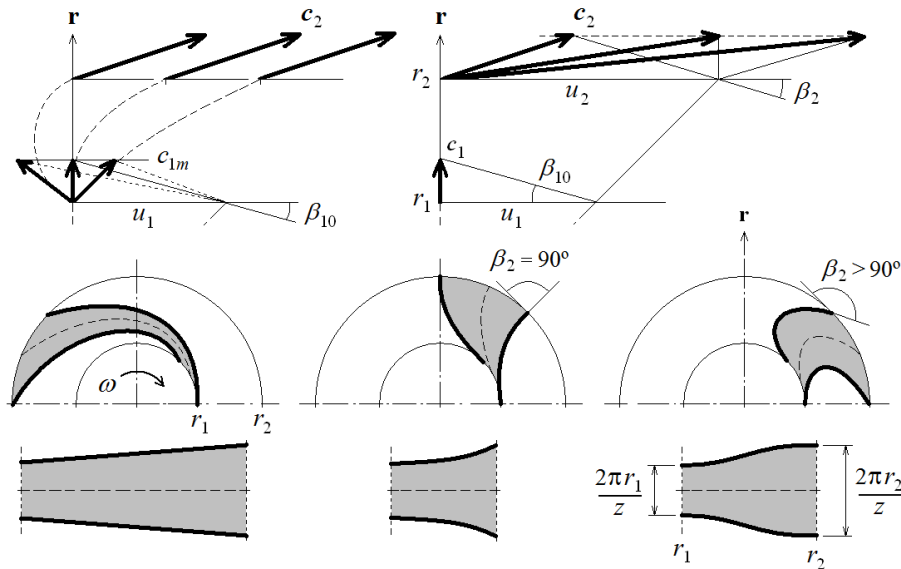
$$Y_{t,\infty} = u_2 c_{2u} = u_2 \left(u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} \right) \quad [4.31]$$

de donde puede despejarse β_2 en función de la energía específica y del caudal deseados en una máquina de velocidad periférica u_2 . Se podría pensar ahora que, con ángulos β_2 grandes (incluso para tangentes negativas), se obtendría un incremento de energía útil mayor al aumentar c_{2u} , pero de nuevo aparecen dificultades técnicas que inhiben dicha posibilidad en la práctica.

El aumento indiscriminado de β_2 en una bomba centrífuga implica el aumento de la velocidad absoluta a la salida del rotor, c_2 , lo cual también supone un aumento de las pérdidas y la aparición de otros efectos contraproducentes (cierta tendencia a la inestabilidad del funcionamiento de la bomba, aumento del ruido fluidodinámico, mayor desgaste de los conductos posteriores, pérdidas por choque en la cámara espiral, etc.). Además, el canal relativo dentro del rotor se vuelve sinuoso, de modo que el flujo relativo real puede desprenderse de las paredes y disminuir su efectividad fuera del punto de diseño.¹⁴

Con el objetivo de reducir al mínimo las pérdidas superficiales y de forma en el rotor radial, el canal de la corriente relativa formado por dos álabes consecutivos no puede tener cualquier forma. Si el ángulo β_2 para un β_1 dado fuera muy pequeño, con $\beta_2 > \beta_1$, resultaría un conducto equivalente excesivamente largo, cuyo radio hidráulico para un número concreto de álabes disminuiría (ambas circunstancias aumentarían las pérdidas superficiales en el mismo). Si β_2 fuera demasiado grande, en cambio, el conducto equivalente presentaría un ángulo de difusión excesivo, de modo que aumentarían las pérdidas de forma. Estas circunstancias sugieren que tiene que haber un ángulo β_2 óptimo, desde este punto de vista.

Figura 4.7. Efecto de los ángulos β_1 y β_2 en los triángulos de velocidades y en la forma del canal entre álabes de una bomba centrífuga. Arriba a la izquierda, se observa el efecto de la prerrotación sobre la curvatura de la línea de corriente absoluta, para un mismo caudal y velocidad c_2 . Arriba a la derecha puede verse el efecto que tiene el aumento del ángulo de salida sobre la velocidad c_2 , en el caso de entrada radial. Abajo, se muestra la forma del conducto relativo con respecto a su generatriz para distintos valores de β_2 .



Si, en el rotor de una bomba axial en que se cumple que $c_{2m} = c_{1m} = c_m$ y $u_2 = u_1 = u$, se supone, además, que $Y_{t,\infty} = u(c_{2u} - c_{1u})$ es constante en todas las secciones cilíndricas a través del rotor, resulta que ha de serlo $r(c_{2u} - c_{1u}) = C_0$ a lo largo del radio. Esto tiene una consecuencia importante en el caso de entrada radial o cuando el flujo a la entrada es irrotacional, pues en ambos casos se tiene que $rc_{1u} = C_1$ y, entonces, rc_{2u} ha de ser igual a otra constante C_2 , función de las dos primeras. Estas consideraciones permiten deducir la evolución de los ángulos relativos a la entrada y a la salida de los álabes con el radio, que, en general, viene dada por la expresión:



$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{c_m}{u - c_{iu}} = \frac{rc_m}{\omega r^2 - C_i} \propto \frac{1}{r} \quad [4.32]$$

cuya dependencia radial condiciona su orientación con respecto a la corriente y su convergadura.

Como se ha indicado anteriormente, los ángulos relativos en una máquina axial también están condicionados por el flujo a través del perfil del álabe, su sustentación aerodinámica y el incremento de presión debido a la difusión relativa. En el caso de un conjunto rotor-estátor diseñado de forma que $\alpha_1 \equiv \alpha_2$, el aumento de energía mecánica específica total se debe únicamente a la diferencia de presiones, ya que entonces la energía cinética a la entrada del rotor coincide con la que sale del estátor (cuya misión básica será difundir la energía cinética producida en el rotor). Este análisis debe completarse introduciendo el grado de reacción del rotor.

Para concluir este apartado, se comenta un resultado ya derivado del análisis dimensional y que es válido tanto para máquinas axiales como radiales. Es evidente que la velocidad periférica a la salida del rotor, u_2 , juega un papel muy importante en la energía comunicada. Como $u_2 = \omega r_2$, la ecuación [4.31] indica que una máquina pequeña puede comunicar la misma energía por unidad de masa que otra mayor si es más rápida, lo cual de por sí marca una tendencia de diseño industrial. Además, mientras la dependencia del caudal con u_2 es lineal, se observa de esta ecuación que la de la energía es cuadrática y, en consecuencia, la de la potencia cúbica.

El caudal es proporcional a la altura del triángulo de velocidades y esta es proporcional a u_2 en triángulos semejantes. No se puede afirmar, en cambio, que dos máquinas a escala dimensional pero con idéntica u_2 tengan triángulos semejantes porque, en general, su altura será distinta y también los ángulos del flujo. En este caso, se dice que hay semejanza geométrica pero no cinemática, por lo cual la semejanza no es completa entre las dos máquinas y las relaciones dadas para el caudal, la energía y la potencia en función de la velocidad de giro no serán válidas.

4.2. Características teóricas y grado de reacción

La ecuación [4.31], junto con la [3.19], sugieren que existe una relación funcional entre la energía teórica comunicada por el rodete y el caudal que lo atraviesa. Supuesta una superficie de corriente en la que hay simetría polar en las velocidades y estas son uniformes, el desarrollo de cada uno de los términos de la ecuación [4.22] conduce a:

$$Y_{t,\infty} = u_2 \left(u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} \right) - u_1 \left(u_1 - \frac{c_{1m}}{\operatorname{tg} \beta_1} \right) \quad [4.33]$$

Esta ecuación puede utilizarse, evidentemente, tanto en las bombas radiales como en las axiales, pero mientras que en las radiales se admite que todas las superficies de corriente son iguales en ausencia de efectos viscosos, puesto que el ancho del canal, b , es reducido, en las máquinas axiales las superficies de corriente varían con el radio y el flujo en ellas no podrá suponerse igual.



4.2.1. Rodete radial simple

Utilizando la ecuación [3.19] para el caso de un rodete radial de anchos b_1 y b_2 en las secciones de entrada y salida, donde la velocidad meridiana se supone uniforme, y despreciando el espesor de los álabes, se llega a:

$$Y_{t,\infty} = (r_2^2 - r_1^2)\omega^2 - \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{b_2 \operatorname{tg} \beta_2} - \frac{1}{b_1 \operatorname{tg} \beta_1} \right) \omega Q_R \quad [4.34]$$

En esta fórmula, Y , Q y ω son variables de funcionamiento, mientras que el resto son parámetros dimensionales constantes. Se deduce que la relación teórica entre las variables de funcionamiento es del tipo: $Y = A\omega^2 - B\omega Q$, de donde se sigue que, a velocidad constante, la relación energía-caudal es una línea recta que cruza el eje de las abscisas en el caudal:

$$Q_R^0 = 2\pi \frac{r_2^2 - r_1^2}{\left(\frac{1}{b_2 \operatorname{tg} \beta_2} - \frac{1}{b_1 \operatorname{tg} \beta_1} \right)} \omega = \frac{A}{B} \omega \quad [4.35]$$

y se desplazará tanto más a la derecha cuanto mayor sea la velocidad de giro. De manera análoga, la ecuación [4.34] indica que la ordenada en el origen de esta relación crece de forma cuadrática con ω , de forma que la pendiente de la recta característica se vuelve más vertical a medida que la velocidad del accionamiento aumenta.¹⁵

Aunque la característica real de una turbomáquina es bien diferente de la teórica, ambas están relacionadas y, en general, se comprueba que la incidencia sobre la característica real de algunos parámetros dimensionales del rotor ocurre en el mismo sentido que la que resulta del análisis teórico. El lector puede reproducir fácilmente este ejercicio para una bomba centrífuga y comprobar que dicha incidencia es la presentada la figura 4.8.

Teniendo en cuenta que el flujo axial que se da en un conducto de aspiración bien diseñado no genera vorticidad $\Omega_{c,z}$ por sí mismo (v. ecuaciones [4.76] y [4.77] en este mismo tema), el fluido llega al rotor sin componente giratoria, salvo que la bomba incorpore algún dispositivo en el conducto de entrada que induzca prerrotación. Por tanto, y como ya se ha justificado, la condición de entrada radial es la hipótesis de diseño más satisfactoria posible, para la que además la característica teórica se simplifica al eliminar los parámetros de entrada (cuyo dimensionado tendrá que hacerse sobre la base de otros criterios). Cuando se utiliza la fórmula [4.31], y no la [4.22], para referir la altura teórica de la bomba, la relación entre la energía teórica de la teoría de Euler y el caudal en función de los coeficientes de energía, ψ , y velocidad, φ , de un rotor radial se escribe:

$$\psi = \frac{Y_{t,\infty}}{u_2^2} = \frac{c_{2u}}{u_2} = 1 - \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_2} \frac{c_{2m}}{u_2} = 1 - \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_2} \varphi \quad [4.36]$$

La influencia de la posible prerrotación de entrada en forma de vórtice libre se introduce fácilmente haciendo:

$$Y_{t,\infty} = (r_2^2 \omega^2 - \omega C_1) - \frac{\omega}{2\pi b_2 \operatorname{tg} \beta_2} Q_R \quad [4.37]$$



que da lugar a un conjunto de rectas de idéntica pendiente pero distinta ordenada en el origen (supuesta una prerrotación constante). Para el caso más general en que C_1 sea nulo, esta ecuación sugiere que, para obtener una determinada energía teórica, Y_0 , y caudal, Q_0 , en diferentes máquinas centrífugas de idéntico diámetro D_2 , se necesitan diferentes velocidades perimetrales en función del ángulo β_2 , siendo los rotores con álabes girados hacia delante ($\beta_2 > 90^\circ$) los que necesitan la velocidad ω mínima. Esta característica puede resultar interesante en el diseño de algunos ventiladores, porque reduce el ruido del accionamiento y el peso del equipo.

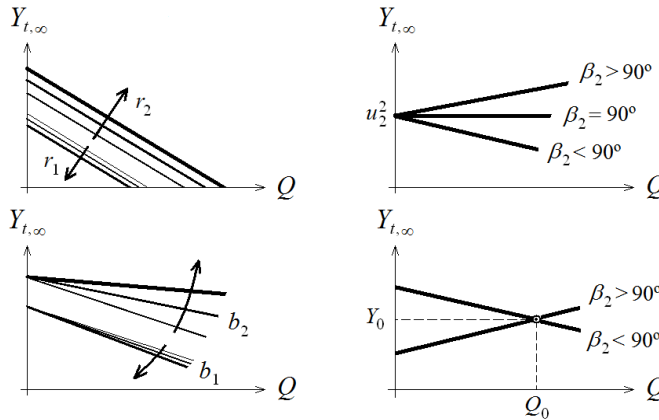


Figura 4.8.

A la izquierda se muestra la incidencia cualitativa de los parámetros dimensionales en la característica teórica de una bomba centrífuga. Si se mantienen constantes todos los parámetros y ω , salvo uno de los diámetros (arriba), se observa que la pendiente de la recta se mantiene pero cambia la ordenada en el origen (que crece al aumentar r_2 y decrece al hacerlo r_1). Si, en cambio, se mantienen los diámetros pero se cambian el ancho del canal o alguno de los ángulos (abajo), entonces la pendiente cambia, pero no el origen de la recta. Nótese que la influencia de los parámetros de entrada es menor que la de los de salida. A la derecha, el efecto del ángulo β_2 en la característica teórica, en el supuesto de entrada sin giro.

La hipótesis de entrada sin giro conduce a un ángulo β_{10} para los álabes, que es evaluado con [4.30] para el caudal de diseño, Q_0 , y una velocidad absoluta de entrada, c_{1m} . Es interesante notar que es inevitable que se produzca una pérdida sistemática a la entrada de un rotor radial cuando se mantiene esta condición para otros caudales, Q . En efecto: una velocidad absoluta de entrada, c^i , diferente a la c_{1m} de diseño, induce una velocidad relativa de incidencia, w^i , que tendrá una dirección diferente a la marcada por β_{10} . La diferencia vectorial entre la velocidad relativa esperada para ese caudal en la dirección β_{10} , w_1 , y la relativa de incidencia, conlleva la aparición de dos vectores de adaptación de la velocidad w^i , uno perpendicular al álabe y otro en su misma dirección, que suponen, respectivamente, una pérdida por choque y otra debida a la contracción o expansión del flujo relativo. Cabe esperar que la energía cinética debida a la componente normal, w_n , se pierda totalmente en el choque, mientras que la contracción o expansión debida a la componente w_s supone una pérdida que dependerá de la forma del canal y de su capacidad de difusión.¹⁶ En cualquier caso, esta pérdida es singular y del tipo $k_5(Q_0 - Q)^2$, por lo cual es mínima en el caudal de diseño.

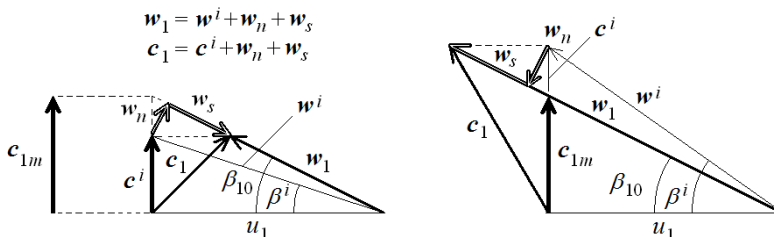


Figura 4.9.

Aproximación teórica a la pérdida por choque sistemático a la entrada de un rodete, aun cuando la velocidad absoluta de incidencia sea radial. A la izquierda, los triángulos de entrada en el caso en que $Q < Q_0$ y $c^i < c_{1m}$ (expansión brusca) y, a la derecha, cuando $Q > Q_0$ y $c^i > c_{1m}$ (contracción brusca).



Estos fenómenos a la entrada del rotor y otras pérdidas (como la debida al flujo, $k_C Q^2$) justifican que la curva característica real de una bomba centrífuga se distancie de la teórica en cualquier supuesto, y que la altura manométrica de una bomba resulte de restar a la teórica las pérdidas por fricción y por choque (por incidencia fuera del punto de diseño), en función del caudal:

$$H_B = H_t - k_C Q^2 - k_S (Q - Q_0)^2 \quad [4.38]$$

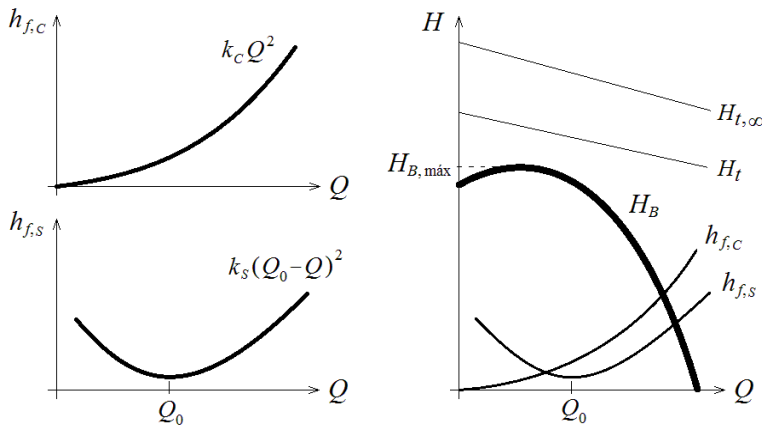
tal como se representa en la figura 4.10. Los coeficientes respectivos de pérdidas, k_C y k_S , han de determinarse experimentalmente, aunque se han propuesto diferentes expresiones de estimación, entre ellas las de Pfleiderer:

$$k_C = (1 - \eta_H) \frac{H_t}{Q_0^2} \quad [4.39]$$

$$k_S = k_H \frac{u_1^2 + (e_z u_2)^2}{Q_0^2}$$

donde k_H es un coeficiente de valor aproximado 0,03 y e_z es el coeficiente de disminución del trabajo del apartado 4.2.3.

Figura 4.10.
Tipología de pérdidas
hidráulicas de una
bomba. Las pérdidas
asociadas al flujo son
proporcionales al cua-
drado del caudal y las
de forma son mínimas
en el punto de diseño.
 $H_{t,\infty}$ es la altura teó-
rica en metros, corres-
pondiente a $Y_{t,\infty}$,
siendo $Y_{t,\infty} = gH_{t,\infty}$,
 $Y_t = e_z Y_{t,\infty}$ e $Y_t = gH_t$,
etc.



Como la energía teórica es proporcional al caudal, la expresión [4.38] acepta, en general, ajustes del tipo:

$$H_B = a + bQ - cQ^2 \quad [4.40]$$

Cuando b es positivo (normalmente, en bombas de Ω baja), la curva H_B tiene un máximo en el primer cuadrante, para el cual se cumplen las condiciones $Q(H_{B,\text{máx}}) = 0,5b/c$ y $H_{B,\text{máx}} = a + 0,25b^2/c$. Los coeficientes a y c son siempre positivos.



4.2.2. Cascada axial básica

La ecuación [4.33] puede utilizarse sin ambigüedad alguna en un rotor axial si se introduce el concepto de bomba parcial, que supone un volumen de control de ancho diferencial que envuelva una superficie de corriente cilíndrica o troncocónica situada a un radio concreto. Este procedimiento permite obtener una curva teórica análoga a [4.34] para un rotor axial, que, sin embargo, falla al predecir el comportamiento a caudal nulo porque conduce a estimaciones del tipo $Y=B\omega Q$ cuando $u_1=u_2$, lo cual es completamente irreal.¹⁷

Se obtiene una estimación acertada de la altura que comunicará un rotor axial si el planteamiento anterior incluye también el estátor. La aproximación es válida a un radio determinado cualquiera, pero si se realiza con respecto al radio medio geométrico y se supone que la energía comunicada es constante en r , el resultado será un buen indicador del funcionamiento de la cascada básica analizada y servirá de orientación en el diseño previo de la máquina. En el desarrollo que sigue, se supone que el rotor está situado antes del estátor, tal como aparece en la figura 4.11; que la velocidad absoluta a la salida del rotor no experimenta variación en módulo ni en dirección antes de entrar al estátor, y que la velocidad absoluta a la salida de la cascada rotor-estátor tiene la misma dirección que a su entrada, es decir: $\alpha_1 = \alpha_4$. Esta última hipótesis implica que el incremento de energía cinética a través de la cascada es nulo cuando se mantiene c_m y $c_r=0$, de forma que el exceso de energía cinética a la salida del rotor es recuperado en el estátor en forma de presión. La cantidad de energía estática a recuperar por el estátor depende del grado de reacción del rotor, tal como se explica en 4.2.4.

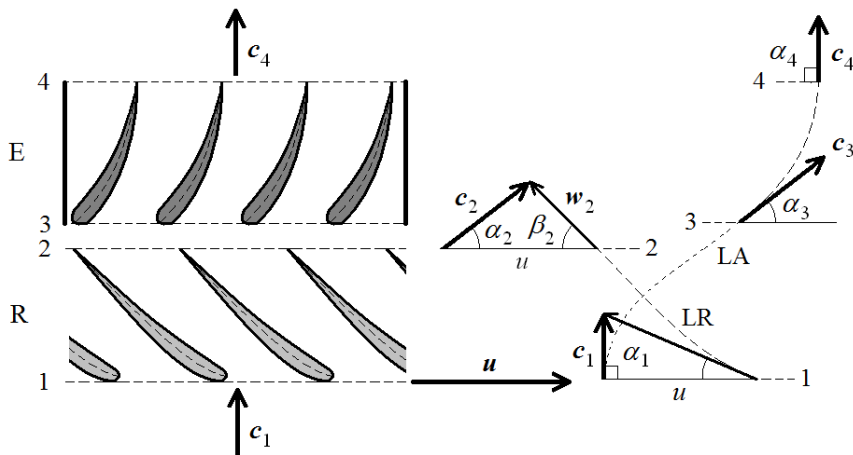


Figura 4.11. Cascada axial básica rotor-estátor y triángulos de velocidades correspondientes. Se ha representado el caso $\alpha_1 = \alpha_4 = 90^\circ$, que ya se había utilizado en la figura 3.8, y $\alpha_2 = \alpha_3$. LA y LR son las líneas de corriente absoluta y relativa.

El incremento de presión total a través de la cascada mostrada en la figura 4.11 en el supuesto indicado se obtiene aplicando las ecuaciones de Bernoulli en coordenadas absolutas en el estátor y relativas en el rotor. Admitiendo que $u_1=u_2$ y que la velocidad axial, c_m , se mantiene en r , resulta, en el caso ideal sin pérdidas:



$$\begin{aligned} p_4 - p_1 &= (p_4 - p_3) + (p_2 - p_1) = \\ &= \frac{1}{2} \rho ((c_{3u}^2 - c_{4u}^2) + (w_{1u}^2 - w_{2u}^2)) \end{aligned} \quad [4.41]$$

Como, además, se cumple que $c_{3u} - c_{4u} = c_{2u} - c_{1u} = w_{1u} - w_{2u}$ y $c_{3u} + c_{4u} = 2u - (w_{1u} + w_{2u})$, el incremento de presión total es:

$$p_4 - p_1 = \rho u (c_{2u} - c_{1u}) \quad [4.42]$$

Definiendo ahora los coeficientes de presión total, ψ , y velocidad, φ , de la cascada de la forma:

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{p_4 - p_1}{\rho u^2} = \frac{c_{2u} - c_{1u}}{u} \\ \varphi &= \frac{c_m}{u} \end{aligned} \quad [4.43]$$

y teniendo en cuenta las identidades:

$$\begin{aligned} c_{2u} - c_{1u} &= c_m \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1} \right) \\ \frac{c_{2u} + w_{2u}}{c_m} &= \frac{u}{c_m} = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_2} + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2} \end{aligned} \quad [4.44]$$

se llega a la siguiente relación entre el coeficiente de presión y el de velocidad:¹⁸

$$\psi = 1 - \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \beta_2} + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1} \right) \varphi = 1 - \zeta \varphi \quad [4.45]$$

Cuando se incorporan en el análisis las pérdidas que se producen en el rotor y en el estátor mediante los coeficientes ξ_R y ξ_E de [4.14], el incremento de presión total [4.42] queda de la siguiente manera:

$$p_4 - p_1 = \rho u (c_{2u} - c_{1u}) - \frac{1}{2} \rho c_m^2 \left(\frac{\xi_R}{\sin^2 \beta_{\infty,R}} + \frac{\xi_E}{\sin^2 \alpha_{\infty,E}} \right) \quad [4.46]$$

donde el ángulo $\beta_{\infty,R}$ sigue siendo [4.9] y $\alpha_{\infty,E}$ es ahora:

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_{\infty,E}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_3} + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_4} \right) \quad [4.47]$$

Como se supone que $\alpha_1 = \alpha_4$ y $\alpha_2 = \alpha_3$, el ángulo medio de la corriente absoluta en el estátor se obtiene, utilizando [4.44], mediante la expresión:¹⁹

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_{\infty,E}} = \frac{1}{2} \left(\frac{u}{c_m} - \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_2} + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1} \right) \quad [4.48]$$



La relación entre el coeficiente de presión y el de velocidad de la cascada con pérdidas, cuando $\xi = \xi_R = \xi_E$, resulta ser:

$$\psi = 1 - \zeta\varphi - \frac{1}{2}\xi\varphi^2 \left(\frac{1}{\sin^2 \beta_{\infty,R}} + \frac{1}{\sin^2 \alpha_{\infty,E}} \right) \quad [4.49]$$

cuya representación gráfica esquemática es semejante a la que se obtiene de [4.36] para un rotor centrífugo cuando se incluyen las pérdidas debidas al flujo, pero que depende del radio y solo es válida si se cumple que $\alpha_1 = \alpha_4$ y no hay pérdidas entre rotor y estátor.

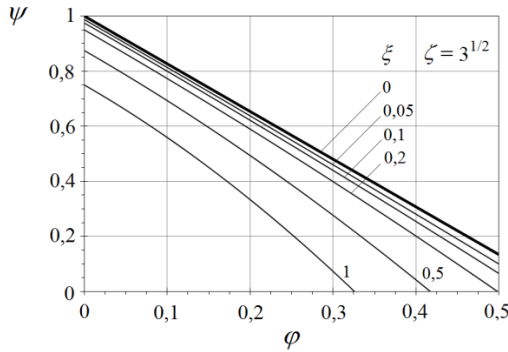


Figura 4.12. Relación [4.49] entre el coeficiente de presión y de velocidad en una cascada axial básica para diferentes valores de $\xi = \xi_R = \xi_E$ (los valores comunes están por debajo de 0,1). Se ha supuesto: $\alpha_1 = 90^\circ$ y $\beta_2 = 30^\circ$ (lo que implica que $\tan \beta_1 = \varphi$ y $\zeta = 3^{1/2}$).

4.2.3. Corrección clásica de la teoría unidireccional

La curva característica real de una bomba centrífuga se obtiene de la teórica una vez se deshacen las hipótesis de la teoría unidimensional y se incluyen las pérdidas hidráulicas. Definiendo el *coeficiente de disminución del trabajo*, e_z , la energía teórica por unidad de masa se escribe:

$$Y_t = e_z Y_{t,\infty} \quad [4.50]$$

y, con el rendimiento hidráulico, η_H , la energía real resulta:

$$Y = \eta_H Y_t = \eta_H e_z Y_{t,\infty} \quad [4.51]$$

cuya forma característica es la de la figura 4.10.

La corrección debida al coeficiente e_z se debe a que el flujo en el interior del rodete no puede ser considerado unidimensional cuando el número de álabes no es infinito. La ecuación de Euler sigue siendo válida en ausencia de esfuerzos viscosos cuando se aplica a una línea de corriente pero, como la hipótesis de flujo congruente con un número de álabes finito no es siempre válida, no todas las líneas de corriente comparten la misma $Y_{t,\infty}$ y la energía comunicada no puede ser uniforme. El promedio espacial sobre la sección donde hay flujo de cada $Y_{t,\infty}$ particular supone una disminución de la capacidad de comunicar trabajo por el rotor, por lo cual, en el fondo, esta energía teórica resultaba una sobreestimación de la Y_t real. En este sentido, es importante indicar que e_z no es un rendimiento, por cuanto la diferencia entre $Y_{t,\infty}$ e Y_t no es una energía que haya existido

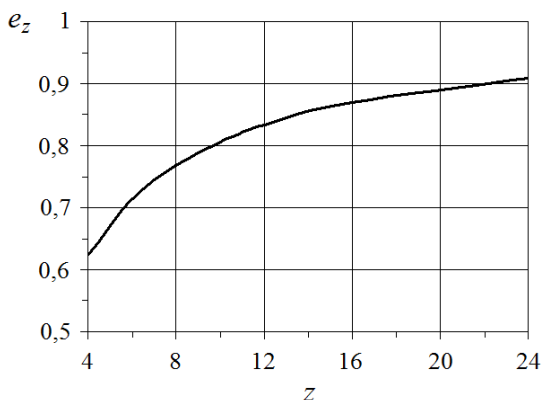


nunca y, por tanto, no calentará el fluido, ni la máquina, ni supondrá una pérdida irreversible de energía que haya que contabilizar de ningún modo, salvo en el sentido de minoración descrito.

Por norma general, se acepta que en las máquinas axiales y en las turbinas hidráulicas no es necesario el factor e_z , de modo que $Y_t = Y_{t,\infty}$. Esto es consecuencia de que en estas turbomáquinas el flujo sigue el contorno sin grandes desviaciones ni desprendimientos y, sobre todo, de que la estimación unidimensional concuerda bastante bien con la realidad.²⁰ No obstante, en estas máquinas se ha de procurar referir las ecuaciones de Euler a los ángulos de la corriente y no a los de los álabes, y para ello se definen los ángulos de incidencia a la entrada y de desviación a la salida del flujo (figura 4.4). Estos ángulos han sido utilizados extensamente para especificar las características de las cascadas de álabes y sus pérdidas.

En las turbomáquinas radiales, el factor e_z toma valores cercanos a 0,8 y aumenta, como es natural, con el número de álabes (figura 4.13). Es paradójico percatarse de que este factor es consecuencia de la falta de simetría en el flujo y que es esta asimetría la que permite comunicar par al rotor (v. figura 4.2).²¹ Más adelante, se detallan analíticamente las características del flujo en el interior de un rotor, pero puede entenderse perfectamente, de momento, que sus características bidimensionales están asociadas a la existencia de un torbellino relativo que gira en sentido contrario a la rotación del rodete con la intención de preservar la irrotacionalidad del movimiento. La superposición de las distribuciones de velocidad asociadas al flujo medio y a dicho torbellino (que no aporta caudal) permite visualizar la asimetría y establecer métodos para su cuantificación.

Figura 4.13.
Coeficiente de disminución del trabajo para un rotor radial en función del número de álabes. Este coeficiente es aproximadamente constante en todos los puntos de funcionamiento de la máquina.



Se ha de decir también que la magnitud de e_z en un rodete radial apenas es afectada por la naturaleza del fluido, pues viene determinada básicamente por la desviación angular que experimenta el flujo relativo debido a la rotación. Es por ello que, en numerosas referencias, el coeficiente de disminución del trabajo se denomina *slip factor*, pues el fluido poco viscoso parece deslizarse en el canal entre álabes en sentido contrario a la rotación del rodete.



Entre los procedimientos clásicos para corregir la teoría unidimensional y obtener un valor aproximado de e_z se encuentran los de Stodola y Pfleiderer. A continuación, se indican los resultados de cada uno de ellos, sin entrar en el detalle de su deducción.

La corrección de Stodola se basa en la estimación del decremento que experimenta la velocidad c_{2u} , en el sentido de disminuir el ángulo β_2 y la circulación a la salida, como consecuencia del vórtice relativo. La velocidad perimetral estimada de la figura 4.14 resulta de:

$$c'_{2u} = c_{2u} - w_u^* \quad [4.52]$$

siendo:

$$w_u^* = K_R \frac{\pi \sin \beta_2}{z} u_2 \quad [4.53]$$

y K_R un coeficiente de corrección experimental que depende del número de álabes, z , y del ángulo β_2 (figura 4.15). Según estas ecuaciones, la energía específica teórica en el supuesto de entrada radial es:

$$Y_t = u_2 c'_{2u} = \frac{c'_{2u}}{c_{2u}} Y_{t,\infty} \quad [4.54]$$

que, desarrollada, conduce a:

$$Y_t = Y_{t,\infty} - K_R \frac{\pi \sin \beta_2}{z} u_2^2 \quad [4.55]$$

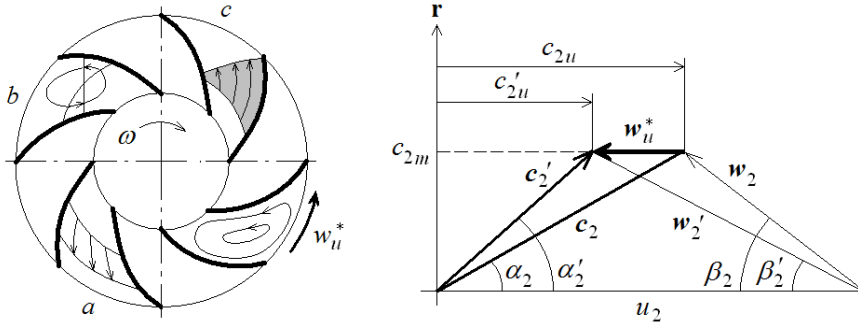


Figura 4.14. Visualización del flujo relativo no viscoso a través de un rotor radial ($a+b=c$) y sentido del decremento de la velocidad perimetral, c_{2u} , en el triángulo de salida.

El método de Pfleiderer estima la diferencia de presiones causante del par, en función de las velocidades relativas a ambos lados de los álabes, para después calcular la energía teórica. El resultado para un rotor radial de radios de entrada y salida, r_1 y r_2 , respectivamente, es:

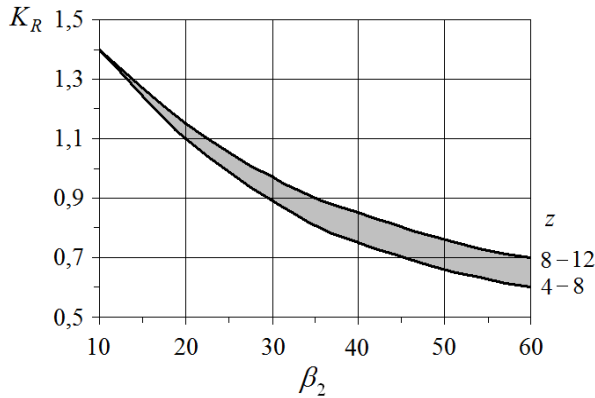
$$Y_t = \frac{1}{1 + \frac{2\psi}{z(1 - (r_1/r_2)^2)}} Y_{t,\infty} \quad [4.56]$$

donde ψ es un factor experimental de valor aproximado 1,2 que puede estimarse mediante la fórmula $\psi = 0,6(1 + \sin \beta_2)$.



Obsérvese que, mientras el método de Stodola predice que la diferencia entre $Y_{t,\infty}$ e Y_t es constante e independiente del caudal, en el de Pfleiderer ambas son proporcionales, por lo cual $Y_{t,\infty}$ e Y_t son rectas de diferente pendiente cuando se representan en función del caudal (figura 4.10).

Figura 4.1b.
Coeficiente K_R para un
rotor radial en función
del ángulo de salida y el
número de álabes.



4.2.4. Grado de reacción teórico de una turbomáquina

El grado de reacción de una turbomáquina es un parámetro que permite discernir qué cantidad de la energía generada por la bomba (o extraída del fluido, en el caso de las turbinas) es estática. El grado de reacción de la teoría unidimensional para el rotor de una turbobomba es:

$$\sigma_{t,\infty} = \frac{p_2 - p_1}{\rho Y_{t,\infty}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{c_2^2 - c_1^2}{Y_{t,\infty}} \quad [4.57]$$

Si la entrada es radial y se cumple que $c_{2m} = c_{1m}$, lo cual es muy aproximado en las bombas radiales y estrictamente cierto, por término medio, en las axiales cuyo flujo transcurre en superficies cilíndricas, entonces:

$$\sigma_{t,\infty} = 1 - \frac{1}{2} \frac{c_2^2 - c_1^2}{u_2 c_{2u}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{c_{2u}}{u_2} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\tan \beta_2} \frac{c_m}{u_2} \right) \quad [4.58]$$

que, en función de los coeficientes de presión y velocidad, es:

$$\sigma_{t,\infty} = 1 - \frac{1}{2} \psi = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\tan \beta_2} \varphi \right) \quad [4.59]$$

Algunas de las conclusiones que pueden extraerse de las ecuaciones [4.31] y [4.58] con respecto a la evolución de la energía estática comunicada y su relación con el ángulo β_2 , en el caso de entrada sin giro, ya se han discutido en apartados anteriores. Las gráficas de la figura 4.16 confirman que la energía teórica comunicada aumenta al hacerlo β_2 , lo cual es una ventaja constructiva, pues permite diseñar máquinas más pequeñas para unas



prestaciones dadas, pero, en contrapartida, el grado de reacción disminuye, por lo cual la energía dinámica debe recuperarse mediante difusores estáticos cuyas pérdidas disminuyen el rendimiento hidráulico de la máquina.

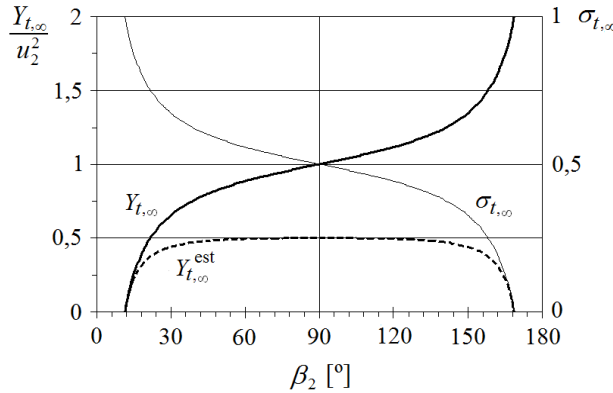


Figura 4.16. Relación de la energía teórica [4.31] y del grado de reacción [4.58] con el ángulo β_2 , según la teoría unidimensional, para el caso de entrada radial y $c_{2m} = c_{1m}$, $\varphi = 0,2$.

Como resultado de lo anterior, el coeficiente de presión no puede ser muy elevado en las bombas centrífugas con entrada radial, pues entonces disminuye $\sigma_{t,\infty}$, lo cual, por un lado, implica que ha de reducirse c_{2u} con respecto a u_2 para que el ángulo β_2 sea el adecuado y, por otro, también condiciona el valor de φ según [4.36]. Por ejemplo, si $\psi = 1$ y la entrada es radial, resulta $c_{2u} = u$ y $\beta_2 = 90^\circ$, lo cual no es factible, como se ha explicado, salvo en algunos casos particulares. Para un ángulo $\beta_2 = 30^\circ$, la relación teórica entre ψ y φ es $\psi = 1 - 3^{1/2}\varphi$, y se tiene que $\psi = 0,65$ y $\sigma_{t,\infty} = 0,67$ para un valor usual de $\varphi = 0,2$. Es decir, las dos terceras partes de la energía teórica generada según la teoría unidimensional serían energía estática.

Las ecuaciones [4.31] y [4.58] también limitan el valor del ángulo a la salida a los valores suplementarios:

$$[\tan \beta_2]_{\text{máx}}^{\text{mín}} = \pm \frac{c_{2m}}{u_2} \quad [4.60]$$

Tal como se aprecia en la figura 4.16, el ángulo mínimo corresponde a la condición $Y_{t,\infty} = 0$, para la cual ambos triángulos de velocidades son normales y el rodete no influye en la corriente, mientras que el ángulo máximo implica un grado de reacción cero ($\psi = 2$ con entrada radial) y que toda la energía generada sea dinámica.²²

Se deduce de [4.57] en el caso particular del rotor de una máquina axial, para el cual $u_2 = u_1$ y $(c_{2u} - c_{1u}) = (w_{1u} - w_{2u})$, que:

$$\sigma_t = \frac{p_2 - p_1}{\rho Y_t} = \frac{1}{2} \frac{w_1^2 - w_2^2}{u(c_{2u} - c_{1u})} = \frac{1}{2} \frac{w_{1u} + w_{2u}}{u} \quad [4.61]$$

Es decir, el grado de reacción es nulo si ambas velocidades relativas tienen igual módulo.²³ Usando las definiciones [4.8] y [4.9], se sigue:



$$\sigma_t = \frac{w_{\infty, u}}{u} = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_{\infty}} \frac{c_m}{u} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \beta_1} + \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_2} \right) \frac{c_m}{u} \quad [4.62]$$

que relaciona el grado de reacción con la proyección perimetral de la velocidad w_{∞} . Esta expresión también puede escribirse en función de los coeficientes de presión y velocidad de la cascada básica. Recordando [4.44] y [4.45], se tiene:

$$\sigma_t = \frac{1}{2} \left(\frac{u}{c_m} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1} + \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_2} \right) \frac{c_m}{u} \quad [4.63]$$

y finalmente:

$$\sigma_t = \frac{1}{2} (1 + \zeta \varphi) - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1} \varphi = 1 - \frac{1}{2} \psi - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1} \varphi \quad [4.64]$$

que coincide con [4.59] en el supuesto de entrada radial ($\alpha_1 = 90^\circ$).

Es evidente que tanto el grado de reacción como los coeficientes de presión y velocidad de un rotor axial varían con el radio, porque los triángulos de velocidades se modifican al variar la velocidad periférica. No existe un diseño puro con un grado de reacción determinado, sino solo una referencia aproximada que ha de adaptarse a las condiciones de cada radio. Si, por ejemplo, el diseño es de forma que la energía Y_t y la velocidad c_m son las mismas a cualquier radio, el aumento de u implica que ψ y φ disminuyan y que aumente el grado de reacción, es decir, el salto de presión es mayor a radios mayores y $\partial p / \partial r > 0$.

Por otro lado, la velocidad periférica máxima en el rotor de una bomba axial está condicionada por el efecto de la cavitación y el límite del ultrasonido y, como el ángulo β_2 es menor en la punta del álabe que en el cubo y la energía comunicada está limitada por la deflexión máxima admisible que se puede dar al flujo (ecuación [4.28]),²⁴ se sigue que el coeficiente de presión será inferior en estas bombas que en las radiales y que, con [4.45], el de velocidad será mayor. Esta última circunstancia implica, en general, que el caudal volumétrico que impulsa una máquina axial es mayor que el correspondiente a una máquina radial de igual tamaño y velocidad de giro porque su sección de paso y c_m son mayores.

Todas estas cuestiones pueden entenderse mejor si se observa la influencia que el grado de reacción y los coeficientes ψ y φ tienen sobre la forma de los triángulos de velocidades de la figura 4.17. Manteniendo el supuesto $\alpha_1 = \alpha_4$ y $\alpha_2 = \alpha_3$ para la cascada básica de la figura 4.11, en que, además, $c_2 = c_3$ y c_m es constante, se cumple que $\alpha_1 - \alpha_2$ y $\beta_2 - \beta_1$ son la deflexión que experimenta el fluido en la corona del estátor y del rotor, respectivamente (ε_E y ε_R). Del mismo modo, se observa que el coeficiente de presión relaciona la base inferior del diagrama de velocidades con la superior, mientras que el de velocidad lo hace con su altura, y que la forma del diagrama para un grado de reacción $\sigma = 1/2$ es la de un trapecio regular, cuya simetría, con respecto a la base del triángulo, se deshace en un sentido o en el otro cuando el grado de reacción aumenta o disminuye. Esto último puede apreciarse mejor en la figura 4.18. Se concluye que la forma general de los triángulos de velocidades (la de ambos) queda establecida sabiendo σ , ψ y φ , y que su tamaño vendrá determinado por una magnitud dimensional, por ejemplo, u o c_m , de forma que,



cuanto mayor sea el diagrama, mayores serán la energía específica comunicada y el caudal.

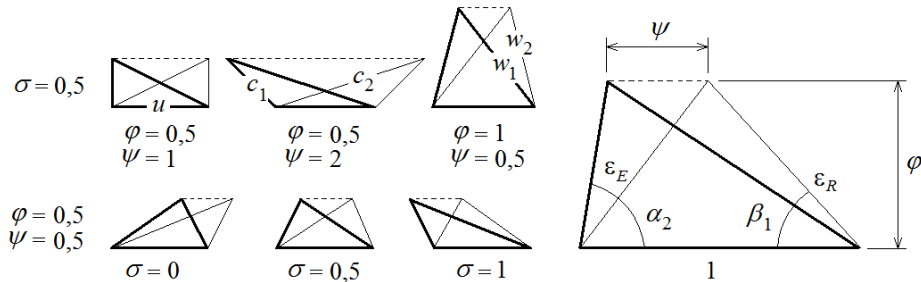


Figura 4.17. Influencia de σ , ψ y φ en la forma de los triángulos de velocidades y diagrama adimensional de velocidades (obtenido para $u=1$) en un rotor axial en que c_m sea constante. ϵ_R y ϵ_E son las deflexiones experimentadas por el fluido en el rotor y en el estátor, respectivamente.

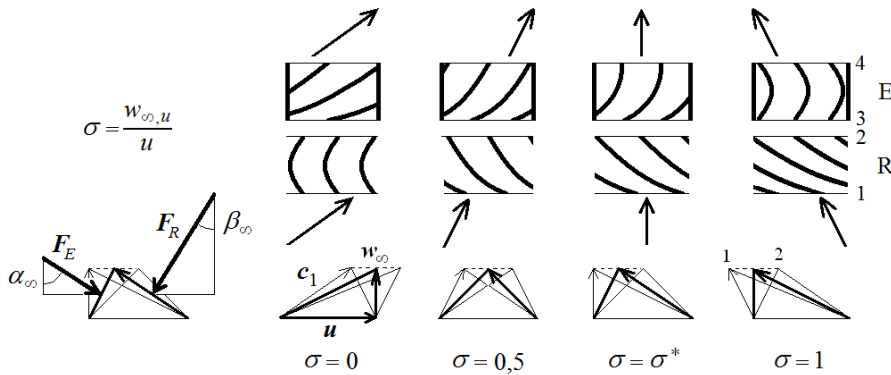


Figura 4.18. Relación entre el grado de reacción teórico; los triángulos de velocidades de una cascada básica como la de la figura 4.11, y las fuerzas de sustentación realizadas por la corriente sobre rotor, F_R , y el estátor, F_E . Esta relación siempre ha de completarse con el coeficiente de sustentación del perfil y la deflexión admisible de la corriente. Se ha usado $\psi = \varphi = 1/2$ para simplificar el trazado de los diagramas, aunque en el tema anterior se ha visto que estos parámetros no pueden tener cualquier valor al estar relacionados con la velocidad específica. Obsérvese que, cuando $\sigma = \sigma^*$, no se necesitan directrices a la entrada y que el grado de reacción aumenta a medida que aparece prerrotación contraria a la rotación del rotor.

Como casos singulares de los diagramas de la figura 4.18, conviene destacar los siguientes:

- Cuando el grado de reacción es nulo o la unidad, el rotor o el estátor están formados por álabes típicos en forma de gancho y toda la energía estática es aportada por el otro elemento (si es nulo, es el rotor el que tiene álabes en gancho y el estátor el que incrementa la presión, y viceversa). La situación $\sigma=0$ carece de relevancia en las bombas.
- Si el grado de reacción es $\sigma=1/2$, el diagrama es simétrico con respecto a la línea media en u y los triángulos son iguales (uno determina el otro). Esto implica que los álabes del rotor y del estátor son congruentes, es decir, se simplifica la construcción de la máquina al tener los álabes idéntica curvatura. Por otro lado, esta disposición implica, por término medio, las velocidades más bajas en el interior de la máquina, lo cual permite aumentar u hasta el máximo posible (que se escogerá en función de criterios de cavitación, sonido, resistencia mecánica de los álabes u otros) y conseguir mayor energía específica. Como las pérdidas dependen, básicamente, de la deflexión y esta es la misma en el rotor y en estátor, el diseño y el cálculo de la cascada resultan más sencillos cuando $\sigma=1/2$.



- Existe un grado de reacción comprendido en el intervalo $[1/2, 1]$ para el cual la entrada al rotor será radial y no se necesitarán directrices de entrada. Esta será la elección más acertada para el primer rotor de un escalonamiento múltiple o en máquinas de una sola fase o etapa. Como puede deducirse de la figura 4.18, este grado de reacción es $\sigma^* = 1 - 0,5 \Delta c_u / u$, esto es, [4.64] para entrada radial.

Todas las definiciones anteriores hacen referencia al grado de reacción teórico de la turbomáquina elemental formada por un rotor radial o una cascada básica rotor-estátor. El grado de reacción definido es útil en el sentido que permite clasificar las turbomáquinas en función de su capacidad de generar energía estática. No obstante, para tener una estimación más ajustada del grado de reacción real, han de tenerse en cuenta las posibles pérdidas introduciendo los rendimientos hidráulicos de la máquina y del rotor (o de la cascada básica) en la ecuación [4.57].

Suponiendo que la ocurrencia de pérdidas en el rotor no afecte el campo de velocidades medio, el grado de reacción real del rotor de una turbomáquina generadora resulta ser:

$$\sigma = \frac{p_2 - p_1}{\rho Y} = \frac{p_2 - p_1}{\rho \eta_H Y_t} = \frac{1}{\eta_H} \frac{p_2 - p_1}{(p_2 - p_1)_t} \frac{(p_2 - p_1)_t}{\rho Y_t} = \frac{\eta_{H,R}}{\eta_H} \sigma_t \quad [4.65]$$

Es decir, los grados de reacción real y teórico coinciden solo si la turbomáquina tiene un único rotor en que se producen todas las pérdidas hidráulicas y, por tanto, sus rendimientos son iguales, $\eta_H = \eta_{H,R}$. Como, en general, $\eta_H < \eta_{H,R}$, resulta que el grado de reacción efectivo del rotor es superior al teórico (precisamente, para hacer posible que puedan haber otras pérdidas hidráulicas).²⁵

4.3. Ampliación de la teoría fundamental

La ecuación [4.22] se aplica a una línea de corriente a su paso por entre los álabes, de tal forma que, en el caso unidimensional, se admite que todas comparten el mismo salto energético. Se sabe, no obstante, que como el guiado perfecto del flujo radial no es posible en un rodete centrífugo en que el número de álabes es finito, aparecen desviaciones del flujo en dirección perimetral que invalidan la simetría polar en las superficies de corriente y lo hacen bidimensional.

Se ha visto también que el flujo en una cascada axial de álabes es, en esencia, bidimensional, pues no es uniforme entre superficies de corriente. Además, cuando se considera el flujo real, se observa la aparición de otros efectos y de flujos secundarios que distorsionan el perfil de la velocidad, lo cual convierte el problema en tridimensional y sumamente complejo de resolver analíticamente.

En este apartado, se amplía la teoría unidimensional introduciendo las bases del estudio bidimensional y algunos aspectos tridimensionales que permitirán entender mejor las características reales del flujo a través de una turbomáquina.



4.3.1. Ecuaciones generales del movimiento en coordenadas fijas

Las ecuaciones de conservación de la masa y de la cantidad de movimiento para un flujo incompresible, en este caso, son:

$$\nabla \cdot \mathbf{c} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla c^2 + \boldsymbol{\Omega}_c \wedge \mathbf{c} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + gz \right) + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{c} \quad [4.66]$$

Cuando se utiliza la equivalencia vectorial siguiente:

$$\nabla^2 \mathbf{c} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{c}) - \nabla \wedge (\nabla \wedge \mathbf{c}) = -\nabla \wedge \boldsymbol{\Omega}_c \quad [4.67]$$

se obtiene una forma alternativa de esta ecuación, que es muy útil en el estudio de flujos reales con vorticidad:

$$\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega}_c \wedge \mathbf{c} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + gz + \frac{1}{2} c^2 \right) - \frac{\mu}{\rho} \nabla \wedge \boldsymbol{\Omega}_c \quad [4.68]$$

Dada la geometría del flujo a través de una máquina, es conveniente describir estas ecuaciones en las coordenadas cilíndricas $\{r, \theta, z\}$ para las cuales se define:²⁶

$$\mathbf{c} = c_r \mathbf{r} + c_\theta \boldsymbol{\theta} + c_z \mathbf{z}$$

$$\boldsymbol{\Omega}_c = \Omega_{c,r} \mathbf{r} + \Omega_{c,\theta} \boldsymbol{\theta} + \Omega_{c,z} \mathbf{z} \quad [4.69]$$

Para el desarrollo por componentes de las ecuaciones [4.66] y [4.68], puede usarse [1.14], teniendo presente que las derivadas parciales de los versores con respecto a r y z son nulas y con respecto a θ son: $\partial \mathbf{r} / \partial \theta = \boldsymbol{\theta}$; $\partial \boldsymbol{\theta} / \partial \theta = -\mathbf{r}$ y $\partial \mathbf{z} / \partial \theta = 0$. El resultado es:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rc_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial c_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial c_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial c_r}{\partial t} + c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} + \frac{c_\theta}{r} \frac{\partial c_r}{\partial \theta} + c_z \frac{\partial c_r}{\partial z} - \frac{c_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{\rho} \left(\nabla^2 c_r - \frac{c_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial c_\theta}{\partial \theta} \right)$$

$$\frac{\partial c_\theta}{\partial t} + c_r \frac{\partial c_\theta}{\partial r} + \frac{c_\theta}{r} \frac{\partial c_\theta}{\partial \theta} + c_z \frac{\partial c_\theta}{\partial z} + \frac{c_r c_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\mu}{\rho} \left(\nabla^2 c_\theta - \frac{c_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial c_r}{\partial \theta} \right) \quad [4.70]$$

$$\frac{\partial c_z}{\partial t} + c_r \frac{\partial c_z}{\partial r} + \frac{c_\theta}{r} \frac{\partial c_z}{\partial \theta} + c_z \frac{\partial c_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 c_z$$

y

$$\frac{\partial c_r}{\partial t} + (c_z \Omega_{c,\theta} - c_\theta \Omega_{c,z}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial r} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial \Omega_{c,\theta}}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Omega_{c,z}}{\partial \theta} \right)$$

$$\frac{\partial c_\theta}{\partial t} + (c_r \Omega_{c,z} - c_z \Omega_{c,r}) = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial \Omega_{c,z}}{\partial r} - \frac{\partial \Omega_{c,r}}{\partial z} \right) \quad [4.71]$$

$$\frac{\partial c_z}{\partial t} + (c_\theta \Omega_{c,r} - c_r \Omega_{c,\theta}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Omega_{c,r}}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial (r \Omega_{c,\theta})}{\partial r} \right)$$



donde se han despreciado las fuerzas másicas gravitacionales o bien se han incluido en el término de presión como presión reducida.

En esta última ecuación, se ha introducido la presión de remanso definida en las coordenadas cilíndricas como:

$$p_0 = p + \frac{1}{2} \rho (c_r^2 + c_\theta^2 + c_z^2) \quad [4.72]$$

Como el número de Reynolds es elevado, se puede despreciar el término viscoso de las ecuaciones [4.70] y [4.71] y considerar en adelante que el flujo es isentrópico. Se verifica, entonces, la ecuación [2.81] y la entropía de la partícula es constante siempre que, además, $q_a=0$. En cambio, como el proceso en coordenadas absolutas no es estacionario,²⁷ no se puede suponer que la entropía sea la misma para todas las partículas de la misma línea de corriente, a menos que el proceso sea también homentrópico (v. [2.83]). Con esta consideración, la ecuación [4.68] se escribe:

$$\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega}_e \wedge \mathbf{c} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} \right) = -\nabla \left(\frac{p_0}{\rho} \right) \quad [4.73]$$

Esta ecuación y la [4.71] por componentes definen las condiciones para que se conserve la presión de remanso en un flujo incompresible isentrópico, y se concluye que en el rotor de una turbomáquina no lo hace, aunque el movimiento sea irrotacional a la entrada, debido a su no estacionariedad.

La vorticidad absoluta en estas mismas coordenadas se expresa como:²⁸

$$\boldsymbol{\Omega}_e = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial c_z}{\partial \theta} - \frac{\partial (rc_\theta)}{\partial z} \right) \mathbf{r} + \left(\frac{\partial c_r}{\partial z} - \frac{\partial c_z}{\partial r} \right) \boldsymbol{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (rc_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial c_r}{\partial \theta} \right) \mathbf{z} \quad [4.74]$$

Como, en este movimiento, se dan las condiciones del teorema de Kelvin, todas las componentes de la vorticidad han de ser nulas en el rotor si lo eran a su entrada. En general, no obstante, las características del flujo principal en el conducto de entrada y el carácter axial de la rotación del rotor hacen que la componente más interesante de las tres sea $\Omega_{c,z}$ y que, con frecuencia, se cumpla que $\boldsymbol{\Omega}_e = \Omega_{c,z} \mathbf{z}$, cuando el movimiento no es irrotacional.

Admitiendo que la única componente de la vorticidad no nula es $\Omega_{c,z}$, se deduce de [4.74] que el movimiento no puede ser axilsimétrico y que, para que lo sea, es necesario que la velocidad perimetral dependa de forma inversa del radio, condición de vórtice libre irrotacional, o sea nula, y que la velocidad radial tenga simetría perimetral o sea nula, condición de flujo unidireccional.²⁹

En consecuencia, la combinación de un flujo unidireccional con un vórtice libre supone una vorticidad axial nula. Como caso particular a la entrada de un rotor axial o radial, si el flujo en el conducto de entrada tiene vorticidad en dirección axial, la ecuación [4.71] muestra que los gradientes en dirección radial y perimetral de la presión de remanso no son nulos, aunque el movimiento sea permanente (a menos que también sea axial y uniforme: $\mathbf{c} = c_z \mathbf{z}$).



Estas ecuaciones pueden simplificarse atendiendo a simetrías o a casos especiales del flujo. Por ejemplo, en el caso de que el flujo transcurra a lo largo de superficies cilíndricas ($c_r=0$), las ecuaciones [4.70] toman la forma:

$$\begin{aligned}\frac{1}{r} \frac{\partial c_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial c_z}{\partial z} &= 0 \\ \frac{c_\theta^2}{r} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \\ \frac{\partial c_\theta}{\partial t} + \frac{c_\theta}{r} \frac{\partial c_\theta}{\partial \theta} + c_z \frac{\partial c_\theta}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \\ \frac{\partial c_z}{\partial t} + \frac{c_\theta}{r} \frac{\partial c_z}{\partial \theta} + c_z \frac{\partial c_z}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}\end{aligned}\quad [4.75]$$

La vorticidad de este supuesto viene dada por la expresión:

$$\mathbf{\Omega}_t = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial c_z}{\partial \theta} - \frac{\partial (rc_\theta)}{\partial z} \right) \mathbf{r} - \frac{\partial c_z}{\partial r} \mathbf{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rc_\theta)}{\partial r} \mathbf{z} \quad [4.76]$$

de modo que la vorticidad axial en un conducto cilíndrico es nula si el flujo es unidireccional o en forma de vórtice libre.

Si, además, se presenta simetría axial ($\partial/\partial\theta=0$) y el flujo es estacionario ($\partial/\partial t=0$), entonces:

$$\begin{aligned}\frac{\partial c_z}{\partial z} &= 0 \\ \frac{c_\theta^2}{r} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \\ c_z \frac{\partial c_\theta}{\partial z} &= 0 \\ c_z \frac{\partial c_z}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}\end{aligned}\quad [4.77]$$

El primer juego de ecuaciones [4.75] y [4.76] puede utilizarse para representar el flujo cilíndrico ideal en un rotor axial (sustituyendo c_θ por c_u), mientras que el segundo [4.77] es válido en las regiones externas al rotor, tanto aguas arriba como aguas abajo del mismo, en donde el flujo transcurre libre de álabes. En este último caso, se deduce que no puede haber variación de las velocidades axial y perimetral en dirección axial a un radio determinado, es decir: el fluido mantiene su movimiento y el gradiente axial de la presión será nulo.³⁰

Por continuidad integral entre las secciones diferenciales de entrada y salida de una bomba parcial axial de radio r , se admite que $c_{1z}=c_{2z}$, por lo cual la primera de las ecuaciones [4.75] indicaría que c_u es uniforme en dirección perimetral. No obstante, la uniformidad de la velocidad axial en el interior del rotor solo es posible por término medio, pues la última ecuación de [4.75] y la [4.76] muestran que, en general, la velocidad axial



no es uniforme en θ , y sustituyendo la primera ecuación de [4.75] en la última se ve que tampoco puede serlo c_u . Se concluye que, como consecuencia del aumento de la circulación rc_u con z , no puede haber simetría axial en el rotor aunque el flujo sea homentrópico e irrotacional a la entrada. Por otro lado, la combinación de las hipótesis de flujo en superficies cilíndricas e irrotacionalidad implica la uniformidad de c_z en r y que $\partial\Gamma/\partial r=0$. A esta misma conclusión se llega más adelante por criterios energéticos.

Es importante observar que, en dirección radial, se cumple en ambos casos:

$$\frac{c_\theta^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} > 0 \quad [4.78]$$

condición denominada *equilibrio radial simple* y que implica, entre otras cosas que se verán a continuación, la ausencia de flujo en dirección radial.³¹

La utilización del equilibrio radial descrito por [4.78] en las fases de diseño de una turbomáquina axial conduce a expresiones que permiten deducir la variación radial del resto de las componentes de la velocidad (y, por ende, de la forma de los álabes) de modo que el flujo se mantenga bidimensional³² y sean válidas las conclusiones obtenidas para una cascada lineal.

La condición equivalente a [4.78] en una máquina radial sería la de equilibrio axial, según la cual el flujo en las diferentes superficies de corriente sería de forma que $c_z=0$ y, por tanto, $\partial p/\partial z=0$. En estas máquinas, el flujo entra en el rodete desde un conducto curvo que implica, según [2.95], una variación a la entrada tanto de la velocidad radial como de la distribución de la presión en dirección axial. Aun así, esta condición se cumple bastante bien en la práctica por diversas razones: por un lado, el ancho del canal entre las paredes anterior y posterior del rodete es inferior al radio de entrada ($b_1 < r_1$) y, por tanto, la variación axial de la presión no puede ser muy grande para un gradiente dado, y, por otro, el conducto de entrada se diseña de forma que su radio de curvatura sea lo suficientemente grande como para reducir dicho efecto.

Estas circunstancias hacen que las superficies de corriente en una máquina radial pura puedan asimilarse a discos anulares comprendidos entre las secciones de entrada y salida del rotor,³³ para las que el juego de ecuaciones [4.73] y [4.74] se simplifica haciendo $c_z=0$, y en los que la vorticidad absoluta solo puede tener componente axial:³⁴

$$\Omega_{c,z} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rc_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial c_r}{\partial \theta} \right) \quad [4.79]$$

Es decir, aun cuando el flujo a la entrada de un rotor radial sea irrotacional, supuesto que se verifica, como se ha visto, cuando el flujo de entrada tiene forma de vórtice libre, en su interior no puede existir simetría axial por cuanto rc_u se incrementa con el radio (la circulación aumenta con r). Esta ecuación invalida la teoría unidimensional pura en un rotor centrífugo y justifica el uso de los coeficientes de disminución del trabajo que se han explicado anteriormente.



4.3.2. Ecuaciones generales del movimiento en coordenadas móviles

En un sistema de coordenadas ligado al rotor, las ecuaciones vectoriales de conservación de la masa y de la cantidad de movimiento son:³⁵

$$\nabla \cdot \mathbf{w} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla w^2 + \boldsymbol{\Omega}_w \wedge \mathbf{w} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + gz \right) + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{w} + \mathbf{f}_i \quad [4.80]$$

donde el vector $\mathbf{f}_i$ representa las fuerzas inerciales [1.112]. Suponiendo que el rotor gira a una velocidad constante y que el origen del sistema relativo es fijo, estas fuerzas son la centrípeta y la de Coriolis y, por tanto:

$$\mathbf{f}_i = -\boldsymbol{\omega} \wedge (\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{r}) - 2\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{w} \quad [4.81]$$

Eliminando el término viscoso por las mismas consideraciones del apartado anterior y teniendo presente que:

$$\boldsymbol{\omega} \wedge (\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{r}) = -\omega^2 r \nabla r = -\nabla \left(\frac{\omega^2 r^2}{2} \right) \quad [4.82]$$

la ecuación de la cantidad de movimiento toma la forma:

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla w^2 + \boldsymbol{\Omega}_w \wedge \mathbf{w} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + gz - \frac{\omega^2 r^2}{2} \right) - 2\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{w} \quad [4.83]$$

o bien:³⁶

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + (2\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\Omega}_w) \wedge \mathbf{w} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} \right) = -\nabla \left(\frac{p_{0R}}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) \quad [4.84]$$

expresión que es análoga a la [4.73], pero en coordenadas relativas y en la que se ha introducido la presión de remanso relativa, p_{0R} .

Esta analogía es más evidente cuando se constata la relación existente entre la vorticidad absoluta y la relativa, pues al ser:

$$\mathbf{c} = \mathbf{u} + \mathbf{w}$$

$$\boldsymbol{\Omega}_c = \nabla \wedge \mathbf{u} + \boldsymbol{\Omega}_w = 2\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\Omega}_w \quad [4.85]$$

[4.84] queda de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega}_c \wedge \mathbf{w} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} \right) \quad [4.86]$$

La ecuación general [4.84] por componentes en las coordenadas relativas $\{r, \varphi, z\}$ resulta ser:



$$\begin{aligned}
\frac{\partial w_r}{\partial t} + w_r \frac{\partial w_r}{\partial r} + \frac{w_u}{r} \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} + w_z \frac{\partial w_r}{\partial z} - \frac{w_u^2}{r} - \omega^2 r - 2\omega w_u &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \\
\frac{\partial w_u}{\partial t} + w_r \frac{\partial w_u}{\partial r} + \frac{w_u}{r} \frac{\partial w_u}{\partial \varphi} + w_z \frac{\partial w_u}{\partial z} + \frac{w_r w_u}{r} + 2\omega w_r &= -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \\
\frac{\partial w_z}{\partial t} + w_r \frac{\partial w_z}{\partial r} + \frac{w_u}{r} \frac{\partial w_z}{\partial \varphi} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}
\end{aligned} \quad [4.87]$$

y la vorticidad relativa correspondiente viene dada por la expresión:

$$\Omega_w = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial w_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial(rw_u)}{\partial z} \right) \mathbf{r} + \left(\frac{\partial w_r}{\partial z} - \frac{\partial w_z}{\partial r} \right) \boldsymbol{\varphi} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rw_u)}{\partial r} - \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} \right) \mathbf{z} \quad [4.88]$$

cuya interpretación se pospone de momento.

Por definición, el movimiento relativo en el rotor puede ser considerado estacionario siempre y cuando las propiedades del fluido sean constantes en cualquier punto del sistema de referencia móvil. Esta hipótesis no es factible salvo que el efecto de las perturbaciones generadas en otras partes de la máquina, en especial aguas arriba del rotor, pueda ser despreciable. Por ello, en una cascada de álabes con directrices a la entrada del rotor, es necesario imponer cierta distancia de separación³⁷ entre ambos y entre etapas, para que las estelas generadas por los perfiles fijos y los vórtices que pudieran desprenderse de estos se diluyan y pueda admitirse que el movimiento es permanente en el rotor. El razonamiento anterior también se aplica al rodete radial de una bomba centrífuga.

Asumida la estacionariedad del movimiento relativo en el rotor, la ecuación [4.86] muestra que:

$$\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} \right) = 0 \quad [4.89]$$

cuando el flujo a su entrada es irrotacional. Si, además, la velocidad perimetral no cambia en la dirección del gradiente, esta ecuación asegura la constancia de la presión relativa de remanso en dicha dirección.

La igualdad $u_1 = u_2$ se verifica si el flujo transcurre en superficies cilíndricas ($w_r = 0$), y entonces las ecuaciones [4.87] toman la forma:

$$\begin{aligned}
\frac{w_u^2}{r} + \omega^2 r + 2\omega w_u &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \\
\frac{w_u}{r} \frac{\partial w_u}{\partial \varphi} + w_z \frac{\partial w_u}{\partial z} + 2\omega w_r &= -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \\
\frac{w_u}{r} \frac{\partial w_z}{\partial \varphi} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}
\end{aligned} \quad [4.90]$$

La condición necesaria para que exista equilibrio radial en el flujo relativo en este caso implica, como antes, que en el movimiento se cumpla el primer término de esta ecuación, es decir:



$$\frac{1}{r}(w_u^2 + u^2 + 2uw_u) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad [4.91]$$

Esta condición coincide, evidentemente, con [4.78], aunque no lo parezca a simple vista. Debe apuntarse que la no estacionariedad del flujo absoluto no afecta el equilibrio radial de un rotor axial, pues $c_r = w_r$ y se está suponiendo que, en este caso, ambas son nulas. Además, como el signo de las componentes de la velocidad de la ecuación [4.90] y de las anteriores es positivo en el sentido de los ejes, y w_u se dirige en sentido opuesto a u , según los triángulos de velocidades en el rotor, se confirma que [4.78] y [4.91] son la misma ecuación, al ser:

$$u^2 + w_u^2 - 2u |w_u| = (u - |w_u|)^2 = c_u^2 \quad [4.92]$$

Se concluye que, allí donde no se verifique la condición [4.91], no podrá existir equilibrio radial y aparecerán flujos en dicha dirección.

Cuando el flujo estacionario es plano ($w_z = 0$), como en una bomba radial pura en la que se supone que existe equilibrio axial y la velocidad relativa se mantiene perpendicular al eje de giro, la vorticidad está definida solo en el eje axial:

$$\Omega_{w,z} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rw_u)}{\partial r} - \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} \right) \quad [4.93]$$

y es perpendicular a la velocidad relativa w . Se deja para el lector comprobar³⁸ la relación entre [4.79], [4.85] y esta ecuación para el caso en que $\Omega_{c,z} = \Omega_{w,z} + 2\omega$.

4.3.3. Relaciones energéticas fundamentales

Antes de empezar a desarrollar esta sección, es necesario recordar la definición termodinámica (para fluido incompresible) siguiente:

$$-\nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) = T \nabla s - \nabla h \quad [4.94]$$

válida en cualquier dirección del flujo, y definir una nueva variable de la forma:

$$i = h - \frac{u^2}{2} + \frac{w^2}{2} = h_0 - \frac{1}{2}(c^2 + u^2 - w^2) \quad [4.95]$$

que en la terminología de las turbomáquinas se denomina *rotaipía*, i , y cuya relación con las ecuaciones de Euler es evidente.³⁹

Combinando las ecuaciones [4.94] y [4.95], se deduce que:

$$\begin{aligned} -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} \right) &= T \nabla s - \nabla h_0 \\ -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} \right) &= T \nabla s - \nabla i \end{aligned} \quad [4.96]$$



que, junto con [4.73] y [4.86], conducen al siguiente resultado:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega}_c \wedge \mathbf{c} &= T \nabla s - \nabla h_0 \\ \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega}_c \wedge \mathbf{w} &= T \nabla s - \nabla i\end{aligned}\quad [4.97]$$

Es interesante observar estas ecuaciones con cierto detenimiento.⁴⁰

Para empezar, es obvio que, en una cascada móvil, la rotalpia hace las veces de la entalpía de remanso en el flujo absoluto, en particular a través de contornos rígidos, por lo cual se entiende que su significado etimológico sea el de entalpía de remanso rotacional. Este paralelismo indica que todas las condiciones relativas al mantenimiento o a la variación de h_0 a través de una cascada fija de álabes puedan aplicarse a i para una cascada móvil. Algunas de estas condiciones ya han sido introducidas en el apartado anterior para la presión de remanso y ahora se extenderán al resto de variables.

Las ecuaciones [4.97] permiten extraer conclusiones importantes relativas al flujo a través de una turbomáquina, si se asume que el número de Reynolds es elevado y el flujo isentrópico. Por un lado, para el fluido que entra en los álabes guía con vorticidad nula, en movimiento permanente y con una distribución uniforme de h_0 y s , como la entropía de la partícula no cambia, tampoco lo hará la entalpía de remanso y el flujo será homentrópico fuera de las capas límite. En este caso, la vorticidad de la corriente absoluta se mantendrá cero a su paso por los álabes, en virtud del teorema de Kelvin, y el flujo absoluto podrá tratarse con la teoría potencial. Esta conclusión también se aplica a los conductos de entrada libres de álabes.

Si, con esta condición, los álabes directrices imparten una variación de la velocidad tangencial en el plano axial similar a la de un vórtice libre, esto es, inversamente proporcional al radio (v. [2.167]), entonces la circulación, la entropía y la entalpía de remanso se mantienen constantes y el flujo alcanza el rotor con una vorticidad axial absoluta nula. En este caso, si además el rotor está situado a una distancia tal de las directrices del estátor que se reduzcan los efectos no estacionarios producidos por las estelas generadas en los álabes, entonces el fluido entra en el rotor con rotalpia uniforme en dirección perimetral y radial, y el flujo a través de los álabes móviles podrá seguir siendo tratado con la base de vorticidad absoluta nula. El flujo relativo no sería estacionario si los vórtices alcanzaran el rotor por la variación periódica en la circulación que generarían, con lo cual el flujo absoluto tendría que analizarse como rotacional en su interior.

Cuando los álabes guía inducen una variación radial de la velocidad tangencial del fluido en el plano axial aguas abajo no inversamente proporcional al radio, la circulación varía a lo largo de los álabes desprendiendo vórtices que afectan la uniformidad de la rotalpia. La vorticidad absoluta no será nula aún fuera de las estelas, es decir, el flujo será rotacional tras los álabes guía, y esta vorticidad alcanzará el rotor aunque este se aleje del estátor y en su interior el flujo no será potencial.

En resumen, si la velocidad perimetral del fluido aguas arriba de la cascada de álabes es cero o varía de forma inversa al radio en el plano del flujo, es decir, el flujo es potencial y estacionario a la entrada del rotor, entonces la rotalpia es constante a su través si el flujo se mantiene isentrópico. Estrictamente, para que se cumpla esta condición no es



necesario que el flujo absoluto sea irrotacional, sino que es suficiente que se verifique la condición $\boldsymbol{\Omega}_c \wedge \mathbf{c} = 0$, menos restrictiva que la anterior.⁴¹ Esta condición también implica la uniformidad de la entalpía de remanso cuando el flujo de entrada es homentrópico y permanente. Las turbomáquinas axiales se suelen diseñar de modo que el incremento de energía comunicado en el rotor sea uniforme con el radio, por lo cual la constancia de h_0 a la entrada implicará que h_0 también sea uniforme en r a la salida (salvo en las capas límite).

Llegados a este punto, resulta conveniente analizar el flujo desde el punto de vista del fluido, es decir material, y en las coordenadas intrínsecas, $\mathbf{s}$ y $\mathbf{n}$, siendo $\mathbf{s}$ un versor tangente a la línea de corriente, de forma que $\mathbf{c} = c\mathbf{s}$. En el desarrollo que sigue, se supone que el flujo es isentrópico e incompresible, aunque puede ser no homentrópico y no estacionario, y es válido tanto para rotores axiales como radiales.

Cuando la derivada material se relaciona con las variaciones local y convectiva de una propiedad, se ha de tener especial cuidado en el uso del operador gradiente según el sistema de referencia que se utilice. En principio, la regla es sencilla si se tiene en cuenta que la propiedad de la partícula es indistinta del sistema de referencia elegido, sea este inercial o no.

Denominando con los subíndices (c) y (w) las operaciones referidas al sistema absoluto y relativo, respectivamente, se verifica que:

$$\frac{D\xi}{Dt} = \frac{\partial \xi}{\partial t_c} + \mathbf{c} \cdot \nabla_c \xi = \frac{\partial \xi}{\partial t_w} + \mathbf{w} \cdot \nabla_w \xi \quad [4.98]$$

donde ξ es una magnitud escalar. Esta ecuación sugiere que, por ejemplo, en el caso del movimiento del fluido a través de un rotor con respecto al cual el flujo relativo es estacionario, los términos convectivos no pueden coincidir, salvo por razones de simetría.

Si se multiplican escalarmente las ecuaciones del movimiento [4.73] y [4.83] por el vector velocidad correspondiente y se recuerda la ecuación de la entalpía [2.44], se obtiene:⁴²

$$\begin{aligned} \mathbf{c} \cdot \frac{D\mathbf{c}}{Dt} &= -\mathbf{c} \cdot \nabla_c \left(\frac{p}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial t_c} \left(\frac{p}{\rho} \right) - \frac{D}{Dt} \left(\frac{p}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial t_c} \left(\frac{p}{\rho} \right) - \frac{Dh}{Dt} \\ \mathbf{w} \cdot \frac{D\mathbf{w}}{Dt} &= -\mathbf{w} \cdot \nabla_w \left(\frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial t_w} \left(\frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) + \frac{D}{Dt} \left(\frac{u^2}{2} \right) - \frac{Dh}{Dt} \end{aligned} \quad [4.99]$$

Teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} \mathbf{c} \cdot \frac{D\mathbf{c}}{Dt} &= \mathbf{c} \cdot \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} + \frac{1}{2} \mathbf{c} \cdot \nabla c^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial c^2}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \nabla c^2 \right) \\ \mathbf{w} \cdot \frac{D\mathbf{w}}{Dt} &= \frac{1}{2} \frac{Dw^2}{Dt} \end{aligned} \quad [4.100]$$

y que:

$$\frac{Di}{Dt} = \frac{Dh}{Dt} - \frac{D}{Dt} \left(\frac{u^2}{2} - \frac{w^2}{2} \right) \quad [4.101]$$



las ecuaciones [4.99] pueden escribirse de la forma:

$$\begin{aligned}\frac{Dh_0}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial t_c} \left(\frac{p}{\rho} \right) \\ \frac{Di}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial t_w} \left(\frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right)\end{aligned}\quad [4.102]$$

La primera de estas ecuaciones indica que la variación de la entalpía de remanso de la partícula en un flujo isentrópico es igual a la variación temporal de la presión del flujo absoluto. Evidentemente, la entalpía de remanso se mantiene constante si el flujo es permanente, y este no puede serlo en el rotor porque en él el fluido incrementa h_0 .⁴³ La segunda ecuación postula la constancia de la roalpía de la partícula fluida en el rotor cuando el régimen es isentrópico y permanente en términos relativos. En otras palabras, cuando el rotor no gira y $u=0$, o cuando lo hace a velocidad constante, ambas condiciones coinciden.⁴⁴

El procedimiento de análisis en coordenadas intrínsecas consiste en proyectar las ecuaciones [4.97] con respecto a dichas direcciones, teniendo en cuenta su carácter vectorial. Algunas de las conclusiones que se extraen de este análisis vienen a confirmar las anteriores pero, aun así, es interesante presentarlas por separado porque permiten visualizar la evolución de las variables fluidas en otras direcciones. El resultado podrá después relacionarse con las ecuaciones [4.70] y [4.87] utilizando la geometría del flujo, en principio determinada por los ángulos α y β que definen la dirección de las corrientes absoluta y relativa.⁴⁵

La proyección según la dirección de la línea de corriente absoluta $\{s_c\}$ de la primera de las ecuaciones [4.97] es:

$$\frac{\partial c}{\partial t_c} = T \frac{\partial s}{\partial s_c} - \frac{\partial h_0}{\partial s_c} \quad [4.103]$$

Por tanto, aunque el flujo sea homentrópico en el interior del rotor y el primer término de la derecha se anule, la entalpía de remanso cambia en $\{s_c\}$ como consecuencia de la no estacionariedad del flujo. En cambio, el flujo isentrópico estacionario a través de una cascada fija de álabes o de un conducto sin ellos mantiene la entalpía de remanso a lo largo de la línea de corriente.

Haciendo lo propio con la ecuación en coordenadas relativas, se obtiene:

$$\frac{\partial w}{\partial t_w} = T \frac{\partial s}{\partial s_w} - \frac{\partial i}{\partial s_w} \quad [4.104]$$

de modo que, para que la roalpía se mantenga constante en $\{s_w\}$, es suficiente que el flujo relativo estacionario sea isentrópico.⁴⁶

En términos de presión, la ecuación anterior en este supuesto se escribe, con [4.96], de la forma:



$$\frac{\partial i}{\partial s_w} = \frac{\partial}{\partial s_w} \left(\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} \right) = 0 \quad [4.105]$$

y con [4.95]:

$$\frac{\partial h_0}{\partial s_w} - \frac{\partial}{\partial s_w} \left(\frac{c^2}{2} + \frac{u^2}{2} - \frac{w^2}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial s_w} \left(\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} \right) = 0 \quad [4.106]$$

de donde:

$$\frac{\partial h_0}{\partial s_w} = \frac{\partial}{\partial s_w} \left(\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} \right) \quad [4.107]$$

Este resultado se aplica a una línea de corriente relativa y, en este sentido, coincide con lo predicho con la teoría unidimensional en el caso isentrópico.

La proyección según la dirección normal a la línea de corriente de las ecuaciones [4.97] conduce al siguiente resultado:

$$\begin{aligned} (\mathbf{\Omega}_c \wedge \mathbf{c}) \cdot \mathbf{n}_c &= T \frac{\partial s}{\partial n_c} - \frac{\partial h_0}{\partial n_c} \\ (\mathbf{\Omega}_c \wedge \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}_w &= T \frac{\partial s}{\partial n_w} - \frac{\partial i}{\partial n_w} \end{aligned} \quad [4.108]$$

y, como consecuencia, en el interior del rotor la entalpía de remanso es constante en dirección normal solo cuando el flujo es homentrópico e irrotacional,⁴⁷ o bien $\mathbf{\Omega}_c = \Omega_s \mathbf{s}_c$. Reduciendo el análisis al caso en que la vorticidad de entrada solo tenga componente axial, $\Omega_{c,z}$, estas ecuaciones muestran que la no uniformidad de h_0 e i en dirección normal ha de ser más acentuada en los rotores radiales que en los axiales, pues en los primeros el flujo es prácticamente perpendicular a $\mathbf{z}$, mientras que en los segundos transcurre de forma casi paralela.⁴⁸ Como caso particular de movimiento homentrópico a través de una cascada axial de álabes, h_0 e i se mantienen en dirección normal en el flujo bidimensional con equilibrio radial cuando la vorticidad absoluta solo tiene componente axial, $\Omega_{c,z}$, pues entonces los vectores $\mathbf{\Omega}_c \wedge \mathbf{c}$ y $\mathbf{\Omega}_c \wedge \mathbf{w}$ son perpendiculares a $\mathbf{n}_i$ y su producto escalar es nulo.

Las ecuaciones [4.108], en un rotor radial en que el flujo sea homentrópico y pueda despreciarse la componente axial de la velocidad, se escriben en función de la presión como:

$$\begin{aligned} -c\Omega_{c,z} &= \frac{\partial h_0}{\partial n_c} = \frac{\partial}{\partial n_c} \left(\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} \right) \\ -w\Omega_{c,z} &= \frac{\partial i}{\partial n_w} = \frac{\partial}{\partial n_w} \left(\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} \right) \end{aligned} \quad [4.109]$$

La primera de estas ecuaciones ya se había introducido en [2.99], pues, en este caso, $\Omega_b = \Omega_{c,z}$. La segunda de [4.109], cuando el flujo de entrada sea irrotacional, puede escribirse como:⁴⁹



$$\frac{\partial}{\partial n_w} \left(\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} \right) = 0 \quad [4.110]$$

que es la misma ecuación [4.105] pero en dirección normal.⁵⁰ Teniendo en cuenta [4.85] y la definición de la vorticidad en términos relativos [2.98], la forma más general de la segunda ecuación de [4.109] es:⁵¹

$$-w \left(2\omega + \frac{w}{R} - \frac{\partial w}{\partial n_w} \right) = \frac{\partial}{\partial n_w} \left(\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} \right) \quad [4.111]$$

donde R es el radio de curvatura de la línea de corriente relativa. Esta ecuación, arreglada, conduce a:

$$\frac{\partial}{\partial n_w} \left(\frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) + 2\omega w + \frac{w^2}{R} = 0 \quad [4.112]$$

y es válida aun cuando la vorticidad absoluta de entrada no sea nula. Esta ecuación, junto con la [4.105], son las dos ecuaciones en coordenadas intrínsecas para el movimiento bidimensional relativo en un rotor radial.

Las ecuaciones [4.108] también muestran que la presencia de vorticidad a la entrada del rotor condiciona la uniformidad del flujo isentrópico en su interior (sobre cualquier dirección que no sea $\{s_w\}$) y hace que las líneas de corriente relativas tengan energías distintas. Esto es, según [4.105], se cumple:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} = C(n_w) \quad [4.113]$$

donde $C(n_w)$ es una constante que solo será común a todas las líneas de corriente cuando el flujo sea irrotacional a la entrada y en el flujo de Beltrami. Integrando [4.105] y [4.107] a lo largo de una línea de corriente relativa, resulta:

$$h_{02} - h_{01} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \quad [4.114]$$

En resumen, la ecuación de Bernoulli generalizada [4.25] es la ecuación de la energía mecánica en el caso ideal unidimensional o sobre una línea de corriente para un sistema de referencia ligado al suelo, con respecto al cual se observa que el rotor realiza un trabajo sobre el fluido de valor: $Y_{t,\infty} = h_{02} - h_{01}$. El trabajo comunicado por el rotor por unidad de masa, $-w$, de [3.5], coincide con Y_t cuando se tiene en cuenta la no uniformidad del flujo en dirección normal, y solo lo hará con $Y_{t,\infty}$ cuando se pueda garantizar esta uniformidad.⁵²



4.3.4. Equilibrio radial en un rotor axial

En este apartado, se analizan las consecuencias de asumir la hipótesis de equilibrio radial sobre un rotor axial, según la cual $c_r = w_r = 0$. El primer resultado evidente de esta hipótesis es que las superficies de corriente en el rotor pasan a ser bidimensionales y perpendiculares a la dirección radial, $\mathbf{r}$.

La hipótesis de equilibrio radial en un rotor axial se escribe [4.78] o [4.91]. Para revelar cómo afecta esta condición al resto de variables, pueden utilizarse sin problemas las ecuaciones [4.97] proyectadas en dirección radial. Un procedimiento alternativo parte de la definición de la entalpía de remanso en este caso, que es:

$$h_0 = h + \frac{1}{2}(c_u^2 + c_z^2) \quad [4.115]$$

cuya variación con el radio resulta ser:

$$\frac{\partial h_0}{\partial r} = T \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + c_u \frac{\partial c_u}{\partial r} + c_z \frac{\partial c_z}{\partial r} \quad [4.116]$$

Utilizando [4.78] y agrupando términos, se llega a:

$$\frac{\partial h_0}{\partial r} = T \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{c_u}{r} \frac{\partial (rc_u)}{\partial r} + c_z \frac{\partial c_z}{\partial r} \quad [4.117]$$

relación que habitualmente se conoce con la sigla NISRE (*Non-Isentropic Simple Radial Equilibrium*) y que se utiliza en la fase de diseño directo o inverso de un rotor.⁵³

Cuando la entropía no varía en dirección radial y la entalpía de remanso es uniforme a la entrada (situaciones analizadas anteriormente), la condición de entalpía uniforme a la salida implica que la energía comunicada es la misma en cada superficie de corriente. Por tanto, para que exista equilibrio radial en estas condiciones, se ha de verificar:

$$\frac{c_u}{r} \frac{\partial (rc_u)}{\partial r} + c_z \frac{\partial c_z}{\partial r} = 0 \quad [4.118]$$

Esta ecuación muestra cómo se relacionan entre sí ambas distribuciones en el interior del rotor, en particular en las secciones de entrada y salida, y concede cierta capacidad de adaptación del diseño a las condiciones de funcionamiento de la máquina. Si, a la entrada de la cascada de álabes, la velocidad axial es uniforme en dirección radial y se quiere mantener la hipótesis de movimiento bidimensional, entonces también lo será por continuidad a la salida y, en consecuencia, la condición de equilibrio radial en un rotor axial con una distribución uniforme de energía con el radio conduce a un flujo en vórtice libre con velocidad axial (o meridiana) uniforme a la salida. En este caso, la rotalpia también es uniforme en r , ya que, siendo $c_u = C/r$, se tiene:

$$\frac{\partial i}{\partial r} = \frac{\partial h_0}{\partial r} - \frac{\partial (uc_u)}{\partial r} = -\frac{\partial (\omega C)}{\partial r} = 0 \quad [4.119]$$



Esto mismo se deduce de la ecuación [4.97], proyectada en dirección radial. Obsérvese de [4.76] que el equilibrio radial con energía y velocidad axial uniformes en r anula las componentes $\Omega_{c,\theta}$ y $\Omega_{c,z}$ de la vorticidad (salvo compensación mutua de los términos de [4.118], situación poco probable en la práctica), de modo que los productos $(\Omega_{c,r} \wedge c) \cdot \mathbf{r}$ y $(\Omega_{c,r} \wedge w) \cdot \mathbf{r}$ son nulos. Por tanto, la hipótesis de equilibrio radial en el supuesto indicado no se cumple, en general, si el flujo es rotacional en dirección axial a la entrada.

La condición anterior de momento cinético constante a la salida del rotor evidentemente supone un diseño muy concreto de la cascada de álabes. La ecuación [4.28] muestra que, para que se cumpla que Y_t sea uniforme en r , es necesario que el producto $r/lC_L w_\infty$ sea también constante. Puesto que, según los triángulos de velocidades dispuestos en forma radial, la velocidad w_∞ crece en r , es necesario actuar sobre el producto lC_L para que el conjunto se mantenga. Esta es la razón por la que la mayoría de los álabes están torsionados en el sentido de disminuir el ángulo de ataque (y, con ello, disminuir su sustentación) y de que normalmente sean más cortos en la punta que en su raíz.

Las condiciones $\partial\Gamma/\partial r=0$ y $\partial c_z/\partial r=0$ a la salida del rotor no son la única posibilidad de diseño que conduce a $c_r=0$, pero, si se impone una y no la otra, no se obtendrá una distribución uniforme de energía mecánica específica y, si se pretende mantener esto último, entonces no habrá equilibrio radial y aparecerán flujos en dicha dirección en la corriente principal. Como alternativa de diseño opuesta a la condición de vórtice libre irrotacional, se encuentra la de vórtice forzado, según la cual el fluido atraviesa el rotor girando alrededor del eje como un sólido rígido. En este caso, es posible el equilibrio radial con una distribución uniforme de energía, si la velocidad axial cumple la condición (con $c_{2u}=u$ en [4.118]):

$$c_z \frac{\partial c_z}{\partial r} = -2\omega^2 r \quad [4.120]$$

Esta situación no es coherente con la irrotacionalidad a la entrada y el supuesto flujo isentrópico pero, como se muestra en la figura 4.19, tiene ventajas prácticas al reducir la velocidad perimetral del fluido cerca del cubo. En cambio, como también aumentan la velocidad en la punta del álabe y las pérdidas, el diseño de un rotor en vórtice forzado no es habitual, salvo que se ejecute combinado con alguna forma con el vórtice libre. Sendas posibilidades son el diseño exponencial: $c_u=k_1r+k_2/r$, y la alternancia de ambos: forzado desde el cubo hasta un radio intermedio y libre hasta la punta.

Las distribuciones de energía y velocidad que conducen a la condición de equilibrio radial pueden deducirse de la ecuación de la energía [3.2], aplicada entre las secciones de entrada y salida al rotor en el caso que no haya aporte de calor. Cuando el flujo es bidimensional, $c_{1r}=c_{2r}=0$, la velocidad axial media se conserva en las superficies de corriente y $c_{1z}=c_{2z}$, esta ecuación toma la forma:

$$h_{02} - h_{01} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(c_{2u}^2 - c_{1u}^2) \quad [4.121]$$

Partiendo de la condición de equilibrio radial a la salida y que $Y_t=h_{02}-h_{01}=uc_{2u}$ en un rotor axial con entrada sin prerrotación, se obtiene:



$$\frac{\partial Y_t}{\partial r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_2}{\partial r} + c_{2u} \frac{\partial c_{2u}}{\partial r} = \frac{Y_t^2}{\omega^2 r^3} + \left(\frac{Y_t}{\omega^2 r^2} \frac{\partial Y_t}{\partial r} - \frac{Y_t^2}{\omega^2 r^3} \right) \quad [4.122]$$

de donde resulta la ecuación:

$$\frac{\partial Y_t}{\partial r} \left(\frac{Y_t}{u^2} - 1 \right) = 0 \quad [4.123]$$

según la cual, el equilibrio radial también se verifica cuando $Y_t(r) = u^2$, es decir, $c_{2u} = u$ y $w_{2u} = 0$, condición que se corresponde con el vórtice forzado visto anteriormente, pero que no mantendría uniforme la energía específica h_{02} a la salida.⁵⁴ Es importante observar que, en este caso, la condición de vórtice forzado también supone una velocidad axial media constante con el radio, pues, sustituyendo $c_{2u} = u = \omega r$ en [4.117], se tiene:

$$\frac{\partial(\omega^2 r^2)}{\partial r} = \frac{\omega r}{r} \frac{\partial(\omega r^2)}{\partial r} + c_z \frac{\partial c_z}{\partial r} \quad [4.124]$$

y su derivada radial ha de ser nula. El equilibrio radial con vórtice forzado y velocidad axial uniforme implican, en la práctica, diseños de álabes en forma helicoidal.

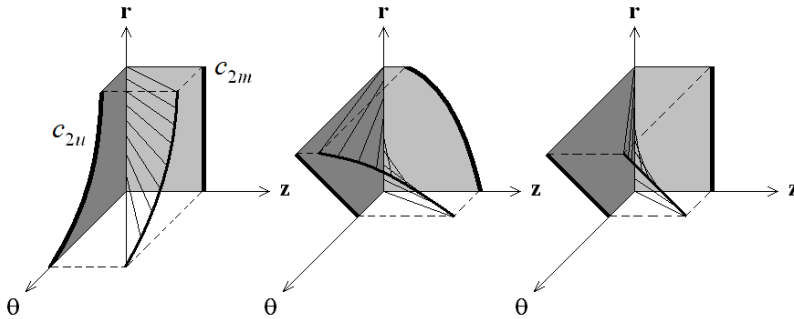


Figura 4.19. Distribuciones de velocidad absoluta en un rotor axial con equilibrio radial desde el cubo a la punta de los álabes. A la izquierda y en el centro, las características de vórtice libre y forzado a energía constante. A la derecha, el vórtice forzado de energía no constante.

En conclusión, la situación de diseño más favorable y, por tanto, la más utilizada es la que implica una distribución uniforme de energía y velocidad axial, y un flujo en forma de vórtice libre a través del rotor. Si, en el diseño de una cascada axial de álabes, se impone equilibrio radial y que c_z sea uniforme, pero no $r_2 c_{2u}$, entonces la energía intercambiada no será uniforme con el radio y se podrán dar condiciones de funcionamiento no estables. Si, en este caso, la entrada fuera en forma de vórtice libre con $r_1 c_{1u} = C_1$ y $c_{1r} = 0$, es decir, de vorticidad axial nula, la energía media comunicada sería el resultado de la operación:

$$\pi(R_p^2 - R_C^2) \bar{Y}_t = 2\pi\omega \int_{R_C}^{R_p} r(r c_{2u}(r) - C_1) dr \quad [4.125]$$

El caudal que atraviesa el rotor cuando la velocidad axial no es uniforme debe calcularse mediante integración, y es:



$$Q_R = 2\pi \int_{R_C}^{R_P} r c_z(r) dr \quad [4.126]$$

Ambos casos implican, normalmente, un proceso de diseño iterativo en el cual se utiliza la ecuación general siguiente:

$$Q_R \bar{Y}_t = 2\pi\omega \int_{R_C}^{R_P} r (r c_{2u}(r) - C_1) c_z(r) dr \quad [4.127]$$

para cerrar el problema. En todas estas ecuaciones, R_C y R_P son los radios del cubo y de la punta de álabe del rotor axial.

Ha de quedar claro que todas las situaciones planteadas en este apartado suponen condiciones de diseño y, por tanto, solo tratan de condicionar la realidad para que el flujo principal tenga unas características particulares acordes al deseo del diseñador. El flujo real nunca será más que una aproximación del flujo de diseño, o al revés, y no solo porque las condiciones reales de trabajo incluyan efectos viscosos no contemplados en este análisis, sino porque el propio análisis excluye partes importantes del problema para hacerlo más amigable, como suponer una vorticidad de entrada nula o un flujo bidireccional. Se ha indicado ya en el texto que el flujo en un rotor axial (o radial) no puede ser axilimétrico porque la circulación se incrementa con z (o r); a continuación, se explica que las superficies de corriente tampoco son estrictamente cilíndricas.

4.4. Introducción al flujo real en un rotor

La teoría desarrollada hasta el momento supone que el flujo es ideal a través de la máquina, por cuanto el elevado número de Reynolds hace posible eliminar los términos viscosos de la ecuación del movimiento y los efectos de la conductividad de la ecuación de la energía. Es incuestionable que la hipótesis de isentropía solo está justificada si el número de Reynolds es elevado y el diseño minimiza los efectos del desprendimiento de las capas límites que se generan sobre las superficies mojadas. En caso contrario, el incremento de entropía se extiende a todo el campo fluido y la entropía media del fluido a la salida es mayor que a la entrada.

También se ha supuesto que el flujo coincidía con el de diseño y que la orientación de los álabes era la óptima para comunicar trabajo. Esto, evidentemente, no es posible en todos los puntos de funcionamiento, ni aun suponiendo fluido ideal, de modo que es de prever que los efectos derivados del desprendimiento de las capas límite y de las pérdidas por choque se acrecienten fuera del punto de diseño y disminuyan el rendimiento de la máquina.⁵⁵ Si la distancia entre los álabes es grande, en comparación con su longitud, y se acepta que no habrá desprendimiento, entonces el efecto de las capas límite sobre la velocidad media del flujo puede incluirse en el diseño sumando su espesor de desplazamiento al grueso de los álabes. Esta aportación reduce el canal potencial exterior y, en general, afecta el campo de presiones, pero continúa siendo un acercamiento incompleto al problema real, al no incluir la aparición de numerosos flujos secundarios debidos a la pérdida de velocidad del fluido en el interior de la capa límite.



El tratamiento analítico clásico acepta que el flujo en un rotor radial es básicamente unidimensional, es decir, $c(r)$ y $w(r)$, y que en los axiales es bidimensional: $c(r,z)$ y $w(r,z)$. En el primer caso, se introduce el coeficiente de disminución del trabajo para dar cuenta de la no uniformidad del flujo en el canal entre álabes. En el segundo, el análisis se centra en superficies de corriente cilíndricas en las que r es constante y para las que incluso se plantea la posibilidad de diseñar rotores capaces de comunicar la misma energía en todas ellas. Por otro lado, se ha visto que la presencia de vorticidad a la entrada de la máquina acarrea gradientes de las variables del fluido no nulos en dirección normal a la línea de corriente, y que el incremento de circulación en los rotores hace imposible que pueda haber simetría axial. Ambas circunstancias tienen lugar aunque el fluido sea ideal y, junto con la presencia de los efectos viscosos, complican el problema al hacerlo tridimensional.

Es obvio que, cuantos más efectos tridimensionales puedan identificarse en el estudio de las turbomáquinas, más fácil será hallar su origen e incorporarlos en la descripción del flujo. Entre los efectos no viscosos más recurrentes, se encuentran los debidos a la no uniformidad de la presión en dirección normal, las fugas y recirculaciones ocasionadas por los gradientes de la presión a ambos lados de los álabes y la no estacionariedad del movimiento en el rotor. Los efectos viscosos en las capas límites son los responsables de la aparición de numerosos flujos secundarios, bien por el defecto de la velocidad en su interior o por la propagación y ampliación de la vorticidad generada aguas arriba.

Este apartado comienza cuantificando el efecto de la asimetría axial debida a la generación de circulación en el rotor y continúa explicando los efectos principales derivados de la existencia de capas límite y vorticidad a la entrada de la máquina.

4.4.1. Asimetría axial del flujo relativo

La vorticidad absoluta a la entrada de un rotor puede ser no nula por diferentes causas, algunas de las cuales pueden ser dominadas y otras no. Se recuerda que esta vorticidad viene definida por la ecuación [4.74] y está relacionada con la relativa mediante la [4.85]. La vorticidad relativa que surge en los rotores como consecuencia de la rotación cuando el flujo absoluto es irrotacional, $\Omega_w = -2\omega$, también se denomina *aparente*, por cuanto desaparece cuando el fluido abandona el rotor.

Por norma general, los conductos de entrada a las máquinas son tubulares o de sección troncocónica en los que predomina el movimiento axial. La presencia de capas límite en dichos conductos no genera vorticidad axial, $\Omega_{c,z}$, sino perimetral, $\Omega_{c,\theta}$, la cual además queda restringida a su interior, donde se cumple que $\partial c_z / \partial r$ es diferente de cero. Fuera de las capas límite, el flujo ha de mantenerse irrotacional si se cumplen las condiciones del teorema de Kelvin y se evitan las causas que pueden generar vorticidad de gran escala.⁵⁶ Como la ecuación [4.74] y la discusión posterior revelan que la combinación de un flujo unidireccional y un vórtice libre hacen que $\Omega_{c,z} = 0$, y la vorticidad de tipo radial $\Omega_{c,r}$ solo se presenta en algún tipo extraño de movimiento vorticoso, se puede asumir que, en el flujo principal fuera de las capas límite, la vorticidad absoluta será nula y se mantendrá así en el interior del rotor.

Con este supuesto, la ecuación [4.85] y la [4.88] combinadas permiten deducir importantes relaciones entre las componentes de la velocidad relativa dentro del rotor. Como se ha de cumplir la identidad vectorial:



$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial w_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial(rw_u)}{\partial z} \right) \mathbf{r} + \left(\frac{\partial w_r}{\partial z} - \frac{\partial w_z}{\partial r} \right) \boldsymbol{\varphi} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rw_u)}{\partial r} - \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} \right) \mathbf{z} = -2\omega \mathbf{z} \quad [4.128]$$

y, según los triángulos de velocidades, es $c_u = w_u + \omega r$, se deduce:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_z}{\partial \varphi} &= \frac{\partial(rw_u)}{\partial z} = \frac{1}{\omega} \frac{\partial(uc_u)}{\partial z} \\ \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} &= 2\omega r + \frac{\partial(rw_u)}{\partial r} = \frac{1}{\omega} \frac{\partial(uc_u)}{\partial r} \end{aligned} \quad [4.129]$$

Estas ecuaciones pueden aplicarse tanto a un rotor axial como radial. En el primer caso, la circulación se incrementa fundamentalmente en dirección $\{z\}$, mientras que en el segundo lo hace en dirección $\{r\}$ y, por ello, cada una de estas ecuaciones indica qué velocidad no es uniforme en la dirección perimetral $\{\varphi\}$ para cada tipo de rotor. De forma recíproca, en un rotor axial, la segunda ecuación es una identidad nula si existe equilibrio radial y la energía se distribuye uniformemente entre las superficies de corriente, pero, si esto último no se cumple, entonces w_r no puede ser nula salvo en alguna línea media del flujo entre álabes, cambiando de signo a ambos lados de dicha línea media (obsérvese la evolución de la superficie S_1 de la figura 4.20). Por otro lado, la componente $\Omega_{w,\varphi}$ de la vorticidad relativa enseña que:

$$\frac{\partial w_r}{\partial z} = \frac{\partial w_z}{\partial r} \quad [4.130]$$

por lo cual ha de existir gradiente de velocidad radial en dirección $\{z\}$, si la velocidad axial no es uniforme en $\{r\}$, lo cual también invalida la hipótesis de equilibrio radial.⁵⁷

Aunque las componentes radial y axial de la velocidad relativa sean constantes en el rotor axial diseñado con equilibrio radial, no lo puede ser la componente perimetral y tampoco el módulo de la velocidad relativa. La variación perimetral de la velocidad relativa en el canal de paso de un rotor axial depende de la curvatura de los álabes y de su solidez, y va desde un máximo en la cara de succión de un álabe hasta el mínimo que se encuentra en la cara de presión del siguiente. Esta relación no es estrictamente lineal, pero si se acepta que w_u es constante en $\{\varphi\}$ y $w_r = 0$, se verá a continuación que la primera ecuación de [4.129] la relaciona con el ritmo de crecimiento de la circulación en los álabes. En cuanto a la variación radial del módulo de la velocidad relativa, combinando adecuadamente las ecuaciones [4.95], [4.116] y [4.119] en el supuesto de equilibrio radial con vórtice libre se llega a establecer la relación:

$$\frac{1}{2} \frac{dw^2}{dr} = \frac{1}{r} (u^2 - c_u^2) = \omega^2 r - \frac{C^2}{r^3} \quad [4.131]$$

y, puesto que en general $u > c_u$, el módulo de la velocidad relativa y w_u crecen con el radio. Además, como u crece con r pero c_u decrece en equilibrio radial al ser $c_u = C/r$, el ritmo de crecimiento de la velocidad relativa aumenta a radios mayores.

Se obtiene una buena aproximación del gradiente $\partial w_z / \partial \varphi$ teórico en un rotor axial si se admite que $\partial(uc_u) / \partial z$ es constante a lo largo del canal. Utilizando la definición [4.28] de Y_l en la primera de [4.129], se tiene que:



$$\frac{\partial w_z}{\partial \varphi} = \frac{1}{\omega} \frac{Y_t}{l \sin \gamma} = \frac{1}{2} C_L \frac{r}{t} \frac{w_\infty}{\sin \gamma} \quad [4.132]$$

donde γ es el ángulo de calado del álabe. Como $t = 2\pi r/z$, $c_m = w_\infty \sin \beta_\infty$, y el ángulo de calado no es muy diferente de β_∞ (v. figura 4.4, de donde $\gamma = \beta_\infty + \alpha$), se llega a:

$$\frac{\partial w_z}{\partial \varphi} = \frac{z}{2\pi} \frac{1}{2 \sin \gamma \sin \beta_\infty} C_L c_m \approx \frac{z}{2\pi} \frac{1}{(1 - \cos 2\gamma)} C_L c_m \quad [4.133]$$

y, por tanto, el orden de la variación aproximada de la velocidad axial relativa (entre dos álabes) con respecto a la meridional viene dada por:

$$O\left(\frac{\Delta w_z}{c_m}\right) \approx O(C_L) = 1 \quad [4.134]$$

Esta ecuación pone de manifiesto que, en general, la variación de la velocidad relativa en dirección $\{z\}$ es del mismo orden que la velocidad meridional e independiente del número de álabes.⁵⁸

Haciendo lo propio en el caso de un rotor radial, se tiene, con [4.36] y la segunda de [4.129]:

$$\frac{\partial w_r}{\partial \varphi} = \frac{1}{\omega} \frac{Y_{t,\infty}}{r_2 - r_1} = \omega \frac{r_2^2}{r_2 - r_1} \psi \quad [4.135]$$

Suponiendo que $r_2/r_1 \approx 2$ y que $\psi \approx 1/2$, esta expresión se simplifica a la forma:

$$\frac{\partial w_r}{\partial \varphi} = \omega \frac{r_2}{r_1} \frac{r_2}{\frac{r_2}{r_1} - 1} \psi \approx \omega r_2 \quad [4.136]$$

y el orden de magnitud de la variación de la velocidad radial con respecto a la perimetral es:⁵⁹

$$O\left(\frac{\Delta w_r}{u_2}\right) \approx \frac{2\pi}{z} \quad [4.137]$$

nula si el número de álabes es infinito y aproximadamente la unidad, en la práctica.

Comparando las ecuaciones [4.134] y [4.137] entre ellas, resulta:

$$O\left(\frac{\Delta w_z}{\Delta w_r}\right) \approx \frac{c_m}{u_2} \quad [4.138]$$

de donde se deduce que la variación de la velocidad axial, en un rotor axial, con respecto a la variación de la velocidad radial, en un rotor radial que tenga la misma velocidad periférica, es del orden del coeficiente de velocidad de la máquina axial, ϕ , evaluado en r_2 , donde es mínimo (y, en cualquier caso, inferior a la unidad).

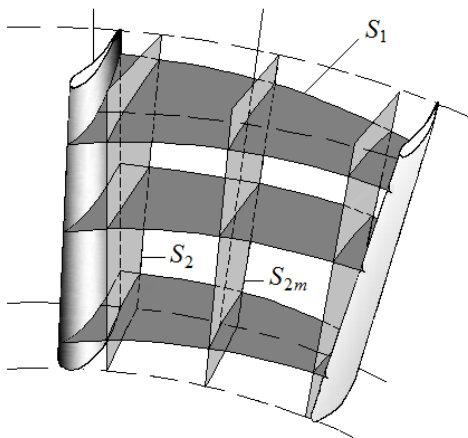


Las variaciones de las velocidades axial y radial en dirección perimetral estimadas en este apartado son las teóricas y sirven para justificar que no se utilice el parámetro e_z en las bombas axiales.⁶⁰ Como se verá más adelante cuando se explique el flujo real viscoso en los rodets de las bombas radiales, las capas límite que se desarrollan a ambos lados de los álabes reducen esta diferencia, de modo que la variación de la presión en el canal entre álabes es inferior a la teórica y se disminuye la capacidad de comunicar par por el álabe.

4.4.2. Superficies generalizadas de corriente

Para dar cuenta, de forma sencilla, del flujo tridimensional estacionario a través de un rotor, tanto en el caso en que la entrada es rotacional como irrotacional, se puede plantear el estudio del flujo bidimensional en dos clases distintas de superficies de corriente relativas. La elección de estas superficies se hace de forma que su intersección con el plano z forme un arco circular en un caso y una línea radial en el otro. El flujo tridimensional puede ser descrito con cuantas superficies se requiera en función de la precisión buscada, teniendo en cuenta que sus velocidades características están relacionadas entre sí y han de ser compatibles con la ecuación de continuidad $\nabla \cdot \mathbf{w} = 0$. Estas superficies, denominadas S_1 y S_2 , respectivamente, se muestran en la figura 4.20 para un rotor axial.

Figura 4.20.
Superficies generalizadas S_1 y S_2 en un rotor axial.



La superficie S_1 puede ser considerada una superficie de revolución en un rotor axial si la vorticidad absoluta del flujo a la entrada es pequeña y los álabes han sido diseñados para proporcionar triángulos de velocidades en forma de vórtice libre (condiciones de diseño en equilibrio radial). Si la experiencia enseña que esto no es así y las velocidades experimentan cambios importantes en la dirección radial, entonces es más satisfactorio considerar que la línea media de estas superficies es un arco de circunferencia y que la asimetría se presenta de forma equitativa a ambos lados de dicha línea, aguas arriba y aguas abajo, torsionando la superficie tal como se observa en la figura (con la w_r positiva en la superficie de succión a partir de la línea media). Con respecto a las superficies S_2 , es evidente que la más importante de ellas es la situada a media distancia entre dos álabes, S_{2m} , de forma que el caudal se distribuya a partes iguales a ambos lados de la misma.



Las coordenadas de estas superficies cumplen la relación $S_i(r, \varphi, z) = 0$ y sus diferencias vienen descritas por:

$$\frac{\partial S_i}{\partial r} dr + \frac{\partial S_i}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial S_i}{\partial z} dz = 0 \quad [4.139]$$

Considerando un vector normal a la superficie de componentes: $\mathbf{n} = n_r \mathbf{r} + n_\varphi \boldsymbol{\varphi} + n_z \mathbf{z}$, de forma que $\mathbf{n} \cdot \mathbf{w} = 0$, es fácil comprobar que se cumple:

$$\begin{aligned} n_r w_r + n_\varphi w_\varphi + n_z w_z &= 0 \\ n_r dr + n_\varphi r d\varphi + n_z dz &= 0 \end{aligned} \quad [4.140]$$

En la descripción del flujo en las superficies S_i de un rotor axial, es conveniente describir la coordenada r en función de las otras dos, pues estas superficies no difieren mucho de superficies de revolución. De esta forma, cualquier magnitud q del flujo puede suponerse una función del tipo $q(r(\varphi, z), \varphi, z)$.

Utilizando la segunda ecuación [4.140], la variación de dicha propiedad en un plano z constante es:

$$dq_z = \left(\frac{\partial q}{\partial \varphi} - r \frac{n_\varphi}{n_r} \frac{\partial q}{\partial r} \right) d\varphi_z \quad [4.141]$$

y, cuando se mantiene el ángulo φ constante.⁶¹

$$dq_\varphi = \left(\frac{\partial q}{\partial z} - \frac{n_z}{n_r} \frac{\partial q}{\partial r} \right) dz_\varphi \quad [4.142]$$

Estas ecuaciones, combinadas con la primera de [4.140], permiten escribir (en flujo estacionario):

$$\frac{Dq}{Dt} = \frac{w_u}{r} \left[\frac{\partial q}{\partial \varphi} \right]_z + w_z \left[\frac{\partial q}{\partial z} \right]_\varphi \quad [4.143]$$

que puede relacionarse con [4.102], o cualquier otra derivada sustancial del flujo.

En el caso de un rotor radial, la variación de la magnitud q en S_i se describe mejor de la forma $q(r, \varphi, z(r, \varphi))$, y el desarrollo anterior conduce a:

$$\begin{aligned} dq_\varphi &= \left(\frac{\partial q}{\partial r} - \frac{n_r}{n_z} \frac{\partial q}{\partial z} \right) dr_\varphi \\ dq_r &= \left(\frac{\partial q}{\partial \varphi} - r \frac{n_\varphi}{n_z} \frac{\partial q}{\partial z} \right) d\varphi_r \\ \frac{Dq}{Dt} &= w_r \left[\frac{\partial q}{\partial r} \right]_\varphi + \frac{w_u}{r} \left[\frac{\partial q}{\partial \varphi} \right]_r \end{aligned} \quad [4.144]$$



Estas ecuaciones muestran que, para la determinación del flujo en la sección S_1 , se requiere conocer la variación radial de la magnitud q . Esta variación puede calcularse siguiendo el flujo en las superficies de corriente de segunda clase, S_2 , para las cuales la magnitud q se describe de la forma $q(r, \varphi(r, z), z)$, y las relaciones anteriores se escriben:

$$\begin{aligned} dq_z &= \left(\frac{\partial q}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{n_r}{n_u} \frac{\partial q}{\partial \varphi} \right) dr_z \\ dq_r &= \left(\frac{\partial q}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{n_z}{n_u} \frac{\partial q}{\partial \varphi} \right) dz_r \\ \frac{Dq}{Dt} &= w_r \left[\frac{\partial q}{\partial r} \right]_z + w_z \left[\frac{\partial q}{\partial z} \right]_r \end{aligned} \quad [4.145]$$

Todas estas ecuaciones, combinadas con las de apartados anteriores, permiten describir el flujo tridimensional de forma aproximada y pueden ser complementadas con métodos numéricos. En cualquier caso, hasta ahora se ha supuesto que los efectos viscosos son despreciables, lo cual se sabe que no es cierto en la vecindad de los contornos, sean estos fijos o móviles, donde se genera vorticidad que es transportada (y ampliada en presencia de viscosidad) por el flujo y forma multitud de flujos secundarios.

4.4.3. Flujos secundarios en un rotor axial

La introducción de los efectos viscosos asociados a la presencia de las capas límite sobre los contornos no solo impone una disminución del rendimiento de la máquina al disminuir las prestaciones aerodinámicas de los perfiles, sino que también supone un mecanismo de generación de vorticidad que desencadena la aparición de diversos flujos secundarios. Estos flujos secundarios aparecen mayoritariamente en dirección perpendicular al flujo principal y no pueden aislarse unos de otros pues interaccionan entre sí y con la corriente principal. Esta circunstancia complica el análisis, pues a menudo dos efectos pueden contraponerse y desaparecer o amplificar un tercero.

El flujo real es de naturaleza tridimensional y no estacionaria. En este apartado, se explican la naturaleza y el origen de los flujos secundarios principales que aparecen en un rotor axial, pero no su interacción, para lo cual se anima al lector a que consulte artículos técnicos especializados. La característica que define mejor la tridimensionalidad del flujo en el rotor axial es el fenómeno de alabeo o torsión de las superficies de corriente S_1 , conocido como *warping*. Los desprendimientos y flujos secundarios debidos a la rotación son los causantes de este alabeo, lo cual invalida claramente la teoría bidimensional y también explica el aumento de entropía total. Además, estos flujos evidentemente se agravan cuando el rotor trabaja fuera de las condiciones nominales o aparecen fenómenos no estacionarios, como el desprendimiento rotativo, que se explica más adelante.

La teoría clásica se centra en la naturaleza de los flujos secundarios que aparecen por la convección de la vorticidad de entrada, Ω_1 , como consecuencia de la deflexión de la corriente a su paso por la corona de álabes (figura 4.21). Puesto que, en el flujo ideal, potencial e isentrópico, la vorticidad solo puede ser transportada, la ecuación [2.36] para fluido incompresible muestra que, en el canal divergente de una bomba o ventilador



axial, la vorticidad ha de decrecer pues la circulación se mantiene. En presencia de viscosidad, no obstante, esto no tiene por qué ser así, pues la vorticidad puede difundirse y realimentarse combinando la deflexión de la corriente y la vorticidad generada en las capas límite. En general, el transporte de la vorticidad más este efecto dan lugar a dos vórtices principales en la dirección del flujo, Ω_s , en cubo y punta, que giran en sentido contrario y dividen el flujo de salida en dos. Aunque este fenómeno suele ser el más importante de todos porque se manifiesta en todo el canal, ha de superponerse a los flujos secundarios que aparecen por la presencia de capas límite internas y otros que se explican a continuación.

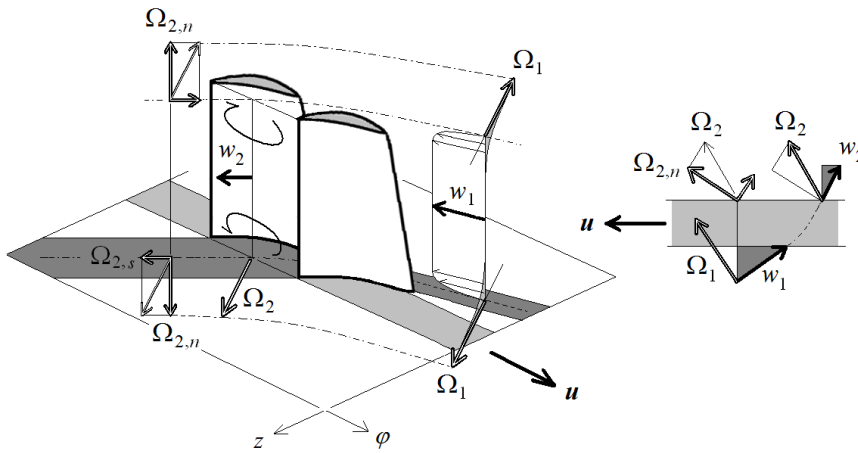


Figura 4.21. Visualización del flujo secundario principal causado por la deflexión de la vorticidad. Se muestra también el perfil de velocidad a la entrada (supuesta uniforme, salvo por las capas límites, donde existe vorticidad normal al flujo, $\Omega_1 = \Omega_{c,\phi}$). El vector vorticidad Ω_1 es transportado por el fluido en el supuesto ideal y disminuye en magnitud por la expansión que experimenta el flujo relativo en el canal divergente formado por los álabes. Sin esta expansión y en ausencia de viscosidad, se tendría $\Omega_1 = \Omega_2$. En presencia de viscosidad, Ω_2 puede ser mayor que Ω_1 , pero no sería perpendicular al flujo de salida en cualquier caso. Esta deflexión hace aparecer una componente longitudinal, $\Omega_{2,s}$, de signo opuesto en cubo y punta, que dividen el flujo en dos vórtices principales (el del cubo siempre gira en sentido contrario a la rotación). A la derecha, se muestra la evolución de la vorticidad en el cubo. Todos los vectores vorticidad de la figura se encuentran en planos $\{\phi z\}$.

En el supuesto de equilibrio radial ha de verificarse la ecuación [4.91], que también puede escribirse en función de los módulos de las velocidades de la siguiente forma (ténase en cuenta que w_u tiene sentido contrario a u):

$$\frac{\partial p}{\partial r} - \left(\rho \frac{w_u^2 + u^2}{r} - 2\rho \frac{uw_u}{r} \right) = 0 \quad [4.146]$$

Esta ecuación muestra que, en el movimiento medio estacionario a través del canal, el gradiente de presión en dirección radial es equilibrado por las fuerzas centrífugas (el primer sumando del paréntesis de [4.146]) y las centrípetas (el término de Coriolis) por unidad de volumen. Es un resultado conocido de la mecánica de fluidos que el gradiente de la presión en dirección normal a la capa límite es pequeño, de modo que el gradiente de [4.146] se observa también en el interior de las capas límite que progresan sobre las caras laterales de los álabes. Ahora bien, como la velocidad w_u es inferior en el interior de la capa límite pero la velocidad de arrastre se mantiene y, en conjunto, las fuerzas que dependen de w_u son menores,⁶² la expresión anterior indica que en la capa límite ha de ser (con velocidades referidas a la capa límite):

$$\frac{\partial p}{\partial r} - \rho \left(\frac{w_u^2 + u^2}{r} - 2 \frac{uw_u}{r} \right) > 0 \quad [4.147]$$



por lo cual existe un exceso de gradiente de presión radial que, evidentemente, ha de ser compensado por algún otro efecto. Esto, en la práctica, conduce a la aparición de velocidad w_r en la vecindad de las paredes de los álabes y en sentido ascendente, lo cual aumenta la fuerza centrípeta y el rozamiento, y restituye el equilibrio de fuerzas. La curvatura de las líneas de corriente hacia la punta de los álabes debida a este fenómeno es conocida con el nombre de *barrido*, pues barren literalmente la superficie de los álabes en dirección radial.

En las superficies del cubo (y de la carcasa exterior, en los rotores cerrados), también se desarrollan capas límite en las que, en general, u es constante (o nula). En dirección normal a las líneas de corriente fuera de estas capas límite se ha de cumplir [4.110], lo cual da lugar a la diferencia de presión entre ambas caras del álabe. Como la energía cinética relativa es menor en la capa límite y el gradiente externo de la presión se percibe en su interior como propio, resulta que, en ellas, la condición [4.110] se escribe (téngase presente ahora que la presión disminuye en dirección normal):

$$\frac{\partial p}{\partial n_w} + \rho w \frac{\partial w}{\partial n_w} < 0 \quad [4.148]$$

En esta ocasión, el efecto que compensa el exceso (por negativo) de gradiente de presión no puede ser debido a la velocidad radial, por cuanto el contorno inhibe, en gran medida, su aparición, ni tampoco a las fuerzas centrífugas o de Coriolis, puesto que estas son perpendiculares (o casi) a la dirección normal. Ante un gradiente de presión en dirección normal superior en módulo al que corresponde a la velocidad relativa en la capa límite, el fluido responde curvando las líneas de corriente para aumentar el término w^2/R de la ecuación [2.95]. Además, el nuevo equilibrio ahora debe alcanzarse con un módulo de la velocidad relativa que es menor cuanto menor es la distancia al contorno,⁶³ de modo que las líneas de corriente se curvan más cuanto menor es w y acaban por dirigir el fluido directamente hacia el álabe (barrido perimetral). Este alabeo del perfil de la velocidad en la base de los álabes transcurre desde la cara de presión hasta la cara de succión situada enfrente, donde por fin se acumula el fluido, y, por continuidad, se produce el levantamiento de la corriente al llegar al álabe. Como resultado adicional, se generan otros flujos secundarios debidos a la aparición de vorticidad radial, $\Omega_{w,r}$, en el interior de la capa límite, y longitudinal, $\Omega_{w,s}$, en las esquinas.⁶⁴

Finalmente, existe un flujo secundario asociado al huelgo de punta y a la diferencia de presión existente entre ambas caras del álabe. Este flujo supone una fuga, que puede ser importante y dominar otros flujos secundarios, y genera un vórtice longitudinal, semejante al que se observa en el extremo de las alas de los aviones, que se denomina *vórtice de punta* (*tip vortex*). Asimismo, cerca de la carcasa de la máquina aparece también una zona de interferencia debida a las altas velocidades perimetrales, que induce una recirculación que se contrapone al flujo secundario principal y tiene un carácter intermitente.

A todos estos flujos secundarios, hay que añadir la vorticidad que aparece por la obstrucción que suponen los álabes al flujo principal y también la transportada por este, sea en forma de estelas generadas en etapas anteriores o por efectos de prerrotación. A la entrada de la primera etapa, el flujo llega al menos con vorticidad en dirección perimetral, $\Omega_{c,\theta}$, por la existencia de capas límites en los conductos. Esta vorticidad lleva asociadas consigo unas líneas de vorticidad que se deflectan al encontrarse con los álabes y generan



vórtices longitudinales de herradura, conocidos como *horse-shoe vortices*, que se extienden a ambos lados del perfil (aunque, sobre todo, en el cubo, donde los álabes son más gruesos) y giran en sentido contrario en el interior del canal, barriendo la base de los álabes hacia el interior.

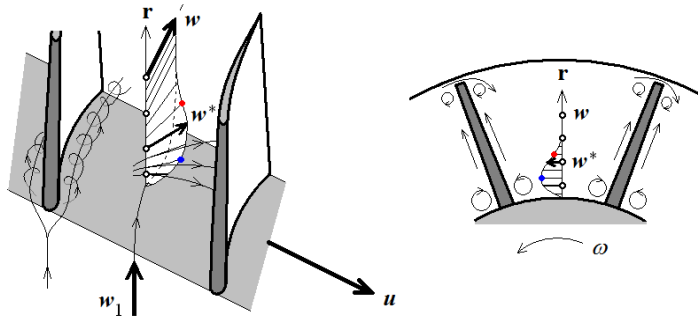


Figura 4.22. Flujos secundarios en un rotor axial (el espesor de la capa límite se ha agrandado por cuestiones de perspectiva gráfica). A la izquierda, se observa la generación de sendos vórtices de herradura y el alabeo de la capa límite del cubo (barrido perimetral). A la derecha, un detalle desde aguas abajo del rotor.

4.4.4. Flujos secundarios en un rotor radial

La teoría potencial (irrotacional) predice la existencia de una vorticidad relativa en el interior del rotor radial de valor $\Omega_w = -2\omega$, cuya interpretación se puede deducir de la figura 4.14 y que da lugar al empleo del coeficiente e_z . En teoría, el perfil de velocidades resultante resulta de la superposición al flujo medio de un flujo secundario que no aporta caudal y que justifica la diferencia de presión a ambos lados del álabe. No obstante, este flujo, que algunos autores denominan *de desplazamiento*, omite la influencia de los efectos viscosos y el efecto que el desarrollo de las capas límite tienen sobre el flujo relativo.

Se ha observado experimentalmente que el flujo en un rotor radial normalmente se desprende de la cara de succión de los álabes en un punto cercano al borde de salida, incluso cuando el rotor funciona en condiciones de diseño. Esto es consecuencia de la incapacidad del fluido de seguir las altas velocidades perimetrales y origina estelas detrás de cada uno de los álabes. Como consecuencia, el flujo debe acelerarse en el resto de la sección meridional, en concreto en la cara de presión de los álabes, resultando un flujo de descarga típico formado por una estructura de chorros-estelas (*jet-wake structure*) como el que se muestra en la figura 4.23. Este efecto se agrava a coeficientes de velocidad bajos, al aumentar el grosor de las estelas y adelantarse el desprendimiento.⁶⁵ Obsérvese que esta estructura contrarresta el efecto del flujo de desplazamiento de la teoría bidimensional y, por tanto, disminuye la capacidad de transmitir par.⁶⁶

Sobre la cara de presión de los álabes también se puede producir desprendimiento de la capa límite. Como el espesor de la capa límite es inferior al radio de curvatura de los álabes, R , puede aceptarse que el flujo en su interior sigue una evolución parecida a la correspondiente a una placa plana. En este caso, debe cumplirse:

$$w^* \frac{\partial w^*}{\partial s_w} + w_n^* \frac{\partial w^*}{\partial n_w} = w \frac{\partial w}{\partial s_w} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 w^*}{\partial n_w^2} \quad [4.149]$$



donde las magnitudes asterisco están referidas al interior de la capa límite y a su corriente. De esta expresión, se deduce que existe riesgo de desprendimiento de la capa límite cuando el movimiento principal es divergente, por lo cual interesa, en general, que w crezca a lo largo del canal entre álabes para favorecer la adherencia del flujo. Por tanto, a caudales pequeños, el peligro de desprendimiento es mayor porque la cantidad de movimiento del fluido es menor, pudiéndose generar a la entrada del rotor una zona de circulación cerrada similar a la característica de caudal nulo. Para caudales elevados, la zona de desprendimiento se atrasa, a la vez que aumentan las velocidades medias en el interior del canal (también se reduce la estructura de chorros-estelas). Ello implica que la diferencia de presión entre ambas caras se reduzca y la capacidad del rodete de transmitir par disminuya.⁶⁷

El remedio para evitar tales desprendimientos pasa por conseguir que la velocidad relativa aumente con el radio y, para ello, según los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida, se puede: disminuir u_1 para una velocidad de rotación determinada, lo cual no es apropiado porque reduce la sección de paso en el conducto de admisión y produce otras pérdidas; disminuir c_{1m} para un u_1 dado, lo cual equivale, para un mismo caudal, a aumentar la sección de entrada; disminuir c_{2u} para un u_2 dado, lo cual reduce la altura comunicada; aumentar c_{2m} , lo cual supone reducir la sección de salida, y aumentar β_2 , lo cual al final resulta desfavorable porque reduce la longitud de los álabes y, de hecho, convierte el canal en divergente (v. figura 4.7). Estas circunstancias conducen a una conclusión que explica por qué la altura de los álabes de un rotor radial es mayor a la entrada que a la salida, es decir, $b_1 > b_2$, y que el flujo en ellos no sea estrictamente radial.

Para concluir este apartado, se explica el flujo secundario que aparece sobre las paredes laterales del rodete. En dirección normal a la línea de corriente relativa, se cumple la ecuación [4.112], que es válida tanto en el interior como en el exterior de la capa límite. Si los álabes tienen una curvatura baja o moderada, el término w^2/R puede despreciarse frente al resto de términos, y en el interior de la capa límite que evoluciona sobre las paredes laterales es (con $w > w^* > 0$):

$$\frac{\partial}{\partial n_w} \left(\frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) + 2\omega w^* < 0 \quad [4.150]$$

Esto significa que las líneas de corriente de la capa límite se desvían siguiendo el gradiente impuesto por la presión externa y la fuerza centrífuga en dirección normal. A diferencia de lo expuesto en el cubo de un rotor axial, aquí la solución no pasa por aumentar la curvatura original de las líneas de corriente relativa, pues ello desviaría el flujo hacia la cara de presión del álabe contra un gradiente de presión adverso. Al contrario, el flujo en las capas límite tiene tendencia a invertir su curvatura hasta hacerse casi radial en la vecindad de la pared, tal como se aprecia en la figura 4.23, y anular así el gradiente combinado de la presión externa y la fuerza centrífuga en dirección normal a su línea de corriente. Este efecto se agrava a medida que nos acercamos a la pared lateral, donde se cumple:

$$\frac{\partial}{\partial n_{w^*}} \left(\frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) + 2\omega w^* = \frac{\partial}{\partial n_{w^*}} \left(\frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2} \right) = 0 \quad [4.151]$$



Como resultado, el engrosamiento de la capa límite en las paredes laterales lleva a la aparición de un flujo secundario, como el que se muestra en la figura siguiente, de tal modo que la velocidad relativa en la capa límite se vuelve perpendicular a u a medida que se hace nula y las líneas de corriente se dirigen hacia la pared de succión de los álabes.

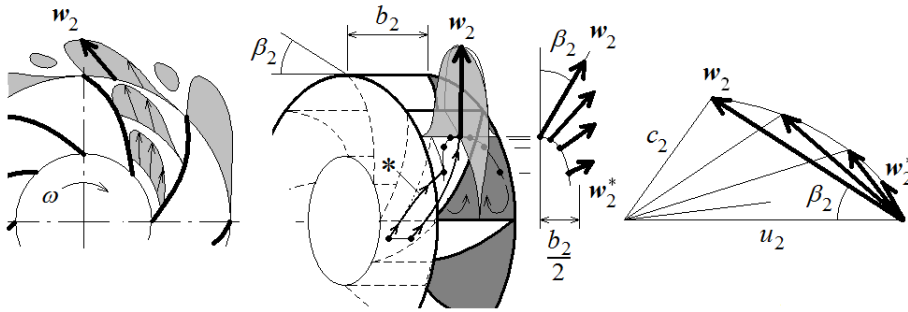


Figura 4.23. A la izquierda, estructura de chorros-estelas observable en la descarga de un rotor radial. En el centro y a la derecha, flujo secundario en las paredes laterales de un rodete centrifugo y evolución del triángulo de velocidades a medida que las líneas de corriente se acercan a la pared y el flujo relativo se convierte en radial.

4.4.5. Condiciones de vorticidad a la entrada

Las condiciones a la entrada de un rotor son de irrotacionalidad si la bomba aspira fluido de un depósito en que el fluido está en calma y se cumplen los supuestos del teorema de Kelvin. No obstante, es posible (y frecuente) que el flujo potencial a la entrada presente una vorticidad no nula, sin que por ello se viole dicho teorema. Además, aun cuando los efectos de la viscosidad se restrinjan al desarrollo de capas límite en los conductos de entrada de la bomba y el flujo potencial exterior sea irrotacional, se ha visto que la vorticidad perimetral existente en las capas límite, $\Omega_{c,\theta}$, induce la aparición de diversos flujos secundarios que afectan el funcionamiento global de la máquina y dan lugar a la gestación de vorticidad en sentido longitudinal.

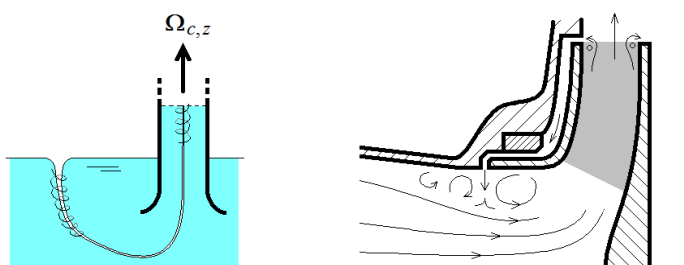
Entre las circunstancias más comunes de generación de vorticidad a la entrada de las máquinas, se encuentran la prerrotación, usualmente asociada a la aparición de gusanos de aire en la aspiración (*air-filled inlet vortex*), y los flujos de retorno (*backflows*). Los primeros aparecen cuando no se respetan las mínimas reglas de sumergencia, mientras que los segundos son producidos por el propio rotor en movimiento al no poder evitar las fugas internas que se derivan hacia la entrada.

La prerrotación tiene su origen en las pequeñas no uniformidades del movimiento a gran escala que se generan en el depósito durante la aspiración. Aunque la vorticidad no pueda difundirse en ausencia de viscosidad, la aceleración del flujo potencial puede amplificar cualquier pequeña vorticidad preexistente en el depósito y hacer que la hipótesis de irrotacionalidad deje de ser válida, ni siquiera como aproximación. La vorticidad se mantiene prácticamente constante hasta el rotor una vez que el flujo alcanza el conducto de aspiración (si es de sección recta constante). Si las condiciones son tales que se genera un gusano de aire como el de la figura 4.24, entonces las bajas presiones del núcleo del gusano arrastran aire consigo y la máquina experimenta en su interior algún tipo de flujo mixto. Estos flujos suponen siempre una reducción drástica de las prestaciones de la

máquina, a la vez que la desequilibran dinámicamente y originan la aparición de vibraciones, ruido y cavitación.

Los flujos de retorno son debidos a la diferencia de presión a ambos lados del rotor. El caudal de recirculación por fugas aparece en la entrada en forma de chorro anular, cuya distancia de penetración aumenta a medida que disminuye el coeficiente de velocidad (y aumenta el de presión). Este efecto puede llegar a suponer la inversión del flujo en un 30% de la sección de entrada y extenderse por difusión aguas arriba hasta que prácticamente toda ella presente una vorticidad no nula. Es evidente que este reflujo afecta la velocidad de incidencia al rotor a cualquier radio, y solo puede evitarse reduciendo al mínimo la recirculación de las fugas internas o incorporando al conducto de entrada de la bomba algún tipo de deflector que evite la distorsión del campo fluido y recupere, en la medida de lo posible, la energía del flujo de retorno.

Figura 4.24. Visualización esquemática de un gusano de aire a la aspiración (izquierda) y del flujo de retorno a la entrada de un rodete centrífugo por fugas internas (derecha).



4.4.6. Flujo no estacionario e inestabilidad

Entre la entrada y la salida del flujo adiabático estacionario a través de una turbomáquina, las condiciones son tales que el trabajo trasferido con el eje puede ser calculado mediante el incremento de la entalpía de remanso media. Por otro lado, aunque el estado global promediado del fluido en el interior del volumen de control no cambie en el curso del tiempo, la ecuación [4.103] y otras vistas en este tema ponen de manifiesto que el estado de las partículas individuales de fluido se ve alterado durante su tránsito. Si no fuera así, se llegaría a una inconsistencia conocida como *paradoja de Dean*, según la cual la máquina sería incapaz de comunicar trabajo.⁶⁸

En el interior de la máquina, por tanto, el flujo ha de ser no estacionario, que no quiere decir inestable, para que pueda cambiar la entalpía de remanso. El campo de presión asociado con los álabes es tal que la presión aumenta desde la superficie de succión a la de presión y se mueve con ellos. Un observador situado en un punto fijo del espacio verifica que la presión varía con el tiempo, de forma que las partículas que pasan a través del rotor acusarían un $\partial p / \partial t$ positivo y, con la ecuación [4.102], un Dh_0 / Dt también positivo. Si se está interesado en el valor promedio de tales cambios, una alternativa es utilizar un sistema de coordenadas fijo a los álabes individuales, en que el flujo es estacionario y se conserva la rotalpia a lo largo de la línea de corriente relativa.

A efectos de considerar los parámetros relevantes del flujo no estacionario, se asocia a su variación temporal en torno a un elemento de la máquina (sea un perfil aerodinámico,



un estátor, un difusor, etc.) una escala de tiempo de valor $1/\omega$; es decir, los cambios significativos transcurren en un tiempo del orden de $1/\omega$. Otra escala temporal a tener en cuenta es la asociada al tiempo de residencia, λ/v , donde λ es la longitud del dominio del flujo y v , la velocidad de fluido. El cambio en las magnitudes locales del flujo durante el paso de la partícula depende de la relación de ambos tiempos, o sea, de una forma del número de Strouhal: $\omega\lambda/v$, denominada en el argot “frecuencia reducida”. El valor de este número adimensional constituye una medida de la importancia relativa de los efectos no estacionarios frente a los efectos cuasiestacionarios. Así, si el número es muy inferior a la unidad, los efectos no estacionarios son pequeños y el flujo es cuasiestacionario, y viceversa. En la tabla 4.1, se muestran las escalas típicas de longitud y tiempo asociadas a las diferentes clases de no estacionariedad del flujo en turbomáquinas.

Causa de no-estacionariedad	Extensión	Tiempo [s]
Turbulencia	$< l$	
Estelas	l	10^{-4}
Interacciones con álabes aguas arriba	l	10^{-4}
Distorsión de entrada	r	10^{-3}
Desprendimiento rotativo	r	10^{-2}
Oscilación de masa	$> r$	10^{-1}

Tabla 4.1. Escalas típicas de longitud y tiempo asociadas a las diferentes clases de no estacionariedad del flujo en turbomáquinas. l es la cuerda del álabe (figura 4.4) y r , el radio de la máquina.

La experiencia confirma que las pérdidas en una máquina son mínimas cuando la distribución de la presión y de la velocidad es uniforme y no se produce choque a la entrada del rotor. Esta situación es ideal, en el sentido que solo se encuentra en el punto de máximo rendimiento cuando el flujo real se aproxima al utilizado para establecer la geometría del rodete en la fase de diseño.

En un sentido amplio, se engloba dentro del término *inestabilidad* un gran número de condiciones desfavorables de funcionamiento en una turbomáquina. Estas condiciones son especialmente frecuentes a carga parcial y se manifiestan en una caída de la curva característica de energía de la máquina y de su rendimiento. Las inestabilidades generan pulsaciones del campo fluido y vibraciones que, bajo determinadas condiciones, pueden ser considerables. La magnitud de la pulsación es función de los mecanismos de ampliación que las afecten y de la coincidencia de alguna de las frecuencias intervinientes entre sí, sea la de la propia inestabilidad, del fluido o de la estructura.⁶⁹

Entre los fenómenos que se relacionan con el funcionamiento inestable, se encuentran la separación del flujo en el canal entre álabes; el desprendimiento rotativo; la aparición de flujo inverso o recirculación, y la existencia de prerrotación a la entrada. Estas inestabilidades ocurren cuando (y son consecuencia de) la pendiente de la curva característica de la máquina resulta positiva, lo cual se debe, en cierta medida, a la presencia de desprendimientos en la corriente. Muchos trabajos experimentales han demostrado que todos estos fenómenos aparecen de forma secuencial y en el orden indicado, pero aún no se ha conseguido predecir, de forma precisa, el inicio del desprendimiento aunque sus causas y efectos sean bien conocidos.

Cuando el caudal de la máquina se reduce por debajo del punto de diseño, la energía cinética del fluido que se acerca al rodete es menor y es más fácil que la corriente se



desvíe hacia zonas de menor presión. El fluido tiende a elegir el camino de menor resistencia dirigiéndose a las superficies de succión (v. figura 4.2) y adquiriendo, con ello, una componente de velocidad adicional en la dirección de la rotación que cambia su ángulo de incidencia. Si la diferencia con las condiciones de diseño es pequeña, esta redistribución del campo de velocidades apenas tiene influencia y puede ignorarse, pero, a partir de un caudal determinado, denominado crítico, aumenta la extensión del torbellino sobre las superficies de los álabes hasta que la corriente se separa de su superficie de succión. En este sentido, este fenómeno es parecido al que se presenta en un ala de avión o en un difusor, pero el hecho de que en un rotor haya varios álabes girando provoca un flujo de características más complejas y axilsimétrico. Además, el desprendimiento se puede extender a otras zonas de la máquina y desencadenar una serie de perturbaciones importantes que disminuyen el rendimiento y provocan ruido y vibraciones. Entre los fenómenos desencadenados por este fenómeno se encuentra el desprendimiento rotativo (*rotating stall*), que se explica a continuación, consistente en el desplazamiento alrededor del rodete y en el sentido de giro de una o más regiones de flujo retardado o invertido que ocupan parte o toda la altura del álabe.

Supóngase la cascada axial de la figura 4.25 a la que se aproxima una corriente no uniforme que ha producido el desprendimiento de la capa límite de la cara de succión del álabe B. Como consecuencia de la disminución del flujo por el canal A-B, la corriente de aproximación al álabe A lo hace con un ángulo de incidencia mayor, lo cual provoca su desprendimiento. Al mismo tiempo, la corriente que se aproxima al álabe C disminuye su ángulo de incidencia y es más estable. De esta manera, la célula inicial A-B, en la que el flujo se puede interpretar bloqueado, se propaga a lo largo de la cascada en la dirección de empuje de los álabes.

Se entiende que el desprendimiento rotativo aparece debido a la incapacidad de la corriente de llenar toda el área que se le ofrece, lo cual reduce el número de álabes activos y justifica la pérdida de energía comunicada. El patrón del deslizamiento es tan variable y depende de tantos factores, que parece improbable que las predicciones teóricas desarrolladas para estimar la velocidad de propagación de las células o su número y longitud, puedan ser suficientemente precisas como para ser utilizadas por los proyectistas (este problema es especialmente delicado en los compresores axiales multietapa). Se sabe que la velocidad de rotación de estas células se encuentra entre el 20 y el 70% de la velocidad de giro del rotor, lo cual no es decir gran cosa, y también que el ángulo de calado es un parámetro muy importante. La caída en desprendimiento es posible a partir del coeficiente de caudal para el cual la curva de presión es horizontal, y es más brusca y profunda cuanto mayor es el calado. La extensión de la zona de inestabilidad en caudal afectada por el desprendimiento rotativo también aumenta con el calado y puede conllevar la aparición de un bucle de histéresis como el que se muestra en la figura adjunta (aunque esto es más frecuente en los compresores que en los ventiladores axiales).

Cuando, en una máquina axial, el caudal se reduce aún más por debajo de la zona de desprendimiento, se produce una nueva distribución del flujo de entrada que origina recirculaciones de entrada y prerrotación. La recirculación consiste en la formación de un volumen toroidal de fluido en rotación en la zona del canal de entrada contiguo a la parte superior de la cascada. Si sigue disminuyendo el caudal una vez iniciada la recirculación, este volumen se intensifica y se extiende hacia el cubo hasta ocupar toda la sección de paso a caudal cero. En este momento, se observan dos volúmenes, uno en la aspiración y otro en la descarga, cuya superficie de contacto divide el ventilador en una zona de alta



presión y otra de baja presión. Esta diferencia de presión y el mantenimiento de estos reflujos son los causantes del elevado consumo de potencia a caudal cero y durante el arranque de la máquina.

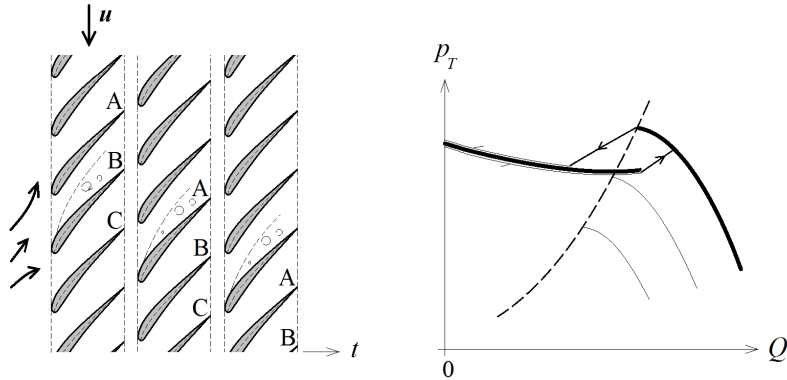


Figura 4.25. Desprendimiento rotativo en una cascada axial de álabes. Las células desprendidas se desplazan en el sentido de avance de la cascada. La línea discontinua del gráfico de la derecha es la línea de desprendimiento. A la izquierda de esta línea, el funcionamiento deja de ser estable. Si, en una instalación, se hace disminuir el caudal aumentando la resistencia del sistema, el inicio del desprendimiento produce una caída brusca de la presión, que se recupera cuando la resistencia disminuye. Se produce histeresis cuando, a la salida del desprendimiento rotativo, no se recupera el punto de entrada.

- ¹ En el caso bidimensional, se demuestra que esta circulación se compensa exactamente con la circulación que se desprende del perfil aislado con la estela.
- ² La teoría unidimensional no puede incluir en su análisis la vorticidad ni justificar la existencia de los flujos secundarios que aparecen en los rotores y que suponen una pérdida de rendimiento. Queda claro que el problema global es tridimensional.
- ³ Este resultado suscita una cierta controversia en las personas no familiarizadas con la mecánica de fluidos: el fluido adquiere momento cinético e incrementa su circulación a lo largo de una línea de corriente, pero el movimiento absoluto en el interior del rotor y tras él seguirá siendo irrotacional si lo era a la entrada y se verifican las condiciones de homotropía y del teorema de Kelvin. En este caso, la partícula de fluido no adquiere rotación, sino que las líneas de corriente se curvan a medida que el flujo progresa dentro del rotor y la circulación incrementa su valor en torno a líneas cerradas concéntricas con el eje. Si el movimiento homentrópico era rotacional a la entrada, la vorticidad solo puede cambiar por estiramiento o acortamiento del vórtice y el movimiento también mantendrá su circulación en cada línea cerrada, si se cumple el teorema de Kelvin. Esta es una diferencia sustancial entre los fluidos y los sólidos rígidos que no ha de ser sobreentendida.
- ⁴ Evidentemente, la viscosidad afectará el campo de velocidades y presiones, pero, si la distribución de velocidades es la misma, esta ecuación indica que el par también lo será. La presión a la entrada y a la salida del rotor no realiza momento alguno, pero su distribución y magnitud también se ven afectadas por la viscosidad y sus efectos. Por otro lado, las fuerzas viscosas sobre las paredes móviles realizan par, pues la curvatura y el espesor de los álabes impiden que se anulen por simetría.
- ⁵ Basta con observar que la densidad sea uniforme en cada una de las secciones.
- ⁶ Entre los cuales destacan la NASA (Estados Unidos), Göttingen (Alemania) y RAF (Reino Unido).
- ⁷ Para los coeficientes C_D y C_L correspondientes al perfil aislado de la figura 4.5, el ángulo de planeo resulta ser: $\lambda^* = \text{tg}^{-1}(7,17/944) = 0,00760$ radianes, y el error al suponer $\lambda^* \approx (7,17/944)$ es tan solo del 0,002%.



-
- ⁸ Más adelante, en 4.3.4, se analizan las condiciones que suponen que haya equilibrio radial en un rotor axial. Este también es el caso de las hélices propulsoras de embarcaciones, en las que el torbellino que sale por su punta es fácilmente observable por la cavitación que produce en el fluido.
- ⁹ El comportamiento de un perfil en un flujo es diferente en una cascada que cuando está aislado y hay pocas soluciones analíticas que relacionen ambos efectos entre sí (existe una aproximación teórica debida a F. Weinig para álabes planos). Por ello, hay que recurrir a la experimentación para calcular los coeficientes de sustentación y arrastre equivalentes en una cascada, en función de parámetros que dependerán, no solo del perfil, sino también de su disposición y número. En adelante, se supondrá que C_L y C_D son los coeficientes correspondientes a la cascada y no al álabe aislado, aunque ambos son prácticamente iguales cuando la relación t/l es mayor a dos, aproximadamente.
- ¹⁰ Todos los ángulos de este desarrollo son del fluido y no de los álabes, salvo indicación expresa en sentido contrario.
- ¹¹ Estas velocidades y las siguientes en 4.2 son definidas positivas en el sentido indicado en la figura 4.6. Más adelante, en 4.3, se utilizará un sistema de coordenadas cilíndrico en que las velocidades serán definidas positivas según el sentido de la base. Igualmente, el sentido positivo de las fuerzas [4.11] es el que se muestra en la figura.
- ¹² No obstante, no debe entenderse que la ecuación de Euler no es válida cuando el número de álabes es finito. En realidad, como se ha obtenido aplicando un principio de conservación integral, también podrá aplicarse a cualquier línea de corriente en función de los ángulos reales del fluido. En principio, cada superficie de corriente implicará una energía comunicada y la total se obtendrá del promedio espacial en la sección transversal.
- ¹³ Se considera que el coeficiente de obstrucción μ_1 de [3.44] es la unidad. La elección final de este ángulo también depende del espesor de los álabes y del giro relativo que el fluido experimenta en el interior del rotor.
- ¹⁴ Esta disertación se ha realizado en términos hidráulicos. La fabricación de rotores centrífugos con ángulos β_1 demasiado pequeños o β_2 demasiado grandes también resulta más complicada y solo se realiza en casos excepcionales.
- ¹⁵ Se supone que $b_1 \tan \beta_1 > b_2 \tan \beta_2$. La ordenada en el origen de [4.34] representa la energía que el rodete comunica al fluido a caudal cero, pero no coincide con [4.26], pues no toda es estática, sino que es justamente el doble porque, en este caso, se cumple que $c_i \equiv u_i$.
- ¹⁶ En realidad, el rotor induce cierta prerrotación (positiva o negativa) a la entrada, tratando de reducir estas pérdidas (aumentando o disminuyendo el ángulo relativo de la velocidad incidente, respectivamente). Véase la figura 4.9.
- ¹⁷ En general, para caudales pequeños en los que las superficies de corriente no son cilíndricas ni en aproximación, y, en particular, a caudal nulo, donde aparecen flujos parásitos recirculantes como consecuencia de la combinación de la fuerza centrífuga y el efecto Coriolis aplicado a la corriente radial generada. Estos flujos son la causa principal del consumo de potencia durante el arranque de la máquina axial.
- ¹⁸ Obsérvese que, si la entrada es radial y $\alpha_1 = 90^\circ$, esta ecuación coincide con [4.36].
- ¹⁹ Las pérdidas no solo afectan el incremento de presión efectivo a través de la cascada, sino también los ángulos de la corriente, por lo que estos ángulos no tienen por qué coincidir con los de [4.45]. Las hipótesis $\alpha_1 = \alpha_4$ y $\alpha_2 = \alpha_3$ se mantienen porque la primera es una condición de diseño y aún se supone que no hay pérdidas entre rotor y estátor.
- ²⁰ En las máquinas axiales, el diseño de la cascada se realiza en términos de sustentación, por lo que es necesario que no haya desprendimiento de la corriente hasta el borde de fuga. En las turbinas, el flujo se acelera en el rotor inhibiéndose la separación de la capa límite. Tampoco se suele aplicar esta corrección en las turbomáquinas térmicas.
- ²¹ En caso contrario, las presiones serían iguales a ambos lados del álabe para un flujo de entrada homentrópico e irrotacional. Esta asimetría axial también está presente, evidentemente, en el rotor axial, pero su efecto es



- menor, por cuanto en estas máquinas la energía Y_t está limitada por la deflexión máxima que se puede dar a la corriente al circular por entre los álabes.
- ²² En algunos casos específicos, se encuentran grados de reacción negativos para los que β_2 es mayor que el $\beta_{2,\max}$ de [4.60] y para los que el rodete absorbe presión de la corriente y la transforma en energía cinética. Esta solución es útil cuando se pretende que el cometido de la bomba sea acelerar el flujo, como ocurre en las bombas de riego, de inyección, etc.
- ²³ Esta situación solo es posible si ambas velocidades se encuentran en cuadrantes distintos (figura 4.17).
- ²⁴ Que el ángulo β_2 decrece con r se deduce de la ecuación [4.32] y de la torsión que han de tener los álabes según la hipótesis de equilibrio radial que se explica en 4.3.4. Por otro lado, la deflexión que puede tener el flujo es mayor en las turbinas que en los compresores, porque en las primeras el fluido se acelera en su interior y el riesgo de desprendimiento se reduce. Esto hace que los álabes de las turbinas de gas puedan tener más curvatura y que sean necesarios menos escalonamientos que en un compresor axial para un mismo salto entálpico.
- ²⁵ Esto no quiere decir que la bomba sea más eficiente sino, al contrario: dado que si el porcentaje de energía estática generada en el rotor con respecto a la total comunicada tiende a uno para un grado de reacción teórico determinado, no es que aumente la energía estática generada, es que está disminuyendo Y porque no se está difundiendo de forma adecuada la energía dinámica en el interior de la máquina.
- ²⁶ La coordenada $\{z\}$ se corresponde con la del eje de giro del rotor o de simetría del conducto circular y no tiene por qué coincidir con la dirección vertical. Para evitar la duplicidad de usos del versor $\mathbf{k}$, que se usa para la fuerza mágica gravitatoria: $\mathbf{f}_m = -g\mathbf{k}$, se ha definido el versor $\mathbf{z}$. Por otro lado, en este apartado y en el siguiente, las componentes de las velocidades absoluta y relativa son positivas en el sentido de la base.
- ²⁷ Las líneas de corriente, las trazas y las trayectorias no coinciden si el flujo no es estacionario. Las ecuaciones [4.66] y siguientes podrán utilizarse también en el caso estacionario eliminando la derivada local, pero entonces no podrán aplicarse al movimiento a través de un rotor.
- ²⁸ Esta definición es puramente cinemática e independiente de la presencia de esfuerzos viscosos.
- ²⁹ Las condiciones impuestas a la velocidad radial implican lo siguiente: si existe velocidad radial, esta debe ser uniforme en perímetros centrados en el eje, situación que se produce en las secciones troncocónicas de perfil difusor o contractor en los conductos de entrada al rotor; si no existe velocidad radial, el flujo es claramente axial, pero puede no ser unidireccional, estrictamente hablando, si se presenta un vórtice libre, ya que entonces es $\mathbf{c} = c_\theta(r)\boldsymbol{\theta} + c_z\mathbf{z}$.
- ³⁰ Se entiende que en ausencia de esfuerzos viscosos. En cualquier caso, en un flujo como el indicado no se genera vorticidad axial aunque sea viscoso, pues, si $\partial c_z / \partial r$ no es nula, solo puede aparecer vorticidad en dirección perimetral.
- ³¹ La consideración de flujo bidimensional en una máquina axial desprecia la componente radial de la velocidad, lo cual solo es aproximadamente cierto en cascadas de álabes esbeltos para los que la relación punta/cubo sea mayor de cuatro y, sobre todo, en las cercanías de la carcasa exterior, en donde el flujo radial ya no puede migrar hacia arriba y la influencia del cubo es menor. En cualquier caso, se comprueba experimentalmente que la componente radial de la velocidad absoluta es del orden del 5% de la axial en la mayoría de los casos, por lo que esta hipótesis es comúnmente aceptada en bombas y ventiladores. Esta condición de flujo se puede considerar razonable cuando el canal de paso es estrecho en comparación con su longitud, lo cual es cierto en la mayoría de las bombas axiales pero no en los compresores o en las turbinas, para las que se ha de recurrir a otras aproximaciones del flujo, como la teoría del disco actuador.
- ³² Téngase en cuenta que los rotores axiales de las bombas y los ventiladores suelen estar montados en estructuras tubulares en las que esta condición tiene ventajas evidentes.
- ³³ Desde una perspectiva ideal, que no tenga en cuenta el desarrollo de capas límites sobre las paredes laterales internas del rodete en las que, no obstante, se verifica que $\partial p / \partial z \approx 0$. Si la máquina no es estrictamente radial pura y la velocidad a la entrada tiene cierta componente axial, como la relación entre las velocidades axial



y meridiana medias en el rodete es del orden $(b_2-b_1)/(r_2-r_1)$, también podrá suponerse que el flujo es básicamente unidireccional y radial.

³⁴ Como consecuencia del teorema de Kelvin, si alguna de las otras componentes de la vorticidad absoluta a la entrada del rotor no fuera nula, no podría admitirse la hipótesis de equilibrio axial en el rotor pues aparecerían gradientes de velocidad en dicha dirección. Este equilibrio axial no implica que las fuerzas sobre el rotor estén equilibradas en la dirección del eje, sino solo que $c_z=0$.

³⁵ Obsérvese que la ecuación de continuidad tiene la misma forma que en [4.66]. La demostración no es inmediata, pero el lector puede entender fácilmente este resultado teniendo presente la relación vectorial entre las velocidades absoluta y relativa, y que la velocidad de arrastre es, de hecho, la velocidad del sólido.

³⁶ Como antes, se omite el término gravitacional sin pérdida de generalidad.

³⁷ Pero esta distancia de separación no puede ser muy grande para no aumentar las pérdidas por recirculación entre etapas. Estos flujos también generan vorticidad y son no estacionarios, por lo que debe existir un compromiso entre ambas condiciones. Aparte de la interacción estela-rotor explicada, se pueden presentar otras causas de no estacionariedad del flujo relativo, como la interacción entre álabes, el desprendimiento de vórtices o el desprendimiento rotativo observado en las máquinas axiales.

³⁸ Para ello, téngase presente que $c_u=u+w_w$, $\partial c_r/\partial \theta=\partial w_r/\partial \varphi$ y el signo de w_w .

³⁹ Además, también se cumple que $di=dh_0-d(uc_u)$.

⁴⁰ Nótese que la primera de estas ecuaciones es la base del teorema de Crocco.

⁴¹ Para el flujo bidimensional descrito por [4.75] y [4.76], es fácil deducir que la condición $\Omega_c \wedge c=0$ conduce a:

$$\Omega_c = \frac{1}{r} \frac{c}{c_z} \frac{\partial (rc_\theta)}{\partial r} \mathbf{s} = \Omega_s \mathbf{s}$$

que se anula siempre que el flujo en dirección perimetral en el conducto de entrada tenga forma de vórtice libre (o cuando sea unidireccional). Esta ecuación implica que la vorticidad está incluida en las líneas de corriente y, por tanto, supone su torsión en coordenadas naturales y que Ω_s sea nula, lo que se conoce como flujo de Beltrami.

⁴² Obsérvese que no se restringe el análisis al flujo absoluto irrotacional, al ser c perpendicular al vector $\Omega_c \wedge c$.

⁴³ A esta conclusión se llegó en [2.40] aplicando la ecuación de la energía. Las ecuaciones del impulso y de la energía están desacopladas para el fluido incompresible, de viscosidad y conductividad constantes.

⁴⁴ De hecho, han de coincidir, pues en este análisis la transitoriedad de ω se había excluido de [4.81].

⁴⁵ La transformación de las coordenadas naturales en coordenadas ortogonales es condicional, es decir, no siempre es posible. En el caso del flujo descrito en coordenadas naturales, se demuestra que es necesario que la vorticidad Ω_s sea nula. Con esta condición, y como ejemplo, en el caso del flujo relativo a través de un rodete radial puro con equilibrio axial se cumple: $\partial r = \sin \beta \partial s_w - \cos \beta \partial n_w$ y $r \partial \varphi = \cos \beta \partial s_w + \sin \beta \partial n_w$.

⁴⁶ Obsérvese que no es necesario que el flujo sea homentrópico en este caso, pues, si es isentrópico y estacionario, la derivada de la entropía a lo largo de la línea de corriente es nula [2.83].

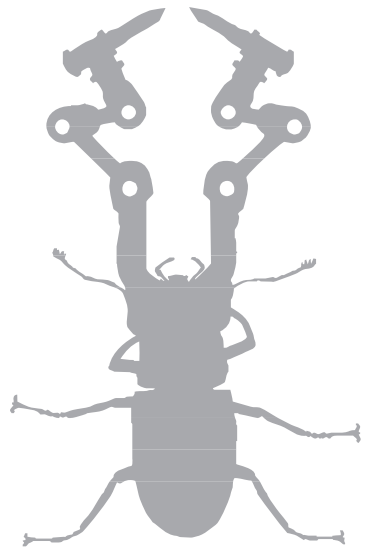
⁴⁷ Las condiciones de homotropía e irrotacionalidad suelen estar relacionadas, aunque no es necesario que se presenten ambas a la vez. No obstante, como un flujo incompresible y homentrópico que haya sido irrotacional, lo seguirá siendo, la rotacionalidad del movimiento homentrópico debe fijarse en las condiciones iniciales. Por otra parte, tampoco es necesario que la entropía sea uniforme para que el movimiento de un fluido incompresible sea irrotacional. Téngase presente que la rotacionalidad del movimiento depende del movimiento del observador, como se ha visto que ocurre en el interior del rotor en movimiento (por ejemplo, v. [4.85] con $\Omega_c=0$).



- ⁴⁸ En un rotor axial, los vectores $\Omega_{e,z}\mathbf{z}$ y $\mathbf{c}$ no son paralelos, pero su producto vectorial es prácticamente perpendicular a $\mathbf{n}$.
- ⁴⁹ Esta ecuación también es válida en un rotor axial en el caso homentrópico irrotacional, pues deriva de [4.108].
- ⁵⁰ Con la diferencia notable que la ecuación [4.105] se cumple aunque la vorticidad absoluta a la entrada no sea nula.
- ⁵¹ La ecuación [4.85] indicaba que el giro como sólido rígido de una partícula fluida en el movimiento relativo, que es la mitad de su vorticidad relativa, es igual y de sentido contrario a la velocidad de giro del rodete, ω , cuando la vorticidad absoluta es nula. Por otro lado, la ecuación [2.98] sugiere que la vorticidad a lo largo de una línea de corriente se manifiesta en su curvatura y en una variación de la velocidad en dirección normal. Como la curvatura es un efecto menor en un rotor radial (para los radios de curvatura típicos de los álabes) y el efecto de la rotación 2ω debe dominar, se sigue que la distribución de la velocidad relativa no puede ser uniforme en dirección normal en ningún caso.
- ⁵² En condiciones isentrópicas, es decir, adiabáticas y reversibles. Esta coincidencia se puede extender a toda la máquina, porque el rotor es el único elemento que incrementa la energía del fluido, y en el resto se conserva la entalpía de remanso como se ha explicado.
- ⁵³ El método directo estudiaría el flujo para una geometría dada y el indirecto, el diseño del rotor según el tipo de vórtice seleccionado.
- ⁵⁴ Compruebe el lector con la ecuación [4.119] que aún se mantendría la rotalpia en dirección radial. El valor de la vorticidad axial absoluta de [4.76] es, en este caso, $\Omega_{e,z}=2\omega$, por lo cual la vorticidad axial relativa de [4.85] es nula y el fluido adquiere rotación absoluta en el rotor. Esta incoherencia y la aparente violación del teorema de Kelvin son, evidentemente, consecuencia de la asunción de la hipótesis de entrada sin giro. En la realidad, los efectos viscosos no pueden despreciarse completamente y los rotores diseñados para desarrollar un vórtice forzado en el fluido acaban por inducir vorticidad antes y después de los mismos. Ello puede ser interesante en alguna aplicación particular, pero genera más pérdidas en la instalación y no es la solución habitual de diseño.
- ⁵⁵ El estudio de las capas límite sobre las caras de los álabes y de las estelas que se forman aguas abajo puede ser muy complejo para el objetivo de esta obra. Se anima al lector a que profundice en estos temas consultando alguna obra especializada.
- ⁵⁶ Para que el flujo en los conductos de entrada sea lo más uniforme posible, es importante reducir el número de codos al mínimo indispensable y la generación de remolinos de aspiración.
- ⁵⁷ Estos condicionantes revelan que el equilibrio radial es una situación de trabajo muy sensible, comprometida no solo por la presencia de vorticidad, sino también por otros efectos, como por ejemplo los flujos que envuelven el cubo a la entrada, cuya componente radial no puede despreciarse.
- ⁵⁸ Salvo por la influencia que estos tengan en el valor del C_L de la cascada. Las variaciones reales son aún más pequeñas.
- ⁵⁹ Se obtiene un resultado similar si se utiliza la definición de la vorticidad en coordenadas intrínsecas relativas: $\Omega_r = w/r - \partial w / \partial n = -2\omega$, y se tiene en cuenta que $w_r = w \sin \beta$. Obsérvese, también, la analogía de esta expresión con la de Stodola [4.53].
- ⁶⁰ Un valor normal del coeficiente de caudal en la punta del álabe axial de 0,25. En consecuencia, si en un rotor radial la disminución de $Y_{t,\infty}$ es del orden del 20%, el parámetro e_z de un rotor axial será 0,95 aproximadamente. Esta circunstancia y que e_z sea poco dependiente de z justifican que no se utilice en la práctica, salvo en casos muy específicos.
- ⁶¹ Cuando el flujo transcurre en superficies de revolución, entonces se cumple $-n_z/n_r = w_r/w_z = \tan \lambda$, siendo λ el ángulo de la superficie cónica generalizada.
- ⁶² El descenso de la fuerza centrífuga debida a la velocidad w_u es mayor que el de la centrípeta de Coriolis.



-
- ⁶³ Si w^* y w son las velocidades relativas dentro y fuera de la capa límite, respectivamente, siendo $w^* < w$, y R es la curvatura media de los álabes, entonces la igualdad del gradiente de la presión en dirección normal supone que $(w^*/w)^2 = R^*/R$, y, por tanto, las líneas de corriente se reflejan en la capa límite más de lo impuesto por la curvatura de los álabes.
- ⁶⁴ Sustituyendo [2.95] y [2.98] en [4.148], se deduce que $w\Omega_{w,r} > 0$. Este resultado también se obtiene de [4.108], como puede comprobar el lector, relacionando entonces la vorticidad radial generada con el gradiente de entropía y rotalpia en dirección normal. La vorticidad longitudinal aparece como resultado del principio de continuidad aplicado a la corriente secundaria que se dirige hacia los álabes.
- ⁶⁵ Se entiende que sea así porque, a caudales pequeños, no hay suficiente fluido para llenar todo el canal entre álabes.
- ⁶⁶ En realidad, se produce un ligero aumento de e_z por cuanto el flujo en la cara de presión sigue mejor el perfil de los álabes al acelerarse. No obstante, este efecto no produce un aumento efectivo de la energía comunicada porque las pérdidas viscosas globales, incluyendo las estelas de la cara de succión, son mayores que la ganancia potencial que puede obtenerse del aumento de e_z .
- ⁶⁷ Lo cual no es negativo si se consigue inhibir la presencia de desprendimientos. En general, conviene que el número de álabes sea suficiente para reducir la diferencia entre las velocidades de las caras de succión y presión, existiendo un número óptimo de álabes del compromiso entre las pérdidas por rozamiento (que aumentan al hacerlo z) y las debidas al desprendimiento (que lo hacen al disminuir z).
- ⁶⁸ Esta paradoja es resultado de aplicar la ecuación de Euler al flujo estacionario isentrópico. Si $dp/\rho = -v dv$ y de la ecuación de Gibbs se sigue que $dh = dp/\rho$, la variación de entalpía de remanso es $dh_0 = dp/\rho + v dv = 0$.
- ⁶⁹ Un ejemplo son las vibraciones autoexcitadas como el *flutter* o inestabilidad en la que el fluido interacciona con la estructura elástica del álabe y lo hace vibrar.



→ 5

Instalaciones hidráulicas

La gran cantidad y diversidad de instalaciones hidráulicas y sus aplicaciones hace imposible explicar en detalle cada una de ellas. Por fortuna, todas comparten características comunes y pueden ser descritas mediante ecuaciones que formalmente siguen los mismos principios generales. Conocidos estos y los requisitos funcionales de la instalación, la interconexión de las diferentes bombas, conductos, accesorios y válvulas entre sí asegurará un servicio específico acorde con un diseño previamente convenido.

El transporte de un fluido por un conducto puede hacerse a presión o sin presión. El primer caso trata de conducciones por las que se realiza el trasvase de un líquido entre dos puntos, sea por gravedad o por impulsión (conducción forzada), en las que se asume que toda la sección del conducto es ocupada por el líquido. El segundo caso es común en sistemas de evacuación de aguas residuales o en el transporte de agua por canales, sistemas de regadío, etc. Este apartado se centra en el primer caso, para el cual, en general, es necesario utilizar bombas para vencer un determinado desnivel piezométrico.

Las características cruzadas de la instalación y del grupo de bombeo han de asegurar un único punto de funcionamiento estable. A menudo, los requisitos productivos de la instalación aconsejan cambiar el punto de funcionamiento de la bomba para que cambien, a su vez, el caudal, la presión, la temperatura o cualquier otra magnitud fluida en algún punto de la instalación dentro de un determinado intervalo de regulación preestablecido. Uno de los procedimientos más extendidos para ello emplea válvulas de control, las cuales permiten el ajuste fino del caudal y otorgan cierto grado de versatilidad al sistema. Como alternativa al uso de válvulas, hoy día también es posible cambiar el punto de funcionamiento del sistema actuando sobre las revoluciones del accionamiento de la bomba, lo que alienta el uso de estrategias combinadas que aseguren el mejor rendimiento o condiciones operativas del proceso industrial.

El apartado concluye con la descripción de los problemas de explotación más frecuentes que pueden presentarse en una instalación hidráulica. Se describen el golpe de ariete y alguno de los medios disponibles para su minoración, el efecto bombeo en instalaciones con bombas de curva característica creciente y algunos casos de funcionamiento inestable que se presentan cuando se trabaja con ventiladores.



5.1. Sistemas y ecuaciones características

Las instalaciones por conducción forzada pueden clasificarse en unidireccionales, ramificadas o redes de distribución. Cuanto más complejo es el sistema hidráulico, más difícil resulta abstraer sus características y describirlo por medio de ecuaciones simples, aunque, en general, y salvo excepciones, siempre es posible reducir el sistema inicial a una combinación de otros equivalentes, que podrán, a su vez, agruparse siguiendo determinadas reglas básicas.

5.1.1. Ecuación del sistema y punto de funcionamiento

Se denomina *característica del sistema* la representación gráfica en ejes (Q, H) de:

$$H_{sis} = \left[\frac{p_2 - p_1}{\rho g} + z_2 - z_1 \right] + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \sum_i h_{f,i} \quad [5.1]$$

Esta ecuación resulta de combinar los diferentes términos de [2.107], de forma que queden a un lado las características del grupo de bombeo y, al otro, las de la instalación. Los puntos (1) y (2) son los extremos físicos del sistema en los que está definida su energía específica, en términos de presión, cota y velocidad. Esta ecuación puede escribirse como $H_{sis} = H_e + H_d + H_f$, suma de las alturas estática, dinámica y de pérdidas entre (1) y (2), definidas como sigue:

$$\begin{aligned} H_e &= \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + z_2 - z_1 \\ H_d &= \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \\ H_f &= \sum_i h_{f,i} \end{aligned} \quad [5.2]$$

El primero de los términos es el único independiente del caudal y representa la ordenada en el origen de la ecuación del sistema. El término H_e se interpreta, en muchas ocasiones, como la altura útil de la instalación. La altura dinámica, H_d , es una función cuadrática del caudal y es nula si los puntos (1) y (2) se escogen sobre las superficies libres de dos depósitos. Esta situación es la más frecuente en la práctica, aunque no siempre es así. Entre los casos en que este término no es nulo, se encuentran las instalaciones en las que el punto final supone una descarga libre del caudal, en una manguera, por ejemplo, o cuando se aplica la ecuación de la energía entre un depósito y un nudo intermedio, J, de una red de distribución.¹ La altura de pérdidas, H_f , siempre es positiva, como resultado de las diferentes pérdidas de energía asociadas al flujo de fluido. A continuación, se verá que, en general, es admisible interpretarla como proporcional al cuadrado del caudal, aunque esto depende, en cada caso, del tipo de régimen que se establezca en los conductos de la instalación.

Teniendo en cuenta los comentarios del párrafo anterior, la ecuación [5.1] puede escribirse de la forma siguiente:

$$H_{sis} = H_e + A_s Q^2 \approx H_e + r_{eq} Q^2 \quad [5.3]$$

donde r_{eq} representa la resistencia hidráulica equivalente de la instalación (que coincide con A_s cuando $H_d=0$). Esta resistencia no es, en realidad, constante e independiente del caudal, dado que depende del número de Reynolds: siempre hay una región próxima al origen de caudales en la que el régimen es laminar y $H_f=H_f(Q)$, y no $H_f=H_f(Q^2)$, como se ha supuesto. En cualquier caso, esta región queda alejada de la zona de funcionamiento formal de la mayoría de las instalaciones (en las que Re suele ser bastante elevado y el régimen, turbulento) y no es tenida en cuenta en [5.3].

La intersección gráfica de la ecuación del sistema y la curva de la bomba o del grupo de bombas determina el *punto de funcionamiento*, PF, de la instalación. Para el caudal de este punto, y no otro, se verifica la ecuación de la energía ($H_B=H_{sis}$), y quedan definidas la altura de elevación de la bomba, su potencia y su rendimiento. Las características de este punto proporcionan la información mínima necesaria para solicitar la bomba adecuada a la instalación, para la que debe escogerse aquella (o aquellas) que tenga un punto de funcionamiento nominal más próximo al PF considerado.² En caso de no encontrar la bomba necesaria, siempre se puede adaptar la bomba de serie al PF requerido, por ejemplo, torneando el rodete original o cambiando sus revoluciones, y también acoplar diversas bombas en serie y/o en paralelo, según se ha explicado. En la figura 5.1, se muestran algunos ejemplos de sistemas característicos y los PF correspondientes.

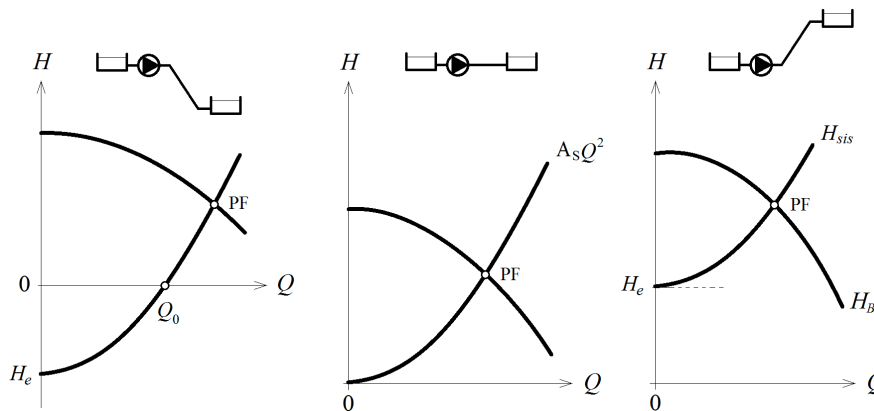


Figura 5.1. Diversos tipos de instalaciones y características asociadas. A la izquierda, un sistema hidráulico de $H_e < 0$ en que fluiría el caudal Q_0 por gravedad. En los sistemas de ventilación, suele ser $H_e = 0$ (centro). A la derecha, la situación más frecuente, en la que $H_e > 0$ y se necesita bomba.

5.1.2. Cálculo de pérdidas

Las pérdidas de energía en una instalación son una manifestación de la resistencia asociada al flujo de fluido hidráulico. Las pérdidas deben ser reducidas en lo posible, pues, cuanto mayores sean, menor será el rendimiento de la instalación y mayores sus gastos de explotación. Se sabe que la instalación de mayor diámetro provoca menos pérdidas para una misma longitud de conducto, pero también es más costosa en montaje y mantenimiento, por lo cual la elección del diámetro resulta del compromiso de diversos factores que se analizarán más adelante.



Existen, básicamente, dos fenomenologías de pérdidas: las *lineales* y las *singulares*. Las pérdidas lineales, $\Delta h_{f,C}$, también llamadas primarias o continuas, corresponden a las pérdidas de energía por unidad de peso que se producen en los tramos donde el movimiento es permanente y uniforme. Las pérdidas singulares o secundarias, $\Delta h_{f,S}$, también por unidad de peso, se localizan en los elementos puntuales de la instalación, como codos, derivaciones, válvulas, ensanchamientos, etc., y, en general, pueden despreciarse frente a las lineales cuando se verifica la condición $L/D > 2.000$.

Las pérdidas de carga continuas se calculan multiplicando la pérdida de carga por unidad de longitud, j , por la longitud del tramo, L , es decir:

$$\Delta h_{f,C} = jL \quad [5.4]$$

donde j resulta de la fórmula de Darcy-Weisbach para un conducto de diámetro D :

$$j = f \frac{1}{D} \frac{\bar{v}^2}{2g} \quad [5.5]$$

El valor del coeficiente de fricción, f , depende del tipo de flujo establecido en el conducto. Para régimen laminar ($Re < 2.400$), es válida la expresión [2.149] obtenida para el flujo de Hagen-Poiseuille y $f = 64/Re$ (en la práctica, es mejor tomar $f \approx 72/Re$). Si el flujo es turbulento, entonces f toma los valores aproximados que se calculan de la fórmula de Colebrook:

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon / D}{3,715} + \frac{2,51}{Re f^{1/2}} \right) \quad [5.6]$$

o del gráfico de Moody, siempre en función de la rugosidad relativa equivalente, ε/D , y del número de Reynolds, Re , evaluado para el diámetro hidráulico del conducto.

La fórmula de Colebrook tiene carácter general e incluye los casos de tubería hidráulicamente lisa (TL) y régimen rugoso (TR) como límite. Así, para movimiento turbulento rugoso, basta anular la influencia del número de Reynolds de la ecuación, y resulta:

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon / D}{3,715} \right) = -2 \log_{10} (\varepsilon / D) + 1,14 \quad [5.7]$$

mientras que, para movimiento turbulento liso, es:

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -2 \log_{10} \left(\frac{2,51}{Re f^{1/2}} \right) = 2 \log_{10} (Re f^{1/2}) - 0,8 \quad [5.8]$$

La línea a trazos que figura en el diagrama de Moody corresponde a la condición:

$$f^{1/2} \frac{\varepsilon}{D} Re = 197,8 \quad [5.9]$$

e indica dónde se produce la transición a régimen turbulento rugoso, zona del gráfico en la que el coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach no depende de la viscosidad (del número de Reynolds) y las líneas se vuelven horizontales. En esta región, la relación entre la pérdida j y la velocidad es estrictamente cuadrática, pues $f=f(\varepsilon/D)$, como se observa en [5.7]. En cambio, en el régimen turbulento de transición (TT), dicha relación es del tipo general $j=j(v^a)$, con $1,8 < a < 2$, y creciente con Re , hasta hacerse dos en el flujo turbulento rugoso.³

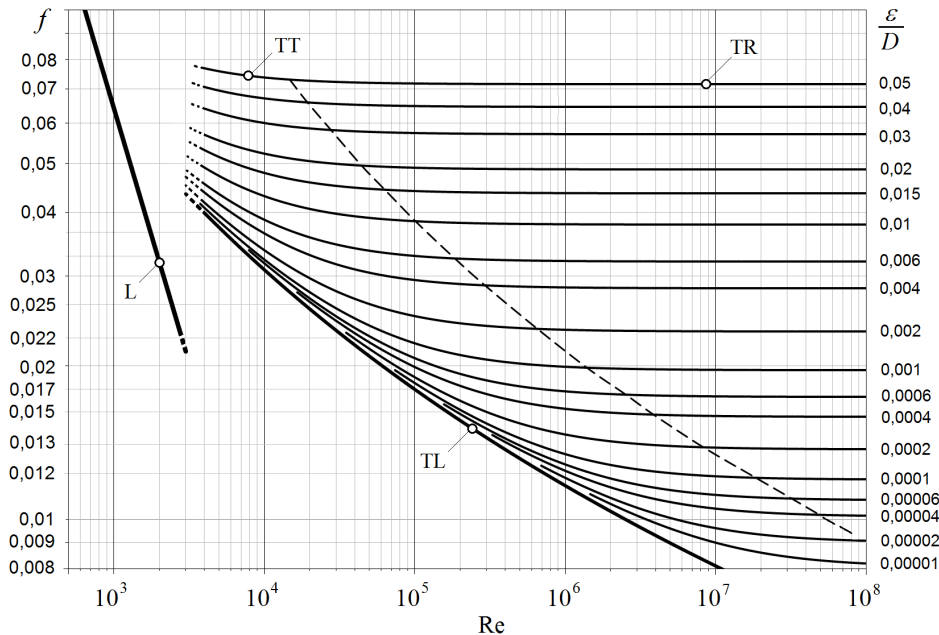


Figura 5.2. Diagrama de Moody para el cálculo de las pérdidas lineales obtenido de la ecuación de Colebrook [5.6]. En la figura: L, régimen laminar ($f=64/Re$); TT, régimen turbulento de transición; TR, régimen turbulento completamente desarrollado o régimen turbulento rugoso [5.7], y TL, flujo turbulento en tuberías hidráulicamente lisas [5.8]. Los flujos TT y TR se separan, aproximadamente, en la línea de trazos [5.9]. La zona $2.400 < Re < 4.000$ comprende regímenes de transición muy inestables.

Con los medios disponibles hoy día, no es un problema calcular el coeficiente de rozamiento de la fórmula de Colebrook sin acudir al diagrama de Moody, pero aun así es frecuente encontrar fórmulas explícitas de f por intervalos de Re o ε/D y en función del tipo de régimen. En la actualidad, no obstante, se cuestiona la validez universal de la fórmula de Colebrook, por lo cual se han desarrollado multitud de fórmulas específicas y ábacos para distintos materiales y tipos de fluido que aproximan mejor la pérdida correspondiente. Algunas formas explícitas de f se han recogido en la tabla 5.1.

En las conducciones, es más práctico describir la pérdida de energía en términos del caudal, que para un conducto circular es:

$$\Delta h_{f,c} = f \frac{L}{D} \frac{\bar{v}^2}{2g} = f \frac{8}{\pi^2 g} \frac{L}{D^5} Q^2 \quad [5.10]$$



Tabla 5.1.
Fórmulas alternativas explícitas para el cálculo del coeficiente de rozamiento o la pérdida de carga específica. La última expresión es una forma adaptada de la de Hazen-Williams para el agua en la que la constante C (dimensional) depende del material y toma valores cercanos a 10^{-3} . Unidades del SI.

Régimen	Ecuación	Validez
TT	$\frac{1}{f^{1/2}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon / D}{3,715} + \frac{5,74}{\text{Re}^{0,9}} \right)$	$5.000 < \text{Re} < 10^8$ $10^{-6} < \varepsilon / D < 0,01$
TL	$f = 0,316 \text{Re}^{-1/4}$	$3.000 < \text{Re} < 10^5$
TL	$f = 0,184 \text{Re}^{-1/5}$	$10^5 < \text{Re} < 10^6$
TR	$f = 0,18 (\varepsilon / D)^{0,33}$	$0,0005 < \varepsilon / D < 0,05$
TR	$f = 0,16 (\varepsilon / D)^{0,31}$	$0,0005 < \varepsilon / D < 0,05$
TT	$j = \frac{C}{D^{7/6}} \bar{v}^{1,85}$	$\bar{v} < 3 \text{ m/s}$ $D > 5 \text{ cm}$

La fórmula de Darcy-Weisbach no es exclusiva de los conductos circulares a presión,⁴ sino que puede usarse para cualquier otro conducto sin más que utilizar el *diámetro hidráulico* correspondiente: $D_H = 4r_H = 4S/p_m$, donde S y p_m son la sección de flujo y el perímetro mojado del conducto, respectivamente, y r_H , su radio hidráulico.

Los valores de la rugosidad absoluta pueden tomarse de la tabla 5.2 para diferentes materiales y tuberías nuevas. El valor de la rugosidad aumenta con el tiempo a medida que la tubería envejece, por lo que los valores dados en esta tabla son solo una referencia cuando se trabaje con tuberías usadas, que debe ser corregida en función de las circunstancias de cada caso.

Tabla 5.2.
Valores usuales de ε para tuberías comerciales nuevas. En tuberías envejecidas, el valor aumenta y puede llegar a superar el indicado en un factor de 2 o 3, dependiendo del fluido transportado. Si el conducto lleva un recubrimiento interno, la rugosidad correspondiente es la del material de revestimiento.

Material	Rugosidad absoluta, ε [mm]
Acero asfaltado	0,0015
Acero laminado oxidado	0,15÷0,25
Acero laminado	0,04÷0,1
Asbesto-cemento	0,0025
Cemento alisado	0,3÷0,8
Cemento bruto u hormigón	0,5÷3
Cobre o latón estirado	0,0015
Fibrocemento	0,02÷0,05
Fundición asfaltada	0,06÷0,15
Fundición con revestimiento bituminoso	0,0024
Fundición dúctil	0,025
Hierro galvanizado	0,15÷0,2
Hierro forjado	0,03÷0,09
Policloruro de vinilo (PVC)	0÷0,01
Poliéster reforzado con fibra de vidrio	0,01
Polietileno (PE)	0÷0,0015
Vidrio	0÷0,0015



Las pérdidas de carga singulares son función de la geometría de cada singularidad, del número de Reynolds y de la energía cinética media del fluido. Del análisis dimensional, se deriva:

$$\Delta h_{f,s} = K(\text{Re, geometría}) \frac{\bar{v}^2}{2g} \quad [5.11]$$

donde, si no se dice lo contrario, la velocidad ha de ser la velocidad a la entrada de la singularidad.

El coeficiente K puede encontrarse documentado en numerosas referencias para las singularidades más frecuentes. Como caso particular, se demuestra que $K=1$ en el ensanchamiento brusco que tiene lugar cuando un flujo desemboca en un depósito (pues toda la energía cinética transportada se disipa en su interior). En un ensanchamiento gradual tipo, como el cono difusor de la figura 2.6, la pérdida de energía responde a la ecuación:

$$\Delta h_{f,d} = k_d \left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2} \right)^2 \frac{\bar{v}_1^2}{2g} = K_d \frac{\bar{v}_1^2}{2g} \quad [5.12]$$

donde el coeficiente k_d depende del ángulo de conicidad y es la unidad para $2\alpha=180^\circ$ (como corresponde a un ensanchamiento brusco), según se muestra en la figura 5.3.

Diámetro nominal	½"	¾"	1	1½"	2	3	4	6	10
Codo estándar de 90°	0,80	0,75	0,69	0,63	0,57	0,54	0,51	0,45	0,42
Codo estándar de 45°	0,43	0,40	0,37	0,34	0,30	0,29	0,27	0,24	0,22
"T" en flujo directo	0,54	0,50	0,46	0,42	0,38	0,36	0,34	0,30	0,28
"T" en flujo cruzado	1,62	1,50	1,38	1,26	1,14	1,08	1,02	0,90	0,84

Tabla 5.3. Valores del coeficiente de singularidad para codos y "T" estándar, en función de su diámetro nominal. Existen tablas para el cálculo de K en curvas de 45 y 90° en función del parámetro δ/D y de la relación r/D , donde r es el radio medio de la curva. La pérdida singular de la curva es prácticamente despreciable cuando $r/D > 10$ y $\delta/D < 0,001$, y puede sustituirse por la pérdida continua asociada a su desarrollo lineal. Nótese que el diámetro nominal (en pulgadas) no corresponde al diámetro interno del conducto.

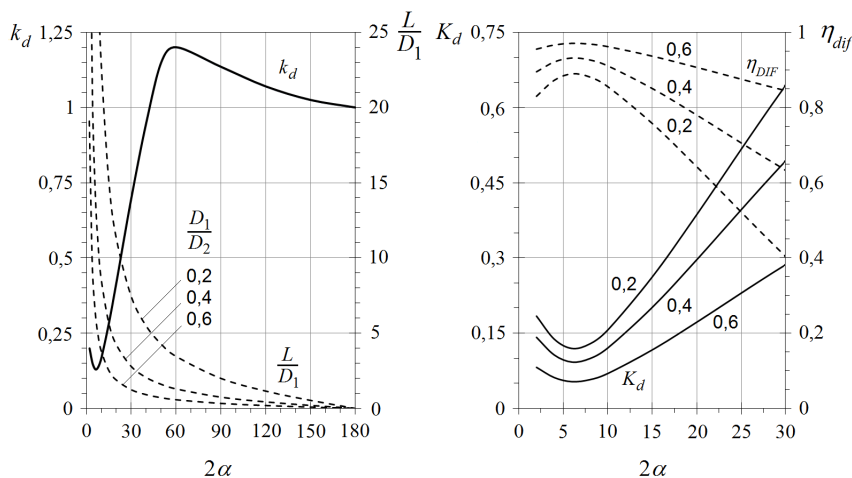


Figura 5.3. Coeficientes de singularidad para un ensanchamiento brusco en función del ángulo de conicidad y la relación de diámetros de entrada y de salida. Se representan también la relación L/D_1 y el rendimiento de un difusor cónico (v. [2.11]). En general, estas curvas dependen de la rugosidad superficial. Se prueba que el ángulo de abertura óptimo del difusor aumenta al hacerlo ϵ , pudiendo llegar a ser de 20°, aunque con ello disminuya algo el rendimiento máximo del difusor al aumentar también las pérdidas continuas.



Un método alternativo de cálculo del efecto de una singularidad consiste en sustituir el accesorio por una *longitud equivalente* de conducto que produzca la misma pérdida de energía. La longitud correspondiente a una singularidad K se deduce de la identidad:

$$K \frac{\bar{v}^2}{2g} = f \frac{l_{eq}}{D} \frac{\bar{v}^2}{2g} \quad [5.13]$$

y conduce a la expresión:

$$l_{eq} = \frac{K}{f} D \quad [5.14]$$

Evidentemente, es posible extender este principio a toda la instalación, de modo que las pérdidas totales se calculen en términos de una longitud equivalente total, suma de la longitud real y la longitud virtual que resulta de sumar las distintas longitudes equivalentes de cada singularidad. Esto es, para un conducto circular:

$$\Delta h_f = \left(f \frac{L}{D} + \sum_i K_i \right) \frac{\bar{v}^2}{2g} = f \frac{8}{\pi^2 g} \frac{L_{eq}}{D^5} Q^2 = r_{eq} Q^2 \quad [5.15]$$

donde:

$$L_{eq} = L + \sum_i l_{eq,i} \quad [5.16]$$

y en que r_{eq} se identifica con la resistencia hidráulica equivalente del conducto.⁵

Una de las ventajas de este planteamiento es que la longitud equivalente puede referirse a diámetros no instalados, con lo cual es posible comparar energéticamente instalaciones de distinto diámetro entre sí, y también detectar la influencia relativa de los diferentes diámetros de una misma instalación, con la intención de intensificar esfuerzos sobre un determinado tramo para reducir las pérdidas.

En los apartados siguientes de este tema, se explican los procedimientos que permiten calcular el caudal transportado en diferentes instalaciones tipo y su relación con la energía específica disponible y las pérdidas.

5.1.3. Sistemas simples unidireccionales

Un sistema es unidireccional cuando el flujo entre dos puntos transcurre, preferentemente, en un sentido predeterminado. Esta situación es la más frecuente en instalaciones industriales o de bombeo en las que la bomba o el grupo de bombas impulsan el fluido en una única dirección. En este apartado, se presentan tres casos simples de sistemas unidireccionales: los sistemas formados por tuberías de diferente diámetro en serie o en paralelo y el caso de alimentación en línea, en que se extrae caudal del conducto a lo largo de su longitud.



En un conducto de diámetro constante para el cual es conocida la pérdida específica, j , es posible obtener el caudal circulante sin necesidad de calcular primero f del diagrama de Moody. En efecto, combinando las ecuaciones [5.5] y [5.6], resulta:

$$\frac{v}{\sqrt{2gDj}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,715} + \frac{2,51}{\text{Re}} \frac{v}{\sqrt{2gDj}} \right) \quad [5.17]$$

de donde, con $\text{Re} = vD/\nu$:

$$v = -2\sqrt{2gDj} \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,715} + \frac{2,51\nu}{D\sqrt{2gDj}} \right) \quad [5.18]$$

y el caudal sería $Q = v\pi D^2/4$. Esta circunstancia puede simplificar el cálculo de aquellas instalaciones en las que predomina una tubería sobre las demás y, además, las pérdidas singulares son despreciables; pero, sobre todo, sirve para poner de manifiesto la relación directa existente entre la velocidad (o el caudal, para un diámetro dado) y j , que no es más que la pendiente de la línea de carga. Cualquier cambio en dicha pendiente implica el consiguiente cambio en la velocidad: si es nula, la velocidad también y, si se invierte, el caudal transportado cambia de sentido.

En una instalación en línea formada por n conductos de varios diámetros en serie, se cumple que $Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n = Q$, y la pérdida de carga total está formada por la suma de todas las pérdidas continuas, más las locales:⁶

$$\Delta h_f = \sum_{k=1}^n \Delta h_k = \frac{8}{\pi^2 g} \sum_{k=1}^n \frac{1}{D_k^4} \left(f_k \frac{L_k}{D_k} + \sum_i K_i \right) Q^2 = \sum_{k=1}^n r_k Q^2 \quad [5.19]$$

La pendiente j es distinta en cada uno de los tramos según [5.6], pero, como ahora el caudal es común y las velocidades medias están relacionadas entre sí por la ecuación de continuidad, se sigue que j depende inversamente de la potencia quinta del diámetro de dicho tramo para el caudal trasgado [5.10].

Se define como *diámetro equivalente* de la instalación en serie, D_{eq} , aquel para el cual el desnivel en j sería producido por un único conducto de dicho diámetro (probablemente, no comercial) y una longitud igual a la suma de las longitudes individuales de cada tramo, $L = L_1 + L_2 + \dots + L_n$. Con esta definición, la ecuación [5.19] se escribe:

$$\Delta h_f = f_{eq} \frac{8}{\pi^2 g} \frac{L}{D_{eq}^5} Q^2 = \frac{8}{\pi^2 g} \sum_{k=1}^n \frac{1}{D_k^4} \left(f_k \frac{L_k}{D_k} + \sum_i K_i \right) Q^2 = r_s Q^2 \quad [5.20]$$

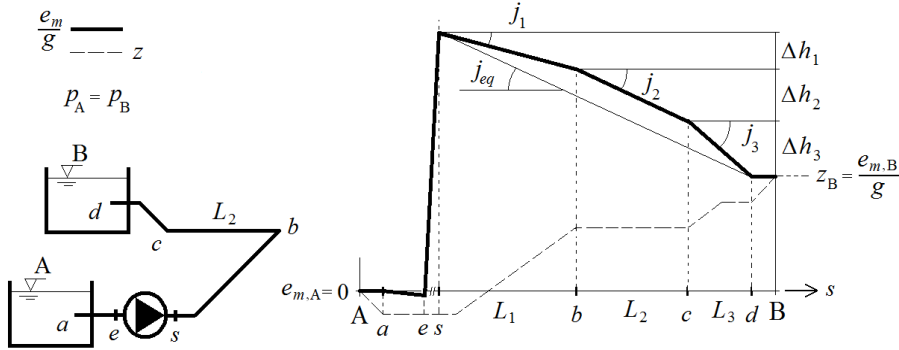
A menos que las longitudes sean pequeñas y el efecto de las singularidades no pueda despreciarse, esta ecuación conduce al resultado:

$$D_{eq}^5 = \frac{f_{eq} L}{\sum_{k=1}^n \frac{f_k L_k}{D_k^5}} \quad [5.21]$$



donde el coeficiente de fricción equivalente ha de calcularse para D_{eq} (en la práctica, suele suponerse, en primera aproximación, que $f_{eq} \approx f_k$ o un valor medio adecuado).

Figura 5.4.
Sistema de tuberías en serie. Los diámetros de las tuberías son tales que $D_a > D_1 > D_2 > D_3$ (con $D_2 \approx D_{eq}$), es decir, $j_a < j_1 < j_2 < j_3$. Se desprecian los términos cinéticos y las pérdidas singulares.



Otra forma de analizar este tipo de instalaciones utiliza la longitud equivalente [5.16] evaluada en términos del diámetro del tramo predominante. Por ejemplo, si este diámetro es D_j , es fácil deducir que se cumple:

$$\Delta h_f = f_j \frac{8}{\pi^2 g} \frac{L_{eq,j}}{D_j^5} Q^2 = f_j \frac{8}{\pi^2 g} \frac{1}{D_j^5} \sum_{k=1}^n \left(L_{eq,jk} + \sum_i l_{eq,jk,i} \right) Q^2 = r_s Q^2 \quad [5.22]$$

siendo:⁷

$$L_{eq,jk} = L_k \frac{f_k}{f_j} \frac{D_j^5}{D_k^5} \quad [5.23]$$

$$l_{eq,jk,i} = \left(\frac{K_i}{f_j} D_j \right) \frac{D_j^4}{D_k^4}$$

Si se admite que las pérdidas singulares son pequeñas, entonces:

$$L_{eq,j} = \sum_{k=1}^n L_{eq,jk} = L_j + \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^n L_k \frac{f_k}{f_j} \frac{D_j^5}{D_k^5} \quad [5.24]$$

Cualquiera de las expresiones [5.19], [5.20] o [5.22] permite obtener H_f de la ecuación del sistema y el punto de funcionamiento con facilidad, según se ha explicado.

Se dice que n conductos están en paralelo cuando se bifurcan en un punto dado para encontrarse más adelante aguas abajo. En este caso, se cumple: $\Delta h_1 = \Delta h_2 = \dots = \Delta h_n = \Delta h_f$, si se puede despreciar la pérdida local en cada bifurcación, y el caudal total será la suma de los caudales parciales. Si se desprecia el efecto del resto de singularidades,⁸ entonces:



$$\Delta h_f = f_1 \frac{8}{\pi^2 g} \frac{L_1}{D_1^5} Q^2 = f_2 \frac{8}{\pi^2 g} \frac{L_2}{D_2^5} Q^2 = \dots = f_n \frac{8}{\pi^2 g} \frac{L_n}{D_n^5} Q^2 \quad [5.25]$$

La pendiente j de cada tramo es, en general, distinta, pues puede serlo cada una de las longitudes para una misma Δh_f , pero ahora también depende del cuadrado del caudal del tramo correspondiente, por lo cual el reparto de caudales se efectúa conforme a la expresión:

$$\frac{Q_k}{Q} = \left(\frac{f_{eq}}{f_k} \frac{L}{L_k} \frac{D_k^5}{D_{eq}^5} \right)^{1/2} = \left(\frac{r_p}{r_k} \right)^{1/2} \quad [5.26]$$

En este caso, se ha de escoger primero la longitud L , que puede ser la longitud real o equivalente de alguno de los tramos. Como $Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$, se tiene que:

$$\frac{Q}{\sum_{k=1}^n Q_k} = \frac{\left(\frac{D_{eq}^5}{f_{eq} L} \right)^{1/2}}{\sum_{k=1}^n \left(\frac{D_k^5}{f_k L_k} \right)^{1/2}} = 1 \quad [5.27]$$

de la cual se obtiene el diámetro equivalente del sistema en paralelo:

$$D_{eq}^5 = f_{eq} L \left(\sum_{k=1}^n \left(\frac{D_k^5}{f_k L_k} \right)^{1/2} \right)^2 \quad [5.28]$$

El cálculo del caudal de cada tramo es inmediato a partir de cada una de las expresiones [5.25], conocido Δh_f , o de la [5.26] para el caudal total Q .

Las resistencias hidráulicas equivalentes asociadas a los sistemas en serie, r_s , y en paralelo, r_p , cumplen las relaciones:

$$r_s = r_1 + r_2 + \dots + r_n \quad [5.29]$$

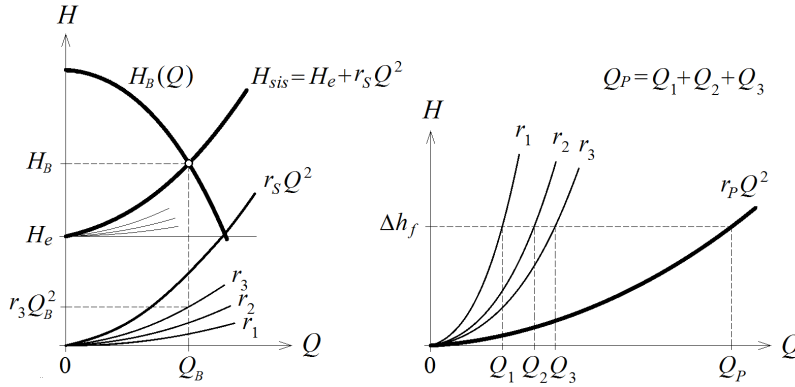
$$\frac{1}{r_p^{1/2}} = \frac{1}{r_1^{1/2}} + \frac{1}{r_2^{1/2}} + \dots + \frac{1}{r_n^{1/2}}$$

y, en una instalación formada exclusivamente por conductos en serie o en paralelo, coinciden con la constante A_s de la ecuación [5.3], si $H_d = 0$ y se incluyen las pérdidas singulares o estas son menores. En otros casos, siempre es posible obtener r_{eq} por combinación de las resistencias en serie y en paralelo correspondientes; por ejemplo, podría ser $r_{eq} = r_{s,1} + r_{p,1} + r_{s,2} + \dots$, etc.

De las ecuaciones [5.29], se concluye que los sistemas hidráulicos guardan cierta analogía con los eléctricos, aun no siendo lineales. Por ejemplo, si en un sistema en serie uno de los conductos es muy resistivo, lo es todo el sistema, y los conductos menos resistivos contribuyen, en menor medida, a la resistencia total, siendo para todos ellos $r_k < r_s$. En un sistema en paralelo, en cambio, la resistencia equivalente es dominada por el tramo de menor resistencia, por el que circulará la mayor parte del caudal [5.26], y $r_k > r_p \forall k$.



Figura 5.5.
Obtención gráfica del sistema equivalente de tuberías en serie (izquierda) y en paralelo (derecha).



El tratamiento resulta algo más completo en el caso de que se produzca alguna extracción de caudal a lo largo del conducto. Esta situación es frecuente, por ejemplo, en el caso de la alimentación en ruta de sistemas urbanos de abastecimiento de agua o cuando se ha de derivar parte del caudal impulsado a otro circuito de la instalación. En el primer caso, la hipótesis de cálculo supone que el reparto de caudal a lo largo del recorrido es uniforme, mientras que en el segundo la extracción es localizada y el sistema puede ser interpretado desde ese punto como una ramificación de la red de distribución.

Para el sistema de la figura 5.6, en que se produce una extracción uniforme de caudal a lo largo del conducto de longitud L y diámetro D constante, el caudal que atraviesa la sección x del conducto viene dado por la expresión:

$$Q_x = Q_s + q(L - x) \quad [5.30]$$

donde q es el caudal extraído por unidad de longitud, $qL = Q_E - Q_s$, y Q_E y Q_s son los caudales de entrada al conducto y de salida, respectivamente. La pendiente de la línea de carga en esa ubicación es:

$$j_x = \frac{dh_f}{dx} = f_x \frac{8}{\pi^2 g} \frac{1}{D^5} (Q_s + q(L - x))^2 \quad [5.31]$$

que, integrada en L y suponiendo un coeficiente de rozamiento medio, conduce a la expresión:

$$\Delta h_f = f \frac{8}{\pi^2 g} \frac{L}{D^5} \left(\frac{Q_E^2}{3} + Q_E Q_s + Q_s^2 \right) \quad [5.32]$$

El caudal equivalente, Q_{eq} , que produciría la misma pérdida de energía en la tubería pero sin extracción, es, evidentemente:

$$Q_{eq} = \left(\frac{Q_E^2}{3} + Q_E Q_s + Q_s^2 \right)^{1/2} \quad [5.33]$$



Este caudal es $0,57Q_E$ si Q_S es cero, es decir, la totalidad del caudal de entrada se reparte en el recorrido, condición para la que la pérdida de carga en la instalación [5.32] sería la tercera parte de la que produciría Q_E sin extracción. En cualquier otro caso, la expresión [5.33] puede sustituirse por:

$$Q_{eq} = 0,54Q_E + 0,46Q_S \quad [5.34]$$

que ofrece valores bastante aproximados y es de cálculo más sencillo. El cálculo del diámetro equivalente es inmediato conocido Q_{eq} .

Si la extracción del caudal $Q = Q_1 - Q_2$ es localizada y puntual, el diámetro después de la extracción, D_2 , se disminuye con respecto al original, D_1 ; en este sentido, es recomendable escoger la relación de diámetros más próxima a las siguientes o comprendida entre ellas:

$$\left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^{1/2} < \frac{D_2}{D_1} < \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^{2/5} \quad [5.35]$$

El lector puede comprobar fácilmente que el límite superior corresponde al caso en que el diseño se acomete manteniendo la pérdida de carga específica, j , constante, mientras que el inferior supone que no hay cambio en la velocidad después de la extracción. Los diámetros definitivos se escogerán entre los comerciales disponibles, que respeten los límites de velocidad recomendados en el proceso, y sean más rentables desde el punto de vista económico.⁹

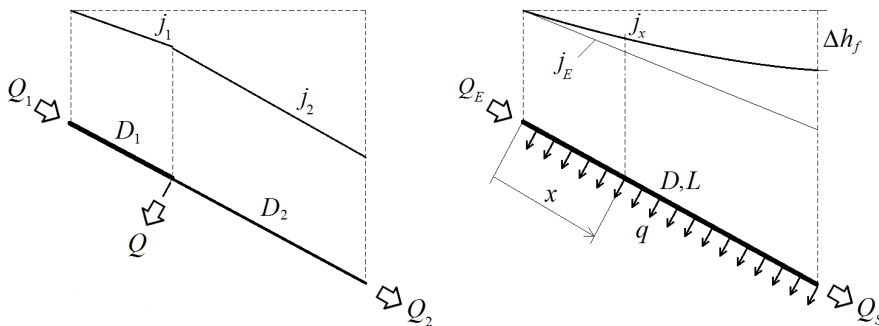


Figura 5.6.
A la izquierda, un sistema con extracción localizada para v constante (se cumple que $j_2 D_2 / f_2 = j_1 D_1 / f_1$) y, a la derecha, un sistema de abastecimiento uniforme de caudal. En este último caso, $j_L = 0$ cuando $Q_2 = 0$. Si Q_2 es negativo, es decir, se alimenta el conducto por ambos extremos, entonces el punto $j=0$ se encuentra en algún punto intermedio del conducto en que se anula el caudal. La pendiente j_E indica la línea de altura piezométrica correspondiente al caudal Q_E en el conducto (D, L) sin servicio.

5.1.4. Sistemas de abastecimiento y redes

Los sistemas de abastecimiento de agua a una ciudad están formados por un entramado de tuberías conectadas entre sí de forma muy diversa. La disposición final del sistema obedece a multitud de cuestiones, entre las que prevalecen la capacidad de garantizar el suministro adecuado, en términos de caudal y presión, y las económicas. En líneas generales, las redes de distribución están formadas por ramas, mallas y estructuras mixtas, que conectan los diferentes nudos de la red mediante conductos que, a su vez, pueden estar compuestos por otros en serie o en paralelo.



Las tuberías de una red de distribución pueden clasificarse, según su función y diámetro, como: principales o arterias, las de mayor diámetro que alimentan el resto de conductos; secundarias, de menor diámetro que las anteriores, que conducen el caudal hasta las tuberías de distribución; estas, que dan servicio a los edificios, y las acometidas, o conjunto de tuberías y válvulas que conectan la red con las instalaciones particulares interiores. Entre los componentes y accesorios que se pueden encontrar en una red están las válvulas de control, los reductores de presión, las ventosas o purgadores, los desagües y diversos elementos de medida con o sin telecontrol. Las normativas de instalación y uso que han de cumplir todos los elementos de una red son las recomendadas por los fabricantes, las cuales deberán ajustarse a la legislación vigente.

Los datos de partida necesarios para el cálculo de una red son, a parte de los topográficos y la altura piezométrica de al menos un nudo:

- la distribución de consumos y su cuantificación en función del número de habitantes, empresas, piscinas, bocas de riego, etc.;
- la tasa de crecimiento anual de la población, y
- el material de los conductos y su diámetro de cálculo inicial (estimado en función del caudal).

La presión de suministro en una zona urbana está comprendida entre 2,5 y 4 bar de presión. Presiones menores comprometen el funcionamiento de algunos electrodomésticos o podrían dejar sin servicio las plantas altas de los edificios o aquellos situados en las zonas más elevadas de la ciudad, mientras que presiones mayores podrían ocasionar la rotura de la instalación y el aumento de las fugas (de difícil localización). No es frecuente que se suministre más de 1 bar de presión a partir de la cuarta planta de un edificio, y para edificios más altos es recomendable instalar equipos de presión en las plantas bajas. Asimismo, deben montarse válvulas reductoras si la presión en algún punto de la red es superior a 4 bar.

Una vez se dispone de toda esta información, se puede comenzar el cálculo de la red desarrollando un modelo matemático de las arterias y el resto de tuberías que la componen. Cuanto mayor sea el grado de abstracción que se haga de la red real, menor será el tamaño del modelo y más fácil será el manejo de la información y su tratamiento. Para simplificar la red hasta obtener un esqueleto del cual se puedan extraer conclusiones aplicables a la red real, pueden asociarse grupos de tuberías en serie o en paralelo y trabajar con los correspondientes diámetros equivalentes, y también agrupar nudos próximos en uno solo para eliminar mallas de extensión reducida.

En el caso de una red mallada simple, se cumplen las llamadas leyes de Kirchhoff. Según estas leyes, en cada nudo:

$$\sum_{i=1}^n Q_i = 0 \quad [5.36]$$

donde son positivos los caudales dirigidos al nudo y negativos los salientes (n es el número de conductos que parten del nudo), y en cada malla:



$$\sum_{i=1}^m r_i Q_i^2 = 0 \quad [5.37]$$

es decir, la suma de las pérdidas de carga es nula después de dar una vuelta completa a la malla en un circuito cerrado (m es el número de conductos o líneas que forman la malla).¹⁰ Esta condición pasa por definir un sentido positivo de circulación en la malla (usualmente, el dextrógiro), de forma que la pérdida de carga de un conducto se considere, a efectos de cálculo, positiva si su caudal sigue el sentido de circulación escogido positivo y negativa, si lo hace en sentido contrario.

Es fácil comprobar que, en una red mallada de N nudos, con M mallas y C conductos, se pueden plantear $N-1$ ecuaciones de continuidad [5.36], M del tipo [5.37] y C ecuaciones de pérdidas o de Bernoulli para cada uno de los conductos. Se dispone, por tanto, de $M+N-1$ ecuaciones para dar cuenta de las $N-1$ cotas piezométricas desconocidas y de los C caudales. Por otro lado, se demuestra que, sea cual sea el número de nudos y mallas, se cumple que $M=C-N+1$ (número ciclomático), de modo que el sistema planteado se puede reducir a otro más sencillo, en que el número de ecuaciones quede reducido a C , que es el número de caudales.¹¹ Las C ecuaciones fundamentales se escogen de las $N-1$ ecuaciones de continuidad y $C-N+1$ ecuaciones de Bernoulli planteadas entre los circuitos cerrados que convengan o sean necesarios para que las alturas de los nudos no figuren (que pueden ser las M mallas de la red). El sistema resultante puede escribirse de la forma:

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=1}^n \alpha_{n,i} Q_i = Q_k \right)_{N-1} \\ & \left(\sum_{i=1}^m \alpha_{m,i} r_i Q_i^2 = 0 \right)_M \end{aligned} \quad [5.38]$$

donde $\alpha_{n,i}$ y $\alpha_{m,i}$ son los coeficientes de pertenencia de cada conducto i a un nudo o a una malla (que pueden ser 0, 1 o -1), y los Q_k son los caudales que entran al nudo k desde el exterior de la red o salen de él. Este sistema puede escribirse de forma matricial linealizando en torno a los $Q_{i,0}$ que verifiquen las ecuaciones de continuidad (supuesto inicial) y procediendo de forma iterativa.

Cuando no se conoce la cota piezométrica de al menos uno de los nudos, ha de introducirse una nueva ecuación en el sistema. Esta situación se plantea, por ejemplo, cuando los caudales externos son entregados a la red por depósitos de alimentación como los que se muestran en la figura 5.8. Si solo hubiera un depósito, bastaría con plantear la ecuación de Bernoulli entre este y el nudo de conexión, pero, si hay dos o más, el problema ha de resolverse añadiendo mallas virtuales que se cierren sobre la superficie de cada dos depósitos de alimentación (son necesarias tantas mallas virtuales como depósitos alimenten la red menos uno). Para el caso de la figura 5.7, la nueva ecuación a plantear sería:

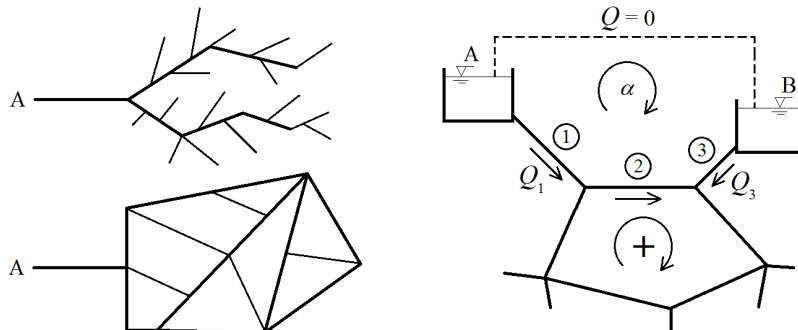
$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i r_i Q_i^2 + z_A - z_B = 0 \quad [5.39]$$

donde $\alpha_1 = \alpha_2 = -1$ y $\alpha_3 = 1$, y se supone conocido a priori el nivel de las superficies libres o sus variaciones a lo largo del día.



Figura 5.7.

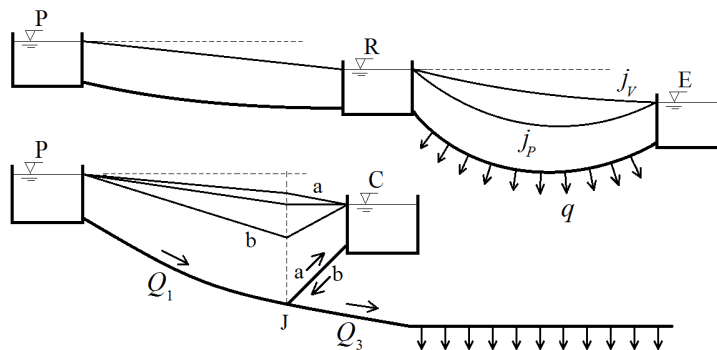
A la izquierda, tipos de redes de distribución: ramificada y mallada. Se prefiere la red mallada porque induce un mejor reparto de la presión, no tiene agua estancada en ningún punto y ofrece mejores garantías de suministro en caso de avería en un conducto. La red ramificada es más barata y fácil de calcular. A la derecha, un ejemplo de red con malla virtual (α) y la definición del sentido positivo de circulación.



La alimentación de la red por los puntos A o B de la figura 5.7 puede efectuarse mediante sistemas de abastecimiento por gravedad y por bombeo. La solución por gravedad no necesita consumir energía eléctrica para el accionamiento de las bombas, pero requiere la captación de agua desde un nivel superior, lo cual no siempre es posible. En este tipo de instalación, conviene instalar depósitos de regulación o de compensación (figura 5.8) próximos a la ciudad para ajustar las presiones de la red durante las diferentes horas del día, sobre todo si la captación es lejana. Cuando la captación se hace desde un nivel insuficiente y el bombeo es inevitable, el uso de estos depósitos es indispensable para poder bombear durante las horas valle, en las que la energía eléctrica es más barata, sin que el suministro se vea afectado (ambos depósitos se vacían durante las horas de más consumo y se recargan en horas valle). Los depósitos de compensación exigen más atención a la hora de seleccionar el grupo de bombeo, pues no regulan el consumo, pero son en general más pequeños ya que no todo el caudal bombeado pasa por ellos. En ciudades de gran extensión, es conveniente instalar también depósitos de cola al otro extremo para igualar las presiones de la red.

Figura 5.8.

Instalación de depósitos de regulación (R) y compensación (C) para la alimentación de una red de distribución por gravedad. El caudal Q_1 podría ser bombeado. Los depósitos de cola (E) son alimentados del principal (P) o del de regulación. Las líneas piezométricas j_P y j_V corresponden a la situación de trabajo en horas de consumo (de caudal) punta y valle, respectivamente. Obsérvese, en la figura inferior, que existe una altura piezométrica en el nudo "J" para la que $Q_1 = Q_3$, que es $H_1 = H_C$.



Para el análisis de sistemas con depósitos de compensación, es interesante estudiar el caso de un sistema ramificado formado por tres depósitos. Los tres depósitos de la figura 5.9, para los que $H_1 < H_3 < H_2$, están conectados por tres tuberías en un punto, J, en que



la altura total es única. Si se supone que la presión dinámica del nudo es pequeña en comparación con su presión reducida, entonces:¹²

$$H_J = z_J + \frac{p_J}{\rho g} \quad [5.40]$$

La altura H_J condiciona la relación de continuidad en el nudo y la forma de la ecuación de la energía para cada conducto.¹³ Cuando $H_J = H_2$, entonces $Q_2 = 0$; si $H_J > H_2$, se cumplirá que $Q_1 = Q_2 + Q_3$ y, en caso contrario, $Q_1 + Q_2 = Q_3$. Como H_J es desconocida a priori, se puede usar como referencia para averiguar el sentido de Q_2 la altura H^* , a la que correspondería precisamente un caudal $Q_2 = 0$. Incluyendo en los coeficientes r_i las pérdidas localizadas, en especial las de embocadura en cada depósito, esta altura (y su caudal Q^*) resulta de la ecuación:

$$H^* = H_1 + H_B - r_1(Q^*)^2 = H_3 + r_3(Q^*)^2 \quad [5.41]$$

de modo que, si $H^* > H_2$, será $Q_1 = Q_2 + Q_3$, pero, si $H^* < H_2$, entonces $Q_1 + Q_2 = Q_3$.

Comprobada la relación de caudales en el nudo, por ejemplo la anterior, las ecuaciones que definen el comportamiento del sistema son:

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2 + Q_3 \\ H_J^{(1)} &= H_1 - r_1 Q_1^2 + H_B \\ H_J^{(2)} &= H_2 + r_2 Q_2^2 \\ H_J^{(3)} &= H_3 + r_3 Q_3^2 \end{aligned} \quad [5.42]$$

donde H_B es una función del caudal Q_1 del tipo [4.40]. Si se toma $H_1 = 0$ y se sustituye, se llega a:

$$\begin{aligned} H_B - r_1(Q_2 + Q_3)^2 &= H_2 + r_2 Q_2^2 \\ H_B - r_1(Q_2 + Q_3)^2 &= H_3 + r_3 Q_3^2 \end{aligned} \quad [5.43]$$

Estas ecuaciones pueden resolverse analíticamente o de forma gráfica, teniendo presente que el proceso es iterativo si no se implementa la dependencia de los coeficientes r_i de Re_i .

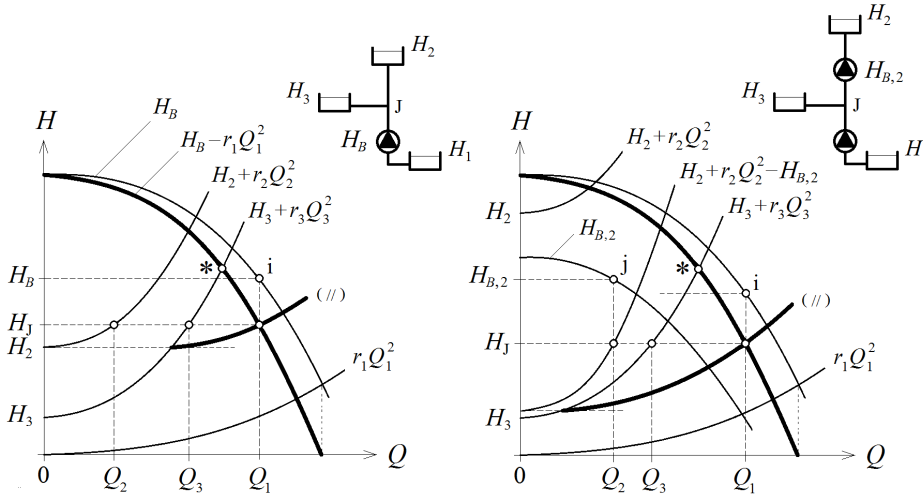
Si la altura en J no fuera suficiente para alimentar el depósito (2), se podría instalar en su conducto una bomba en línea que suministrara la energía necesaria. El nuevo sistema de ecuaciones sería, entonces:

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2 + Q_3 \\ H_J^{(1)} &= H_1 - r_1 Q_1^2 + H_B \\ H_J^{(2)} &= H_2 + r_2 Q_2^2 - H_{B,2} \\ H_J^{(3)} &= H_3 + r_3 Q_3^2 \end{aligned} \quad [5.44]$$

cuya resolución gráfica se muestra en la figura 5.9 (a la derecha). Evidentemente, ahora $H_{B,2}$ es función de Q_2 .



Figura 5.9.
Resolución gráfica del problema de los tres depósitos. A la derecha, el sistema con una bomba auxiliar en línea para alimentar el depósito (2) cuando la altura H_1 es insuficiente ($H_2 > H^*$). En ambos casos, se cumple que $Q_1 = Q_2 + Q_3$ y se ha supuesto que $H_1 = 0$. Los puntos "i" y "j" son los puntos de funcionamiento de las bombas H_B y $H_{B,2}$, respectivamente.



Todos los sistemas de ecuaciones no lineales de este apartado pueden resolverse, en la actualidad, con la ayuda de un ordenador y un poco de paciencia y buena disposición (si no se cuenta con software específico).

5.1.5. Velocidades límite y diámetro económico

La experiencia aconseja que la velocidad mínima en las conducciones forzadas, para el caudal medio repartido uniformemente entre las 24 horas de funcionamiento de una instalación, sea del orden de 0,6 m/s. Esta velocidad evita la decantación de partículas sólidas en suspensión en fluidos no tratados previamente y el uso de diámetros excesivamente grandes. La velocidad máxima no conviene que supere los 3 m/s para no aumentar en exceso las pérdidas de energía, la erosión y el ruido.

En las redes de distribución, es frecuente seguir el criterio conservativo de Mougny, que establece como velocidades máximas las dadas por la ecuación:

$$v_{\text{máx}} = 1,5(D + 0,05)^{1/2} \quad [5.45]$$

donde D es el diámetro de la conducción en metros. Para otras instalaciones y bombas, pueden utilizarse los valores dados en la figura 5.10.

El *diámetro económico* de una instalación de bombeo se define como aquel que minimiza el coste global. Los costes dependientes del diámetro son tres: el coste de la tubería instalada, C_1 ; el coste de la bomba, incluidos el cuadro eléctrico y los impuestos, C_2 , y el coste actualizado de la explotación de la instalación durante los años de vida útil previstos, C_3 . De estos costes, el segundo suele ser despreciable en instalaciones de gran tamaño.



El coste C_1 se calcula estimando primero el coste por metro lineal, c_1 , de la tubería de diámetro D y el coste equivalente en metros de todos los accesorios, L_a . En general, se acepta que c_1 es proporcional a la potencia $D^{3/2}$, cuyo factor de proporcionalidad, c , es un parámetro que resulta (en caso de no tener información actualizada) de efectuar un ajuste de mínimos cuadrados entre los diferentes diámetros y materiales a utilizar. Con todo, se tiene que $C_1 \propto (L+L_a)cD^{3/2}$.

El término C_2 es prácticamente proporcional a la potencia de la bomba instalada, es decir:

$$C_2 \propto bN_{abs} \propto b \frac{\rho g Q}{\eta_B} \left(f \frac{8}{\pi^2} \frac{L_{eq}}{D^5} Q^2 \right) \quad [5.46]$$

donde b es la constante de proporcionalidad, f el coeficiente de rozamiento medio y η_B el rendimiento unitario de la bomba.

Para el cálculo del último de los costes, C_3 , es necesario extrapolar al instante inicial el coste de explotación de cada uno de los años de vida de la instalación. Para hacerlo, se utiliza el factor de amortización, a , que resulta de la expresión:

$$a = \frac{(1+i)^t r}{(1+i)^t - 1} \quad [5.47]$$

donde i es el interés real aplicable (nominal menos inflación) y t es el número de años. El coste anual de explotación se obtiene multiplicando la potencia de la bomba por el número de horas de funcionamiento anual, h , y el precio del kWh, p . El resultado es:

$$A = N_{abs} h p \propto \frac{\rho g Q}{\eta_B} \left(f \frac{8}{\pi^2} \frac{L_{eq}}{D^5} Q^2 \right) h p \quad [5.48]$$

y, finalmente, $C_3 = A/a$.

Derivando la suma de los términos anteriores,¹⁴ y tras operar para el agua, se obtiene la expresión general:

$$D_{eco} = 1,165 \left(\frac{f}{\eta_B} \frac{L_{eq}}{L + L_a} \right)^{0,154} \left(\frac{b}{c} + \frac{p}{c} \frac{h}{a} \right)^{0,154} Q^{0,462} \quad [5.49]$$

Se comprueba que el diámetro económico es prácticamente independiente de la longitud de la instalación, pues el cociente de las longitudes es casi la unidad. En cuanto al valor de los distintos parámetros de la expresión anterior, muchos de ellos económicos, se constata que las relaciones b/c y p/c son sensiblemente constantes en la práctica y, en cualquier caso, su influencia es menor, al estar elevados al exponente 0,154. Para un interés real del 3% y una vida útil de 25 años, la expresión anterior se simplifica a otra de la forma:

$$D_{eco} = 1,165 \left(\frac{f}{\eta_B} \right)^{0,154} (0,5 + 2,5 \cdot 10^{-3} h)^{0,154} Q^{0,462} \quad [5.50]$$



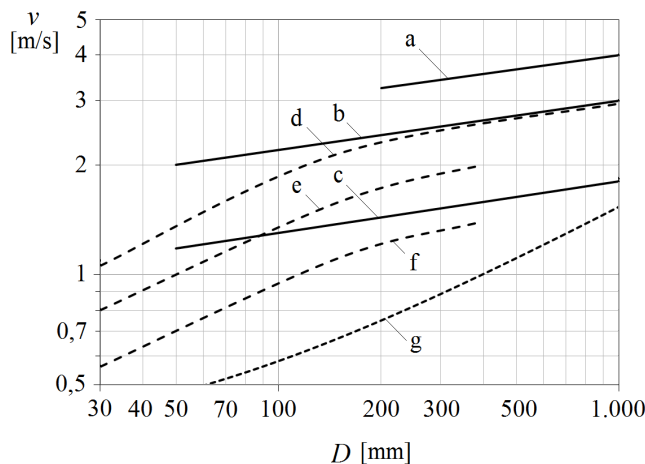
válida solo para un precio por kW de la bomba y una tarifa eléctrica de referencia.¹⁵ Como ejemplo de cálculo sencillo, suponiendo $f=1/50$, un rendimiento del 60% y 1.500 horas de funcionamiento anual, resulta:

$$D_{eco} = 0,862Q^{0,462} \quad [5.51]$$

de donde $v=1,756D^{0,165}$ para un tubo circular.

Este análisis puede asimilarse al diámetro equivalente de los sistemas de tuberías en serie o en paralelo, escogiendo los diámetros comerciales por exceso o por defecto que conengan y respeten los requisitos de presión en los nudos y la velocidad en los conductos del sistema. En instalaciones con una única línea, la elección final del diámetro de la instalación se realiza por tramos en función del diámetro comercial disponible y de la presión interna. Lo más normal es que se escojan tuberías de dos o tres timbrados (presiones nominales) diferentes y que se aproveche el salto de timbrado para cambiar, si es necesario, el diámetro de la tubería.¹⁶ De esta forma, se reduce el número de tipos de tubo necesarios y se facilita su instalación y almacenamiento.

Figura 5.10.
Velocidades normales y límite recomendadas en las tuberías. En la figura: a, aspiración y descarga de bombas axiales; b, aspiración y descarga de bombas centrífugas; c, aspiración en bombas centrífugas que requieran una gran altura de aspiración; d, descarga en bombas alternativas de accionamiento directo y baja presión; e, descarga en bombas alternativas de accionamiento directo y alta presión, y aspiración en bombas alternativas de accionamiento directo y baja presión; f, aspiración en bombas alternativas de accionamiento directo y alta presión, y g, fórmula de Mougne [5.45].



5.2. Válvulas de regulación y otras

El buen gobierno de cualquier instalación hidráulica requiere el empleo de válvulas que pueden funcionar de forma autónoma o siguiendo las órdenes de un operador. Las válvulas pueden abrir y cerrar el paso de fluido, aislar, conectar y desconectar entre sí diferentes partes de una instalación, regular el caudal transportado y cumplir con determinados servicios de seguridad. Sus tamaños van desde una fracción de pulgada hasta más de un metro de diámetro, y pueden trabajar con presiones que van desde el vacío hasta más de 1.400 bar y temperaturas desde las criogénicas hasta los 800°C. Las válvulas actuales están preparadas para conducir líquidos, vapores o gases en cualquier estado termodinámico, desde los más simples hasta los más corrosivos, abrasivos o tóxicos.



Las válvulas de regulación son elementos que modulan la energía que disipan en función de su grado de apertura. La característica entre el caudal y la pérdida de energía a través de la válvula es del tipo parabólico, Q^2 , para cada grado de apertura, ya que, salvo contadas excepciones, se puede considerar la válvula como una singularidad en la que el flujo es turbulento. Estas pérdidas se cuantifican de manera habitual en términos de presión, y en numerosas circunstancias son tan importantes como las que se producen por rozamiento dentro de las cañerías.

La diferencia fundamental entre la resistencia asociada a la válvula y a la del resto de la instalación es que, en las válvulas, esta puede ser modulada en continuo para mantener o cambiar a voluntad la variable de proceso (vp). Esta circunstancia las permite ser el elemento final de los lazos de control en línea como el de la figura 5.11, con los que se puede regular el caudal o cualquier otra variable fluidodinámica que sea medida y realimentada (vr). A cada valor de la señal de mando (vm) generada por el controlador del sistema le corresponde un grado de apertura (x) único en la válvula en condiciones normales de operación,¹⁷ lo que da lugar a un caudal (q) determinado en función de las presiones de entrada y salida (p_i) de la válvula.

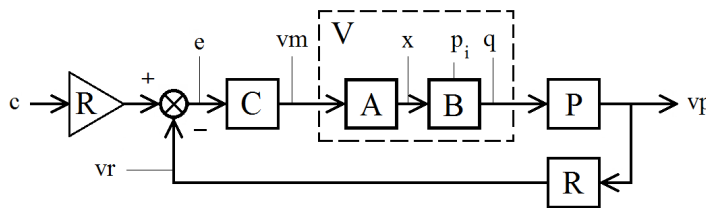


Figura 5.11. Diagrama de bloques típico de un lazo de control convencional. En la figura: C, controlador; A, actuador de la válvula (V); B, cuerpo de la válvula, y P, proceso. La señal de consigna es (c) en las mismas unidades que la variable del proceso (vp). El bloque R es la red de medición que permite calcular el error observado (e). La variable manipulada (vm) puede ser una señal de presión, hidráulica o eléctrica, según el tipo de accionamiento que se emplee. Si el control es digital, se tendrían que añadir al diagrama los bloques A/D y D/A necesarios.

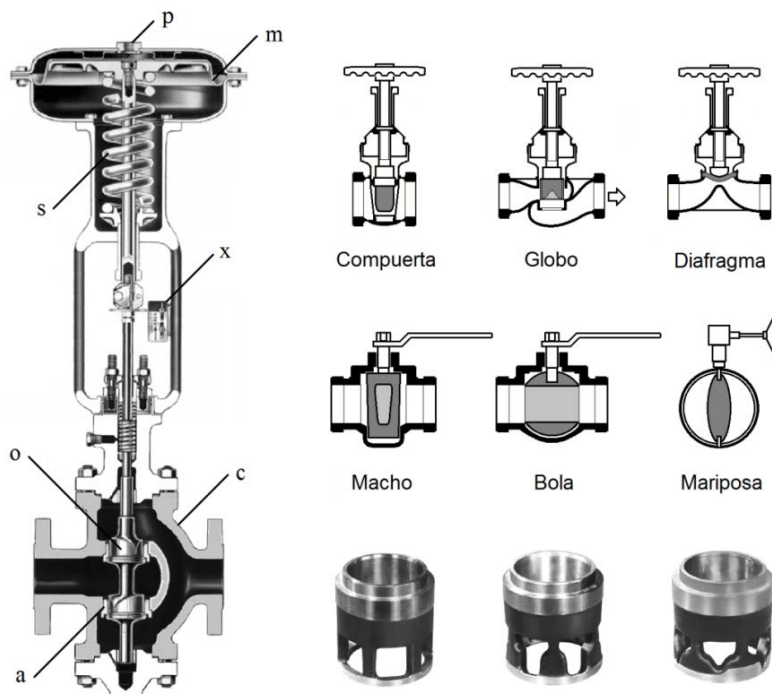
El accionamiento de las válvulas de proceso puede ser manual, neumático, eléctrico o hidráulico. En la actualidad, también se dispone de válvulas de control digital y comunicación por bus de campo. Existe una gran variedad morfológica de válvulas en función de los diferentes fluidos a transportar, del dispositivo de cierre u obturador y del tipo de accionamiento, aunque las más utilizadas en la industria son las accionadas por aire comprimido. Según el tipo de obturador, se pueden encontrar válvulas de accionamiento lineal o rotativo.¹⁸ El funcionamiento de las válvulas rotativas es muy sencillo y solo requiere la rotación del obturador, lo cual supone poco desgaste del eje, poca fricción y, por tanto, menor par y un actuador más barato.

El tipo de actuador utilizado, sea lineal o rotativo, ha de ser capaz de realizar el esfuerzo necesario en función de la diferencia de presión a través de la válvula y su caudal, manteniendo las condiciones de seguridad y estabilidad requeridas en el proceso. La forma del cuerpo de la válvula viene determinada por los elementos internos (obturador, asiento y guía del actuador) y su función, habiendo una gran variedad de opciones constructivas según el tipo de cierre (estanco o no), el tipo de actuación segura ante fallo (abrir o cerrar en ausencia de señal de mando), la fuerza que ha de realizar el actuador durante el accionamiento (con obturadores equilibrados en presión o no), la facilidad de desmontaje de la válvula para su limpieza o sustitución (en válvulas de cuerpo partido) o el número de asientos. Las conexiones externas de las válvulas pueden ser roscadas, bridadas o soldadas a la tubería.



Entre las válvulas más comunes, se encuentran las de compuerta (*gate valves*), de globo (*globe valves*), de bola (*ball valves*), de macho o tapón (*plug valves*), de diafragma (*diaphragm valves*), de mariposa (*butterfly valves*), de aguja (*needle valves*), anulares (*annular valves*), de cono fijo (*fixed-cone valves*), de pellizco (*pinch valves*), etc. En la figura 5.12, se presentan algunas de las válvulas de control más empleadas en la industria y sus componentes típicos, y en la tabla 5.4 se resumen sus características básicas. Las válvulas automáticas o de funcionamiento autónomo, como las reductoras, ventosas, de seguridad, etc., se explican en el apartado 5.2.6.

Figura 5.12.
A la izquierda, una válvula de control típica de globo con doble asiento, obturador con muesca y mando neumático de acción directa. A la derecha, diferentes obturadores y tipos de cuerpos de válvulas de control. En la figura: p, toma de aire a presión; m, membrana; s, muelle ajustable; x, indicador de posición; c, cuerpo de la válvula; a, asiento, y o, obturador. En la parte inferior derecha, se muestran tres tipos de obturadores para una válvula de globo: de apertura rápida (izquierda), lineal e isoporcentual (derecha).



La válvula de compuerta es utilizada para el flujo de fluidos limpios, pero no es recomendable para la regulación porque tiene tendencia a vibrar cuando está parcialmente abierta. En cambio, como en apertura máxima su sección de paso coincide con el diámetro nominal de la tubería y las pérdidas de carga son relativamente pequeñas, es indicada para servicios generales con fluidos altamente viscosos o espesos, pastas y líquidos corrosivos.

Las válvulas de globo son de uso frecuente gracias a su poca fricción y su elevada capacidad de regulación. El movimiento lineal del eje es más corto que en las de compuerta, pero suficiente para garantizar un buen intervalo de regulación. Esta circunstancia ahorra tiempo y desgaste, facilita su guiado y permite el diseño de obturadores con distintos tipos de perfil para ajustar la característica de caudal de la válvula.

Las válvulas de diafragma (*Saunders*) se utilizan para el corte y la estrangulación de líquidos que pueden llevar una gran cantidad de sólidos en suspensión. En estas válvulas, se aísla el fluido de las partes del mecanismo de operación, lo que las hace idóneas en servicios corrosivos o viscosos al evitar la contaminación del o desde el exterior. La estanqueidad se consigue mediante una membrana flexible, generalmente de elastómero reforzado con algún metal, que se desplaza linealmente hasta hacer contacto con el cuerpo de la válvula, que actúa de asiento.

Válvula	Ventajas	Inconvenientes	Aplicaciones
Compuerta	Alta capacidad. Cierre hermético metal-metal. Coste bajo. Diseño y funcionamiento sencillos. Poca resistencia a la circulación.	Control deficiente de la circulación. Se requiere mucha fuerza de accionamiento. Produce cavitación con baja caída de presión. En posiciones intermedias, sufre de erosión del asiento y del disco.	Servicio ON/OFF sin estrangulación. Uso poco frecuente. Servicio general, aceites, gas, aire, pastas semilíquidas, líquidos espesos, vapores, gases y líquidos no condensables, y líquidos corrosivos.
Globo	Estrangulación eficiente. Carrera corta y poco tiempo de accionamiento. Disponible con orificios múltiples antirósion.	Gran caída de presión. Costo relativamente elevado, sobre todo en válvulas grandes, lo que limita su tamaño.	Accionamiento frecuente en regulación continua. Servicio general de líquidos, vapores, gases y pastas semilíquidas.
Diafragma	Coste bajo o medio. Sin empaquetaduras. Sin fugas. Inmune a los problemas de obstrucción, corrosión o formación de grumos. De rápida apertura y fácil de limpiar.	Diafragma susceptible de desgaste. Elevada torsión al cerrar con la tubería llena. El empuje para cerrar herméticamente es grande, lo que limita la diferencia de presión máxima.	Servicios ON/OFF y de regulación para bajas presiones. Pastas aguadas, fluidos corrosivos, materiales pegajosos o viscosos, pastas semilíquidas fibrosas, lodos, alimentos y productos farmacéuticos.
Bola	Coste bajo. Alta capacidad. Corte bidireccional y circulación en línea recta. Pocas fugas. Autolimpiable. Poco mantenimiento. No lubricada. Tamaño compacto. Cierre hermético. Apertura rápida y bajo par de accionamiento.	Características deficientes para la regulación, en especial en aperturas grandes. Alto par de accionamiento. Susceptible al desgaste de sellos o empaquetaduras. Propensa a la cavitación, en especial en aperturas pequeñas.	Servicio ON/OFF sin estrangulación, especialmente cuando se necesita resistencia mínima a la circulación. Servicio general y altas temperaturas, de líquidos, vapores, gases y pastas semilíquidas.
Macho	Coste bajo. Alta capacidad y baja caída de presión a través de la válvula. Cierre hermético y accionamiento rápido.	Requiere alta torsión para accionarla. Desgaste del asiento. Cavitación con baja caída de presión.	Servicios ON/OFF y en derivación de accionamiento frecuente. Servicio general, pastas semilíquidas y líquidos corrosivos.
Mariposa	Ligera de peso, compacta y de bajo coste. Autolimpiable. Poco mantenimiento y pocas piezas móviles. Alta capacidad. Circulación en línea recta.	Alta torsión de accionamiento. Propensa a la cavitación, en especial a aperturas pequeñas.	Servicios ON/OFF y de regulación con baja caída de presión. Servicio general de líquidos, gases, pastas semilíquidas y líquidos con sólidos en suspensión.

Tabla 5.4.
Características generales y aplicaciones de algunas válvulas de control.



El obturador de una válvula de bola consiste en un macho esférico agujereado que deja una sección libre de obstáculos cuando está totalmente abierta. La bola contacta de forma circunferencial y uniforme con el asiento, generalmente de materiales blandos, lo que garantiza un sellado excelente. En las válvulas de macho o tapón, el obturador puede ser cilíndrico o troncocónico. La buena estanqueidad de estas válvulas hace que sus aplicaciones más frecuentes sean ON/OFF, con uno o varios puertos para servicios de derivación y para cualquier fluido (incluso, con sólidos en suspensión). Las válvulas de bola son, en cierto modo, un tipo de válvula macho, aunque se las trata como una familia diferente.

Las válvulas de mariposa son unas válvulas muy versátiles con una gran capacidad de adaptación a múltiples sectores industriales a un coste relativamente bajo y con una pérdida de presión pequeña. Aunque su desarrollo es relativamente reciente, existe una gran diversidad de tamaños, presiones, temperaturas, conexiones, etc. La geometría de la válvula de mariposa es sencilla, compacta y de revolución, por lo cual es barata de fabricar, tanto por el ahorro de material como por los costes de mecanización. El menor espacio que ocupa y su peso reducido, en comparación con las válvulas de compuerta y de globo, facilitan su montaje en la instalación y la hace especialmente atractiva en grandes tamaños (de hasta 2.500 mm). En la válvula de mariposa, la corriente circula alrededor del disco obturador con una pérdida de carga algo superior a la válvula de bola o de compuerta cuando está completamente abierta, pero claramente inferior a la válvula de globo. Estas válvulas pueden, bajo demanda, admitir cualquier tipo de fluido y, a diferencia de las válvulas de compuerta, globo o bola, no hay cavidades donde puedan acumularse sólidos que impidan su maniobra.

5.2.1. Establecimiento de la pérdida de presión

El usuario de una válvula de control observa que la relación presión-caudal sigue una ley casi parabólica, Q^2 , cuya constante depende del grado de apertura y es más grande cuando más cerrada está la válvula. La relación entre el caudal y la presión a menudo se escribe:

$$Q = f_i K_V \left(\frac{\Delta p_V}{\rho_R} \right)^{1/2} \quad [5.52]$$

donde Q es el caudal circulante en m^3/h ; $\Delta p_V = p_e - p_s$ es la caída de presión en la válvula en bar; f_i es la función inherente, definida monótona creciente en función del grado de apertura unitario, $x/x_{\text{máx}}$, y tal que $f(0)=0$ y $f(1)=1$; K_V es el coeficiente de caudal¹⁹ en $\text{m}^3/\text{h}/(\text{bar}^{1/2})$, definido para abertura máxima ($x/x_{\text{máx}}=1$), y ρ_R es la densidad relativa del fluido obtenida de la relación entre la densidad del fluido (aparente, si el fluido contiene partículas en suspensión) y la del agua a 15 °C y 1 atm. Esta expresión es válida para flujo incompresible.

El K_V define el tamaño de la válvula y su capacidad de caudal. Este coeficiente representa el caudal en m^3/h que pasa por la válvula abierta al 100% cuando la diferencia de presión a su través es de 1 bar. No obstante, el caudal máximo real que puede transportar la válvula en una instalación no tiene por qué coincidir con el K_V , aunque sus unidades prácticas sean el m^3/h (pues se omite el factor $\text{bar}^{1/2}$ de su denominador), porque también



depende de la energía disponible para la válvula a apertura máxima. Más adelante, en el apartado 5.2.3, se presentan y justifican las ecuaciones que han de utilizarse en cada caso.

La función inherente, f_i , es una característica de la válvula que depende del tipo de obturador y de asiento que emplee y es suministrada por el fabricante en sus cartas de forma gráfica o tabulada. En algunas referencias, el producto $f_i K_V$ se denomina K_V efectivo (K_e), que pasa a ser función del grado de apertura de la válvula, $x/x_{\text{máx}}$. La relación anterior se escribe, entonces:

$$Q = K_e \left(\frac{\Delta p_V}{\rho_R} \right)^{1/2} \quad [5.53]$$

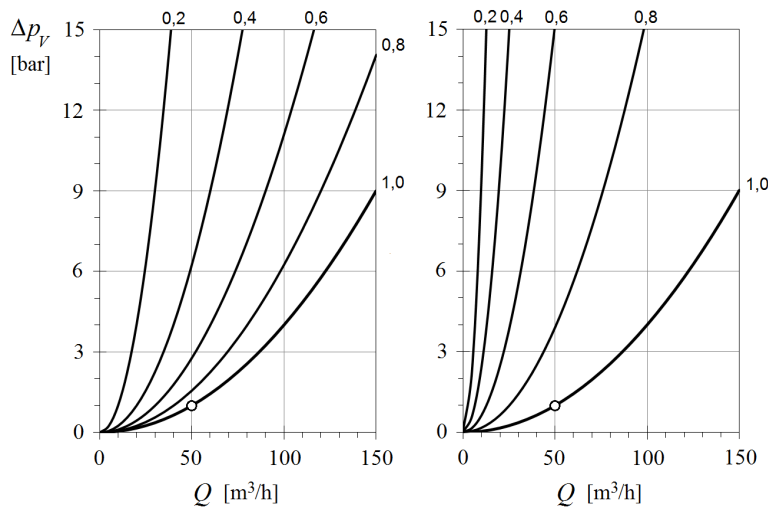


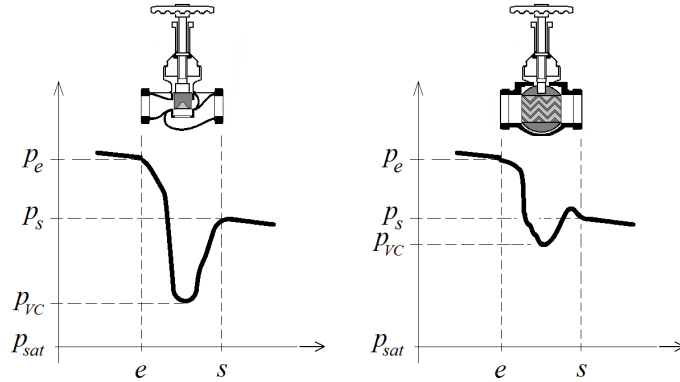
Figura 5.13. Curvas características teóricas de sendas válvulas de control en función del grado de apertura unitario. A la izquierda, de una válvula lineal y, a la derecha, de una isopercental. Ambas obtenidas de [5.55] para el mismo $K_V = 50 \text{ m}^3/\text{h}$. $R = 30 \text{ m}^3/\text{h}$.

Los fabricantes de válvulas disponen de diferentes procedimientos por producir la relación entre la pérdida de presión y el caudal. El más sencillo de estos procedimientos consiste simplemente en provocar un estrangulamiento de la corriente para aumentar la velocidad local del fluido, lo que provoca una pérdida singular altamente disipativa que hace caer, según lo que establece la ecuación de la energía, la presión estática en la vena contracta, donde la velocidad sobreviene máxima. Otros procedimientos implican la realización de obturadores más eficientes, a veces en varias etapas, que generan la pérdida total al sumar las pérdidas parciales que producen múltiples chorros a los que se fuerza a cambiar de dirección. Estos chorros se distribuyen en un número variable de canales con los que se controla la caída de la presión, al tiempo que mantienen la velocidad media prácticamente constante. Ambas estrategias permiten agrupar las válvulas en dos tipologías distintas, según sean de alta o de baja recuperación de presión (*high and low recovery valves*). La diferencia entre ambos tipos de válvulas se observa en la figura 5.14.

Las válvulas de alta recuperación cavitan con más facilidad, dado que la presión de la vena contracta, p_{VC} , es más baja. Se ha de evitar la aparición de cavitación en una válvula, ya que puede bloquearla y producir los mismos efectos nocivos que en las bombas. La recuperación de la presión desde la vena contracta puede tener lugar en el interior de la

válvula o en la tubería corriente abajo, donde también son visibles los efectos de la cavitación, si esta llega a iniciarse.

Figura 5.14.
Tipología de las válvulas de control en función de la recuperación interna de presión. Obsérvese cómo las válvulas de alta recuperación (izquierda) tienen una presión en la vena contracta inferior a las de baja recuperación (derecha). Las válvulas de baja recuperación se denominan usualmente *smart valves*.



En la literatura especializada, se utilizan diferentes coeficientes para definir el comportamiento de la válvula a la recuperación de presión interna. El nombre depende de la fuente consultada o del fabricante que lo usa, pero a menudo tiene la forma:

$$F_L = \left(\frac{p_e - p_s}{p_e - p_{VC}} \right)^{1/2} \quad [5.54]$$

Esta expresión muestra que la válvula que reduce la presión aumentando la velocidad del flujo tiene el F_L más pequeño (pues el p_s absoluto estará más alejado de la presión de la vena contracta). El coeficiente de recuperación (*recovery factor*) de [5.54] depende también del grado de apertura y siempre es inferior a la unidad, ya que $p_{VC} < p_s$ (v. figuras 5.14 y 5.23). Las válvulas de baja recuperación de presión tienen el F_L mayor que las de alta recuperación y, en este sentido, son más eficientes, pues toleran diferencias de presión a través de la válvula (y, por tanto, caudales) mayores que las de alta recuperación para una misma presión de entrada.

5.2.2. Características inherente e instalada

La selección de la característica de caudal más adecuada de una válvula es fundamental para garantizar el buen funcionamiento de la instalación y la aplicación correcta de la válvula de control.

A la característica de flujo inherente, se representa la función f_i , o el coeficiente K_e en porcentaje, en función del grado de apertura de la válvula para una caída de presión constante.²⁰ En la figura 5.15, se muestran algunas de las características de caudal más comunes. Las características inherentes de la mayoría de válvulas quedan comprendidas entre la lineal y la isoporcentual teóricas, que pueden ajustarse, respectivamente, por las ecuaciones:



$$\begin{aligned} f_i &= x / x_{\text{máx}} \\ f_i &= R^{x/x_{\text{máx}} - 1} \end{aligned} \quad [5.55]$$

donde R es un coeficiente denominado *margen de aplicación* o *rangeability*, y representa el cociente entre los caudales máximo y mínimo que definen el intervalo de regulación o campo de control en que la válvula mantiene, de forma aproximada, la característica teórica.²¹ La *rangeability* depende del tipo de válvula, pero suele tener valores comprendidos entre 30 y 100, siendo algo menor en las isoporcentuales. Como $1/R$ es la ordenada en el origen de la característica inherente teórica de una válvula isoporcentual, la ecuación [5.55] sugiere que estas válvulas, en teoría, no cierran nunca.²² El caudal mínimo es $Q_{\text{mín}} = Q_{\text{máx}}/R$, que no debe ser interpretado como un caudal de fugas, sino como el mínimo caudal controlable por la válvula isoporcentual real a un grado de apertura $x_{\text{mín}}/x_{\text{máx}}$.

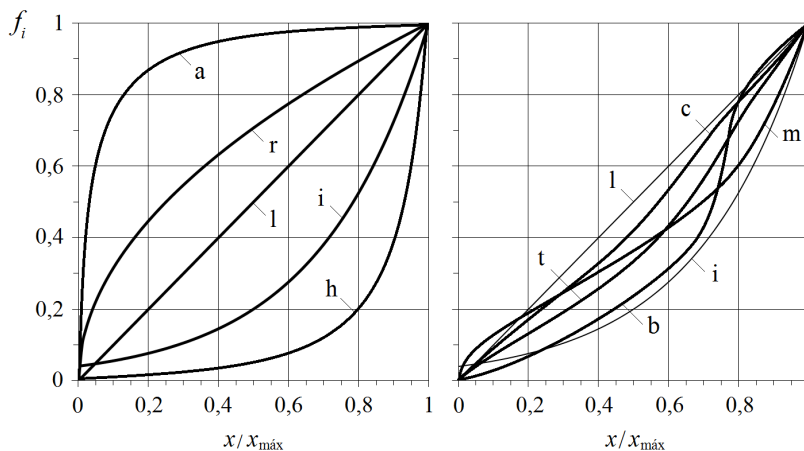


Figura 5.15. Características inherentes teóricas (izquierda) y prácticas aproximadas (derecha) de diferentes configuraciones de válvulas de control. En la figura: l, lineal; i, isoporcentual; r, de raíz cuadrada; h, hiperbólica; a, de apertura rápida; t, de tapón o macho; c, de compuerta; m, de mariposa; y b, de bola. Por norma general, solo son disponibles comercialmente las características de apertura rápida, lineal e isoporcentual.

Si bien la característica inherente de flujo dada por el fabricante proporciona información muy útil sobre la habilidad de la válvula para regular el caudal, es la característica instalada la que interesa conocer realmente. Esta característica representa el cambio en caudal efectivo en función del grado de apertura, y no puede ser completamente conocida hasta que no se relacionan entre sí la instalación y la característica inherente. Como se verá a continuación, el resultado de este acoplamiento es que todas las válvulas tienen características instaladas que tienden, en mayor o menor grado, a la apertura rápida desde su función inherente.

Analizando en detalle una instalación típica como la de la figura 5.16, en la que la energía que proporciona la bomba disminuye con el caudal mientras que la curva del sistema aumenta, se concluye que la presión a disposición de la válvula disminuye a medida que esta se abre (y aumenta el caudal), por lo que no se mantiene constante y se invalida su característica inherente como referencia. Para entender mejor esta circunstancia, piénsese que la característica inherente de una válvula se obtiene en el laboratorio mediante ensayos en los que se mantiene la caída de presión a través de la válvula, Δp_V , constante. En estas circunstancias, si se relaciona un grado de apertura genérico con el máximo en que $f_i(1) = 1$, resulta la relación $q_i = Q/Q_{\text{máx}}$ siguiente:

$$q_i = \frac{f_i K_V \Delta p_V^{1/2}}{K_V \Delta p_V^{1/2}} = f_i \quad [5.56]$$

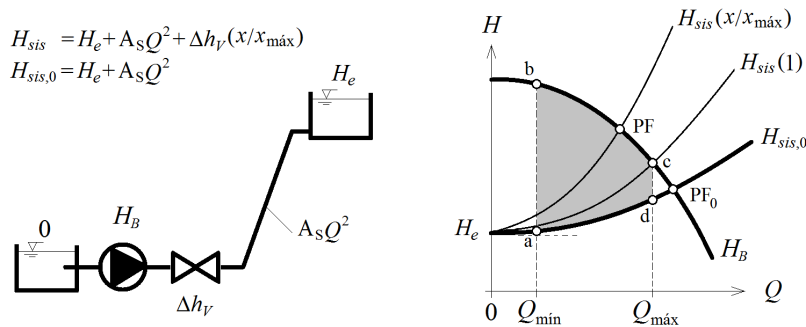
Es decir, la relación de caudales obtenida es, en sí misma, la función inherente buscada.

Repetiendo el procedimiento en una instalación como la indicada en la figura 5.16, en que la caída de presión a través de la válvula es mínima cuando esta se halla totalmente abierta, se tiene:

$$q_i = f_i \left(\frac{\Delta p_V}{\Delta p_V^{\min}} \right)^{1/2} > f_i \quad [5.57]$$

y la relación de caudales instalados, q_i , es superior a la inherente, en una razón que depende del cociente entre las presiones disponibles, que, a su vez, es función de la forma del área “abcd” encerrada entre la curva de la bomba y la del sistema original sin válvula, $H_{sis,0}$.

Figura 5.16.
Diagramas de altura vs. caudal de una instalación típica. Se observa que la presión mínima disponible corresponde a una válvula completamente abierta ($Q_{\max}$).
 $\Delta p_V [\text{bar}] = 10^{-5} \rho g \Delta h_V [\text{m}]$.
PF es el PF del sistema formado por el conjunto de conductos y depósitos en que no se incluye la pérdida asociada a la válvula (es el sistema antes de montar la válvula de control, y de aquí la definición de “original”).



Para estimar si la deformación de la característica de caudal será suficientemente significativa una vez instalada la válvula, se ha introducido (entre otros) el siguiente factor de presión reducida:

$$p_R = \frac{\Delta p_V}{\Delta p_{sis}} = \frac{\Delta p_V}{\Delta p_V + \Delta p_{sis,0}} \leq 1 \quad [5.58]$$

En esta ecuación, el término $\Delta p_{sis,0}$ representa las pérdidas del sistema original, $A_S Q^2$, en unidades de presión para que el p_R sea adimensional.

La figura 5.17 enseña que, cuando este factor es próximo a la unidad, la característica instalada y la inherente son muy similares o coinciden. Se dice que la válvula es muy autoritaria²³ cuando esto sucede, pues entonces el término $\Delta p_{sis,0}$ es muy inferior a Δp_V en las mismas unidades. Dicho de otra manera: la válvula se comporta como es inherentemente, pues ella sola supone la mayoría de las pérdidas de todo el sistema. Como se observa en la misma figura, la deformación de la característica inherente aumenta a medida que el p_R disminuye, de forma que una válvula isoporcentual pasa a ser aproximadamente lineal, una vez instalada, cuando el p_R toma valores próximos a 0,33. Llegados



a este punto, resulta necesario poner de manifiesto que el factor de presión reducida no es constante en la instalación porque depende del grado de apertura, lo cual implica, en definitiva, que el p_R tiene que ser valorado sobre el rango de actuación de caudales para tener una idea de su valor medio o por intervalos.

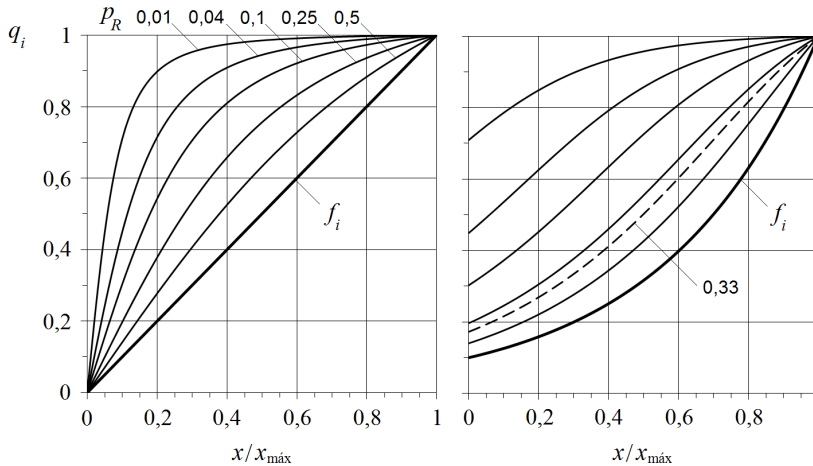


Figura 5.17. Características instalada e inherente de caudal para una válvula lineal (izquierda) e isoporcentual de $R = 10$ (derecha), obtenidas en una instalación en la que un depósito descarga a través de la válvula en serie mediante un conducto manteniendo su nivel constante (esto es: la suma $\Delta p_V + \Delta p_{sis,0}$ es constante). La característica instalada se desvía hacia la apertura rápida a medida que p_R tiende a cero.

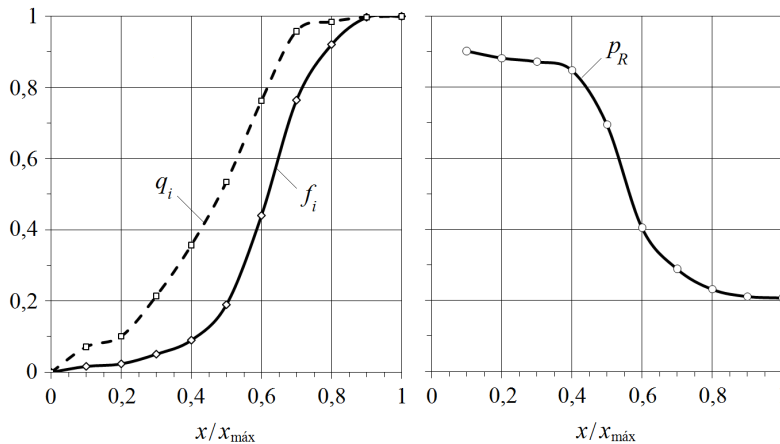
La sensibilidad de la válvula se define como el incremento de caudal correspondiente a un cambio dado de la señal de control (grado de apertura), siendo evidente que la pendiente de la característica de caudal instalada representa la ganancia de la válvula, dq_i/dx , en una posición $x/x_{\max}$ concreta. Como se observa en la figura 5.15 y las siguientes, una característica instalada de apertura rápida proporciona cambios importantes del caudal cuando el recorrido de la válvula es pequeño, pero, para aperturas medias y altas, su sensibilidad es muy baja y hace casi imposible regular el caudal. Es decir, para aperturas pequeñas, estas válvulas pueden inducir inestabilidades por su elevada ganancia, pero, en contrapartida, se muestran insensibles en otras regiones. Teniendo en cuenta que, como se ha visto, todas las válvulas modifican sus características de caudal inherente hacia la apertura rápida una vez se acoplan con el sistema hidráulico, las de apertura rápida inherente restringen su uso a aplicaciones de control ON/OFF en procesos rápidos de control discreto o semicontinuos. Como consecuencia de todo ello, la mayoría de las aplicaciones de control se sirven de válvulas de tipo lineal o de igual porcentaje de apertura, dependiendo de la relación p_R correspondiente.

Es evidente que, desde la perspectiva de la teoría de control, interesa que la relación instalada sea lo más lineal posible, pues así se consigue que la ganancia media del sistema sea mínima y que los cambios en caudal sean proporcionales (o casi) a los cambios en la apertura.²⁴ La característica lineal parece, en principio, la más deseable ya que proporciona una ganancia constante en su característica inherente. No obstante, la decisión no es inmediata ni sencilla pues, como se ha visto, la relación instalada depende del valor medio del p_R evaluado por intervalos. Además, para forzar que una válvula lineal se comporte linealmente son necesarios p_R próximos a la unidad, por lo que las isoporcentuales son más recomendables desde un punto de vista energético. En efecto, suponiendo que $\Delta p_{sis,0} = 1$ bar, para que $p_R \approx 0,9$ es necesario que Δp_V sea del orden de 10 bar, esto es,



la válvula lineal ha de provocar 10 veces más pérdida de energía que la propia instalación que quiere ser regulada linealmente (lo cual es claramente un despropósito). En cambio, una válvula isoporcentual en la misma instalación solo requeriría un $\Delta p_V = 0,5$ bar para forzar un $p_R \approx 0,33$. En conclusión, y desde este punto de vista, en lo posible debe escogerse una válvula isoporcentual pues es la más recomendable para p_R reducidos.

Figura 5.18. Características inherente e instalada de una válvula motorizada obtenidas en el laboratorio y p_R correspondiente. Se observa la deformación hacia la apertura rápida de la característica de caudal ([5.57]).



Cabe tener en cuenta, también, que el p_R no depende propiamente de la válvula, sino de la instalación y del margen de energía que esta ponga a su disposición (área “abcd” de la figura 5.16). Para verlo mejor, basta con evidenciar que otra forma de escribir [5.58] para la instalación de la figura 5.16 es:

$$p_R = \frac{H_B - H_{\text{sis},0}}{H_B - H_e} \quad [5.59]$$

Por ello, como criterio orientativo de selección, se recomienda la válvula isoporcentual si $H_B - H_{\text{sis},0}$ es decreciente con el caudal y el Δp_V a caudal máximo es inferior al 20% del Δp_V a caudal mínimo. En otros casos, en especial cuando $H_B - H_{\text{sis},0}$ es sensiblemente constante, se escogerá la válvula lineal.²⁵

5.2.3. Selección de una válvula de control

La selección de una válvula de control exige considerar en detalle los requisitos de capacidad y regulación, buscando siempre la mejor combinación de cuerpos, obturadores y materiales de cada servicio específico. El primer paso para escoger una válvula de control es determinar sus condiciones operativas. Estas condiciones vienen descritas por la presión nominal o de diseño de la válvula, evaluada en función de la presión a su entrada, la diferencia de presión disponible y su p_R , y el intervalo de caudales y su *rangeability*. El siguiente paso del proceso de selección implica la elección de los materiales necesarios, teniendo en cuenta el tipo de fluido y el nivel de presión y temperatura.

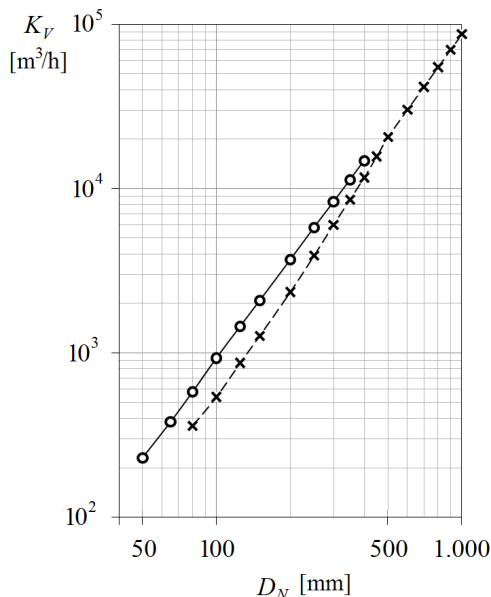
Una vez decidido el tipo de válvula (obturador) más adecuado en función del p_R de la instalación, la elección de la válvula final pasa por escoger su tamaño, en términos del K_V necesario o de su diámetro nominal, D_N . Ambos parámetros se relacionan entre sí para las diferentes tipologías de válvulas y fabricantes mediante gráficos o tablas como los que se muestran en la figura 5.19.

A menudo, se seleccionan las válvulas para que el caudal nominal del sistema sea del orden del 80-90% de su caudal máximo, de forma que siempre exista una reserva de caudal en la instalación. En otras ocasiones, el caudal máximo viene fijado por el propio proceso a regular (tiempos de llenado mínimo, volumen máximo o de derrame, etc.) o por algún límite funcional de sus componentes que debe evitarse (cavitación de bomba, caudal máximo de filtración, etc.). Sea como fuere, conocido el caudal en condiciones de apertura máxima, $Q_{\max}$, el K_V necesario resulta de la expresión:²⁶

$$K_V = Q_{\max} \left(\frac{\rho_R}{\Delta p_V} \right)^{1/2} \quad [5.60]$$

donde la diferencia de presión mínima corresponde a la distancia “cd” de la figura 5.16, y las unidades a utilizar son las descritas en [5.52]. Más adelante (v. apartado 5.3), se concretan los criterios de trabajo con que valorar esta diferencia de presión.

El coeficiente de caudal que resulte de esta operación puede no estar disponible comercialmente, lo cual acarrearía la elección del inferior o superior más próximo al calculado, según convenga. Es muy probable, además, que el D_N asociado al K_V resultante no coincida (por defecto) con el diámetro de la tubería en la que ha de montarse la válvula y se tengan que adaptar los diámetros de conexión. Cuando esto ocurre, que es de hecho lo más frecuente, el cálculo anterior debe rehacerse para tener en cuenta el efecto de los conos reductores que sean necesarios.



D_N	K_V
50 2"	230
65 2½"	380
80 3"	580 360
100 4"	930 540
125 5"	1.450 870
150 6"	2.080 1.270
200 8"	3.690 2.350
250 10"	5.800 3.920
300 12"	8.300 6.030
350 14"	11.300 8.590
400 16"	14.800 11.700
450 18"	15.700
500 20"	20.600
600 24"	30.200
700 28"	41.600
800 32"	54.900
900 36"	70.000
1.000 40"	87.000

Figura 5.19. Relación entre K_V y el diámetro nominal de una válvula de bola de paso completo (○) y otra de mariposa (x). Las dimensiones de las válvulas industriales se regulan por las normas UNE EN 558-1,2:2008. *Industrial Valves - Face-to-face and Centre-to-Face Dimensions of Metal Valves for Use in Flanged Pipe Systems - Pn and Class-designated Valves.*



Por norma general, las válvulas rotativas incluyen, en sus cartas, factores que permiten calcular el K_V aparente o equivalente, $K_{V,eq}$, incluyendo un factor F_P que es función del grado de apertura y la relación D_N/D , donde D es el diámetro interno de la tubería (figura 5.20). En otras válvulas o cuando los conos reductores no son idénticos a entrada y salida, este factor puede estimarse mediante la expresión:²⁷

$$F_P = \left(1 + 625 K_{12} \left(\frac{K_V}{D_N^2} \right)^2 \right)^{-1/2} \quad [5.61]$$

El coeficiente K_{12} resulta de considerar todos los efectos asociados a la adaptación que suponen un cambio en la diferencia de presión a través de la válvula. El K_V necesario es, entonces:

$$K_V = \frac{Q_{\max}}{F_P} \left(\frac{\rho_R}{\Delta p_V^{\min}} \right)^{1/2} \quad [5.62]$$

Como $F_P < 1$, el producto $F_P K_V$ hace que la válvula parezca más pequeña de lo que realmente es, ya que los conos reductores provocan una pérdida de presión que debe tenerse en cuenta en el cómputo de la diferencia de presión global (válvula, más reductores de entrada y salida).²⁸ Para ser más precisos, también debe contemplarse el posible efecto difusor de ambos conos, de modo que el coeficiente K_{12} de la fórmula [5.61] se calcula del modo siguiente:

$$K_{12} = k_1 \left(1 - \frac{D_N^2}{D_1^2} \right)^2 + k_2 \left(1 - \frac{D_N^2}{D_2^2} \right)^2 + \left(1 - \frac{D_N^4}{D_1^4} \right) - \left(1 - \frac{D_N^4}{D_2^4} \right) \quad [5.63]$$

En esta expresión, D_1 y D_2 son los diámetros internos de la tubería a la entrada del cono de entrada y a la salida del de salida, respectivamente, y los coeficientes k_1 y k_2 pueden suponerse 0,5 y 1 si no se dispone de información más precisa. Los dos primeros términos de [5.63] permiten estimar las pérdidas singulares en los conos, mientras que los dos últimos aproximan el efecto difusor a través de la válvula (su diferencia es nula si $D_1 = D_2$). Evidentemente, se sigue que, si $D_1 = D_2 = D_N$, entonces $F_P = 1$. En cualquier otro caso, como el coeficiente geométrico F_P depende del diámetro D_N , el proceso de cálculo del K_V ha de resolverse siguiendo un proceso iterativo o por tanteo.

El proceso iterativo comienza tomando un coeficiente de caudal en la primera iteración, $K_V^{(1)}$, un 30% superior al dado por la ecuación [5.60], $K_V^{(0)}$, y se incrementa en cada iteración la misma proporción hasta que se cumpla la condición $K_V^{(n)} F_P^{(n)} > K_V^{(0)}$. Una vez finalizado el proceso, se escoge el tamaño comercial de válvula comprendido entre el $K_V^{(n)}$, que es el correspondiente a la última iteración realizada y de valor $1,3^n K_V^{(0)}$, y el que resulte de la ecuación [5.62] para $F_P^{(n)}$, que es inferior a $K_V^{(n)}$. Para el K_V escogido también quedarán definidos su diámetro nominal, D_N , y el coeficiente K_{12} de [5.63].

El caudal que pasaría por la válvula, en estas condiciones, sería:

$$Q = f_i F_P K_V \left(\frac{P_1 - P_2}{\rho_R} \right)^{1/2} \quad [5.64]$$



donde p_1 y p_2 son las presiones estáticas a la entrada y a la salida de los conos que definen la diferencia de presión total a través del conjunto, distancia “cd” de la figura 5.16, y que es mayor que la diferencia de presión a disposición de la válvula, $p_e - p_s$.

Tras la elección del tamaño más adecuado de la válvula en función de los requisitos de caudal y presión disponible, se deben tener en cuenta otras consideraciones relativas al funcionamiento y a la seguridad del proceso, como la capacidad de cierre de la válvula, la posibilidad de incorporar silenciadores o el empleo de materiales especiales anticorrosión o resistentes a la cavitación, etc. La compatibilidad y la duración de los materiales están sujetas a complejas consideraciones que han de considerar la presencia de sólidos abrasivos en el flujo, la corrosividad del fluido que se va a transportar, la posibilidad de obturación a pequeñas aperturas, etc.

En la actualidad, se diseñan válvulas de control para cualquier fluido y en cualquier intervalo de presiones y temperaturas. El efecto de la temperatura sobre el funcionamiento de la válvula incluye la resistencia y la ductilidad del material del cuerpo de la misma, así como la dilatación térmica de las diferentes partes que la componen. Los límites de servicio también pueden ser fijados por la posibilidad de descomposición a temperaturas elevadas de las partes blandas o por la pérdida de tenacidad a baja temperatura de las más resistentes.

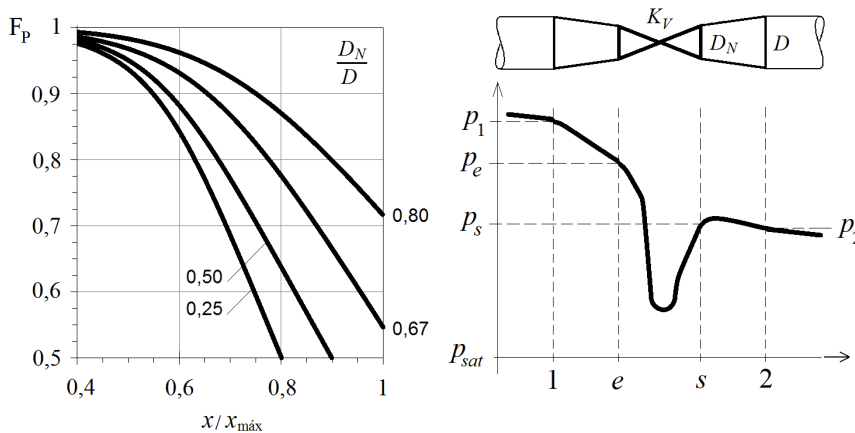


Figura 5.20. Factor geométrico, F_p , en función del grado de apertura y la relación de diámetros D_N/D (forma típica).

Cuando el fluido contiene partículas abrasivas, el cuerpo de la válvula ha de tener un perfil suave que minimice las turbulencias y el rozamiento. La elección del material depende, en este caso, de la dureza de las partículas transportadas; en general, los metales son menos resistentes a la abrasión que las cerámicas. Si hay presencia de agentes corrosivos en el flujo, es más práctico usar cuerpos metálicos o plásticos revestidos de algún material resistente y alternar el funcionamiento normal con acciones de lavado periódicas. Si el fluido a transportar es altamente pegajoso porque transporta sustancias glutinosas, es conveniente elegir cuerpos de válvulas que no tengan oquedades en las que puedan formarse depósitos. En cualquier caso, debe evitarse en lo posible el bloqueo de los cojinetes y de las guías internas porque ambas circunstancias incrementan el esfuerzo necesario para la actuación de la válvula y pueden deteriorar su dispositivo de cierre. En

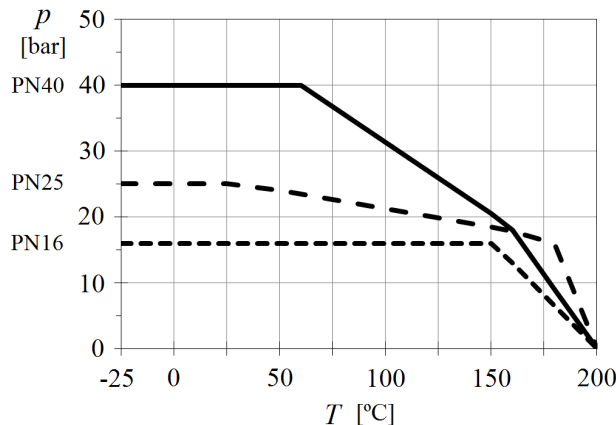


todas estas circunstancias, es interesante utilizar válvulas de diafragma, siempre que el nivel de presiones lo permita, o válvulas cuya sección de paso sea prácticamente cuadrada a cualquier apertura (deben evitarse las de sección angosta o alargada en pequeñas aperturas). Si la aplicación es todo o nada, también son adecuadas las válvulas de bola y las de mariposa, porque tienen una amplia sección de paso con válvula abierta.

Es recomendable el uso de válvulas de un solo asiento cuando el cierre de la válvula ha de ser estanco. Evidentemente, el material de la junta de estanqueidad ha de ser compatible con el fluido y la temperatura de trabajo. En caso de que sea necesario un asiento de metal contra metal, por ejemplo, cuando no se encuentra disponible un material de sellado compatible o con un límite de resiliencia adecuado, la fuerza de asiento ha de ser elevada y el guiado del obturador, preciso.

Con la excepción posiblemente solo de las válvulas de corredera, casi todos los diseños modernos de válvulas garantizan un nivel de estanqueidad adecuado en la mayor parte de los casos. Aunque las válvulas de bola y de globo son las más estancas y, en general, estas últimas son las preferidas en el cierre de metal contra metal, las válvulas de mariposa actuales también garantizan un sello perfecto a alta presión, incluso en el cierre de metal contra metal, en especial en discos de forma elíptica o con perfiles bidimensionales de cierre.

Figura 5.21.
Márgenes típicos de presión y temperatura de una válvula. Límites operativos en ausencia de abrasión o corrosión.



Por último, aunque no por ello menos importante, el usuario de una válvula ha de estar familiarizado con cierta terminología de la teoría de control y sus bases. Conceptos como los de linealidad, estabilidad, histéresis, zona muerta, velocidad de respuesta o respuesta en frecuencia, son comunes para describir el comportamiento de una válvula ante el cambio de la señal de mando. Estas cuestiones suelen ser resueltas por los fabricantes para que sus válvulas presenten la dinámica adecuada al nivel de presiones y caudales a controlar, pero, aun así, siempre es una buena praxis verificar al menos que el conjunto actuador-posicionador es el apropiado para el nivel de esfuerzos a realizar y el tiempo de respuesta requerido, y que la ganancia final de la válvula no causa la inestabilidad en el bucle de control del que forma parte.



5.2.4. Bloqueo y cavitación de una válvula

Cuando la presión estática en la vena contracta cae por debajo de la presión de saturación del líquido, aparece un flujo mixto de líquido y burbujas de vapor que puede conducir al bloqueo de la válvula y a la saturación de su característica de caudal.

A diferencia de las bombas, en las que la presión estática tiene tendencia a aumentar tras la generación de las burbujas dando lugar a su colapso, en las válvulas no siempre se recupera la presión ni se detiene la creación de burbujas, en particular si el proceso induce una presión a la salida de la válvula inferior a la de saturación ($p_2 < p_{sat}$). Se produce *flashing* cuando la presión de salida permanece por debajo de la de saturación, lo cual implica la evaporación casi completa del flujo líquido y una erosión muy acusada de las paredes.²⁹

La gestación de burbujas se frena si se recupera la presión tras la vena contracta y, en este sentido, son preferibles las válvulas de alta recuperación de presión, pues su diseño interno favorece la destrucción de las burbujas. No obstante, una vez iniciado el proceso de gestación, siempre hay una ventana temporal durante la cual son patentes los efectos de la cavitación (o del *flashing*, si este llega a producirse), porque el colapso de las burbujas puede extenderse aguas abajo y generar ruido y degradación superficial. Dado que no existe material de ingeniería capaz de resistir la repercusión continua de las implosiones que se producen, la mejor solución para reducir los efectos de la cavitación es evitar que la presión mínima alcance la presión de saturación.

Tanto la cavitación como el *flashing* limitan el flujo de líquido a través de la válvula y causan bloqueo. La formación continuada de burbujas en la vena contracta reduce la velocidad del sonido en el medio³⁰ e impide que el caudal pueda continuar aumentando aunque disminuya la presión aguas abajo. Esto es lo que se observa en la figura 5.22, en la que se representa el caudal en función de la raíz de la diferencia de presiones a través de la válvula para una presión aguas arriba constante. Para Δp_V inferiores a un valor concreto, la relación entre el caudal y la raíz de la presión es una recta de pendiente el K_V efectivo equivalente, según lo establecido en la ecuación de flujo general [5.64]. Al aumentar la diferencia de presiones (disminuyendo p_2), se llega a un punto (C) en que se inicia la formación de burbujas y la cavitación es incipiente. El bloqueo es inminente a partir de la diferencia de presión, $\Delta p_{V,a}$, denominada “permisible” (*allowable*), dando lugar a una característica típica de saturación. Por otro lado, si bien ambos procesos sostenidos conducen al bloqueo de la válvula y representan la pérdida de su capacidad reguladora, el *flashing* supone, además, la pérdida de la vena líquida en la instalación, lo cual, en definitiva, hace que dejen de ser válidas las ecuaciones del flujo líquido a través de la válvula.

El factor F_L de [5.54] permite estimar cuándo se presentará bloqueo sin más que sustituir la presión en la vena contracta por la presión de saturación del fluido. No obstante, esta ecuación no puede utilizarse directamente por diversas razones. Por un lado, y como en general el montaje de la válvula requiere conos reductores, la aparición de cavitación depende de la pérdida de presión a la entrada de la válvula desde la presión absoluta p_1 , no p_e , y la diferencia de presiones de referencia ha de ser $(p_1 - p_2)$, no $(p_e - p_s)$. Por otro lado, se observa experimentalmente que la presión en la vena contracta que implica una producción de burbujas que conduce al bloqueo es algo inferior a la de saturación. Para

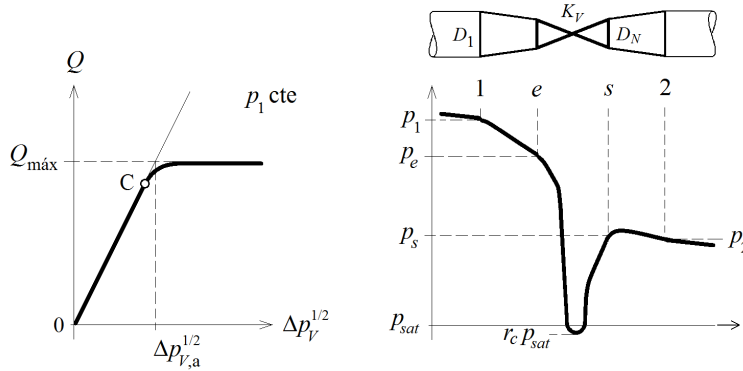


estimar esta presión, se utiliza la relación crítica de presiones: $r_c = p_{VC}/p_{sat} < 1$, que se ajusta a la expresión:

$$r_c = 0,96 - 0,28 \left(\frac{p_{sat}}{p_{CR}} \right)^{1/2} \quad [5.65]$$

en que p_{CR} es la presión crítica del fluido (figura 5.23).

Figura 5.22. Característica de saturación de una válvula y definición de la pérdida de presión admisible. Para un Δp_V y un p_1 determinados, las válvulas de baja recuperación inhiben, en mayor medida, la aparición de cavitación pero, una vez iniciada, se prefieren las de alta recuperación para impedir el *flashing*.



Con todo, para que haya bloqueo se ha de dar la condición:³¹

$$p_1 - p_2 > \Delta p_{V,a} = \left(\frac{F_{LP}}{F_p} \right)^2 (p_1 - r_c p_{sat}) \quad [5.66]$$

El coeficiente F_{LP} es el factor de recuperación de presión en presencia de conos reductores:

$$F_{LP} = \left(\frac{1}{F_L^2} + 625 K_1 \left(\frac{K_V}{D_N^2} \right)^2 \right)^{-1/2} \quad [5.67]$$

donde ahora:

$$K_1 = 0,5 \left(1 - \frac{D_N^2}{D_1^2} \right)^2 + \left(1 - \frac{D_N^4}{D_1^4} \right) \quad [5.68]$$

Evidentemente, $F_{LP} = F_L$, si $D_1 = D_N$.

La diferencia $\Delta p_{V,a}$ es la máxima permisible porque la válvula pierde su capacidad de regulación para diferencias superiores. El caudal máximo en bloqueo se evalúa, entonces, como:

$$Q_{máx} = f_i F_p K_V \sqrt{\frac{\Delta p_{V,a}}{\rho_R}} = f_i F_{LP} K_V \sqrt{\frac{p_1 - r_c p_{sat}}{\rho_R}} \quad [5.69]$$

que es independiente de la presión a la salida de la válvula (y de D_2).

Una válvula cavitara incipientemente si se verifica que:

$$p_1 - p_2 > F_C \left(\frac{F_{LP}}{F_P} \right)^2 (p_1 - p_{sat}) \quad [5.70]$$

donde el F_C es el coeficiente de cavitación incipiente. Este factor identifica el porcentaje de presión permisible al que se inicia la cavitación (punto “C” de la figura 5.22). Existen válvulas cuyos obturadores han sido diseñados especialmente para el control de la cavitación y que alcanzan porcentajes de casi el 100%, de forma que F_L y F_C son sensiblemente iguales a la unidad.³² En el otro extremo, y sobre todo en válvulas de alta recuperación de presión como las de mariposa y de bola, el porcentaje puede ser inferior al 50%.

De las relaciones anteriores, se deduce que, para evitar o limitar la cavitación para una p_{sat} dada, se puede:

- Instalar válvulas de baja recuperación de presión, esto es, de F_L o F_{LP} elevados.
- Incrementar la presión a la entrada de la válvula, p_1 , trasladando la válvula aguas arriba (acercándola a la bomba) y en una posición tan baja como sea posible.
- Instalar válvulas en serie, pues de esta forma se reparte la caída de presión total a través de cada válvula y se aleja el Δp_V individual de la condición permisible. También existen diseños especiales de válvulas anticavitación con varios obturadores dispuestos en serie.
- Seleccionar una válvula de mayor tamaño, lo cual disminuye el grado de apertura necesario y aumenta el coeficiente de recuperación (figura 5.23). Esta opción no siempre es viable porque afecta el margen de operación de la válvula.

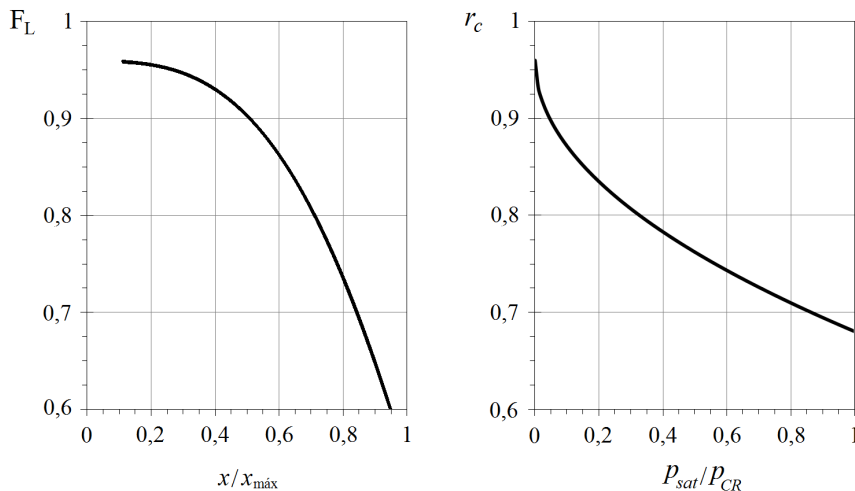


Figura 5.23. Valores típicos del coeficiente de recuperación de presión o factor de flujo crítico, F_L , en función del grado de apertura para una válvula de bola, y relación crítica de presiones, r_c . En general, se acepta que $r_c \approx 1$ si la presión de saturación del fluido a la entrada de la válvula es inferior a la décima parte de su presión crítica. Para el agua, $p_{CR} = 220,4$ bar. Consúltense las tablas termodinámicas en cada caso.



Hay que tener en cuenta que todas estas opciones pueden no ser compatibles con otros condicionantes de la instalación o del fluido. Por ejemplo, algunas válvulas diseñadas para evitar la cavitación disponen de obturadores en los que la pérdida de presión se reparte en numerosos conductos o crujías con los que se trata de mantener la velocidad prácticamente constante (figura 5.14, derecha), pero, si el fluido transporta materiales en suspensión, este diseño se autoexcluye porque son necesarias secciones de paso grandes. En este caso, sería recomendable utilizar válvulas en serie con una forma de orificio favorable y que además respetaran el margen de regulación.

5.2.5. Ruido generado por una válvula

Las válvulas de control son una fuente importante de ruido en las instalaciones hidráulicas. Las causas más importantes del ruido que genera una válvula son la vibración mecánica o estructural y las de origen aerodinámico e hidrodinámico, siendo el ruido global la superposición de todas ellas.

El ruido por vibración mecánica se produce por las fluctuaciones de presión entre el cuerpo de la válvula y sus partes móviles en contacto con el fluido. La fuente fundamental de ruido es la vibración mecánica debida al movimiento lateral del obturador frente a las superficies de guiado. Esta vibración acaba por desgastar la válvula y produce un ruido que registra frecuencias inferiores a los 1.500 Hz y se reconoce por la agitación metálica que se intuye. También se produce vibración mecánica cuando algunos componentes de la válvula entran en resonancia. Este fenómeno produce tensiones mecánicas muy elevadas, que pueden causar fatiga tanto en los obturadores como en las partes flexibles y en los elementos de estanqueidad, y resulta en un único tono (o en una combinación de tonos), con frecuencias del orden de los 3.000 a los 7.000 Hz. En ambos casos, la vibración mecánica que se observa es un síntoma de que la válvula está trabajando en condiciones críticas que la pueden hacer entrar en fallo.

El ruido aerodinámico es generado por la turbulencia asociada a las altas velocidades de flujo que se producen en las válvulas de control, en especial de gases. Este ruido es la fuente principal de tensiones en el flujo turbulento y suele ser un ruido aleatorio no periódico con frecuencias entre los 1.000 y los 8.000 Hz. La turbulencia se genera en regiones donde el flujo cambia, como por ejemplo en restricciones, expansiones rápidas, desaceleraciones y cambios de dirección, y también en los puntos del flujo donde se genera calor por pérdidas irreversibles. Por su parte, el ruido hidrodinámico es inherente al flujo de fluido e inevitable, pero una de las causas que lo hacen aumentar en mayor medida es la cavitación, con la que pueden alcanzarse niveles de hasta 115 dB.

El control del ruido es una materia actualmente objeto de estudio y de diseño, para cuya resolución se siguen dos estrategias principales: la reducción de la generación y el aislamiento de la fuente. La primera de las formas es más interesante siempre que sea técnica y económicamente posible, pues el ruido es, en sí mismo, la manifestación de que el funcionamiento de la válvula es “mejorable” (los sistemas más eficientes son menos ruidosos). Para contener las fuentes de ruido interno debe evitarse la aparición de vórtices en el flujo, diseñando el obturador y la zona de expansión posterior de forma que la velocidad sea lo más uniforme posible en ellos. En cuanto a la atenuación del ruido transportado, lo mejor es instalar silenciadores dentro del cuerpo de la válvula o corriente abajo de la misma.

5.2.6. Otras válvulas

Además de las válvulas de regulación, en una instalación pueden hallarse otras válvulas cuya función es descrita normalmente por su propio nombre y que, en muchas ocasiones, resultan imprescindibles. Así, se tienen válvulas reductoras, ventosas, válvulas de alivio y antirriete, de retención, de llenado de depósitos, de varias vías, etc. El principio de funcionamiento de cada una de estas válvulas se interpreta fácilmente a partir de los esquemas de la figura 5.24.

Las válvulas reductoras fijan la presión de salida a un valor que el usuario determina.³³ La válvula se encarga de mantener esta presión constante e independiente de las variaciones del caudal y de la presión de entrada dentro de su margen operativo. Su construcción típica, normalmente de cuerpo en globo con bridas, permite adaptarla a otras funciones complementarias con facilidad incorporando líneas de pilotaje o de drenaje adicionales (entre estas funciones, se encuentran las de retención, de seguridad ante rotura, con antirretorno incorporado o con limitación de caudal máximo, etc.). Este tipo de válvula es especialmente indicado cuando, en algunos tramos de la instalación, no se necesita tanta presión como en el resto. La reducción de la presión de servicio supone un ahorro en caudal, reduce las fugas o pérdidas no forzadas y aligera el timbrado de los conductos. Además, las válvulas reductoras pueden cerrarse cuando el consumo es nulo para mantener la presión de salida constante.

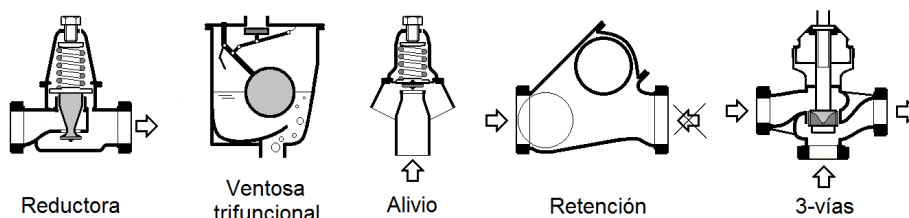


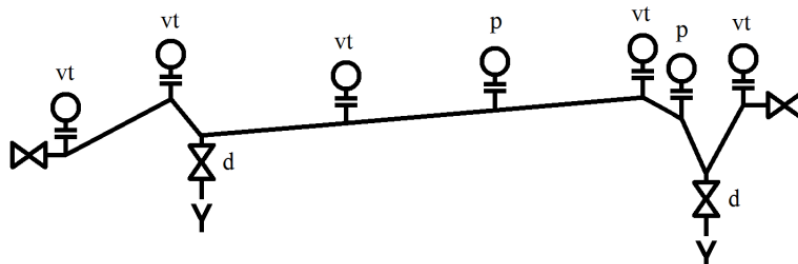
Figura 5.24. Esquemas típicos de una válvula reductora, una ventosa trifuncional de flotador y bielas, una de alivio, una de retención por bola y otra de tres vías, tipo mezcladora. Existen otras variantes para la misma función.

Las ventosas son válvulas cuyo mecanismo permite eliminar el aire de una red de forma automática. Cabe tener en cuenta que es casi imposible eliminar por completo el aire contenido en una instalación. Por un lado, el agua (como cualquier fluido) siempre contiene una pequeña cantidad de aire disuelto o emulsionado que puede disociarse en las zonas de menor presión (como, por ejemplo, en el interior de las válvulas de control); por otro lado, durante las operaciones de llenado (y vaciado) la corriente fluye por el interior del conducto en un canal abierto formando láminas de fluido que pueden alcanzar velocidades muy elevadas. Las bolsas de aire que queden atrapadas por este flujo pueden estrangularlo e incluso llegar a interrumpirlo, formando tapones de aire en los que la presión crece de forma explosiva.

Se pueden distinguir tres tipos de ventosas según su función: monofunción o purgador, bidireccional y trifuncional o universal. Los purgadores se utilizan para eliminar el aire contenido a presión de la instalación en carga, mientras que las bifuncionales permiten la admisión y expulsión del aire cuando la instalación está sin presión. Las válvulas trifuncionales son la síntesis de las dos anteriores. El diámetro adecuado de una ventosa se escoge en función del diámetro del conducto aunque, si se quiere afinar el cálculo, pueden tenerse en cuenta el caudal de aire a expulsar o admitir, el caudal de llenado de la instalación³⁴ y la presión interna.



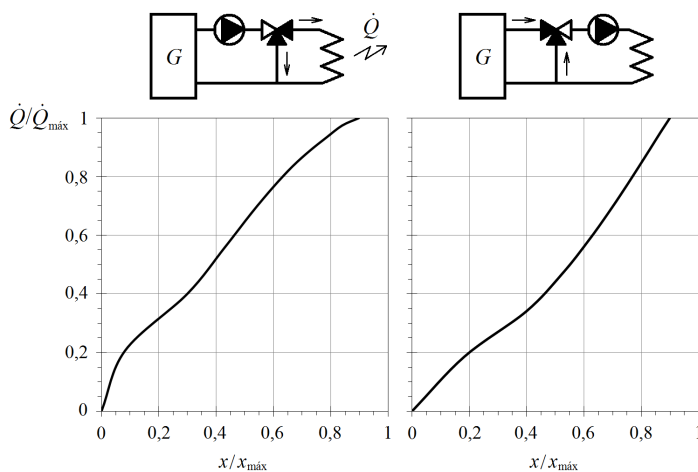
Figura 5.25.
Ejemplo de ubicación de ventosas en una instalación. En la figura: p, purgador; vt, ventosa trifuncional, y d, drenaje.



Para la expulsión correcta del aire (que transcurre siempre en sentido ascendente y tal vez contracorriente), las ventosas han de instalarse en la generatriz superior de la tubería y llevar incorporada una llave de paso que hay que mantener abierta aunque la ventosa pierda agua. Lamentablemente, son numerosas las ventosas instaladas que no funcionan bien, sea por usar materiales no adecuados, bolas de plástico que se han deformado por una excesiva presión o un golpe de ariete demasiado grande, o simplemente porque han sido mal dimensionadas o ubicadas. La determinación de la ubicación de las ventosas se regirá por el sentido común y la experiencia. En general, se instalarán ventosas en todos los puntos altos con cambio de rasante (sifones) de la conducción y en los cambios bruscos de pendiente, pero también son convenientes después de cualquier válvula de retención o corte, en los cambios de sección y cada 500 metros, aproximadamente, en tramos rectos, para evitar la indecisión del aire a la hora de buscar la salida.

Las válvulas de alivio, también llamadas válvulas contra sobrepresiones o de seguridad, protegen la instalación de los excesos de presión que puedan producirse expulsando agua de la tubería. Estas válvulas pueden consistir en un dispositivo simple autopilotado, de tipo muelle-tapón de alta respuesta dinámica, o ser pilotadas a distancia para su accionamiento automático durante el arranque y la parada de los sistemas de bombeo.

Figura 5.26.
Diferentes estrategias para la regulación de la energía emitida por un intercambiador. G es la caldera o generador de calor. A la izquierda, con válvula divisora (control del caudal) y, a la derecha, con válvula mezcladora (control de temperatura). Estos esquemas pueden invertirse y disponer la válvula en la unión de la línea de retorno (regulación inversa a menor temperatura). Las gráficas inferiores representan las características instaladas correspondientes, y se han obtenido para una temperatura de salida del generador y un caudal a la bomba constantes, y una válvula isoporcentual de $R=25$ y autoridad 0,36.



Otras válvulas que se utilizan en las instalaciones hidráulicas son las válvulas de flotador, de altitud, de seguridad ante inundaciones y de retención (v. 5.4.5). Las válvulas de flotador y de altitud se cierran cuando el nivel o la presión en un punto alcanzan un nivel máximo determinado. La transmisión del nivel o la presión puede hacerse a distancia por



diferentes medios (mecánicos, hidráulicos o electrónicos) y su apertura o cierre puede hacerse de forma retardada. Una válvula de retención impide el paso del fluido en un sentido y se mantiene abierta en el otro, y una válvula contra inundaciones corta el paso del agua cuando se produce una rotura en la tubería aguas abajo de la válvula. La rotura puede detectarse por un aumento en la velocidad del fluido o por una disminución no prevista de la presión.

Las válvulas de tres vías pueden ser divisoras o mezcladoras y hallan aplicación en instalaciones fluidotérmicas para la regulación de la potencia de un intercambiador, sea por variación del caudal o por variación de la temperatura de entrada. Las vías de estas válvulas se denominan vía común, vía directa y de *by-pass*, y están conectadas entre sí en el interior de la válvula, de forma que el caudal de la vía común siempre es la suma del de las otras vías. El sentido de este caudal puede ser entrante a la válvula o saliente, dependiendo de si la válvula es divisora o mezcladora. La vía común se conecta con la vía directa cuando la válvula está completamente abierta y con la de *by-pass* cuando está cerrada. En posiciones intermedias, estas válvulas regulan el caudal de la vía directa y, entonces, su selección sigue los mismos principios que cualquier otra válvula de dos vías, esto es: estas válvulas pueden ser lineales, isoporcentuales, etc., se puede definir en ellas la *rangeability* y la autoridad, y también los coeficientes K_V , F_L , etc.

5.3. Regulación de sistemas

Según se ha explicado al principio de este tema, el punto de funcionamiento de una instalación se encuentra en la intersección de la característica de la bomba y la ecuación del sistema (v. figura 5.1). Para cambiar la ubicación de este punto en el cuadrante (Q, H) y adaptarlo a las exigencias productivas de la instalación, se puede cambiar la curva de la instalación, la de la bomba o ambas.

El procedimiento más económico y sencillo en instalaciones de baja potencia instalada usa válvulas de regulación montadas en serie o en *by-pass*. Como se puede deducir, por ejemplo, de la figura 5.5 y de las ecuaciones [5.29], la incorporación de una válvula a la resistencia original del circuito desplaza el punto de funcionamiento de la bomba hacia caudales menores, si el montaje de la válvula se realiza en serie (figura 5.16), y hacia caudales mayores, si se hace en paralelo. Esto sugiere que, en las bombas centrífugas, en las que la curva de potencia es creciente con el caudal, es más recomendable la regulación en serie, mientras que en las axiales lo será por derivación. En cualquier caso, el uso de válvulas siempre empeora el rendimiento de la instalación y, en consecuencia, es mejor recurrir a otros métodos de regulación más eficientes cuando prevalezcan las pérdidas de explotación. Por ejemplo, el rendimiento de la instalación en el montaje en serie se calcula de la fórmula ($Q_{sis} = Q_B$):

$$\eta_{sis} = \eta_B \frac{Q_{sis} H_e}{Q_B H_B} = \eta_B \frac{H_e}{H_e + A_s Q_B^2 + \Delta h_v} < \eta_{sis,0} \quad [5.71]$$

que es menor que en el sistema no regulado, $\eta_{sis,0}$, ya que la altura de la bomba aumenta al estrangular la válvula (independientemente de que su rendimiento posiblemente tam-



bién empeore). Si, en cambio, parte del caudal de la bomba se deriva a través de la válvula en *by-pass*, el caudal dirigido hacia el sistema será $Q_{sis} = Q_B - Q_V$ y el rendimiento de la instalación:³⁵

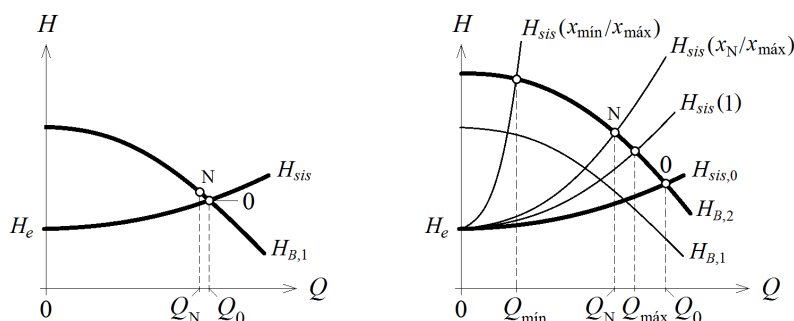
$$\eta_{sis} = \eta_B \frac{Q_{sis} H_e}{Q_B H_B} = \eta_B \left(1 - \frac{Q_V}{Q_B} \right) \frac{H_e}{H_B} \approx \eta_B \left(1 - \frac{Q_V}{Q_B} \right) \frac{H_e}{H_e + A_S Q_{sis}^2} \quad [5.72]$$

que disminuye de forma proporcional al caudal derivado. En este último caso, la altura de la bomba es algo inferior a la original, lo cual puede llegar a compensar la pérdida de la derivación.

A la izquierda de la figura 5.27 se presenta una tentativa de selección de bomba (1) que no prevé la posibilidad de añadir una válvula de control. Esta bomba suministraría, en el punto de funcionamiento “0”, un caudal sensiblemente superior al nominal “N” y, por tanto, el sistema estaría bien diseñado (al menos a priori y al inicio de la vida de la instalación). Evidentemente, si el sistema ha de trabajar en un intervalo de caudales en torno al nominal, se necesita algún elemento de control que permita cambiar el PF y, si la decisión pasa por la selección de una válvula en serie como elemento modulador, entonces la bomba a elegir es la (2). En este caso, a la derecha de la figura, al punto de funcionamiento original de la instalación (cuando aún no se ha montado la válvula) le corresponde un caudal Q_0 , que ha de ser superior al máximo requerido en un porcentaje que depende de la autoridad que se quiera en la válvula, es decir, del valor de Δh_V disponible para el caudal máximo, $Q_{m\acute{a}x}$. Esta pareja de valores y sus variaciones permiten determinar el coeficiente K_V necesario y el tipo de válvula según el procedimiento descrito en el apartado correspondiente de la sección anterior, siendo recomendable escoger tamaños de válvulas que proporcionen cierto margen de maniobra.

Una buena práctica consiste en seleccionar la bomba de forma que, a caudal máximo, la diferencia de presión disponible en la válvula esté comprendida entre el 25 y el 50% de la caída de presión total. Aunque esta medida conduce a bombas sobredimensionadas y a un mayor consumo, también reduce el tamaño de la válvula necesaria y mejora su característica de control al implicar valores de p_R adecuados. En cualquier caso, no es conveniente que la caída de presión a través del cuerpo de la válvula (a caudal máximo) sea inferior al 15% o a 0,5 bar.

Figura 5.27. Regulación del punto de funcionamiento mediante una válvula montada en serie. En el sistema regulado de la derecha, se cumple que $H_{sis} = H_{sis,0} + \Delta h_V$. El sistema de la izquierda no es regulado. $H_{sis}(1)$ es la curva del sistema con la válvula completamente abierta ($x/x_{m\acute{a}x} = 1$). El caudal regulado, por tanto, siempre será inferior a Q_0 , pues no puede ser superior a $Q_{m\acute{a}x}$.





En la misma figura, se muestra el cambio de la característica del sistema cuando se modifica el grado de apertura de la válvula. Esta figura se corresponde con la 5.16 y permite conocer, gráfica o analíticamente, la evolución del Δh_V disponible con el caudal. Con esta información, que puede obtenerse *off-line*, y la característica inherente suministrada por el fabricante de la válvula escogida, es inmediato determinar el grado de apertura para cada caudal, evaluando primero el valor de f_i de cualquiera de las ecuaciones [5.52] o [5.64], y las [5.55], según el caso:³⁶

$$f_i = \frac{Q}{F_p K_V (10^{-5} \rho_{agua} g \Delta h_V)^{1/2}} \quad [5.73]$$

La característica instalada de la válvula es un resultado directo de lo anterior.

La característica de la bomba puede modificarse de diferentes maneras. Si el grupo de bombeo incluye varias bombas en paralelo, estas pueden conectarse de forma combinada siguiendo una estrategia determinada. También es posible cambiar el rotor de la bomba para tener una curva característica diferente, pero este procedimiento no es inmediato y, como el anterior, solo permite obtener cambios discretos del PF. La mejor opción para modificar el punto de funcionamiento en continuo (manteniendo ahora la característica H_{sis} inalterada) es variar la velocidad del accionamiento utilizando motores eléctricos de continua, variadores de frecuencia, turbinas o motores de combustión interna. Cualquiera de estos procedimientos es más costoso que el anterior pero, como reducen los gastos de explotación al mínimo al ajustar la altura de la bomba al consumo de la instalación, resultan especialmente interesantes en instalaciones de gran potencia.

La regulación por accionamiento variable comienza a ser interesante en instalaciones pequeñas, porque los motores de alterna con variador de frecuencia incorporado son cada día más rentables y asequibles. La combinación de un accionamiento variable y una válvula de control permite situar el PF sobre cualquier punto del plano (Q, H), y no solo sobre las curvas de la instalación o de la bomba, por lo que se le puede imponer una trayectoria determinada a la evolución del PF según algún criterio funcional: rendimiento óptimo, menor ruido, mínimo tiempo de respuesta, etc.

En la figura 5.28, se observa que la variación de la velocidad de la bomba puede hacer aumentar o disminuir el punto de funcionamiento con respecto al valor Q_0 . En cualquier caso, el problema que se pretende resolver es a qué revoluciones ha de accionarse la bomba para que el caudal sea uno prescrito, Q_1 , superior o inferior al original. Evidentemente, el punto futuro es conocido porque lo son la curva H_{sis} y su caudal. Por ello, si se dispone de las curvas características de la bomba a diferentes revoluciones, un procedimiento sencillo y suficientemente aproximado consiste en interpolar el punto de funcionamiento futuro (deseado) entre las curvas entre las que se encuentre.³⁷

Este método puede completarse (y mejorarse) teniendo en cuenta las relaciones de semejanza [3.28]. De hecho, desde un punto de vista analítico, este procedimiento es el único camino posible cuando solo se dispone de la curva característica de la bomba a las revoluciones nominales, n_0 . Hay que tener presente, entonces, que estas ecuaciones no pueden aplicarse directamente sobre los puntos de funcionamiento actual y futuro (puntos “0” y “1” de la figura 5.28), porque generalmente no son semejantes. Se recuerda que son semejantes aquellos puntos que se encuentran sobre curvas del tipo $Y = A_Y Q^2$, que se denominan *de afinidad*. Como la curva de la instalación no es, en general, una parábola pura



del tipo indicado, se deduce que, siempre que el término H_e sea no nulo, los puntos de funcionamiento no serán semejantes y no será válido que:

$$n_1 = n_0 \frac{Q_1}{Q_0} \quad [5.74]$$

$$n_1 = n_0 \left(\frac{H_1}{H_0} \right)^{1/2}$$

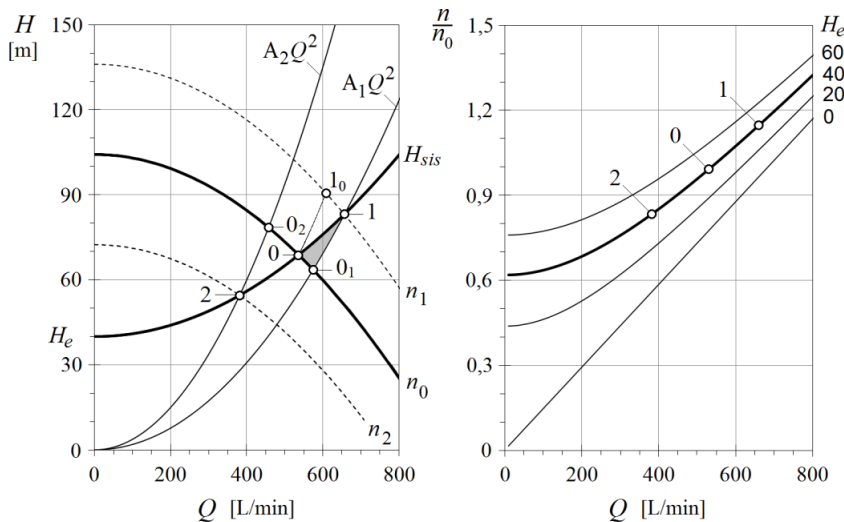
Para determinar las revoluciones n_1 de la bomba a las cuales se tendrá el punto de funcionamiento futuro, se ha de aplicar cualquiera de las ecuaciones [3.28] entre los puntos semejantes “0₁” y “1”, o bien los “0” y “1₀” de la figura. Es evidente que los puntos auxiliares “0₁” y “1₀” no serán nunca puntos de funcionamiento de la instalación H_{sis} , y que, de ellos, el “1₀” no es ni siquiera conocido porque tampoco lo es la curva de la bomba a las revoluciones n_1 .

En resumen, la aplicación de las leyes de semejanza en la obtención de las revoluciones futuras, pasa por la determinación del punto de la curva dada a n_0 que es semejante al “1”, y la aplicación de cualquiera de las ecuaciones:

$$n_1 = n_0 \frac{Q_1}{Q_0} \quad [5.75]$$

$$n_1 = n_0 \left(\frac{H_1}{H_{0_1}} \right)^{1/2}$$

Figura 5.28. Regulación del punto de funcionamiento mediante accionamiento variable. Los puntos auxiliares “0₁” y “0₂” son semejantes al “1” y al “2”, respectivamente, y no serán nunca PF en H_{sis} . Obsérvese, en la figura de la derecha, que la relación de velocidades es una línea recta cuando $H_e = 0$, pues entonces todos los puntos de funcionamiento posibles son, a su vez, semejantes.



Este procedimiento permite obtener *off-line* la relación (n, Q) buscada, tanto para caudales superiores como inferiores al nominal. Se observa en la figura 5.28 que el punto auxiliar para instalaciones en las que $H_e > 0$ se encuentra por debajo del “0”, si se han de aumentar las revoluciones ($Q_1 > Q_0$), y por encima, si se han de disminuir ($Q_2 < Q_0$).



5.4. Golpe de ariete

Aunque el análisis del flujo en tuberías, y en sistemas hidráulicos en general, se basa habitualmente en condiciones estacionarias, la aparición de transitorios afecta el funcionamiento del sistema y condiciona su dimensionado. Los fenómenos de puesta en marcha, de detención accidental o intencionada del grupo impulsor, o de apertura o cierre de válvulas, son, evidentemente, de flujo no estacionario.

Entre los fenómenos de flujo no estacionario en tuberías, hay que distinguir entre el golpe de ariete y las oscilaciones en masa. El *golpe de ariete* es el término común utilizado para describir los transitorios de la presión. Este fenómeno debe su nombre al ruido que genera su aparición (semejante al del impacto de un martillo sobre la tubería) como consecuencia del paso de una onda de presión a la velocidad del sonido. El golpe de ariete está asociado a los transitorios de presión de gran intensidad para los que el fluido ha de considerarse compresible y la tubería, elástica. Las *oscilaciones en masa* son transitorios de presión de baja intensidad para los que el fluido puede suponerse incompresible y la tubería, rígida. La velocidad de propagación de este tipo de onda es del orden de un metro por segundo, mucho menor que en el golpe de ariete, lo cual da lugar a la aparición de una oscilación de caudal visible que puede hacerse inestable.

5.4.1. Descripción del fenómeno

Si el agua se mueve por una tubería con una velocidad determinada y, de repente, se le corta el paso mediante una válvula, resulta evidente que, al frenarse en las cercanías de la válvula, el resto del líquido en movimiento comprimirá el frenado y aumentará su presión estática hasta que se anule su velocidad.

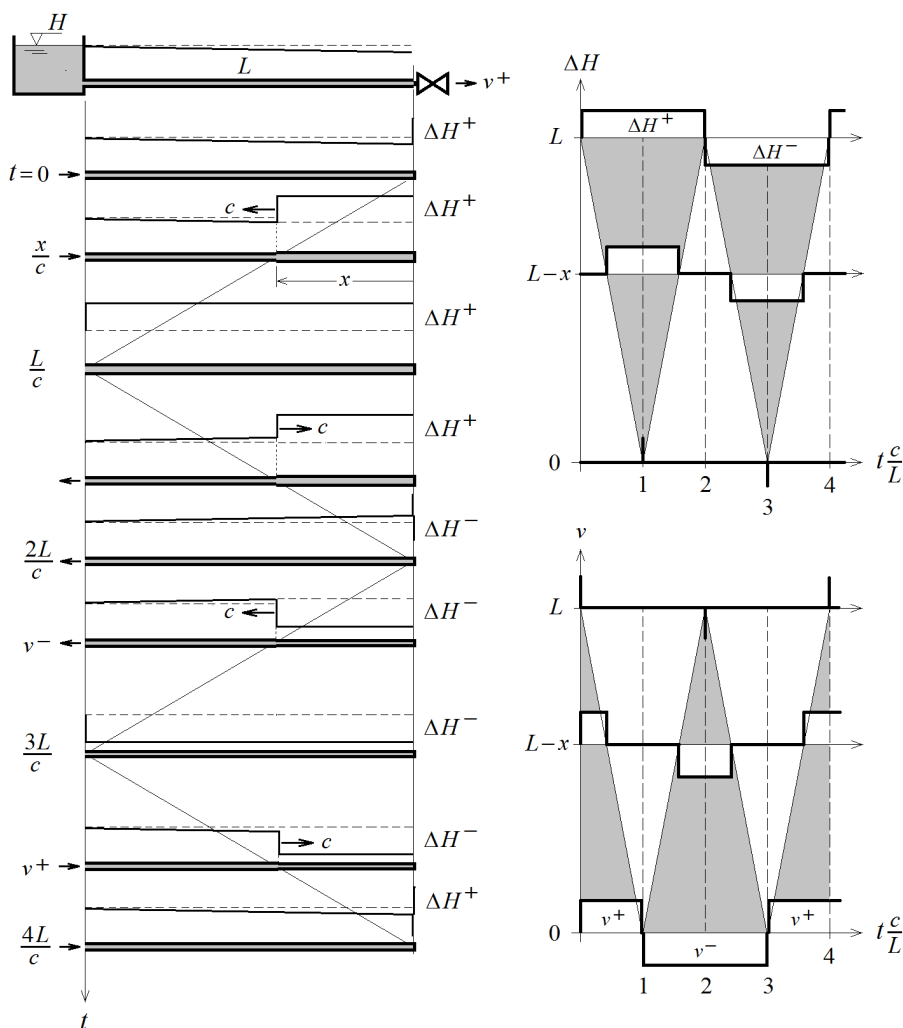
El agua es algo compresible, de modo que el aumento de la presión que se inicia en las proximidades de la válvula accionada se traslada aguas arriba a medida que el agua frena la que precede.³⁸ Cuando esta onda de compresión alcanza el origen, toda la energía cinética del agua en la tubería se ha agotado, la instalación está presurizada y el conducto, dilatado. Si este fuera el origen temporal observado del fenómeno, se seguiría que el sistema ha de evolucionar vaciando el conducto e iniciando su descompresión en el origen, trasladándose aguas abajo hacia la válvula. Por consiguiente, el cierre de una válvula produce una onda de presión que, al desplazarse desde la válvula accionada hacia el origen a la velocidad del sonido en el medio, se transforma en depresión que retrocede hacia la válvula para volver a reflejarse, etc.³⁹ Este proceso se repite cíclicamente hasta que se elimina toda la energía mediante los efectos disipativos actuantes.

En la figura 5.29, se muestra el estado de propagación de la onda tras el cierre instantáneo de una válvula en una conducción simple. El agua que cambia antes su estado de movimiento es la que está más cerca de la válvula. Corriente arriba mantiene su velocidad hasta que percibe el cierre un tiempo x/c después, de forma que todo el fluido queda en reposo por primera vez cuando la onda llega al depósito en $t=L/c$. A partir del instante $4L/c$, se recupera la situación inicial y el fenómeno vuelve a repetirse. El proceso se puede describir mediante diversas fases, según el estado del fluido y de la tubería (comprimido y dilatada, o al revés) y si el movimiento es positivo (hacia delante) o negativo (hacia atrás). Estas variaciones ondulatorias de presión constituyen el golpe de ariete.



Si el cierre de la válvula de la figura 5.29 se produce de forma gradual, la anulación del caudal no es instantánea y el golpe de ariete depende del tiempo de cierre y de la longitud de la tubería. En estos casos, se comprueba que el accionamiento lento o por etapas de la válvula reduce la magnitud del golpe siempre que el tiempo total dedicado en la maniobra sea mayor a un tiempo determinado, que es, a su vez, función de la longitud de la instalación. Se habla, entonces, de cierres lentos o rápidos, o de instalaciones cortas o largas, respectivamente, y en todas ellas siempre existe una región en la vecindad del depósito en la que el golpe de ariete se manifiesta en menor medida.

Figura 5.29.
Representación espacio-temporal de la onda de presión producida por el cierre instantáneo de una válvula al final de una instalación. Obsérvese que la presencia de la compresión o de la expansión como consecuencia de la onda tiene tiempos de residencia distintos según la distancia a su origen. ΔH es la magnitud de la sobrepresión en metros que se deduce de la fórmula de Allievi [5.76]. Esta sobrepresión pierde magnitud en presencia de rozamiento o de pérdidas por histéresis en los conductos.



Para entender mejor el proceso anterior, sígase el ejemplo que se muestra en la figura 5.30. A diferencia del cierre instantáneo, en que la sobrepresión aparecía de golpe y se mantenía en toda la sección al lado de la válvula durante el tiempo $2L/c$, cuando el cierre es gradual, el valor final del golpe dado por la teoría de Allievi solo aparece al final del cierre (si llega a producirse, como se verá a continuación). En teoría, a cada cambio



diferencial de la sección de paso a través de la válvula le corresponde un cambio diferencial de presión, que se traslada en forma de onda de pequeña amplitud hacia el origen del sistema. A partir del tiempo $t=0$ en que se inicia el cierre, el conjunto de ondas que se producen consecutivamente se superponen en el conducto y dan lugar a una distribución lineal de la línea de carga de parada (supuesto que el cierre es lineal). En el instante $t=L/c$, la primera de estas ondas alcanza el depósito y se refleja en forma de onda de descompresión. Esta onda y las sucesivas que se producirán según lleguen las demás se denominan estabilizadoras, pues compensan la sobrepresión de las que aún se dirigen hacia el depósito. Como puede observarse en el gráfico de la izquierda de la figura 5.30, el resultado es que este efecto compensador se extiende una distancia que es la mitad de cT , que es la longitud recorrida por la primera de las ondas durante el tiempo T , y que podría ser superior a la longitud real de la tubería.

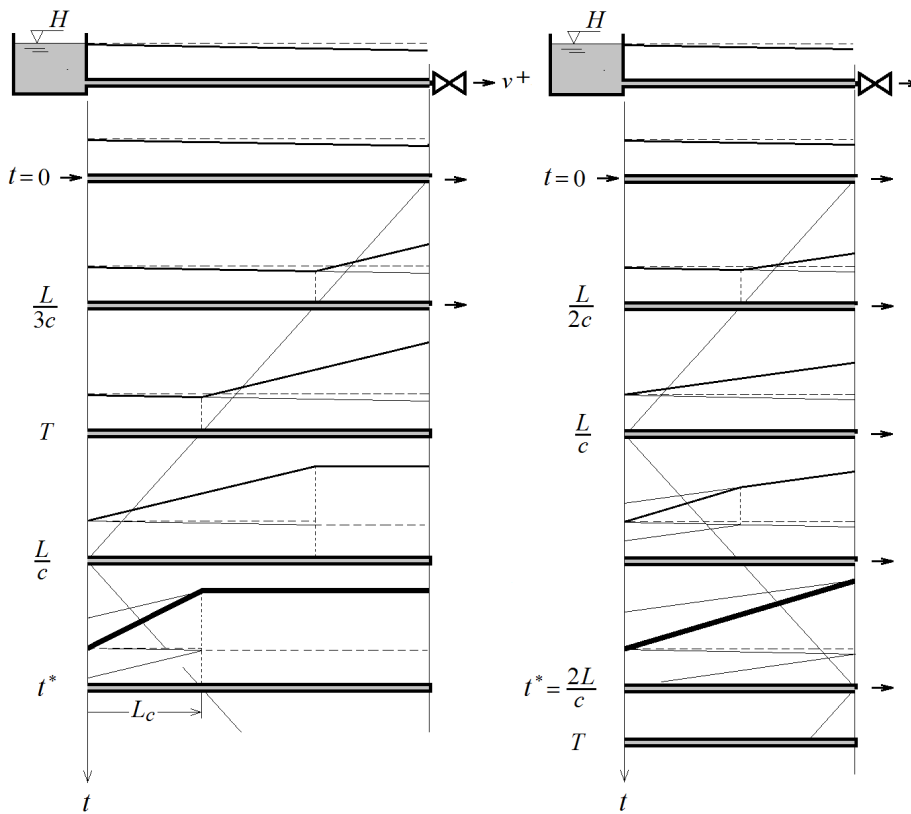


Figura 5.30. Representación espacio-temporal de la onda de presión producida por el cierre gradual de una válvula en un tiempo T . A la izquierda, una instalación larga. En el tiempo t^* de la izquierda, la primera de las ondas estabilizadoras se encuentra con la última de las ondas generadas durante el cierre de la válvula y la sobrepresión es máxima. En la instalación corta de la derecha, el cierre se produce en un tiempo superior a $2L/c$, de modo que la primera de las ondas estabilizadoras alcanza la válvula aún abierta y compensa (o casi) los posibles incrementos de presión durante lo que queda de cierre.

Se dice que una instalación es larga ante el cierre gradual de una válvula (o la detención de un grupo motor-bomba) si, en el instante $t=T$ en que la válvula se cierra por completo y parte la última de las ondas diferenciales de sobrepresión, aún no ha llegado a la válvula la primera de las ondas estabilizadoras. Si la longitud de la instalación es inferior a $cT/2$, la primera de estas ondas llegará a la válvula cuando esta aún no se haya cerrado del todo y la sobrepresión no alcanzará el nivel máximo.

En una impulsión, la parada brusca de motores produce el mismo fenómeno que en el caso de cierre de una válvula pero al contrario, es decir, se inicia una depresión en la



bomba, que se refleja en el extremo final del sistema, sea una válvula o un ensanchamiento brusco, y retrocede de nuevo hacia la bomba, etc. Al producirse la desconexión del motor en una impulsión, el agua continúa su movimiento mientras tenga energía cinética y no se haya agotado la inercia de la bomba. Esto quiere decir que la detención del caudal no puede ser nunca instantánea y solo inicia su retroceso cuando, por fin, el flujo se detiene.

Conviene añadir que las tuberías están generalmente bien preparadas para resistir depresiones cercanas a 1 bar, muy superiores a las que en la práctica pueden producirse. La onda de expansión creada por reflexión o por la parada del motor no puede reducir la presión por debajo de la presión de vapor del líquido a la temperatura de trabajo. No obstante, raras veces se alcanza dicho límite, pues antes se produce la expansión del aire disuelto o emulsionado en el agua (lo cual conduce también a la aparición de burbujas y a la acumulación de aire) y la caída de presión se frena (v. figura 5.38). Además, la formación de un vacío tan extremo implica la aportación (o el consumo) de cantidades crecientes de energía, que no están disponibles durante el golpe.

5.4.2. Método analítico y gráfico simplificado

Se utilizan, en general, dos fórmulas en función de si el tiempo de parada, T , es superior o inferior a uno crítico. Cuando el tiempo de parada, sea de cierre en las válvulas o de detención en las impulsiones, es inferior al crítico, T_c , es de aplicación la fórmula de Allievi:

$$\Delta H_A = \frac{cv}{g} \quad [5.76]$$

y, cuando $T > T_c$, la de Michaud:

$$\Delta H_M = \frac{2Lv}{gT} \quad [5.77]$$

En estas fórmulas: c es la velocidad del sonido, v es la velocidad media del fluido antes del inicio del golpe y L es la longitud real de la instalación. La condición crítica viene dada por el tiempo que tarda la onda en volver a su origen una vez ha recorrido la instalación dos veces, es decir, el tiempo crítico es:

$$T_c = \frac{2L}{c} \quad [5.78]$$

La fórmula de Allievi indica que la sobrepresión que se genera en operaciones bruscas es independiente de la longitud de la tubería y solo puede reducirse disminuyendo la velocidad antes de la detención. En cambio, la fórmula de Michaud es independiente de la velocidad del sonido e incluye el tiempo de actuación en su denominador.⁴⁰

Ocurre que, en el caso de las conducciones por gravedad, el cierre de la válvula se puede realizar a diferente ritmo y, por tanto, el tiempo T a considerar en la expresión de Michaud es una variable sobre la que se puede actuar a voluntad. En las impulsiones en las que el golpe de ariete aparece por detención del grupo, el tiempo de parada viene impuesto por la naturaleza (gravedad, inercia del fluido y del grupo motor-bomba, etc.) y

no es posible actuar sobre él salvo que se añada un volante de inercia. Como la anulación de la velocidad no es instantánea en una impulsión, siempre hay una zona de longitud inferior a $cT/2$ en la que es de aplicación la fórmula de Michaud y no la de Allievi, por lo cual parece más indicado plantear el algoritmo general en términos de longitud y no de tiempo.

Por consiguiente, si la longitud de la instalación es inferior a una crítica, L_c , el golpe de ariete en toda la instalación depende de la posición y se calcula de la expresión:

$$\Delta H_x = \frac{2v}{gT}(L - x) \quad [5.79]$$

donde x es la distancia medida desde el origen de la perturbación. Si la longitud real de la instalación es tal que $L > L_c$, entonces se aplica la ecuación de Allievi para $x < L - L_c$ y la [5.79], para $x > L - L_c$. En el primer caso, $L < L_c$, se dice que la instalación es corta, mientras que en el segundo, que es larga. La longitud crítica se mide desde el extremo opuesto al origen del golpe y resulta de la condición crítica [5.78]:

$$L_c = \frac{cT}{2} \quad [5.80]$$

Para la representación gráfica de las líneas de carga manométrica y de carga en parada, es necesario valorar la longitud crítica, L_c , para lo cual deben estimarse, primero, c y T . Una vez hecho esto, se identifica el sistema como impulsión corta o larga para obtener la envolvente de presiones positivas H^+ en toda la instalación. Junto con el caudal, estos son los únicos datos que realmente necesita el proyectista para dimensionar la tubería, pues la línea de parada negativa no es necesaria para el timbrado de los conductos, ni siquiera cuando predice depresiones al caer por debajo de la línea de cota geométrica.

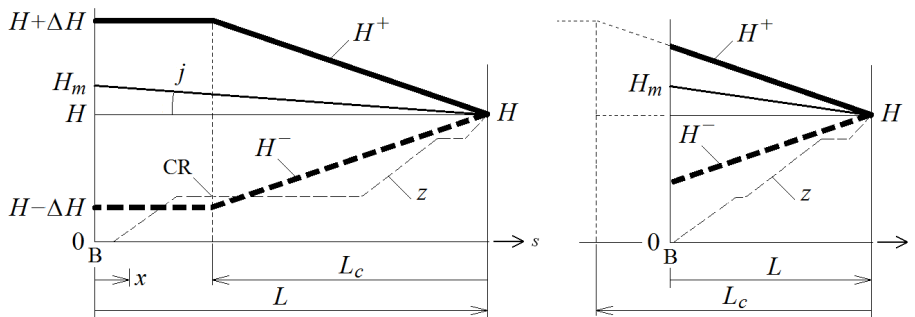


Figura 5.31. Representación de las envolventes del golpe de ariete en impulsiones largas (izquierda) y cortas (derecha), como consecuencia de la detención de la bomba B (y la misma L_c). Obsérvese cómo, con el cálculo del golpe de ariete en un solo punto, se puede efectuar la representación gráfica de las envolventes máxima y mínima, y conocer inmediatamente las sobrepresiones a prever en toda la instalación.

Esta última afirmación está basada en las experiencias personales del profesor Mendiuce, según el cual cerca del 40% de las instalaciones experimentan depresiones durante el golpe de ariete y, sin embargo, lo hacen sin incidencia alguna. Aun cuando la línea de parada negativa H^- cayera diez metros por debajo de la línea de cota y predijera presiones cercanas al vacío absoluto, no sería posible que en una impulsión se alcanzase un nivel tan bajo de presiones si dispone de suficientes ventosas y el agua libera el aire que contiene.⁴¹



Por otro lado, el valor de la sobrepresión estimado por las fórmulas de Michaud y Allievi se ajusta a los resultados experimentales, aunque se produzca depresión en el primer período. Esto es así pues, desde el punto de vista energético y si no hay atenuación, la sobrepresión en una impulsión con depresión inicial es el reflejo pendular del desequilibrio resultante de la suma de la presión estática y la depresión.

5.4.3. Discusión y comentarios adicionales

Una consecuencia inmediata de esta orientación en el cálculo del golpe de ariete es la ampliación del campo de aplicación de la fórmula de Michaud: el crecimiento progresivo del golpe de ariete con la longitud de la impulsión alcanza un valor máximo en el punto crítico, L_c . Los trabajos de Joukowski y Allievi condujeron a una fórmula sencilla, que proporcionaba dicho valor máximo y que no dependía ni de la longitud ni del tiempo de parada [5.76]. Ahora se sabe que este valor máximo solo se presenta cuando la longitud de la impulsión es mayor que la mitad del recorrido de la onda en el tiempo de parada, es decir, $L > L_c = cT/2$, pues en el resto el valor máximo de la sobrepresión se calcula por la fórmula de Michaud, ΔH_x .

La fórmula de Michaud se iguala a la de Allievi cuando $T = 2L/c$, pues entonces:

$$\Delta H = \frac{2Lv}{g \frac{2L}{c}} = \frac{cv}{g} \quad [5.81]$$

En consecuencia, a la distancia L_c del final de la impulsión se igualan los valores ΔH de Michaud y Allievi. Evidentemente, esta región puede abarcar la longitud total de la tubería e incluso situar el punto crítico, CR, fuera de ella (lo cual sucede en las instalaciones cortas).

Profundizando sobre la teoría de Allievi, el conde de Sparre estableció distintas fórmulas para el caso en que $T > 2L/c$ (parada lenta), en función de una nueva variable adimensional que era función de la altura geométrica, H . Cuando esta altura es elevada y se cumple que $cv < 2gH$, la sobrepresión en metros debida al golpe se calcula con:

$$\Delta H = \frac{2Lv}{gT} \frac{1}{1 + \frac{cv}{2gH} \left(1 - \frac{2L}{cT} \right)} \quad [5.82]$$

pero, si $cv > 2gH$, entonces:

$$\Delta H = \frac{2Lv}{gT} \frac{1}{2 - \frac{Lv}{gHT}} \quad [5.83]$$

Es importante observar que el golpe de ariete máximo para ambos casos es igual al de Michaud, multiplicado por sendos factores inferiores a la unidad. Es decir, siguiendo la teoría de Allievi, se llega a la conclusión de que el límite máximo de los valores del golpe de ariete, cuando $T > 2L/c$, es la fórmula de Michaud. Se puede ver igualmente que el límite mínimo de dichos valores es:



$$\Delta H = \frac{Lv}{gT} \quad [5.84]$$

cuando L es muy inferior a cT , que es la fórmula de Jouguet.

Estos resultados sugieren que, en caso de que la duración del cierre de la válvula sea superior a $2L/c$, habrá siempre una maniobra que producirá un golpe de ariete igual al dado por la fórmula de Michaud y este será el máximo que pueda producirse. Queda a criterio del calculista la procedencia de aplicar un coeficiente reductor para el cálculo del golpe de ariete mediante la fórmula de Michaud para maniobras lentas o impulsiones de pequeña longitud. De todos modos, la fórmula de Michaud proporciona un tranquilizador margen de seguridad y es, pues, la que debería aplicarse rigurosamente para el cálculo de la tubería en dicho caso.

En resumen, como se ha indicado, la fórmula de Michaud es de aplicación en todas las conducciones, por lo menos en una zona comprendida entre L_c y el extremo final. La de Allievi, en cambio, se debe utilizar solamente en los casos en que $T < 2L/c$.

5.4.4. Velocidad del sonido y tiempo de parada de una impulsión

La velocidad del sonido en una instalación depende de la elasticidad combinada del fluido y de la tubería, factores que, a su vez, dependen de otros, como la cantidad de aire disuelto, la presión atmosférica o el tipo de sujeciones de la tubería. Si el fluido fuera incompresible y la tubería, indeformable, la velocidad del sonido sería infinita, lo cual es irreal: la velocidad del sonido disminuye a medida que se añaden efectos elásticos al medio de propagación.

Por norma general, la velocidad del sonido se estima mediante la expresión:

$$c = \left[\rho \left(\frac{1}{B_s} + \frac{D}{Ee} \right) \right]^{-1/2} \quad [5.85]$$

donde ρ es densidad del fluido y B_s , su módulo volumétrico [1.85]; E es el módulo de elasticidad del material de la tubería y e , su espesor. Sustituyendo los valores de ρ y B_s del agua⁴² y transformando convenientemente la anterior, se obtiene la siguiente:

$$c = 9.900 \left(48,3 + G \frac{D}{e} \right)^{-1/2} \quad [5.86]$$

en que $G=10^{10}/E$. Los valores de G se encuentran tabulados para distintos materiales.

Se comprueba que el valor dado por estas fórmulas excede a la velocidad del sonido observada en muchas instalaciones cuando hay presencia de un flujo mixto agua-aire. En ese caso, se puede ajustar mejor el valor de c de [5.85] si se usa el módulo volumétrico efectivo que resulte de la medición in-situ de la cantidad de aire presente en el agua. Para ello, calcúlese $B_{s,ef} = \rho c^2$, usando la velocidad del sonido que se obtiene de la figura 5.32, en función de la fracción vacía de gas de la mezcla, x , y de la presión.⁴³

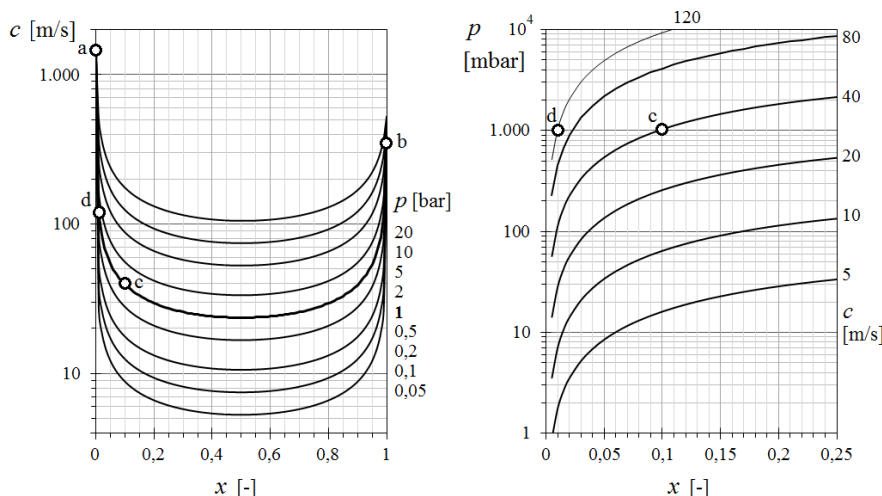


Tabla 5.5.
Valores de G para distintos
materiales

Material del conducto	G
PVC	33,3
Poliéster	6,6
Fundición	1
Acero	0,5
PE (baja densidad)	500
PE (alta densidad)	111,11

El tiempo que tarda en detenerse el grupo motor-bomba no coincide exactamente con el valor T que ha de utilizarse en la fórmula de Michaud [5.77] (o, en el cálculo de la longitud crítica, [5.80]). La experiencia indica que el tiempo transcurrido desde el corte de energía hasta la parada completa del motor es, por lo general, algo superior al tiempo T que proporciona el valor real del golpe de ariete o el cálculo del tiempo crítico.

Figura 5.32.
Velocidad del sonido en
una mezcla agua-aire
en función de la fracción
de vacío de gas y de la
presión. Obsérvese
cómo pequeñas canti-
dades de aire afectan la
velocidad de propaga-
ción. Para una presión
de 1 bar y $x = 0,01$
(equivalente a una frac-
ción en masa de aire de
tan solo un 0,0012%), la
velocidad del sonido
desciende hasta 118,5
m/s (punto "d", que su-
pone, aproximada-
mente, la tercera parte
de la velocidad del so-
nido en el aire en con-
diciones normales). El
punto "a" es la veloci-
dad del sonido en agua
libre de aire ($c = 1.483,2$ m/s)
y el "b" representa la ve-
locidad del sonido en el
aire ($c = 343,14$ m/s). El
punto "c" conecta am-
bos gráficos para su
mejor interpretación.
Condiciones de referen-
cia: $p_0 = 1$ bar.
 $T_0 = 293$ K.



Por ejemplo, citando experiencias personales del profesor Mendiluce, en una instalación por la que se trasegaba un caudal a 0,6 m/s antes de la detención del grupo, con una altura geométrica de 50 m y una longitud de 1.050 m, se registró una presión en impulsión equivalente a 95 m, es decir, un golpe de ariete de 45 m. Despejando el valor de T de la fórmula de Michaud, se tiene $T \approx 2,8$ segundos, cuando el tiempo de detención del grupo resultó ser de 12 segundos, lo que supone un error considerable. Esta diferencia tan notoria entre ambos tiempos es debida a que el valor de T que realmente interesa en el cálculo del golpe es el tiempo que tarda en anularse la velocidad del agua, y este es el primero, no el segundo. En la teoría general del golpe de ariete, el tiempo T es el intervalo entre la iniciación y la terminación de la maniobra, sea de cierre o de apertura, total o parcial de válvulas, tiempo durante el cual se produce la modificación del régimen de movimiento del fluido. Este es el concepto que debe aplicarse en el caso de las impulsiones, ya que el agua deja de ser elevada a la altura de impulsión antes de que la bomba se detenga por completo.

El método de Mendiluce predice el valor de T para la parada de los grupos impulsores. En su obtención, el corte de energía en el bombeo se asimila a la detención natural de una masa impulsada hacia arriba por un plano inclinado. Tras una serie de consideraciones energéticas bien justificadas, se llega a la siguiente expresión teórica sencilla:

$$T = \frac{Lv}{g \left(H + \frac{J}{2} \right)} \quad [5.87]$$

donde J representa las pérdidas en la instalación entre la bomba y el depósito final. Estudiando las discrepancias entre los valores obtenidos experimentalmente y los calculados mediante esta expresión, se introducen dos factores de corrección para conseguir la máxima aproximación posible entre ambos. La fórmula corregida es:

$$T = C + K \frac{Lv}{g \left(H + \frac{J}{2} \right)} \approx K \frac{Lv}{gH_m} \quad [5.88]$$

y ha sido comprobada para velocidades superiores a 0,5 m/s. El factor K representa, principalmente, el efecto de la inercia del grupo motor-bomba, que no había sido considerado en la obtención teórica de T y que, evidentemente, puede despreciarse para L grandes. En la figura 5.33, se muestra K en función de la longitud de la instalación. El coeficiente C es función de la pendiente hidráulica, H_m/L , y toma un valor asintótico tendiente a la unidad a medida que esta disminuye.⁴⁴ Para pendientes superiores al 50%, hay que adoptar una gran precaución en el cálculo del golpe de ariete, ya que entonces la parada es muy rápida, siendo recomendable aplicar exclusivamente la fórmula de Allievi.

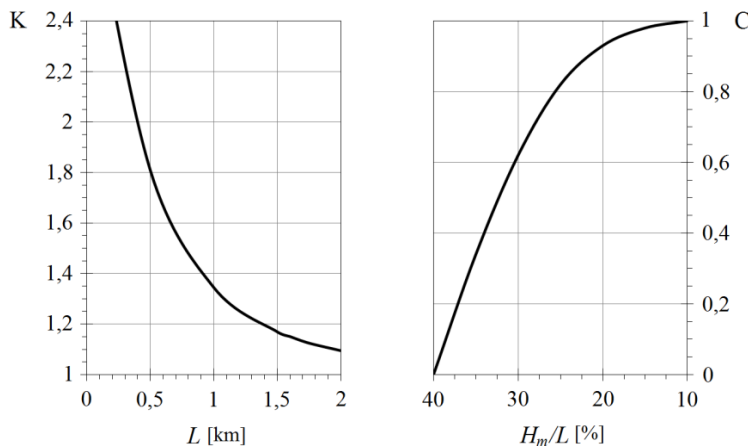


Figura 5.33. Coeficientes K y C de la fórmula de Mendiluce para el cálculo del tiempo de parada. En la práctica, el coeficiente K se toma igual a 2 para longitudes inferiores a 200 metros.

Del cálculo de T se deduce que, para impulsiones de pequeña pendiente (altura geométrica, H , baja), el tiempo de parada puede alcanzar valores elevados y, por ende, también la longitud crítica. La realidad corrobora esta afirmación: los sistemas horizontales con



vertido libre en un extremo no presentan nunca golpe de ariete y el tiempo de parada se prolonga hasta el vaciado de la tubería.

El valor máximo que puede alcanzar el golpe de ariete en cualquier caso es, en teoría, el doble de la presión estática. Esto es así pues, prescindiendo de la inercia del grupo y del rozamiento, se tiene:

$$T = \frac{Lv}{gH} \quad [5.89]$$

que, igualado al valor de T despejado de Michaud, conduce a:

$$\frac{Lv}{gH} = \frac{2Lv}{g\Delta H} \quad [5.90]$$

de donde, evidentemente, $\Delta H = 2H$.⁴⁵ Este dato no debe evitar el cálculo afinado del golpe de ariete, pues puede resultar antieconómico tomar un coeficiente de seguridad demasiado elevado.

De modo similar, la aplicación indiscriminada de la fórmula de Allievi ha inducido el criterio generalizado de que el golpe de ariete es proporcional a la velocidad del fluido y, como consecuencia, en múltiples ocasiones se han adoptado velocidades pequeñas y antieconómicas para reducirlo. Esta precaución, discutible en impulsiones largas (recuérdese que el criterio que define el tipo de impulsión es la longitud crítica), ya que normalmente es más económico proteger la instalación contra esta sobrepresión que aumentar el diámetro para reducir la velocidad, resulta además poco eficaz en impulsiones cortas en las que, al aumentar el tiempo de parada T con la velocidad, el golpe de ariete de Michaud deja de ser directamente proporcional a la velocidad y, por consiguiente, tal precaución no es rentable y ni siquiera útil.

5.4.5. Métodos de supresión y minoración

Los elementos supresores más comunes que se utilizan para reducir las sobrepresiones que se generan durante un golpe de ariete son:

- los acumuladores neumáticos y los calderines antiarriete;
- las chimeneas de equilibrio y los tanques amortiguadores;
- las válvulas de admisión de aire o ventosas;
- las válvulas de retención;
- las válvulas de descarga, y
- los volantes de inercia.

La intensidad del golpe puede reducirse mediante el accionamiento suave de las válvulas y el uso de volantes de inercia para aumentar el tiempo de parada de las bombas y las turbinas. Se deberá instalar algún elemento supresor si, como consecuencia de las características del sistema, no se puede evitar la generación de una sobrepresión excesiva y siempre que no resulte más económico aumentar el espesor de las tuberías.

Un calderín antiariete es un aparato simple y compacto formado por un cuerpo cilíndrico de acero de alta resistencia y con la capacidad adecuada. Todo calderín tiene, al menos, una válvula para la carga de la vejiga y otra opuesta que lo conecta con el sistema hidráulico mediante una “T”. El gas neutro o aire contenido en la vejiga se encuentra en reposo y en equilibrio con la presión existente en la tubería a la que está conectado el calderín.

Los calderines se acoplan a la tubería de impulsión en su parte inicial, justo después del grupo motobomba, por lo cual el gas contenido se encuentra a la presión manométrica de la instalación. Esta ubicación les confiere las siguientes características:

- Reduce la sobrepresión del golpe de ariete previsto a un valor prescrito.
- Evita que la presión mínima durante la parada pueda ser inferior a la atmosférica.
- Absorbe y limita las perturbaciones de la presión producidas por las pulsaciones generadas por las bombas.
- Compensa las variaciones provocadas por diferencias de temperatura.

La cuestión más importante en la selección de un calderín es resolver qué volumen es el más conveniente para una aplicación. Los cuatro estados característicos en los que se puede encontrar el gas y que intervienen en el desarrollo siguiente son los que se ilustran en la figura 5.34, que de izquierda a derecha corresponden a:

- Tubería despresurizada o vacía (a). El gas se encuentra a la presión de llenado, p_0 . El volumen del gas es el máximo posible y está relacionado con el tamaño del calderín.
- La impulsión está en parada tras haberse iniciado la detención de la bomba y haber finalizado la primera expansión (b). El gas está a la presión estática mínima, p_1 . Esta presión podría ser inferior a la atmosférica sin calderín.
- Instalación en régimen permanente (c). El gas se encuentra a la presión manométrica p_m , correspondiente a H_m .
- La impulsión está en parada tras haber finalizado la primera compresión (d). El gas está a la presión estática máxima prevista, p_2 . Esta presión es la máxima deseada durante el golpe, no la que se produciría sin calderín.

Estos estados están relacionados entre sí por procesos que pueden suponerse isotérmicos en primera aproximación. Por ejemplo, si se aplica la ley de Boyle-Mariotte al proceso de expansión entre los estados p_m y p_1 , se concluye que el cambio de volumen correspondiente es:

$$V_1 - V_m = 0,8 p_0 V_0 \left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_m} \right) \quad [5.91]$$



De forma análoga, el cambio de volumen durante el proceso de compresión subsiguiente es:⁴⁶

$$V_1 - V_2 = 0,8 p_0 V_0 \left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} \right) \quad [5.92]$$

Si el calderín está bien diseñado, las energías involucradas en cada uno de los procesos anteriores han de estar en equilibrio y compensarse mutuamente.

Así, la energía cinética del fluido y la de expansión del gas de la vejiga contribuyen al ascenso del agua por la tubería una vez detenido el grupo, mientras que el descenso del fluido en la fase posterior se compensa por el trabajo de compresión experimentado por el gas y el efecto de la pérdida de carga. Adoptando como presión de llenado $p_0 = 0,9 p_m$ y despreciando la pérdida de carga con respecto al resto de energías,⁴⁷ el profesor Mendiluce obtiene una expresión sencilla que permite calcular el volumen del amortiguador necesario en función de las presiones p_m y p_2 , y de las características de la instalación:

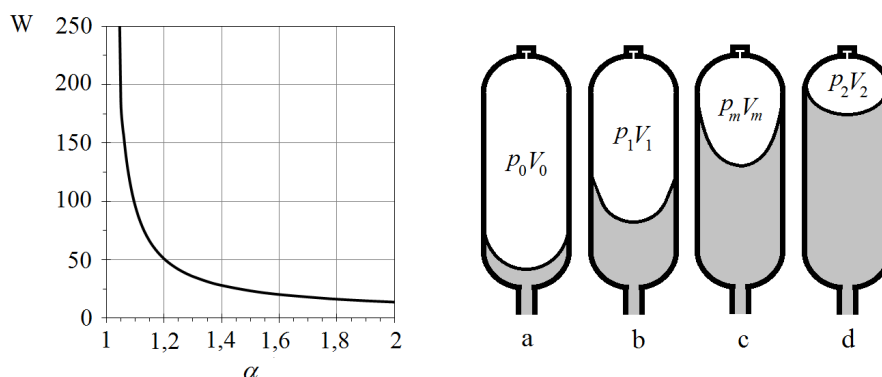
$$V_0 = \frac{90 p_2}{(p_2 - p_m)(7 p_m + 3 p_2)} \frac{L}{D^2} Q^2 \quad [5.93]$$

Las presiones p_m y p_2 están relacionadas entre sí por la magnitud del golpe que quiere ser controlado, de modo que esta expresión puede simplificarse aún más para su uso cotidiano introduciendo un coeficiente α , tal que $p_2 = \alpha p_m$. La expresión final propuesta para el cálculo del volumen es:

$$V_0 = \frac{W}{p_m} \frac{L}{D^2} Q^2 \quad [5.94]$$

en que los valores de W están tabulados en función de α . Esta expresión proporciona el volumen en litros cuando la presión p_m está en atmósferas absolutas; el caudal, en metros cúbicos por segundo, y el diámetro y la longitud, en metros.

Figura 5.34. Coeficiente W para el cálculo del volumen de un calderín antiarriete. Obsérvese como el valor de W aumenta asintóticamente con el uso de valores demasiado conservadores (pequeños) de α , lo que impone volúmenes de calderín demasiado grandes. Es práctica habitual que α sea 1,2 aproximadamente, pues valores mayores tampoco conducen a volúmenes mucho más pequeños.





El golpe de ariete también puede reducirse mediante válvulas de alivio, ventosas o válvulas de retención sin freno. Las válvulas de alivio se usan para impedir las sobrepresiones excesivas, mientras que las ventosas permiten la entrada de aire durante el golpe negativo para evitar que la presión en la tubería decaiga por debajo de la presión atmosférica y que la sobrepresión posterior supere el doble de la presión estática. Aunque la instalación de ventosas es siempre beneficiosa, su eficacia como instrumento atenuador del golpe queda limitada a aquellos casos en los que se produzca vacío debido a la parada. Por otro lado, el aire que entra por una ventosa como consecuencia de la parada brusca de los motores no supone un peligro para la instalación, pues se expulsa sin problemas durante la fase de compresión y en condiciones estáticas, antes incluso de que los motores vuelvan a ponerse en marcha.

En cuanto a las válvulas de retención, como estas válvulas se cierran cuando cesa el movimiento del agua, impiden el paso de la onda de sobrepresión que procede del final de la instalación, y al hacerlo, descargan el tramo anterior de la presión estática correspondiente. Su instalación debe hacerse de forma que la sobrepresión retenida quede por debajo del timbrado de la tubería y, por norma general, dos o tres de estas válvulas son más que suficientes en la mayoría de casos.

Cuando la válvula de retención se cierra, la instalación queda dividida en tramos independientes entre sí. En la figura 5.35, se observa el efecto de una válvula de retención sin freno sobre la línea piezométrica de una instalación en condiciones estáticas y en parada. Después de la parada, cuando la primera onda de descompresión alcanza la válvula y esta se cierra al anularse el caudal, se genera una nueva onda, que inicia su retroceso hacia la bomba como si la válvula fuera el final de la instalación.⁴⁸ Por otro lado, la onda de descompresión original continúa su avance deteniendo el fluido que aún se mueve aguas abajo de la válvula. Esta onda iniciará su retroceso al llegar al extremo final de la instalación y, en su camino aguas arriba, se encontrará la válvula cerrada, lo cual la reflejará de nuevo en forma de compresión y dará lugar a una línea de parada positiva. En consecuencia, en el tramo comprendido entre la válvula y el final de la instalación, el golpe de ariete será el mismo que sin válvula, pero en el tramo aguas arriba de la válvula se obtiene un beneficio notable, pues la sobrepresión parte de cero tantas veces como válvulas de retención se intercalen.

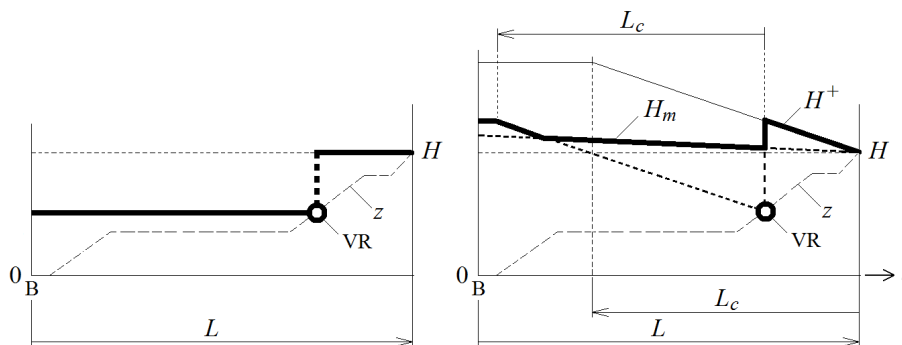


Figura 5.35. A la izquierda, línea piezométrica en reposo, en presencia de una válvula de retención (VR). A la derecha, la línea mixta obtenida por la superposición de las líneas de carga en régimen permanente (H_m) y la de parada positiva (H^+). El uso de estas válvulas no afecta el cálculo del tiempo de parada.

5.5. Oscilaciones de masa

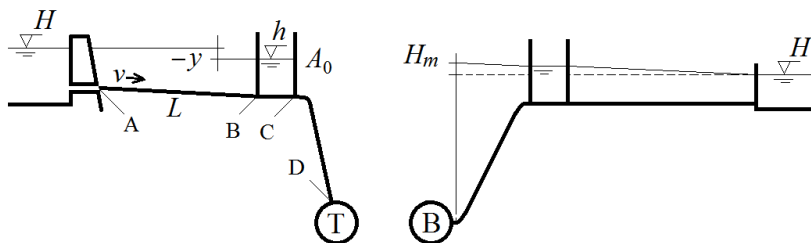
Se dice que se presenta un transitorio por oscilación de masa cuando los cambios en la velocidad son tan pequeños que sus efectos se propagan a lo largo de la instalación de forma casi instantánea en comparación, esto es: $O(v) < O(c)$. En estos casos, puede suponerse que el fluido es incompresible [2.159], ya que todo el volumen de control notará los cambios de velocidad al unísono. Por ejemplo, si se trata de estudiar la oscilación de masa en un conducto rígido de área constante, la aplicación de la ecuación de continuidad muestra que la velocidad es la misma en ambos extremos del conducto y los cambios de velocidad, instantáneos, al no poder haber acumulación de masa en su interior. Esta clase de problemas se resuelve utilizando la teoría pendular o teoría de columna rígida y conduce a sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias en las que el fluido se supone incompresible.

5.5.1. Chimeneas de equilibrio

Las chimeneas de equilibrio (*surge tanks*) son capacidades piezométricas conectadas a los conductos para transformar los transitorios de alta presión y frecuencia en oscilaciones de masa de baja presión y frecuencia. En principio, este sistema es la forma más natural de protección ante un golpe de ariete, pues permite liberar la energía contra la gravedad, pero su coste y las dificultades constructivas limitan su uso a instalaciones de poca altura de elevación en las que, al ser la sobrepresión a contener también pequeña, resulta normalmente más aconsejable instalar tuberías del timbrado adecuado o recurrir a otros sistemas de contención del golpe menos costosos. Son más eficientes las chimeneas que se encuentran más cerca del origen del golpe, pues así no se alcanza la altura máxima de Allievi y se reduce la magnitud del golpe de ariete. Resulta interesante emplear chimeneas en las centrales hidroeléctricas y en instalaciones de bombeo con mucha pendiente inicial para que la chimenea no resulte demasiado alta.

En una central hidroeléctrica, se suele disponer una chimenea de equilibrio localizada entre la tubería que alimenta la turbina y el embalse, para proteger el tramo AB de tubería (galería) de las sobrepresiones que se crean ante los cortes bruscos de caudal en la turbina (por cierre de sus álabes distribuidores). Por norma general, la galería es casi horizontal, mientras que el tramo CD es más vertical, de modo que la chimenea resulta más corta y económica que ubicada en D. Para la protección del tramo CD resulta más práctico aumentar su timbrado.

Figura 5.36.
A la izquierda, esquema de una central hidroeléctrica con chimenea de área recta constante, A_0 ; a la derecha, una instalación de bombeo con chimenea de equilibrio.





Un corte brusco del caudal de la turbina origina un golpe de ariete en D, que se propaga hasta C y se refleja de nuevo a D, etc. Estas ondas se propagan en ambos sentidos y acaban amortiguándose por efecto de la fricción al cabo de unas veinte oscilaciones y unos pocos segundos. Este tiempo es inferior a los tiempos característicos de los procesos que tienen lugar en el tramo AB y en la chimenea (que son del orden de horas), por lo cual la oscilación en masa no se ve interferida por las ondas de presión del golpe de ariete en CD (v. figura 5.38). Si, por ejemplo, el caudal en D resulta cero instantáneamente, a efectos prácticos también lo será en C, y el caudal en AB alimentará o será alimentado por la chimenea, según el principio de continuidad.

Para estudiar el movimiento transitorio del agua entre el embalse y la chimenea (tramo AB), se aplica la ecuación de Euler-Bernoulli [2.125] generalizada:

$$L \frac{dv}{dt} + \frac{1}{2} f \frac{L}{D} v |v| = \frac{p_A}{\rho} - \frac{p_B}{\rho} + g(z_A - z_B) \quad [5.95]$$

donde se ha supuesto que el tramo AB es de sección recta constante, A . Si el agua se mueve de A a B y no hay pérdidas en A, entonces:⁴⁹

$$\begin{aligned} p_A &= p_{atm} + \rho g(H - z_A) - \frac{1}{2} \rho v^2 \\ p_B &= p_{atm} + \rho g(h - z_B) \end{aligned} \quad [5.96]$$

mientras que, si va de B a A:

$$\begin{aligned} p_A &= p_{atm} + \rho g(H - z_A) \\ p_B &= p_{atm} + \rho g(h - z_B) - \frac{1}{2} \rho v^2 \end{aligned} \quad [5.97]$$

por lo cual, en general:

$$\frac{p_A - p_B}{\rho} = g(H - h - (z_A - z_B)) - \frac{1}{2} v |v| \quad [5.98]$$

y la velocidad es positiva cuando el caudal va de A a B.

Combinando esta ecuación con la de la energía [5.95] y designando “ y ” la diferencia de nivel entre el embalse y la chimenea ($-y = H - h$), resulta:

$$L \frac{dv}{dt} = -gy - \frac{1}{2} \left(1 + f \frac{L}{D} \right) v |v| \quad [5.99]$$

El último sumando representa las pérdidas por rozamiento y la energía cinética. Si se desprecia y se tiene en cuenta que, por continuidad:

$$Q = Av = A_0 \frac{dy}{dt} + Q_C \quad [5.100]$$

la ecuación del movimiento se transforma, con $Q_C = 0$ (turbina parada), en:



$$\frac{L}{g} \frac{A_0}{A} \frac{d^2 y}{dt^2} + y = 0 \quad [5.101]$$

que, con las condiciones iniciales ($t=0$, $v=v_0$, $y=y_0=0$, H constante),⁵⁰ tiene por solución $y=y_{\text{máx}} \sin \omega_N t$.

La frecuencia rotativa de la oscilación no amortiguada es:

$$\omega_N = 2\pi f = \sqrt{\frac{g}{L} \frac{A}{A_0}} \quad [5.102]$$

y su amplitud:

$$y_{\text{máx}} = v_0 \sqrt{\frac{L}{g} \frac{A}{A_0}} \quad [5.103]$$

dato que la velocidad máxima verifica:

$$y_{\text{máx}} \omega = \dot{y}_{\text{máx}} = v_0 \frac{A}{A_0} \quad [5.104]$$

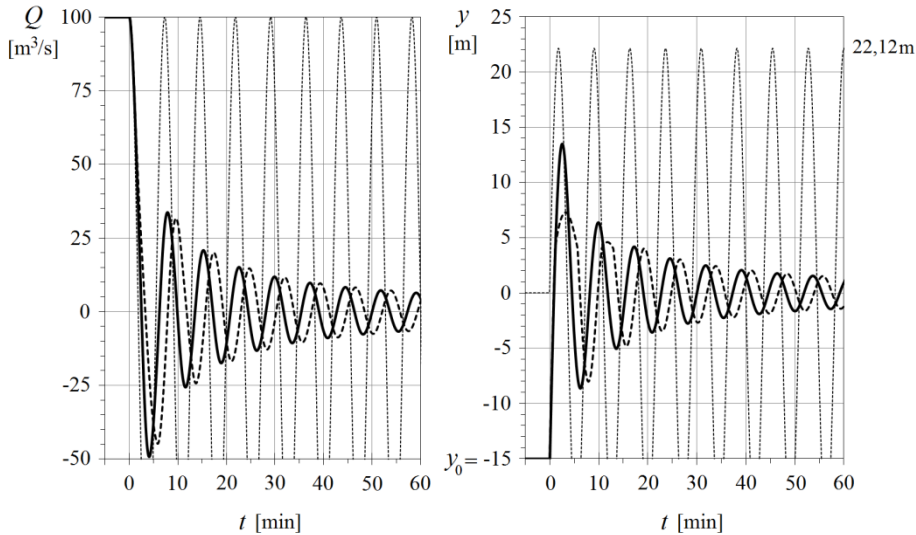
Este resultado sugiere que, tras la detención de la turbina y hacerse $Q_C=0$, se inicia una oscilación de masa de carácter oscilatorio cuya amplitud y frecuencia son menores cuanto más pequeña es la relación entre las áreas del conducto en la galería, A , y de la chimenea, A_0 .

Figura 5.37.

Simulación de la oscilación de masa en una chimenea de equilibrio como la de la figura 5.36 (izquierda).

Parámetros: $L=5$ km; $D=6,5$ m; $D_0=20$ m; $Q_C=100$ m³/s, y $R=0,0015$ m/(m³/s)². La línea a puntos es la solución no amortiguada para la que $y_{\text{máx}}=22,12$ m [5.103] y $f_N=8,25$ ciclos/h [5.102].

La línea continua representa la solución oscilatoria con rozamiento para una chimenea de sección constante, y la línea discontinua es la respuesta para una chimenea tal que a $y=4$ m se cuadruplica su área.



El efecto del rozamiento con la turbina parada se traduce en una disminución de los valores de ω y de $y_{\text{máx}}$, tal como sucede con el resto de movimientos oscilatorios subamortiguados, que conduce a una situación de reposo en la que $y=0$ (v. figura 5.37). La

amplitud de las oscilaciones puede reducirse, en la práctica, aumentando el área de la chimenea o reduciendo la sección de entrada en BC para producir una mayor pérdida de carga. En algunas ocasiones, se permite el derrame por la parte superior de la chimenea, que entonces actúa como válvula de descarga, pero en ningún caso su altura y su condición estática han de permitir que entre aire durante la fase de depresión, en la que su nivel es mínimo, $y_{\min}$.

Con la turbina en funcionamiento, la maniobra continuada del observador, que trata de mantener la potencia de la máquina constante, puede llevar el movimiento a una condición divergente de resonancia. Tras algunas aproximaciones de cálculo, y teniendo en cuenta que la condición de potencia constante en la turbina implica que:

$$Q_{c,0}h_0 = Q_c(H + y) = Q_c(h_0 - y_0 + y) \quad [5.105]$$

Thoma llegó a deducir que la condición de estabilidad implica que la chimenea ha de tener un área mínima de valor:

$$A_0^{\min} = A \frac{L}{(H - h_0)h_0} \frac{v_0^2}{2g} \quad [5.106]$$

donde h_0 es la altura de la chimenea en condiciones estacionarias (no en reposo) y $(H - h_0)$ representa la pérdida de energía en la galería ($|v_0|$).

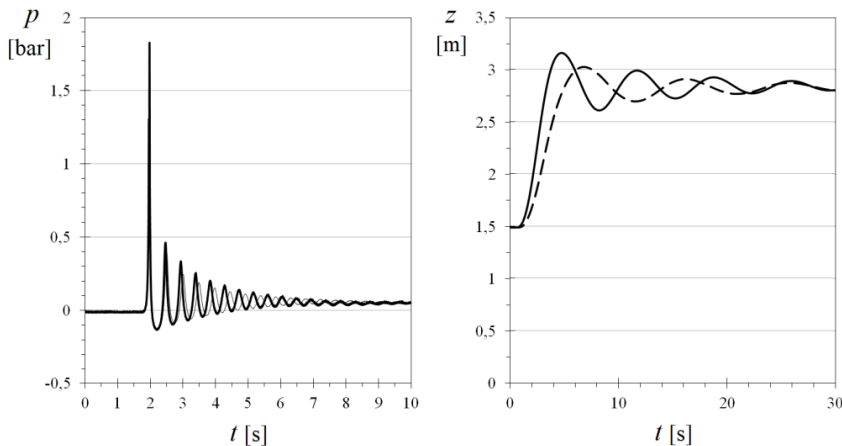


Figura 5.38. Golpe de ariete (izquierda) y oscilación de masa en la chimenea (derecha) registrados experimentalmente en una instalación de laboratorio que reproduce a escala la instalación de la figura 5.36 (izquierda). Se muestra el golpe de ariete obtenido en dos días diferentes. Obsérvese que la frecuencia de la oscilación en presión cambia entre días, como consecuencia del diferente valor de la velocidad del sonido (líneas gruesa y fina del gráfico de la izquierda), y que la oscilación en la chimenea no se ve afectada por la presencia del golpe.
Datos: $L_{CD} = 13,15$ m;
 $L = 10,9$ m; $A_{01} = 5,93$ cm² (línea continua)
 $A_{02} = 9,83$ cm² (a trazos);
 $A = 4,91$ cm²; $H = 2,8$ m.

5.5.2. Efecto bombeo e inestabilidad

El efecto bombeo puede aparecer en aquellas instalaciones capacitivas en que se ha instalado una bomba de característica inestable. Este fenómeno supone una fluctuación brusca del caudal impulsado al no encontrar la bomba un punto de funcionamiento estable bajo determinadas condiciones de trabajo. Una instalación es capacitiva cuando la altura a la salida de la bomba varía de forma integral con el caudal entregado, y la curva



de la bomba es potencialmente inestable cuando, en algún tramo de la misma, la altura de elevación crece con el caudal y es $dH_B/dQ > 0$. Por norma general, la inestabilidad asociada a este fenómeno es debida a la forma de la curva característica, ya que todas las instalaciones son, en cierto modo, capacitivas, pero no en todas ellas se produce bombeo.

La capacidad de una instalación se manifiesta como una relación integral entre la altura y el caudal de la bomba. Si el sistema alcanza un punto de funcionamiento estable y permanente en que la altura permanece constante, todos los términos temporales que podrían dar lugar a la aparición de fenómenos elásticos desaparecen, de la misma manera que la elongación de un muelle es constante si no se cambia la fuerza de apriete. Estos efectos elásticos, combinados con los inerciales, dan lugar a la aparición de movimientos oscilatorios, que pueden ser divergentes en el tiempo si las fuerzas resistivas no son suficientes para amortiguar la fluctuación.

Cuando la intersección de la característica de la instalación y la de la bomba conduce a un único PF estable, la disipación de energía que se produce durante el movimiento asegura, normalmente, la estabilización del sistema en dicho PF, tras un proceso de establecimiento que puede ser más o menos largo. El problema se presenta cuando no hay PF posible o cuando estos son múltiples, pues entonces el sistema no resuelve la indeterminación y se presenta un funcionamiento errático, que puede hacer funcionar la bomba de forma oscilante o fuera del cuadrante (Q^+, H^+).

Tómese, como ejemplo, la instalación de la figura 5.39, en la que el depósito actúa de capacidad. Es evidente que el nivel del depósito y los caudales están relacionados por la ecuación de continuidad:

$$A_D \frac{dH_D}{dt} = Q - Q_{sis} \quad [5.107]$$

donde A_D es el área recta del depósito y Q es el caudal que lo alimenta desde la bomba. Por otro lado, la ecuación [2.131], generalizada para incluir las pérdidas de altura en el tramo de conducto de sección A comprendido entre la bomba y el depósito, indica:⁵¹

$$\frac{L}{gA} \frac{dQ}{dt} = H_B - (H_D + A_s Q |Q|) \quad [5.108]$$

Estas dos ecuaciones manifiestan el carácter capacitivo e inercial de la instalación y, sustituida una en la otra, conducen a un sistema de segundo orden cuya solución puede ser oscilatoria. Designando “ y ” la diferencia de altura entre las curvas de la bomba y la instalación a un caudal dado, esta ecuación puede escribirse:

$$\frac{L}{gA} \frac{dQ}{dt} = y \quad [5.109]$$

Los puntos de funcionamiento son de forma que la derivada del caudal se anula e $y=0$, pero solo son estables aquellos para los que cualquier perturbación del caudal origina una y que tiende a restituir el caudal original, es decir, aquellos para los que $dy/dQ < 0$. En otras palabras: si la intersección de la curva de la bomba y la de la instalación es de forma que, al disminuir el caudal, y es positivo, el sistema responderá tendiendo al equilibrio inicial, pero si la diferencia $y = H_B - H_{sis}$ es negativa, el caudal seguirá disminuyendo



y el sistema será inestable. Gráficamente, esta conclusión implica que son estables los puntos de funcionamiento en los que la intersección de las curvas de la bomba y de la instalación se produce de forma que, a caudales inferiores, la curva de la bomba está situada por encima de la curva de la instalación y, a caudales superiores, por debajo. Esta situación es la normal cuando la bomba instalada tiene una curva característica monótona decreciente para la que la altura máxima se produce en el origen, pero, cuando la bomba tiene un tramo ascendente, es posible que alguno de los puntos de funcionamiento sea inestable. Tal como se aprecia en la figura 5.39, estos puntos inestables “*j*” no suelen aparecer solos, sino acompañados de otro estable “*j*” en que el sistema puede trabajar con normalidad si se llega a alcanzar.

Se produce bombeo con la bomba $H_{B,2}$ de la figura 5.39 (derecha) cuando la altura del depósito alcanza el nivel crítico H^* . A partir de ese momento, cualquier disminución del caudal del sistema aumentará el nivel H_D según la ecuación [5.107], lo cual llevará la curva de la instalación por encima de la característica de la bomba para cualquier caudal. Según se aprecia en la misma figura, existe un PF posible (punto “*h*”) en el cuadrante ($Q-, H+$) en que la bomba trabajaría como freno (v. figura 3.19) y, si $y < 0$, el sistema tenderá a desplazarse hacia él disminuyendo el caudal. Este proceso no es instantáneo debido al carácter inercial de la instalación y, como la altura del depósito disminuye al disminuir el caudal de la bomba, el punto de funcionamiento puede pasar de nuevo al cuadrante ($Q+, H+$) y repetirse el fenómeno.

El bombeo no se produce cuando la característica de la bomba es estable, pues entonces existe un único punto de funcionamiento en el cuadrante positivo ($Q+, H+$), en que será $dy/dQ < 0$. Tampoco se produce bombeo con bombas de característica potencialmente inestable en una instalación dada, si la altura del depósito se mantiene siempre por debajo del valor H^* y se ha alcanzado un PF estable previo.

El problema se encuentra en la puesta en marcha, ya que la bomba es incapaz de suministrar la altura requerida a caudal nulo si $H_D > H_0$ en el instante inicial. Esto es evidente en la instalación $H_{sis,1}$ de la figura 5.39 (a la derecha), en que el punto “*k*” puede alcanzarse sin problemas porque inicialmente la altura del depósito es $H_k < H_0$. Una vez en funcionamiento, el aumento de la altura estática hasta H_j , siendo $H_j > H_0$, supone el desplazamiento del punto de funcionamiento desde “*k*” hasta “*j*”, que será un PF estable más. En definitiva, para que no se produzca bombeo después de una puesta en marcha estable, el caudal del sistema debe mantenerse por encima de Q^* siempre que H_D sea superior a H_0 .

En la figura 5.39, a la izquierda, se muestran dos situaciones estables, puntos “*k*” e “*i_e*”, obtenidos con una bomba de característica monótona decreciente, $H_{B,1}$, y con otra inestable, $H_{B,2}$. En el punto de funcionamiento “*k*” se verifica que el caudal de las bombas (ambas por separado) y del sistema coinciden: $Q_{sis} = 450$ L/min, en este caso. Cuando Q_{sis} disminuye hasta 150 L/min, la bomba estable $H_{B,1}$ de la izquierda disminuye sin problemas el caudal de su PF hasta que la altura del depósito alcanza el punto “*f*”. En cambio, la bomba $H_{B,2}$ de la derecha no puede alcanzar el punto “*i*”, correspondiente al caudal de 150 L/min, sin que aparezca bombeo. Esta imposibilidad hace que su caudal y la altura del depósito oscilen de forma sostenida siguiendo la trayectoria mostrada a trazos (en sentido contrario a las agujas del reloj). En la figura 5.40, se muestra el resultado obtenido por simulación de ambos comportamientos.



No obstante, es posible que la bomba $H_{B,2}$ alcance un punto de funcionamiento estable de caudal $Q=150\text{L/min}$ si se añade una válvula en el conducto de impulsión, de forma que el sistema pueda transitar de $H_{sis,1}$ a $H_{sis,2}$, tal como se muestra a la izquierda de la figura 5.39. El punto de funcionamiento correspondiente, “ i_e ”, para el cual el caudal del sistema y de la bomba coinciden, es estable por ser la característica $H_{sis,2}$ más resistiva que la $H_{sis,1}$ y $dH_{sis}/dQ > dH_B/dQ$. En esta situación no se produce bombeo porque la bomba encuentra un PF que cumple la ecuación [5.107] y que es, además, estable aunque $dH_B/dQ > 0$.⁵²

Figura 5.39. Condiciones de estabilidad y efecto bombeo en instalaciones. Las líneas de trazo muestran la evolución de H_D con el caudal. Los puntos a, b, c, d, e y f permiten visualizar el progreso temporal del fenómeno. Como se observa en la figura 5.40, el tránsito entre los puntos “b” y “d”, y “e” y “a” es prácticamente instantáneo (para las hipótesis y los parámetros de la instalación utilizados en la simulación).

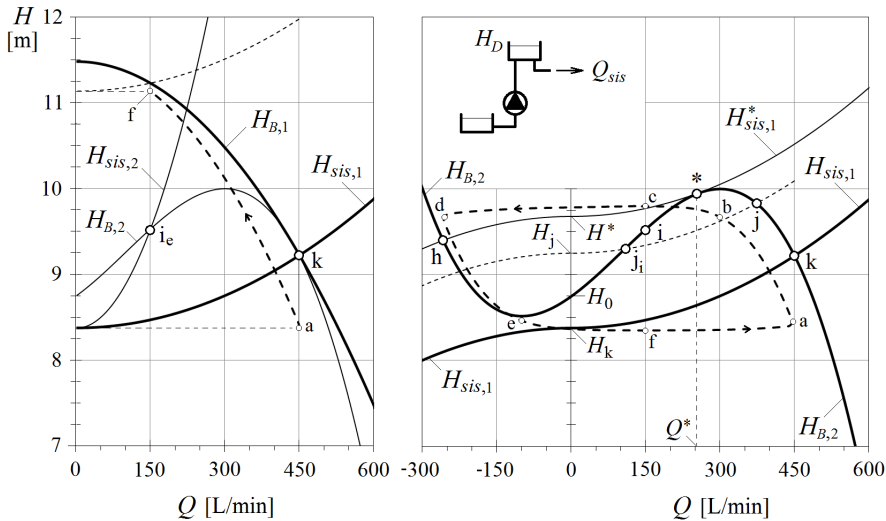
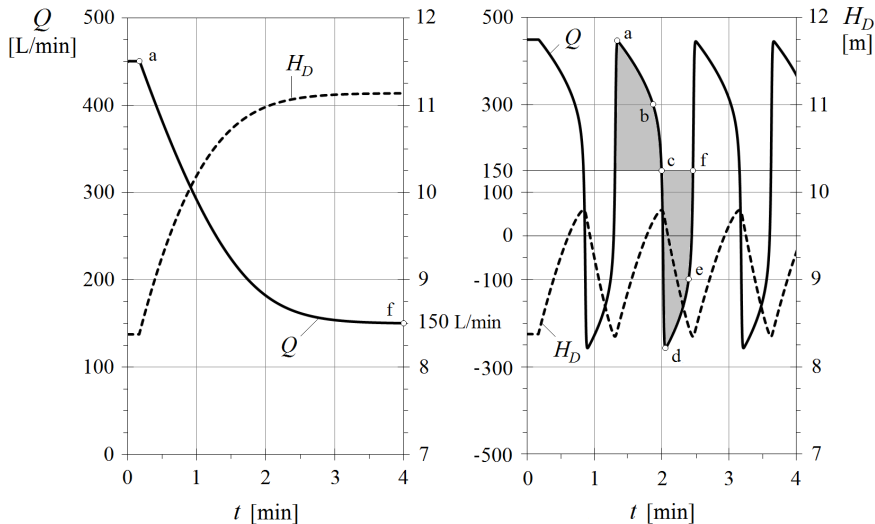


Figura 5.40. Simulación por ordenador del sistema $H_{sis,1}$ de la figura 5.39 ante un cambio brusco del caudal Q_{sis} en $t = 10$ segundos. Área del depósito $A_D = 0,1 \text{ m}^2$, conducto de longitud $L = 10 \text{ m}$ y diámetro interno $D = 6,5 \text{ cm}$. $A_S = 15.000 \text{ m}^2/(\text{m}^3/\text{s})^2$. $H_{sis,1} = H_D + A_S Q |Q|$. A la izquierda, el caso estable, con $H_{B,1}$, y a la derecha, el inestable, con $H_{B,2}$. No se ha considerado la inercia del grupo motor-bomba y se ha supuesto el nivel de aspiración de la bomba constante.



5.5.3. Inestabilidad en paralelo

La instalación en paralelo de dos máquinas de característica inestable debe evitarse siempre que sea posible. En el caso de las bombas, esta situación es infrecuente y se evita simplemente no conectando en un grupo en paralelo bombas con curvas características en las que se cumpla que $dH_B/dQ > 0$. En cambio, son muchos los sistemas que están formados por ventiladores conectados en paralelo, aunque el usuario no se percate de ello: los sistemas de ventilación general y de extracción localizada de una nave industrial constituyen un grupo de numerosos ventiladores que se encuentran en paralelo entre sí y, por ejemplo, también con los de acondicionamiento de las oficinas, sin más que abrir una puerta. Todos estos ventiladores comparten los puntos de entrada y salida y, como es inevitable que algunos tengan curvas características en forma de silla como la de la figura 3.38, el problema está servido.

Como en el caso de las bombas (v. figura 3.21), el funcionamiento en paralelo de dos ventiladores de curvas características diferentes puede dar lugar a la recirculación de caudal por el que tenga menor capacidad de comunicar energía. El problema en ventilación es más difícil de resolver porque, por un lado, su conexión en paralelo se produce, en numerosas ocasiones, sin que haya un conducto real que los una y, por otro, las chimeneas o los gradientes térmicos pueden actuar como fuentes activas de caudal y producir el reflujo a través del ventilador.

Es casi imposible acomodar el funcionamiento de todos los ventiladores conectados en paralelo, sobre todo si son distintos: cuando un usuario se percata de la existencia de reflujo en un ventilador, puede verse tentado a aumentar sus revoluciones o a sustituirlo por otro más potente, creyendo que el problema es ocasionado por una falta de presión comunicada. Esta forma de actuar solo traslada el problema al siguiente ventilador más pequeño o, en el caso de estar en paralelo con un hogar, producirá el rebufo de la chimenea y la entrada de humos. En estos casos, la solución pasa por separar hidráulicamente ambas máquinas, ya sea cerrando puertas, colocando mamparas o abriendo ventanas, de forma que cada uno aspire de un *plenum* distinto.⁵³

El problema se complica aún más si se tiene en cuenta la forma que adquiere la curva característica de la conexión. Supóngase, para simplificar la explicación, que se montan dos ventiladores como el de la figura 3.38 en paralelo. Para presiones comprendidas entre la presión del punto “j” y la del punto “k”, cada uno de los ventiladores puede suministrar tres caudales distintos (por ejemplo, los puntos “a₁”, “b₁” y “c₁” de la figura 5.41 para la presión p_1), lo cual da lugar a una característica del grupo en paralelo de forma anudada.

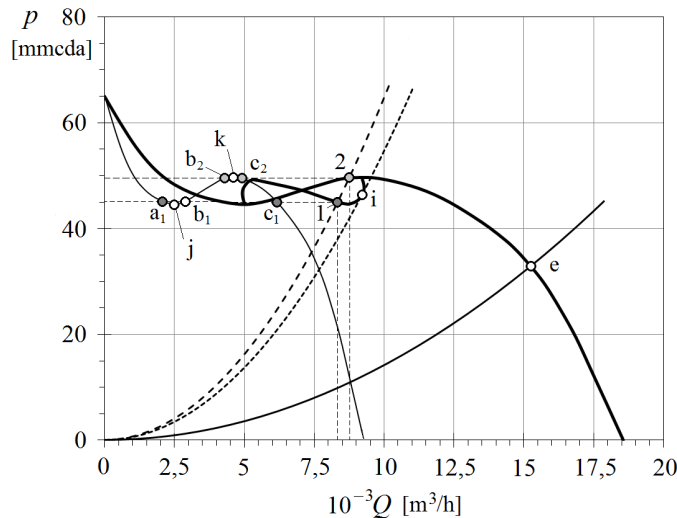
Mientras la curva del sistema sea más plana que la correspondiente al punto de inicio de inestabilidad (punto “i”), el sistema funcionará de forma correcta y el caudal se repartirá a partes iguales entre ambos ventiladores. Para curvas más resistivas, la característica en paralelo puede ser cortada hasta por tres puntos diferentes, lo que es, a todas luces, inestable y provoca el funcionamiento pulsante del conjunto.

Esta variación del caudal entre “1” y “2” causa un rumor oscilatorio claramente audible en muchas naves industriales, que solo puede evitarse situando la curva del sistema por debajo de “i”. De nuevo, el aumento de las revoluciones de ambos ventiladores no resuelve el problema, ya que la inestabilidad se desplaza a lo largo de la curva de afinidad, que es en sí la curva del sistema.⁵⁴ Ahora bien, si el caudal del conjunto oscila entre “1”



y “2”, el de cada ventilador oscila aún más al hacerlo alternativamente entre los puntos “a₁” y “c₁” (en la figura) y entre sus homólogos a p₂, “b₂” y “c₂”, de forma que el usuario que se aproxime a un ventilador verá aumentar considerablemente la oscilación y observará que parece funcionar “a saltos”, produciendo una gran vibración debida a la aparición de desprendimiento rotativo.

Figura 5.41.
Curva característica típica de la conexión en paralelo de dos ventiladores iguales. El punto de funcionamiento de la instalación debe encontrarse a la derecha del punto “i” para evitar que aparezca esta inestabilidad, por ejemplo en el punto “e”. Los puntos “j” y “k” son los de presión mínima y máxima que definen la zona en que $dp/dQ > 0$ de cada ventilador. Para el punto inestable “l”, se verifica $Q_0 + Q_c = Q_l$.



5.6. Introducción a la ventilación

Se define la ventilación como la introducción, intencionada o no, de aire externo en un recinto, con el propósito de diluir la concentración de contaminantes del aire interno, asegurar las condiciones de bienestar higrotérmico, evitar peligros de explosión y controlar la circulación de humos en caso de incendio.

La cantidad de aire externo necesaria para asegurar una calidad aceptable del aire interior es un tema de debate que ha conducido a estándares radicalmente distintos. El criterio comúnmente adoptado prescribe un caudal mínimo de suministro de aire exterior por persona basado en el control, bajo límites prefijados, de la humedad, el nivel de CO₂ y los olores generados por los ocupantes del recinto. En la actualidad, se presta atención también al mantenimiento de concentraciones aceptables de una variedad de contaminantes adicionales que no son generados primariamente por los ocupantes, sino por otras fuentes, algunas de las cuales no están relacionadas con el proceso industrial (mobiliario, servicios, terreno, etc.).

El intercambio de aire entre el interior y el exterior puede ser por ventilación controlada, ya sea natural o forzada, y por infiltración. Aunque todos estos métodos difieren significativamente en cómo afectan la calidad del aire, el bienestar térmico y el aislamiento energético del recinto, el diseño del sistema de ventilación escogido ha de conducir al equilibrio higrotérmico o de concentración de contaminantes prescrito inicialmente. Este equilibrio define la calidad de aire interior (CAI) y depende de la intensidad de la fuente



y de la tasa total de extracción por ventilación, que será, a su vez, función del método de ventilación empleado o de su combinación.

La ventilación forzada proporciona el máximo potencial de control de la tasa de intercambio y su distribución dentro del edificio. Esta ventilación es obligatoria en grandes edificios y, en general, donde se requiera una mínima cantidad de aire exterior, o donde sea aconsejable o necesario un sistema mecánico de evacuación. Cuanto más estanco es el edificio (optimizado desde el punto de vista energético), tanto más necesaria resulta la ventilación forzada para asegurar la mínima renovación y mantener una calidad aceptable del aire en su interior.

La ventilación natural a través de aberturas intencionadas se debe a presiones de viento y a diferencias de temperatura entre el interior y el exterior. Para proveer una ventilación adecuada para la dilución de contaminantes y el control de la temperatura de un recinto, se pueden utilizar flujos de aire a través de ventanas, puertas, registros, trampillas, lucernarios, etc., siendo fundamental entender los mecanismos por los que el aire se reparte a su paso por los dispositivos, terminales o no, preparados para la difusión y el reparto del aire.

La infiltración es el flujo de aire no controlado a través de aberturas no intencionadas e inevitables. Este mecanismo es el menos fiable de todos y escapa a menudo del control humano, pues depende de las condiciones climáticas y de la localización de las aberturas.

El diseño de un sistema de ventilación es una operación delicada en la que desempeñan un papel importante numerosos factores técnicos, económicos, de consumo de energía y humanos. Dicha operación requiere que los proyectistas tengan un conocimiento profundo del lugar de trabajo que se ha de tratar y de las teorías y herramientas a su disposición. Al respecto, es esencial llevar a cabo un estudio preliminar suficientemente detallado del lugar de trabajo y la zona que lo rodea, de manera que la solución esté bien adaptada al problema en cuestión y, además, sea aceptable por los ocupantes en términos de los requisitos de producción y su bienestar personal. Es importante proyectar desde el principio un medio de captura de contaminantes que no moleste al trabajador en su actividad, ya sea por su implantación, su tamaño, las corrientes inducidas de aire, etc., y, si la fuente contaminante lo requiere, utilizar campanas extractoras locales o cámaras para el lavado del aire.

En el caso de la instalación de un sistema de ventilación en un lugar industrial, el procedimiento general de diseño puede seguir las fases siguientes:

- Obtener datos de diseño de sistemas semejantes y los concernientes a los requisitos normativos aplicables.
- Estudiar las premisas de los puestos de trabajo: factores humanos, condiciones meteorológicas locales, aberturas próximas, etc.
- Determinar los objetivos y las especificaciones en términos de los niveles de contaminación exigidos, la eficacia del sistema, etc., desarrollando un catálogo de las fuentes de contaminación y su posible reducción o sustitución por otros procesos productivos.
- Realizar una evaluación técnica y económica de las diferentes alternativas, calculando los componentes del sistema como una función de las restricciones impuestas.



- Instalar el sistema de ventilación y registrar, después, las prestaciones operativas para usarlas de referencia en el futuro.

El abanico de métodos y herramientas disponibles para el estudio de los sistemas de ventilación es muy amplio. A fin de dar una visión clara, aunque simplificada, de estos métodos, se consideran tres formas de afrontar el problema, que pueden combinarse entre sí: el método empírico, el método integral y el método local. El método empírico es el más extendido y se basa, en gran parte, en la experiencia práctica adquirida en proyectos exitosos completados *in situ*. El método integral se basa en la aplicación de las ecuaciones de conservación en un volumen de control de tamaño finito y conduce al desarrollo de modelos simplificados, que permiten comparar y analizar diferentes tipos de sistemas de ventilación. El método local se basa en la resolución de ecuaciones en diferencias para determinar la evolución de la velocidad, la presión, la temperatura o la concentración del campo de flujo en cuestión.

Tabla 5.6.
Número recomendado de renovaciones de aire por ocupante y hora, en función del sector.

	Renovación del aire en locales habitados	Núm. r/h/o
Sector de servicios y otros locales	Iglesias	1 - 2
	Escuelas, aulas	2 - 3
	Hospitales	5 - 6
	Oficinas generales	5 - 6
	Bares de hotel	5 - 8
	Salas de juntas	5 - 8
	Restaurantes	5 - 10
	Aparcamientos	6 - 8
	Gimnasios	6 - 12
	Teatros y discotecas	10 - 12
	Peluquerías	10 - 15
	Lavabos	13 - 15
	Cines, cafeterías y locales de comida rápida	15 - 18
Locales industriales	Almacenes no peligrosos	3 - 6
	Talleres de mecanizado	5 - 10
	Fábricas en general	5 - 10
	Laboratorios (con campanas o cabinas)	6 - 8
	Cocinas industriales (indispensable con campanas)	15 - 20
	Lavanderías y tintorerías	20 - 30
	Obradores de panaderías	25 - 35
	Naves industriales con hornos y baños (sin campanas)	30 - 60
	Talleres de pintura (mejor con campanas)	40 - 60

Una técnica ampliamente utilizada de ventilación de recintos es la ventilación por dilución, con o sin recirculación del aire. Según cuáles sean los medios de toma y expulsión de aire, la ventilación por dilución puede consistir en:

- ventilación natural exclusivamente, posible cuando el aire se mueve por diferencias de presión y temperatura a través de la carcasa del edificio.



- ventilación mixta, con toma natural de aire y extracción mecánica, o bien con inyección mecánica de aire y evacuación natural, o con una combinación de ambas, y ventilación totalmente mecánica.

La distribución del aire en locales y recintos presenta, en general, tres aspectos: la distribución del aire por impulsión, normal o forzada; la recogida del aire de retorno en sistemas con recirculación, y la recogida del aire por extracción, normal o forzada. Para cada una de estas formas, es necesario ubicar las bocas de distribución adecuadas, ya sean rejillas o difusores, teniendo en cuenta sus características y propiedades de difusión, dispersión, alcance y propagación.

Como se ha mencionado, el volumen de aire a renovar puede calcularse con relación a su contenido máximo de CO₂, la temperatura máxima de los locales a ventilar, o el uso del local y el número de personas que lo ocupan. Una vez conocido el caudal necesario, el proceso continúa con el proyecto de la red de distribución teniendo en cuenta factores funcionales, como la difusión del aire, sus posibles fugas y el nivel de ruido admisible, y otros como los requisitos de espacio y el coste de la inversión inicial. Una mala distribución del caudal prescrito puede causar pérdida de confort y, además, aumenta los costes operativos.

Conocido el caudal de renovación, el procedimiento general de cálculo de los sistemas de conducción y distribución de aire sigue los pasos generales siguientes:

- Estudiar la configuración del edificio (planos en planta y alzado) y disponer las aberturas de suministro y retorno de aire necesarias, de manera que quede asegurada la distribución correcta en cada espacio.
- Seleccionar el tamaño de las rejillas y de los difusores a partir de los datos suministrados por los fabricantes.
- Representar esquemáticamente el sistema de conductos que conectan las salidas de suministro y las tomas de retorno con los equipos y las unidades de tratamiento y manipulación del aire. El espacio reservado para los conductos de suministro y retorno dicta, a menudo, la disposición en planta del sistema y la forma de instalarlos.
- Dividir el sistema en secciones numeradas. Un sistema de conducción ha de subdividirse en todos los puntos en que cambia el caudal, el tamaño de conducto o bien su forma.
- Dimensionar los conductos por el método de cálculo seleccionado. En la transformación de la sección, se recomienda que la relación de áreas no supere el 20% y que se haga en una sola dirección cuando el conducto no es circular.
- Calcular la pérdida total de presión del sistema para después seleccionar el ventilador.
- Volver a dimensionar las secciones del conducto para compensar las presiones en cada enlace y derivación.
- Analizar el diseño con el fin de detectar posibles niveles de ruido no aconsejables, y especificar los atenuadores necesarios.



Uno de los métodos más extendidos para el cálculo de redes es el de idéntica pérdida de carga por metro de conducto. Esta pérdida se cifra en intervalos muy amplios: cuando el coste de la energía es elevado y el del montaje del conducto es bajo, el diseño más económico es el de menor pérdida específica, y al revés en caso contrario. La pérdida específica se sitúa entre 6 y 50 mmca por cada 100 metros de conducto, siendo normal un valor de 25. Una vez escogidos la pérdida óptima y el material, el cálculo de la sección inicial es inmediato, y con la longitud de los conductos se puede conocer la pérdida de presión total por tramos y la presión estática a suministrar por el ventilador. Otro método muy utilizado aprovecha los cambios de sección para reducir la velocidad y así recuperar la presión estática que se perderá en el tramo siguiente. Existen otros más empíricos que limitan la velocidad máxima en los conductos (entre 3 m/s en usos residenciales y 10 m/s en locales industriales) y el nivel de ruido admisible, u otros más sofisticados, basados en la minoración de una función de coste objetivo.

Evidentemente, el ruido generado por el sistema de ventilación es un parámetro importante a tener en cuenta en su diseño. Si una fuente se mantiene activa continuamente en un gran recinto, la energía del sonido en él aumentará hasta que la tasa a la que la energía es absorbida por el medio y las superficies de la sala sea igual a la tasa de generación de la fuente. Esto también implica que, si la fuente cesa bruscamente la emisión, debe transcurrir un determinado período de tiempo para que el sonido sea absorbido completamente.⁵⁵ El poder reverberante de una sala tiene un papel muy importante sobre el nivel de presión acústica, y de ello se deduce que la energía del sonido resultante a una distancia dada de la fuente depende, no solo del nivel de potencia de esta y de la capacidad de absorber sonido de la sala, sino también de su ubicación y del denominado coeficiente de directividad.

En general, la ubicación de los ventiladores se escoge por conveniencia allí donde el sistema de ventilación sea más eficiente desde el punto de vista del reparto del aire, de modo que, para garantizar la reducción del ruido de ventilación hasta niveles aceptables, se ha de aportar la atenuación suficiente a las paredes y al sistema de distribución. Como el fabricante del ventilador no controla el diseño del sistema ni las propiedades acústicas del recinto, características ambas que determinan el nivel sonoro global, como se ha explicado, solo es responsable de la exactitud de los datos acústicos del ventilador que suministra y de que estos sean tan mínimos como le sea posible para obtener una ventaja comercial.⁵⁶

¹ Incluso, en este último caso, la energía cinética del nudo puede despreciarse en muchas ocasiones [v. 5.40]. Entre los casos particulares en los que v_2 no es nula, se encuentran las fuentes artísticas en las que, precisamente, la energía útil es H_d . Si los puntos se escogen sobre dos superficies libres, se cumple que $O(v_1) \approx O(v_2) = 0$ y, en cualquier caso, inferior a la velocidad en los conductos (cuya energía cinética ya es de por sí pequeña).

² Se han de tener en cuenta, evidentemente, otros muchos factores, como el tipo de fluido, el intervalo de caudales de funcionamiento, la capacidad de adaptación del grupo de bombeo a las características cambiantes de la instalación con el tiempo, etc., por lo que, en muchas ocasiones, la elección final es el resultado de una solución de compromiso ante diversas alternativas. Solo en instalaciones de gran potencia se justifica el diseño de una bomba a un PF determinado.



- ³ Dada la dependencia, $f=f(\text{Re}, \varepsilon/D)$, para $\text{Re}=vD/\nu$. Es posible ajustar el factor f por intervalos de Re para una ε/D dada, de forma que, si se acepta que $f=b/\text{Re}^c$ entre dos valores Re_1 y Re_2 , para los que están definidos f_1 y f_2 , respectivamente, resulta $c=-\log(f_2/f_1)/\log(\text{Re}_2/\text{Re}_1)>0$ y $b=f_1\text{Re}_1^c$. De esta expresión, se sigue que $j=j(v^{2-c})$ y $a=2-c<2$ en dicho intervalo. Para tubería lisa (ecuación de Blasius: $f=0,316\text{Re}^{-1/4}$), se cumple que $j=(0,316(\nu^{1/4}/D^{5/4})/2g)\nu^{7/4}$, de donde $a=1,75$.
- ⁴ Como tampoco lo es el diagrama de Moody, que puede usarse con buenos resultados para régimen turbulento con otras secciones de conducto, e incluso en conducciones abiertas. La pérdida de energía es consecuencia del rozamiento en el perímetro de la sección y, por ello, es normal que en régimen laminar, donde el crecimiento de la velocidad es más gradual y el efecto de la pared penetra más hacia el interior, la forma de la sección juegue un papel más importante en la distribución de la velocidad y en la pérdida de carga que en régimen turbulento.
- ⁵ En ocasiones, se utiliza la ecuación $\Delta h_f=r_{eq}Q^a$, con $1,8<a<2$ y $r_{eq}=r_{eq}(a)$, para dar cuenta del régimen de transición. En estos casos, $r_{eq}=fL2^{a-1}/(\pi^a g D^{2a+1})$. En adelante, se supone que los conductos son circulares y se designa v como la velocidad media.
- ⁶ La pérdida singular que se produce en cada cambio de sección se supone localizada en uno de los tramos.
- ⁷ Obsérvese que la resistencia equivalente del sistema en serie puede definirse en términos del diámetro equivalente o de la longitud equivalente, y en ambos casos tiene, evidentemente, el mismo valor.
- ⁸ Este planteamiento puede hacerse con las longitudes equivalentes de cada tramo. Se está suponiendo repetidamente que las pérdidas singulares pueden despreciarse, lo que no es cierto cuando hay válvulas en la instalación. Este tratamiento se refiere a las pérdidas singulares “pasivas” provocadas por codos y otros elementos de geometría constante. La pérdida en una válvula puede ser superior a la del tramo de conducto en que está instalada, y su efecto se estudiará más adelante en este tema.
- ⁹ Para un diámetro D_1 dado y cualquier caudal de entrada, la potencia disipada es menor cuanto más parecidos son sus diámetros y es mínima cuando ambos son iguales (puesto que no se contempla que D_2 sea mayor que D_1). Esto puede inducir velocidades muy grandes o muy pequeñas en los conductos, en función del caudal derivado.
- ¹⁰ En el supuesto de que se desprecien las pérdidas de carga locales en los nudos, lo que equivale a decir que la pérdida de carga entre dos nudos es independiente, en valor absoluto, del sentido de circulación. Esta hipótesis es aceptable en esta clase de problemas.
- ¹¹ Esta circunstancia se justifica físicamente en que, de hecho, las cotas piezométricas de los nudos son función de los caudales de la red (y de la de uno de ellos).
- ¹² Se trabaja con presiones manométricas, pues se entiende que el sistema está a la misma p_{atm} . Este supuesto debe comprobarse cuando los depósitos están muy alejados unos de otros. Se suponen conocidas las H_i de cada depósito y las longitudes, los diámetros y los materiales de cada tubería.
- ¹³ El término de pérdidas se sitúa a un lado o a otro de la ecuación dependiendo del sentido de circulación. Se admite que Q_1 y Q_3 tienen siempre el sentido indicado en la figura: Q_1 hacia J y Q_3 de J al depósito (3).
- ¹⁴ En los costes calculados en las expresiones anteriores no se han incluido los términos constantes que desaparecen en el proceso de búsqueda del mínimo por derivación.
- ¹⁵ En el estudio usado como referencia en este apartado (Agüera Soriano, 1.987), se usaron $p=0,074\text{€}/\text{kWh}$, $c=513,50\text{€}/\text{m}^{5/2}$ y $b=137\text{€}/\text{kW}$.
- ¹⁶ Se utiliza la fórmula [5.24], combinando los diámetros D_k disponibles con las longitudes en las que se haya de producir un cambio de timbrado, para obtener el valor D_{eq} más próximo al económico. El salto de timbrado depende del material utilizado, pero es frecuente que el reparto se haga a intervalos normales: 4, 6, 10, 16 bar, etc. Un timbrado bajo no es conveniente pues resulta en tuberías excesivamente delgadas y frágiles.
- ¹⁷ La ocurrencia de histéresis, poca repetitividad u otros efectos no lineales del accionamiento puede suponer la pérdida de esta correspondencia unívoca.



- ¹⁸ Aunque el accionamiento manual de la válvula se haga externamente mediante un volante multivuelta, la válvula se considera lineal si lo es el desplazamiento de su obturador.
- ¹⁹ Otros coeficientes de caudal usados extensamente son el C_V y el área normal, A_N , cuya relación con el K_V y entre ellos es: $C_V = 1,16K_V$ y $A_N = 2,40 \cdot 10^3 C_V$.
- ²⁰ Esto se hace así porque los fabricantes desconocen, a priori, la diferencia de presiones efectiva que la válvula tendrá a su disposición para operar, una vez instalada. La información debe presentarse de forma que pueda ser interpretada por cualquier usuario, teniendo en cuenta que la característica de caudal real de la válvula depende de su acoplamiento con la instalación, como se verá en este apartado.
- ²¹ El coeficiente R puede definirse para ambas tipologías, aunque no aparece de forma explícita en la característica teórica lineal.
- ²² La característica inherente real puede solicitarse “de cierre”, de forma que se suministre con un obturador, modificado en aperturas pequeñas, para que la válvula selle y el caudal sea nulo en $x/x_{\text{máx}} = 0$.
- ²³ La autoridad de la válvula se define como el p_R para grado de apertura unidad, situación en la que el p_R de [5.58] es mínimo, ya que Δp_V también lo es, y $\Delta p_{\text{sis},0}$ es máximo.
- ²⁴ Una ganancia elevada es altamente inestable, pues la propia vibración estructural del cuerpo de la válvula puede inducir fluctuaciones de caudal. Como criterio de selección, no son recomendables aquellas válvulas cuya relación entre la ganancia máxima y la mínima, una vez instalada, sea superior a dos.
- ²⁵ En el primer caso, se tendrían áreas “abcd” de forma trapezoidal, casi triangular, mientras que en el segundo serían rectangulares. La elección de la bomba está sujeta a muchos condicionantes, entre los que debería tenerse en cuenta, cuando se use una válvula de regulación, la condición del p_R y la posibilidad de forzar su valor medio a uno concreto.
- ²⁶ El caudal será máximo y la diferencia de presiones mínima en instalaciones como la de la figura 5.16.
- ²⁷ La constante es necesaria para adaptar las unidades de la expresión. El diámetro nominal debe expresarse en milímetros y se continúa con $[Q] = \text{m}^3/\text{h}$ y $[p] = \text{bar}$.
- ²⁸ La resistencia equivalente del conjunto, r_{eq} , se obtiene de la expresión [5.29] para una conexión en serie en la se asimile un coeficiente de válvula equivalente, K_R , a cada uno de los reductores. Entonces, resulta:

$$r_{eq} = \frac{1}{(K_{V,eq})^2} = \frac{1}{(F_p K_V)^2} = \frac{1}{K_V^2} + \sum_i \frac{1}{K_{R,i}^2} = r_V + \sum_i r_{R,i}$$

de donde se despeja el F_p dado por la fórmula [5.61], con la [5.63].

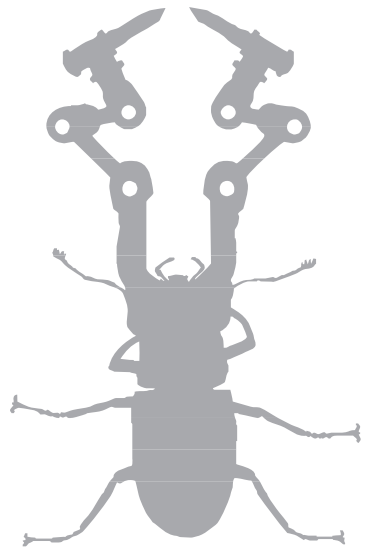
- ²⁹ La cavitación es observable por el aspecto rugoso, parecido a cenizas, de las paredes atacadas. El *flashing* deja pulcras, casi brillantes, las superficies erosionadas.
- ³⁰ La velocidad del sonido puede ser anómalamente baja en los flujos mixtos líquido-gas o con ratios de transferencia de calor excesivamente elevadas. En el caso de los flujos mixtos, cabe distinguir dos situaciones: cuando el flujo es de dos o más componentes, siendo uno de ellos líquido, y cuando el flujo es bifásico, en que el flujo es monocompente y puede tener lugar en condiciones de equilibrio entre las fases o no. En el primer caso, la velocidad del sonido depende de la cantidad de gas presente, de la presión y de la temperatura, de la frecuencia de la onda acústica y, para burbujas de tamaño inferior a 10^{-4} cm, también de la tensión superficial. El equilibrio entre las fases del flujo bifásico es posible si la transferencia de masa entre ellas es rápida, comparada con el período de la onda acústica, esto es, el vapor tiene tiempo de condensar y las burbujas pueden nuclear produciendo un intercambio activo de masa y de energía entre ambas fases. Se comprueba que la velocidad del sonido en un sistema líquido-vapor en equilibrio es significativamente inferior a la correspondiente a un sistema líquido-gas en las mismas condiciones termodinámicas de presión y temperatura. Si no hay equilibrio, el flujo se comporta, a efectos prácticos, como si se tratara de un flujo multicomponente en que el efecto de la tensión superficial es despreciable si el sistema se encuentra sobre la curva de saturación líquido-vapor. El lector puede consultar la figura 5.32 del apartado 5.4.4 para observar la influencia del flujo mixto en el valor de la velocidad del sonido efectiva.



-
- ³¹ Esta condición es $F_p(p_1 - p_2)^{1/2} = F_{LP}(p_1 - r_c p_{sat})^{1/2}$, que mantiene la forma [5.54] en presencia de conos.
- ³² Aunque ambos son función del grado de apertura y disminuyen al abrir la válvula, el diseño favorece el aumento de F_L para aperturas grandes.
- ³³ Como en oleohidráulica, también existen válvulas de diferencia de presión constante, pero su interés en este tema es mucho menor que las de presión de salida constante.
- ³⁴ La cantidad de aire a expulsar coincide con el volumen de llenado y su caudal depende de la rapidez con que se llene. Un llenado rápido requiere la expulsión rápida del aire atrapado. A título orientativo, el caudal de aire a eliminar durante el llenado es un porcentaje del caudal instalado que se sitúa en torno al 5%. En el vaciado, se ha de permitir la entrada de aire para evitar que se forme un vacío que pueda aplastar las tuberías (aunque esto, en general, es difícil que ocurra).
- ³⁵ La aproximación que se sigue en esta fórmula es tanto más cierta cuanto más cerca de la bomba se produzca la derivación (usual) y si las pérdidas a su aspiración son despreciables con respecto a las que se producen desde la derivación hasta el depósito final.
- ³⁶ En [5.73], se han tenido en cuenta las unidades y la definición de la densidad relativa. Véase la ecuación [5.52] original.
- ³⁷ Se recomienda hacer una interpolación lineal en caudales y cuadrática en alturas. La extrapolación a puntos futuros por encima o por debajo de la última curva conocida no es tan recomendable como la interpolación entre curvas.
- ³⁸ En el conducto situado aguas abajo de la válvula, el fluido también se frena y provoca una succión o golpe de ariete negativo. La explicación que se da para el viaje de la onda aguas arriba también es aplicable a este caso.
- ³⁹ Las reglas básicas que describen la interferencia de las ondas y su interacción con el contorno parten de la superposición de las soluciones y del principio de Huygens, según el cual cada punto de un frente de onda puede considerarse el origen de una nueva onda. Las funciones de onda de las ondas que se encuentran en un punto determinado se suman momentáneamente y dan lugar a interferencias constructivas o destructivas. Así, cuando se encuentran dos ondas planas iguales de pequeña magnitud que viajan en sentido contrario, la velocidad inducida en la intersección es nula y su presión se dobla. Si se encuentran dos ondas diferentes de idéntica magnitud, entonces la velocidad se dobla y la presión en la intersección se cancela. Del mismo modo, se puede afirmar que la onda que topa contra un contorno sólido dobla su presión y anula la velocidad, y la onda rebotada es del mismo tipo y magnitud. En cambio, si la onda alcanza el extremo abierto de un conducto, entonces la reflejada es de tipo contrario y la presión en el extremo se iguala a la exterior.
- ⁴⁰ En algunos tratados, también se utiliza la fórmula de Allievi en términos de presión. Entonces, $\Delta p = \rho c v$. En la obtención de la fórmula de Michaud, no se tuvieron en cuenta la compresibilidad del agua ni la elasticidad del conducto, y además se supuso una variación lineal de la velocidad a lo largo del tiempo de cierre. Es necesario admitir que la variación de la velocidad como consecuencia de la maniobra de una válvula puede no ser lineal (curva instalada no lineal). En cambio, la variación de la velocidad se aproxima notablemente a la condición lineal en paradas del grupo de impulsión, pues el principal freno al movimiento es la gravedad.
- ⁴¹ La aparición de aire en el período de depresión en que el agua ya está parada no produce perturbación alguna, pues se expulsa con normalidad. No obstante, como en estas circunstancias no puede transcurrir un transitorio negativo del mismo orden que el positivo, pues la presencia del aire reduce la tasa temporal de disminución de la presión, se produce un retardo antes de que la diferencia de presión efectiva determine la inversión de la corriente.
- ⁴² $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$ y $B_s = 2,07 \cdot 10^8 \text{ kg/m}^2$. La velocidad del sonido depende, en gran medida, de la cantidad de aire: un 1% en volumen de aire puede hacer bajar la velocidad a menos de 400 m/s para una tubería de acero de 15 cm de diámetro, con una presión relativa de 1 atmósfera. En la misma instalación, pero a 10 atm, la velocidad se dobla. En consecuencia, la velocidad del sonido no puede ser constante en una instalación, y menos aún si esta está formada por tramos de conducto de diferente diámetro, espesor o tipo de anclaje. Sígase el procedimiento descrito en el párrafo siguiente para tener en consideración la cantidad de aire contenida en el flujo mixto agua-aire.



- ⁴³ El método consiste en sustituir el módulo B_s de la fórmula [5.85] por el valor $B_{s,ef}$ que resulta del producto ρc^2 , donde la velocidad c se obtiene de la figura 5.32 en función de la fracción de vacío, x , supuesta conocida. Esta fracción se relaciona con la de masa, η , mediante la expresión $\eta = (\rho_g/\rho_l)(x/(1+x))$. La densidad ρ se aproxima a ρ_l para los valores típicos de η . El resultado de este procedimiento es una fórmula que permite estimar la velocidad del sonido aunando la contribución de dos efectos elásticos en paralelo, a saber: la compresibilidad del medio fluido, incluyendo el efecto del gas contenido, y la elasticidad asociada al material del conducto. Ambos efectos se encuentran en paralelo, al compartir el esfuerzo (la presión) y sumar sus desplazamientos respectivos (cambios en volumen) en la deformación conjunta del medio, y, por ello, el efecto más elástico, más blando, predomina en el valor de c .
- ⁴⁴ En el estudio del golpe de ariete en las impulsiones, H no siempre coincide con la altura estática definida en [5.2], ni H_m con la altura de elevación de la bomba. Por ejemplo, si la bomba está sumergida en un pozo, su profundidad con respecto a la superficie libre afecta el cálculo de H y H_m pero, en cambio, no aparece en H_e ni en H_B o H_{sis} .
- ⁴⁵ Si el golpe es de Allievi por ser $L > L_c$, entonces el máximo es $\Delta H = 2HL_c/L$.
- ⁴⁶ El coeficiente 0,8 que aparece en ambas ecuaciones supone una aproximación del cálculo y se introduce para tener presente que la temperatura media del proceso global será algo superior a la inicial.
- ⁴⁷ La presión de llenado de un amortiguador se escoge de forma que sea, aproximadamente, el 90% de la presión mínima prevista. Con esta precaución, se evita que la membrana separadora pueda dañarse al entrar en contacto con los mecanismos de apertura del acumulador. En este caso, se admite que $p_1 \approx p_m$, ya que no son muy dispares, vista la relación hiperbólica dada por la ley de Boyle-Mariotte. La energía de la pérdida de carga solo sería importante si la velocidad fuera desmesuradamente elevada o la instalación, muy larga. Con todo, la aproximación de esta fórmula es suficiente en la práctica, habida cuenta de que después se ha de adaptar el cálculo a los volúmenes comerciales.
- ⁴⁸ El cierre de la válvula de compuerta sin freno se produce en el tiempo de detención del caudal. Es decir, el cierre está sincronizado con el ΔH causante y la nueva onda anula exactamente la anterior. Esta onda viajará hacia la bomba, donde se encontrará con la válvula de retención de impulsión y se reflejará, repitiéndose el proceso entre válvulas.
- ⁴⁹ Las pérdidas en la embocadura de B coinciden con su término cinético, por lo que se compensan entre sí.
- ⁵⁰ Si no hay rozamiento, $y_0 = 0$. Con rozamiento y flujo dirigido a la chimenea: $-y_0 = H - h_0 = Rv^2$. Se recuerda que $(g/L)^{1/2}$ es la pulsación natural de un péndulo ideal de longitud L .
- ⁵¹ Como en [5.99], se desprecian los términos cinéticos y las pérdidas en las embocaduras. El valor absoluto del caudal es necesario para tener en cuenta el sentido de circulación. Se considera $Q > 0$ cuando va dirigido al depósito.
- ⁵² La estabilidad aumenta al hacerlo el valor absoluto de dy/dQ , por lo cual, en general, es mejor (es deseable) que $dH_B/dQ < 0$, pues siempre es $dH_{sis}/dQ > 0$.
- ⁵³ Una cámara *plenum* se puede definir como aquella en la que la velocidad y la presión dinámica asociadas son sumamente pequeñas y, por tanto, despreciables. Por ejemplo, una relación de contracción de diez da como resultado una presión dinámica del 1 %, corriente abajo. De ahí que, a efectos prácticos, la presión estática del *plenum* sea igual a la total.
- ⁵⁴ De hecho, se observa que el cambio de las revoluciones solo afecta el período de la oscilación en masa.
- ⁵⁵ El modelo de absorción se simplifica utilizando el tiempo de reverberación, T , o tiempo necesario para que la energía del sonido en el recinto decaiga 60 dB. En las salas de tamaño normal o reducido, la cantidad de energía absorbida por el aire es menor que la que absorben las paredes.
- ⁵⁶ El ruido mínimo del rotor de un ventilador se utiliza para describir la generación de ruido a partir de fuentes consideradas inevitables con los álabes convencionales. En ausencia de ruido sobrante en el rotor y del ruido de espesor de álabes para álabes delgados, se supone que las únicas formas de ruido son las generadas por las fuerzas estacionarias del álabes y el propio ruido del rotor.



→6



Instalaciones oleohidráulicas

Cuando hablamos de oleohidráulica, nos referimos a la tecnología que utiliza un fluido hidráulico, generalmente en base aceite, como medio transmisor de energía. La oleohidráulica engloba el conjunto de técnicas para la transmisión de la energía, su control y regulación, tanto para el mando de fuerzas como de movimientos, destinadas al gobierno de mecanismos mediante un fluido hidráulico a presión. En estos sistemas, la energía hidráulica generada por un grupo hidráulico es transformada por válvulas y transmitida a través de una línea para ser utilizada localmente por actuadores, motores y otros elementos de trabajo, en la realización de una determinada función última o para facilitar el desempeño de dicha función a otro ingenio mecánico.

La automatización de los procesos productivos es, en la actualidad, una necesidad en las industrias modernas que pretenden ser competitivas. La oleohidráulica ayuda a estas empresas a aumentar su flexibilidad y el ritmo de producción gracias a las características del aceite como medio transmisor y a la adaptabilidad que permiten sus componentes. Los actuadores oleohidráulicos se utilizan eficientemente tanto en aplicaciones industriales estáticas, donde es preciso el control continuo de una magnitud (posicionamiento de cargas u obturadores de válvulas, control de movimiento o trayectoria, etc.), como en aplicaciones móviles para el alzamiento de cargas o la tracción (maquinaria de obras públicas, transmisiones hidrostáticas, etc.).

La elección de la oleohidráulica como técnica de accionamiento para un proceso industrial depende de muchos factores y, evidentemente, el más fundamental de todos ellos es la rentabilidad global. El coste de los componentes individuales determina, en gran medida, esta elección pero tampoco es el único criterio. Siempre deben considerarse la facilidad de regulación del sistema, la seguridad de los componentes y los costes añadidos de mantenimiento y revisión periódica. Estas razones han convertido la oleohidráulica una de las técnicas preferidas de la mayoría de los usuarios de los sistemas de transmisión de energía, especialmente cuando el nivel de esfuerzos a realizar es importante.

En este tema, se describen los actuadores, las válvulas y los dispositivos auxiliares más comúnmente utilizados en oleohidráulica. Entre los circuitos tipo que se presentan, están



las transmisiones hidrostáticas, muy utilizadas, por ejemplo, en la tracción de vehículos de obras públicas, diversos métodos convencionales para el control de la velocidad de los actuadores y los circuitos regenerativos. Estos circuitos son solo un ejemplo de las incontables posibilidades que esta técnica permite, siendo consciente que es imposible explicarlos todos, entre otras razones, porque la inventiva humana piensa cada día nuevas aplicaciones que resuelve utilizando los actuadores y las válvulas de presión o de caudal de uso general.

6.1. Sistemas de transmisión de energía

Un sistema de transmisión de energía (STE) realiza el trabajo de forma más rápida, precisa y durante más tiempo que el ser humano, pues evita los períodos de fatiga propios del trabajo manual, y a menudo actúa de forma automática. Los STE se caracterizan porque tienen una entrada y una salida (o varias) de potencia, y una entrada y una salida (o varias) de señales de control o estado de proceso (útiles para la monitorización y el gobierno a distancia). La potencia de entrada es mecánica rotativa y viene definida por el producto de un par y una velocidad angular. La salida mecánica puede ser lineal o rotativa, y es el resultado de la transformación de la energía de entrada por el STE.

Los sistemas de transmisión de energía pueden ser, básicamente: mecánicos, hidráulicos, neumáticos y eléctricos. En la práctica, la elección de uno de estos sistemas radica en diversas consideraciones que atañen a factores técnicos, como la precisión, la regularidad o la repetitividad de un movimiento, por ejemplo, a factores energéticos, como el rendimiento de la instalación, pero también a factores funcionales, como las necesidades de mantenimiento, reposición de recambios o facilidad de uso e interpretación. Además, el coste energético del conjunto de la instalación ha de considerarse en un entorno cada vez más global, en que las empresas tienen como objetivo la reducción de contaminantes aprovechando mejor los materiales y los consumibles. El uso de materiales y fluidos ecológicos, reciclados, y el ahorro de energía han pasado a ser técnicas habituales del marketing y del trabajo cotidiano de las empresas.

En un sistema de transmisión de energía oleohidráulico (STEO), la energía hidráulica generada en un grupo hidráulico es transmitida por el fluido y reconvertida en energía mecánica por medio de actuadores lineales o rotativos. La transmisión de la energía mediante conductos facilita el empleo de transmisiones hidráulicas, ya que se resuelve mediante tuberías y válvulas lo que, de modo mecánico, tendría que realizarse mediante transmisiones mecánicas, embragues, frenos, etc. Además, una misma fuente primaria de potencia hidráulica puede utilizarse para resolver los distintos movimientos de una misma máquina. Por ejemplo, en una pala excavadora, tanto los cilindros lineales como los motores de la transmisión pueden moverse simultáneamente sin que se observe apenas influencia de unos en los otros.

Los límites de utilización de un sistema de control oleohidráulico pueden cifrarse en términos de ciertos parámetros significativos, entre los cuales se encuentran, por ejemplo, el nivel de esfuerzos a realizar, la precisión del posicionado o el control fino de la velocidad y la regularidad del movimiento. El control automático de la aceleración, de

la velocidad de desplazamiento y de la frenada de un cilindro oleohidráulico puede realizarse hoy día mediante sistemas inteligentes de control, implementados en PC o PLC de serie, y el empleo de elementos proporcionales.

	Ventajas	Inconvenientes
Generación de potencia	Es acumulable, aunque de forma limitada, mediante acumuladores hidroneumáticos. Es transportable a distancia, aunque localmente y a velocidades limitadas a 6 m/s. Es limitable y regulable.	Es de coste elevado. Es sucia y tóxica, siempre que se encuentren fugas de fluido hidráulico. No es antideflagrante.
Generación de movimientos lineales y rotativos	Es posible con tecnología simple y fácilmente interpretable mediante componentes de pequeñas dimensiones y elevada precisión. Desarrolla fuerzas y pares muy grandes, con una elevada relación potencia desarrollada/peso. Permite grandes velocidades de movimiento y de gran rango (desde unos pocos milímetros hasta varios metros por segundo). Es fácilmente regulable en velocidad, tanto lineal como angular. Se dispone de elementos (válvulas) para proteger el sistema frente a sobrecargas.	Los actuadores lineales y los motores son elementos muy simples, que pueden inducir relajación en los usuarios y en los instaladores. Durante la fase de montaje de los cilindros, hay que tener especial cuidado con las sujeciones, guardando una estricta alineación con la carga, y con la presencia de esfuerzos radiales. En la selección o el diseño de un actuador lineal, se ha de estudiar la necesidad de amortiguación externa y cuidar el vástago frente a solicitaciones a pandeo. La seguridad en el uso de un motor puede verse comprometida si no se prevé la posibilidad de emplear frenos externos o válvulas de frenado. Hay que tener un especial cuidado con el motor que trabaje en vacío o con capacidades pequeñas en unidades de cilindrada variable.

Tabla 6.1.
Ventajas e inconvenientes de un sistema de transmisión de energía oleohidráulico.

Un STEO se puede dividir en tres secciones: de entrada, de salida y de control. La sección de entrada recibe la energía del motor eléctrico, de combustión interna o turbina, y la convierte en energía hidráulica. El componente característico de esta sección es la bomba hidráulica de desplazamiento positivo (v. tema 3.5), aunque existen algunas aplicaciones singulares que usan bombas centrífugas por su menor coste.¹ La sección de salida recibe la energía transmitida y la transforma en energía mecánica, lineal o rotativa, mediante actuadores lineales, rotativos y motores. Estos componentes son capaces de proporcionar potencia, esfuerzo y movimiento, a sistemas automatizados, máquinas y procesos, utilizando la energía de un fluido a presión. La sección de control modula la energía hidráulica procedente de la sección de entrada y la entrega eficientemente a la sección de salida usando válvulas de presión y caudal, y distribuidoras.

6.2. Fluidos hidráulicos y selección

La selección y el cuidado del fluido oleohidráulico son primordiales para el buen funcionamiento y la duración de los componentes oleohidráulicos. La utilización de un fluido oleohidráulico tiene, fundamentalmente, cuatro fines:



- ser el medio transmisor de energía;
- lubricar los componentes que constituyen el sistema;
- disipar el calor generado en el sistema, y
- minimizar las fugas (mediante grasas).

Además de estas funciones, se exige que el fluido oleohidráulico cumpla otros requerimientos de calidad, tales como:

- impedir la corrosión y oxidación;
- reducir la formación de espuma;
- impedir la formación de lodos;
- mantener su propia estabilidad para alargar su vida útil y reducir la frecuencia de renovación;
- mantener un índice de viscosidad estable;
- mantenerse en estado fluido;
- ser compatible con los elementos de estanquidad;
- ser resistente al fuego y a la autoinflamación, y
- no ser tóxico.

6.2.1. Tipos de fluidos hidráulicos

Los fluidos utilizados en instalaciones hidráulicas han evolucionado desde principios del siglo pasado; se ha abandonado el agua, debido a sus inconvenientes innatos,² y se ha sustituido por aceites de origen mineral y sintéticos. La utilización de aditivos y de aceites sintéticos es motivada por el aumento de la presión de estos sistemas y por el trabajo en ambientes con riesgo de incendio.

Los aceites minerales son de origen petrolífero. Estos aceites tienen excelentes propiedades lubricantes, antidesgaste, anticorrosión y de aislamiento eléctrico. Además de estas características, pueden filtrarse sin problemas, lo cual los hace idóneos en aplicaciones industriales de larga vida o de trabajo en zonas de alta contaminación. Todas estas propiedades dependen de tres factores básicos: el tipo de aceite crudo utilizado (paraafínico, naftelínico o aromático), el método de refinamiento y los aditivos utilizados.

Los aceites sintéticos aparecen como consecuencia de la consabida escasez de los derivados petrolíferos y de la necesidad de obtener prestaciones mejoradas. Entre los tipos de aceites sintéticos, destacan los ésteres, las siliconas, los éteres y los hidrocarburos halogenados. En la actualidad, se están investigando fluidos hidráulicos biodegradables y de origen vegetal.

Los lubricantes y los aceites industriales se clasifican en la ISO 6743-99:2002 por familias, algunas de las cuales se muestran en la tabla 6.2. La familia H –sistemas hidráulicos– se subdivide, a su vez, según sus bases y propiedades particulares en la ISO 6743-4:1999, de la cual se extrae la relación de los fluidos más utilizados en sistemas hidráulicos de la tabla 6.3.



Letra	Aplicación
A	Engrasado sin recuperación.
C	Engranajes.
D	Compresores y bombas de fluidos.
E	Motores de combustión interna.
F	Cojinetes y embragues.
H	Sistemas oleohidráulicos.
N	Aislamiento eléctrico.
P	Herramientas neumáticas.
T	Turbinas.

Tabla 6.2.
Clasificación de los lubricantes y aceites industriales, según la ISO 6743-99:2002. *Lubricants, Industrial Oils and Related Products (Class L) -- Classification -- Part 99: General.*

ISO-L	Descripción	Aplicaciones típicas
HH	Aceite mineral sin aditivos.	Uso general.
HL	Aceite mineral con aditivos antioxidantes y anticorrosivos.	Uso general.
HM	Aceite HL con propiedades antidesgaste mejoradas.	Uso general, incluso en alta presión.
HR	Aceite HL con IV mejorado.	Uso general, incluso en alta presión y con cambio de temperatura.
HV	Aceite HM con IV mejorado.	Uso general, incluso en alta presión y con oscilaciones importantes de temperatura. Minería.
HS	Aceite sintético sin propiedades de resistencia al fuego.	Según la propiedad especial.
HG	Aceite HM con aditivos anti <i>stick-slip</i> .	Máquina herramienta.
HFA	Emulsiones de aceite y agua, con un contenido usual superior al 80% de agua (80-98% típico).	Es una especie de taladrina. Excelentes propiedades de apagado de llama y coste muy bajo. Su temperatura de utilización es muy limitada, es poco estable y se evapora.
HFB	Emulsiones de agua y aceite W/O, con un contenido usual inferior al 50% de agua (35-45% típico).	Excelentes propiedades de apagado de llama y bajo coste. En contra, tiene un bajo poder lubricante y se evapora. No es un fluido newtoniano.
HFC	Soluciones de polímeros en agua; por ejemplo, glicol acuoso.	Son disoluciones en agua al 30%, aproximadamente, en un polímero (por ejemplo, el etileno-propileno-glicol). Aceptan aditivos antidesgaste y corrosión.
HFD	Fluidos sintéticos sin agua, basados en ésteres fosfóricos. Líquidos anhídridos.	
HE	Fluidos hidráulicos biodegradables. Triglicéridos (aceites vegetales), ésteres sintéticos y poliglicoles.	

Tabla 6.3.
Clasificación de los aceites industriales de la familia H, según ISO 6743-4:1999. *Lubricants, Industrial Oils and Related Products (Class L) -- Classification -- Part 4: Family H (Hydraulic Systems).*



6.2.2. Criterios de selección

La elección del fluido hidráulico a utilizar en una instalación es crucial para el buen funcionamiento y la duración del sistema. Entre las características fundamentales a considerar se encuentran la viscosidad, los aditivos empleados y la temperatura de trabajo. Otros factores a considerar en la elección del fluido son el índice de viscosidad, la compatibilidad con los elementos de estanqueidad y la miscibilidad del fluido con otros.

La viscosidad es una forma de medir la capacidad de un fluido a fluir. Una viscosidad demasiado elevada aumenta las pérdidas por fricción y dificulta la aspiración de las bombas oleohidráulicas, pero si es demasiado baja puede no garantizarse la lubricación de las partes móviles de los elementos de trabajo y las válvulas de regulación y distribución. Por ello, los fabricantes recomiendan un intervalo de viscosidades para sus componentes, ya sean válvulas, actuadores o bombas.

Tabla 6.4.
Viscosidades y temperaturas máximas de trabajo recomendadas para los distintos tipos de bombas volumétricas. En general, el intervalo útil de viscosidades se acorta con los fluidos en base agua. Debe tomarse solo como referencia. Consúltese la información técnica de cada fabricante.

Tipo de bomba	Grado ISO-VG			Viscosidad máxima	Intervalo de viscosidad recomendado
	32	46	68	[cSt]	[cSt]
Engranajes	60°C	70°C	80°C	6.000	10-70
Paletas	60°C	70°C	80°C	860	13-54
Pistones axiales	60°C	70°C	80°C	220-1.000	12-65
Pistones radiales	40°C	50°C	60°C	860	14-68

Los aditivos o dopantes se utilizan para mejorar a la carta alguna o varias de las propiedades de los aceites hidráulicos. Hay aditivos para todo, aunque se suelen seleccionar para aumentar la estabilidad, reducir el desgaste, evitar la corrosión o la formación de lodos. La cantidad máxima de aditivos que puede añadirse depende del tipo de aceite, pero no es conveniente que supere el 20% del volumen total. Hay que tener en cuenta que los aditivos son muy ávidos de humedad,³ pierden sus propiedades con el uso y, al envejecer, también pueden separarse del aceite y precipitar. El aceite, con aditivos o sin ellos, debe permanecer estable durante todo el tiempo previsto de funcionamiento útil, manteniendo sus características antifricción, antidesgaste, de viscosidad, etc., especificadas inicialmente.

La temperatura afecta la mayoría de las propiedades físico-químicas de los fluidos. Este conflicto es especialmente delicado con la viscosidad, pues existe una temperatura de trabajo óptima para cada fluido. Un sistema hidráulico no debería funcionar nunca a temperaturas superiores a los 65°C, pues la velocidad de degradación de las propiedades del aceite aumenta rápidamente a partir de esta temperatura. Otra cuestión interesante a tener en cuenta es la variación de la temperatura durante el funcionamiento del sistema. Al aumentar la temperatura, la viscosidad disminuye, lo cual hace que un fluido demasiado caliente tenga tendencia a fluir con demasiada fluidez y aumenten las fugas. En el sentido opuesto, las pérdidas de presión aumentan y surgen problemas de lubricación, lo que puede ser un problema cuando se arranca un sistema en frío y justifica el uso de calentadores. Como norma general, un aceite mineral no debe utilizarse nunca a temperaturas

inferiores a 10°C por encima de su punto de congelación, pues la temperatura mínima de arranque está relacionada con el límite de fluencia del fluido.

El índice de viscosidad (IV) sirve para relatar cómo cambia la viscosidad de un fluido con la temperatura. Este índice es mayor cuanto menor es dicha variación, de modo que IV elevados implican la constancia de la viscosidad en el intervalo de temperatura utilizado. Aunque, en su origen, el IV estaba restringido a valores entre 0 y 100, hoy día son posibles aceites de IV superior a 100 gracias a los aditivos.

La incompatibilidad del aceite o de alguno de sus aditivos con los elementos destinados a garantizar la estanqueidad de los componentes es crítica. Con respecto a la miscibilidad, es evidente que mezclar dos aceites inmiscibles entre sí ocasionaría un desastre de dimensiones catastróficas. En general, es fundamental no mezclar dos aceites aunque sean del mismo origen, como tampoco es conveniente rellenar con el mismo aceite, aunque sea nuevo, el depósito cuando se ha perdido el nivel inicial.

Material	Propiedades y aplicaciones	T [°C]
Buna-N (Nitrilo/NBR)	Buena resistencia a fueles, hidrocarburos y alcoholes. Compatible con agua y grasas. Sistemas de transmisión con aceites naturales. Gran variedad de composiciones para aplicaciones específicas.	-40, 120
Viton® (Fluorocarbono)	Excelentes resistencia térmica y química, y propiedades mecánicas. Baja permeabilidad a gases. Equipos de vacío. Soporta ácidos, fueles y disolventes.	-25, 200
Silicona	Sin olor y no tóxica. Resistente al sol y al ozono. Escasa resistencia a los aceites. Calor seco. Sistemas eléctricos, médicos y sanitarios.	-60, 90
EPDM/EPR (Etileno propileno)	Resistencia a la luz del sol y al ozono. Escasa resistencia a los fueles y a los derivados del petróleo. Buena resistencia al calor y a la compresión. Vapor y agua caliente. Sistemas hidráulicos de freno. Soporta alcoholes y grasas.	-50, 120
Neopreno	Buena resistencia a los aceites minerales. Buena resistencia a las inclemencias ambientales y la exposición a la luz solar y al ozono. Juntas de refrigeración. Compatible con freón en sistemas de acondicionamiento.	-40, 105
Fluorosilicona	Mezcla de vitón y siliconas. Sistemas de fuel de aviación. Gasolinas. Aceites minerales y sintéticos.	-60, 175
PTFE (Teflón)	Excelente rango de temperatura. Bajo coeficiente de fricción. Baja elasticidad.	-150, 225
Poliuretano (Uretano)	Elevada resistencia al ozono, la oxidación y la abrasión. Sistemas de estanqueidad con aceite mineral. Juntas tóricas.	-50, 90
HSN/HNBR (Highly saturated nitrile)	Excelente resistencia a la abrasión. Resistencia a las inclemencias ambientales y la exposición a la luz solar y al ozono. Juntas tóricas y otras para aceites minerales, agua, siliconas, etileno y aminas.	-40, 150

Tabla 6.5.
Propiedades generales
y aplicaciones comunes
de diversos materiales de junta.

6.3. Actuadores hidráulicos

El término *actuadores hidráulicos* se utiliza en aquellos componentes mecánicos destinados a transformar la energía hidráulica de presión y caudal en trabajo mecánico, en la etapa de salida de un STEO. Según la forma con que se entrega el trabajo, los actuadores se clasifican en:

- Actuadores lineales o cilindros, cuya potencia mecánica se define por el producto de la fuerza y la velocidad lineales.
- Actuadores rotativos y motores, cuya potencia mecánica se define por el producto del par y la velocidad angular.

6.3.1. Actuadores lineales

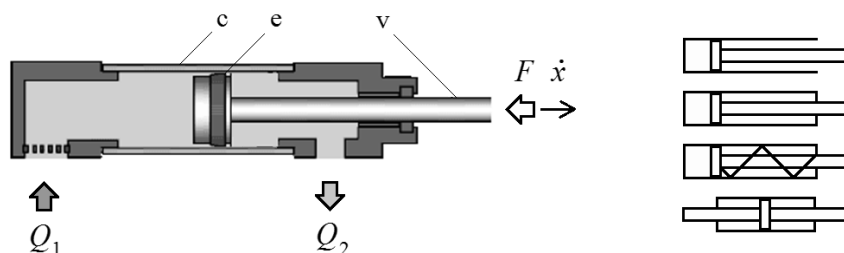
El cilindro hidráulico es el elemento final de los sistemas de transmisión de energía oleo-hidráulica en aquellas aplicaciones en las que es necesario reconvertir la energía hidráulica en mecánica lineal. Su concepción tecnológica básica es la “CEV” (“camisa-émbolo-vástago”) y el recorrido útil total posible del cilindro se denomina *carrera*. En la figura adjunta, puede verse un corte longitudinal de un actuador lineal de doble efecto y su simbología.

El émbolo o pistón se desplaza por el interior de la camisa por la acción del aceite a presión, por un muelle o por el peso propio o el de la carga. Se dice que el movimiento de un cilindro es en régimen permanente cuando la velocidad se mantiene constante, siendo entonces:

$$\dot{x} = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{Q_2}{A_2} \quad [6.1]$$

El régimen permanente es una situación de funcionamiento que no se da durante toda la carrera del cilindro debido a las etapas de aceleración en el arranque y en el frenado del movimiento. Los esfuerzos que pueden generarse durante el frenado son tan elevados que casi siempre se usan medios para la amortiguación, ya sean internos o externos al cilindro. En general, la amortiguación es conveniente para velocidades de traslación mayores a 0,1 m/s, e incluso menores, si la masa arrastrada es considerable.⁴

Figura 6.1.
Corte longitudinal (esquemático) de un cilindro hidráulico de doble efecto y principio de funcionamiento. A_1 y A_2 son las áreas rectas del émbolo y de la sección anular formada entre el émbolo y el vástago, es decir, las áreas de trabajo de la antecámara y de la poscámara del actuador, respectivamente. El caudal de entrada al actuador es Q_1 y el que sale es Q_2 . A la derecha, diversos símbolos de actuadores lineales. De arriba a abajo: de simple efecto y retorno sin muelle, de doble efecto no amortiguado, de simple efecto con muelle y de doble efecto con muelle y de doble vástago.



Sobre el cilindro hidráulico de doble efecto de la figura 6.1 en movimiento de avance, la ecuación de equilibrio dinámico se expresa:



$$p_1 A_1 = p_2 A_2 + F + ma + F_f \quad [6.2]$$

En ausencia de rozamientos, el émbolo avanzará si la fuerza de presión, $p_1 A_1 - p_2 A_2$, es superior a la fuerza exterior aplicada al vástago, F , haciendo retroceder su punto de aplicación.

Obsérvese que la presencia del vástago hace que el cilindro sea asimétrico siempre que la relación de áreas $\phi = A_2/A_1$ sea diferente de la unidad. Esto es, las presiones que se necesitan para obtener el mismo esfuerzo durante las carreras de salida y de entrada son diferentes. Esta asimetría también hace diferentes los caudales que entran al cilindro y salen de él, según [6.1], de modo que la diferencia entre ambos es el volumen de vástago que entra a la camisa o sale de ella por unidad de tiempo.⁵

La variedad de aplicaciones que utilizan un mismo principio de funcionamiento hace que se creen múltiples diseños de actuadores lineales: monovástago, émbolo con vástago en cada extremo, sin vástago, émbolo fijo y cilindro móvil, telescópicos, diferenciales, etc. Predomina el uso del émbolo de sección circular con camisa tubular circular, por razones económicas y de mantenimiento.

En general, los actuadores hidráulicos toleran condiciones muy adversas de trabajo, como altas temperaturas o ambientes polvorientos, y son de fácil limpieza y mantenimiento. De cualquier manera, para llevar a buen término técnica y económicamente el diseño de un cilindro hidráulico, conviene atenerse a las normas y recomendaciones existentes, pues aportan la experiencia y la economía necesarias en la fabricación y el mantenimiento de los equipos industriales.

6.3.2. Motores oleohidráulicos

Los motores oleohidráulicos reconvierten la energía hidráulica en mecánica rotativa de giro continuo. En un motor hidráulico, el aceite a presión fuerza el movimiento de su mecanismo interno haciendo girar el eje de salida. Los motores pueden ser bidireccionales o unidireccionales, es decir, reversibles o no reversibles, y sus principales diseños coinciden con los de las bombas oleohidráulicas de desplazamiento positivo. Por tanto, hay motores de engranajes, de paletas, de pistones, etc.

Se puede decir que los motores son bombas que trabajan en sentido inverso. De hecho, son muchas las bombas hidráulicas de desplazamiento positivo que pueden trabajar como motores sin apenas cambios. No obstante, como se explica en el tema 3.5, se han de tomar algunas precauciones a la hora de utilizar una bomba como motor.

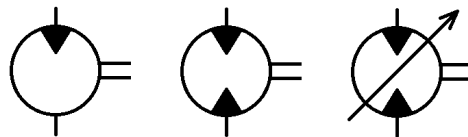


Figura 6.2.
Símbolos de motores
hidráulicos. De iz-
quierda a derecha: no
reversible, reversible y
reversible de cilindrada
variable.

La relación funcional que se observa entre el caudal y las revoluciones de salida es, en caso de no presentarse fugas de aceite (unidades del SI):



$$\omega = \frac{Q}{C_v} \quad [6.3]$$

El par entregado en el eje de salida se corresponde con la expresión:

$$M = C_v(p_e - p_s) \quad [6.4]$$

donde tampoco se han considerado las pérdidas de par que tienen lugar. Estas pérdidas se describen en función del rendimiento correspondiente de forma análoga a como se hizo en el caso de las bombas volumétricas, pero teniendo en cuenta que aquí la potencia entregada es mecánica, mientras que la de entrada es hidráulica. Más adelante (en el apartado 6.6.2), se describen estos rendimientos.

Los motores hidráulicos son actuadores muy robustos y de una relación potencia/peso muy elevada. El nivel de esfuerzos (par motor) que pueden realizar es muy elevado y su velocidad de giro es casi insensible a la carga. Los motores oleohidráulicos son muy usuales en la maquinaria industrial, en los sistemas de inyección de plástico y en la tracción de vehículos de obras públicas. Estos motores no tienen rival en aquellas aplicaciones donde se requieran pares espectaculares a bajas velocidades, como por ejemplo en las perforadoras de túneles.

Tabla 6.6.
Valores típicos de las características principales de los motores hidráulicos (valores de referencia que incluyen las prestaciones de motores lentos y rápidos).

Motor	Cilindrada	Presiones máximas	Par máximo	Intervalo de revoluciones
	[cm ³ /rev]	[bar]	[Nm]	[rpm]
Engranajes	2÷150	250	400	300÷6.000
Gerotor	8÷900	225	8.000	10÷5.000
Paletas	50÷2.500	200	70.000	50÷4.000
Pistones	10÷9.500	450	150.000	1÷12.000

6.4. Válvulas de control y regulación

En una instalación oleohidráulica, el aceite impulsado por la bomba alcanza los actuadores a través de una serie de conductos y de diferentes válvulas. Las válvulas son los elementos que permiten regular la presión, el caudal o la dirección del flujo.

El gobierno de la velocidad o del esfuerzo que se pretende ejercer mediante un actuador depende del control de dos factores: la presión y el caudal. El control de la presión afecta el nivel de energía potencial del fluido en el interior del sistema y el del caudal se consigue regulando la cantidad de fluido que pasa por un punto por unidad de tiempo. Ambas regulaciones pueden hacerse de forma indistinta e independiente entre sí debido a la alta incompresibilidad del fluido. El producto de la presión⁶ y el caudal es la potencia hidráulica transferida por el fluido en un STEO. El producto de la fuerza o par por la velocidad, lineal o rotativa, es la potencia mecánica entregada por el accionamiento.



Las válvulas de control direccional de varias vías se utilizan en hidráulica para dirigir el fluido hacia diferentes direcciones, sin obligarle a recorrer largas distancias de retorno. Estas válvulas permiten la apertura y/o el cierre de distintas vías de paso y se accionan mediante un mando que puede ser manual, neumático, hidráulico, electromagnético, etc.

6.4.1. Válvulas de presión

Las válvulas reguladoras de presión realizan dos misiones fundamentales en los sistemas de transmisión de energía oleohidráulica:

1. Limitar la presión de trabajo en un punto del circuito, impidiendo que se sobrepase un valor prescrito de presión o causando un efecto determinado cuando se alcanza, sea por razones de seguridad, sincronismo o control. Estas válvulas están normalmente cerradas en reposo.
2. Reducir la presión en ciertos tramos del sistema para cumplir con algún requisito de carga. Estas válvulas están normalmente abiertas en reposo y pueden ser de presión constante a la salida o de diferencia de presión constante. En estas últimas, la presión a la salida sigue proporcionalmente la presión de entrada.

El uso extenso de las válvulas de presión, tanto de las limitadoras como de las reductoras, ha originado la aparición de otras denominaciones con el paso del tiempo, que describen la función que realizan de forma más específica, pero que quedan englobadas en las anteriores. Así, son válvulas limitadoras las de seguridad, descarga, secuencia y contrapresión. La tabla 6.7 resume y clasifica las distintas válvulas de presión.

Las válvulas reguladoras de presión son válvulas de dos vías principales cuyo principio de funcionamiento es bastante parecido en todas ellas. Por norma general, utilizan un pistón interno sensible a la presión o a las presiones que actúan sobre sus puertos, de forma que su función depende de cómo se conecte la válvula al circuito o de cómo se usen las vías auxiliares de pilotaje y drenaje de la válvula.

La línea auxiliar de pilotaje es un conducto por el cual se transfiere la presión del circuito a la válvula y que causa su apertura o cierre según el principio de funcionamiento correspondiente. El pilotaje puede tomarse del interior de la válvula o de un punto lejano (pe). La línea auxiliar de drenaje se utiliza para evacuar el pequeño volumen de aceite desplazado por el pistón interno de la válvula. El drenaje puede hacerse interna o externamente (de), es decir, utilizando la propia vía de salida de la válvula (especialmente, si va conectada al tanque) o un conducto externo colocado *ex profeso*. Su importancia puede parecer, a priori, menor o de menos relevancia que la línea de pilotaje, pero piénsese que el pistón interno no se movería si el aceite retenido no se drenara.

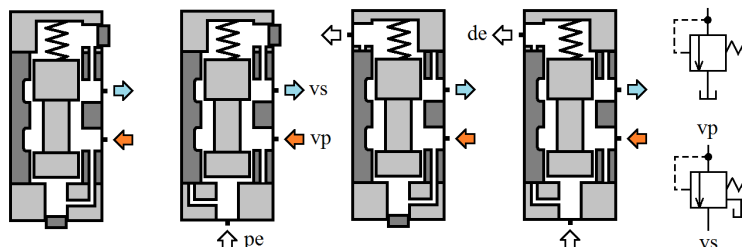


Figura 6.3. Principio de funcionamiento de las válvulas reguladoras de presión de simple efecto por corredera y símbolos de una válvula de seguridad (arriba) y otra de secuencia (abajo). Son visibles las vías de pilotaje y drenaje, internas y externas, y de entrada y salida de la válvula (vías principal, vp, y secundaria, vs, respectivamente). De izquierda a derecha: de seguridad o simplemente limitadora, de descarga, de secuencia, y válvula con pilotaje y drenaje externos. Las cuatro funciones se obtienen girando las tapas 180° en el eje vertical y cambiando la posición de los tapones.



Tabla 6.7.
Clasificación de las válvulas de presión según el tipo de conexión, las líneas de pilotaje y drenaje, y su posición en reposo. La válvula de descarga es una válvula de seguridad con pilotaje externo. NC significa normalmente cerrada. E y S indican si el pilotaje se toma de la línea de entrada o salida de la válvula. P indica que la opción es posible, en ocasiones, sin modificar el principio de funcionamiento.

	Válvula equilibrada	Conexión		Pilotaje		Drenaje		Reposo	
		Serie	Paralelo	Interno	Externo	Interno	Externo	NC	NA
Seguridad	SI			E			P		
Descarga	NO						P		
Secuencia	SI			E	P				
Contrapresión	SI			E			P		
Reductora (<i>p</i> cte.)	SI			S					

6.4.2. Válvulas de caudal

Las válvulas reguladoras de caudal pueden ser compensadas y no compensadas en presión, y ajustables y no ajustables desde el exterior. Las válvulas compensadas pueden ser de dos y de tres vías, y son capaces de mantener el caudal de la línea aproximadamente constante ante los cambios en la presión de trabajo.

En los sistemas oleohidráulicos de control de velocidad de los actuadores, se requiere mantener un caudal constante a través de la válvula de control. Las válvulas no compensadas en presión o estranguladoras son, básicamente, restricciones al paso del fluido en las que el caudal solo se mantiene constante si lo es la pérdida de presión a su través y siempre que no cambie sustancialmente la viscosidad del fluido. Cualquier variación de la carga aplicada sobre el actuador induce un cambio en la diferencia de presión a través de la válvula que afectaría el caudal y que debe compensarse de forma manual actuando sobre el mando de regulación.

Se han de emplear válvulas compensadas cuando se precisa que las variaciones en la presión de trabajo no afecten el caudal regulado. El principio básico que justifica la compensación es semejante para las válvulas de dos y de tres vías, y consiste en asociar a un estrangulamiento ajustable (o fijo) un segundo, llamado *hidrostat*, capaz de variar la sección de paso del flujo en función de las variaciones de la presión de carga. Esta estrategia garantiza que el caudal no varíe significativamente porque consigue mantener casi constante la pérdida de presión a través del estrangulador ajustado. Esta habilidad en la compensación permite un control del caudal que oscila alrededor del 5% en condiciones de presión variable. En resumen, un regulador de caudal compensado es un dispositivo compuesto por:

- un orificio, regulable o no, que controla el caudal, y
- un hidrostat, normalmente formado por un pistón compensador, adaptable según las variaciones de presión entre la entrada y la salida de la válvula.

El regulador de caudal de dos vías puede emplearse en derivación o en serie. De emplearse en serie, el caudal sobrante deberá eliminarse a través de algún otro elemento,



como una válvula reguladora de presión, a una presión superior a la máxima que pueda alcanzar p_1 . También están disponibles válvulas de dos vías con una válvula de seguridad integrada en el mismo cuerpo (lo que no las convierte en válvulas de tres vías). El principio de funcionamiento de este tipo de válvula se deduce sin problemas del esquema de la figura 6.4. Para el regulador de dos vías, si por cualquier causa la presión p_0 aumenta, también aumentará p_R y, en consecuencia, p_C . Tras ello, la corredera se desplazará a la izquierda y estrangulará más el paso Z, compensando el aumento de p_0 con una mayor caída de presión. De forma análoga, si p_0 disminuye, la corredera se desplazará en el sentido de disminuir la pérdida de presión en Z. Este análisis también es válido para cambios en p_1 .

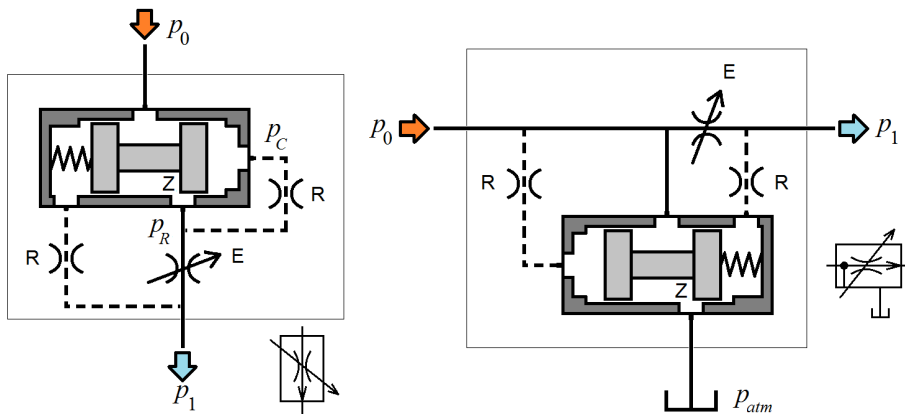


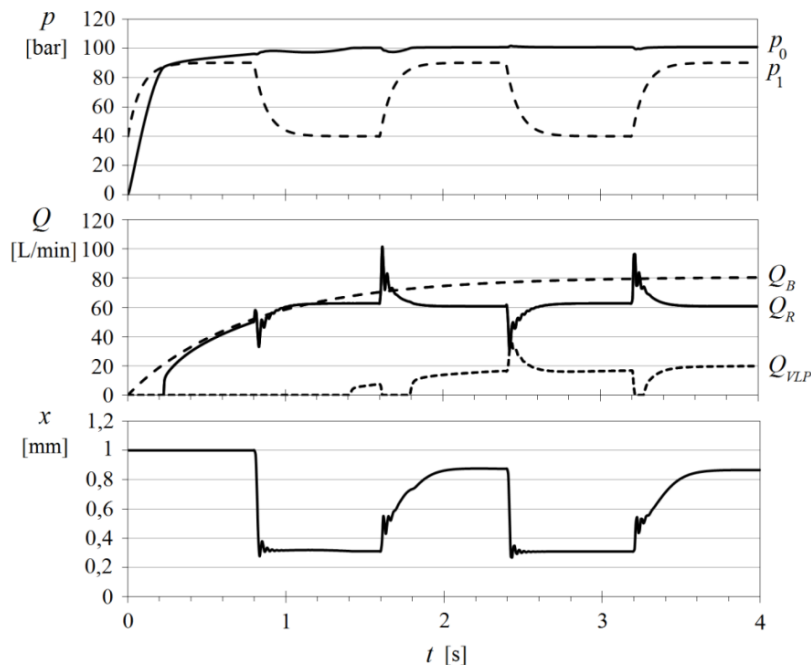
Figura 6.4. Esquema tipo de sendas válvulas reguladoras de caudal, de dos y tres vías, y símbolo correspondiente. La regulación de velocidad se realiza en un solo sentido si se incorpora una válvula antirretorno en paralelo. La elección de los estranguladores R de estas válvulas es una cuestión crítica para garantizar la secuencia correcta, y el orden y la magnitud adecuados de los procesos (presurizaciones RC, movimientos I/R e IC) que garantizan el funcionamiento estable del hidrostato.

El funcionamiento de una válvula compensada de tres vías es equivalente a la de dos vías pero con la diferencia de que el caudal sobrante es desviado al depósito a través del regulador Z, no a través de una válvula limitadora. Esto hace que su uso esté indicado en sistemas en los que se estima un consumo de potencia excesivo y también cuando el intervalo de regulación es muy amplio. La descarga del caudal sobrante es a p_0 , presión próxima a la de trabajo real ya que la caída de presión por el regulador E es del orden de 3 bar. La corredera está equilibrada por la presión p_0 , por un lado, y la combinación del muelle y la presión p_1 , por el otro. Se entiende que estas válvulas no pueden utilizarse en paralelo por su propia concepción.

Una modificación interesante de las válvulas de tres vías son las válvulas de prioridad, que utilizan la tercera vía para la alimentación de un circuito secundario. El caudal no necesario en el circuito primario (el usual de la válvula de tres vías) es derivado al secundario a través de un *by-pass*. Las válvulas de prioridad se utilizan cuando una sola bomba ha de suministrar caudal a dos o más circuitos, uno de los cuales es prioritario (por ejemplo, en la alimentación de motores para bombas de refrigeración, sistemas de freno o de dirección asistida, etc.), y cuando las otras funciones pueden esperar, por razones de urgencia o seguridad.



Figura 6.5.
Representación temporal de la regulación de caudal obtenida por una válvula compensada de dos vías. Q_R es el caudal regulado y Q_B el de la bomba (que se pone en marcha en $t = 0$). La presión en impulsión de la bomba, p_0 , aumenta hasta abrir la limitadora a 100 bar y evacuar el exceso de caudal, Q_{VLP} . La posición del hidrostato, x , varía con la presión p_1 , a fin de mantener el caudal regulado prácticamente constante.

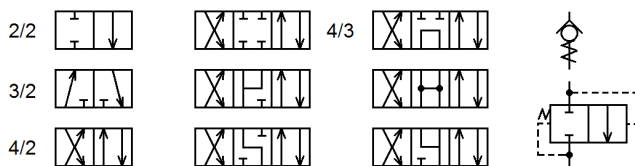


6.4.3. Válvulas de control direccional

Las válvulas direccionales permiten controlar el sentido de movimiento de los actuadores oleohidráulicos. Estas válvulas están formadas por una serie de vías que se conectan con cada uno de sus puertos según su posición de trabajo, y se identifican por el número de vías y posiciones posibles, como válvula 2/2, 3/2, 4/2, 4/3, etc.

Una válvula antirretorno es una válvula direccional de dos vías y dos posiciones, pilotada por las presiones a entrada y salida. Esta válvula permite el paso libre de fluido en un sentido y lo impide en el inverso. La configuración clásica de una válvula antirretorno es la de válvula de asiento con un muelle de apriete, de modo que la presión a la entrada de la válvula levanta el asiento contra el muelle. La contrapresión generada por el muelle es del orden de 0,4 a 0,7 bar si la válvula solo ha de bloquear el paso de fluido en flujo inverso, pero puede ser mayor si la válvula ha de generar una contrapresión determinada.

Figura 6.6.
Diferentes símbolos de válvulas de control direccional o distribuidores. Obsérvense las diferentes posiciones centrales de las válvulas 4/3. A la derecha, dos representaciones de válvula antirretorno.



Un distribuidor es un selector direccional que confiere al sistema hidráulico la flexibilidad requerida por los actuadores. El cambio en dirección del fluido en una válvula puede conseguirse de diferentes maneras, por ejemplo, mediante el cierre o la apertura de un



asiento o el deslizamiento de una corredera mecanizada por entre una camisa cilíndrica. Los puertos de la válvula se designan mediante letras, que, por norma general, son: P, el puerto de entrada de presión, conectado a la línea de impulsión de la bomba; A y B, los puertos de trabajo, que comunican la válvula con el actuador, y T, el puerto de retorno del fluido a tanque. Se dice que las vías activas son P-A, P-B, P-T, etc., según la posición de trabajo escogida.

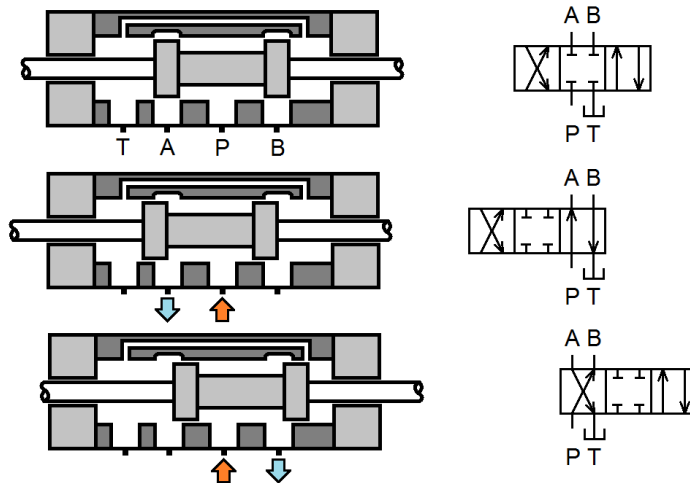


Figura 6.7. Vistas de las diferentes posiciones de la corredera en una válvula VCD 4/3 de centros cerrados. La vista superior es la representación de la posición de reposo (símbolo estándar), para la que también son posibles otras posiciones centrales (figura 6.6).

La mayor parte de las válvulas direccionales se basan en el diseño en corredera. En la figura 6.7, se muestra el diseño base de una válvula de control direccional de 4/3 de centros cerrados. En la figura superior, de reposo, la válvula está cerrada e impide el paso de fluido hacia cualquiera de las vías. En la del medio, la corredera se ha desplazado hacia la izquierda, de modo que queda libre el paso de fluido de la vía P a la A, y de la B a la T. En la inferior, el desplazamiento ha sido hacia la derecha y la vía abierta es la P-B.

Estas válvulas pueden ser discretas (de tipo convencional) o continuas (de tipo proporcional), según si el número de estados posibles de trabajo es finito o infinito. El símbolo correspondiente de una válvula proporcional o de una servoválvula se distingue del de un distribuidor discreto porque tiene dos líneas continuas que cubren el rectángulo que define las posiciones posibles de trabajo (v. figura 6.9). Por lo demás, la simbología oleohidráulica es suficientemente explícita y no precisa de más comentarios.

La característica presión vs. caudal no es común para todas las vías, como consecuencia de las diferencias constructivas y de diseño existentes. Por norma general, puede ajustarse una expresión del tipo $Q = f(x)C_q\Delta p^m$, para cada una de ellas, donde Q es el caudal que atraviesa la vía; Δp , la caída de presión correspondiente; $f(x)$, una función inherente que depende del grado de abertura, x , de la válvula; C_q es el coeficiente de caudal, que se ha de evaluar experimentalmente, y m , un exponente que varía entre 0,5 (usual) y 1. En las válvulas de control direccional convencionales, la función $f(x)$ toma los valores 0 y 1 para las posiciones totalmente cerrada o abierta, respectivamente. Los valores intermedios de la función se utilizan en el modelado de la dinámica de apertura y cierre, o cuando se trabaja con válvulas proporcionales o servoválvulas, en las que esta función



puede reemplazarse por otra $g(i)$, o $g(u)$, que depende de la intensidad o la tensión de mando y de las muescas mecanizadas sobre la corredera.

La configuración más extendida de VCD es la 4/3 monoestable, ya que permite el accionamiento de actuadores de doble efecto y garantiza una única posición de reposo. Esta posición central se escoge sobre la base de cinco criterios principales:

- Tener la bomba en descarga directa a tanque a través de la válvula cuando no se requiere ningún trabajo del actuador (ahorro de energía).
- Mantener presurizada la vía de presión de la bomba para reducir el tiempo de puesta en marcha tras la orden de mando (ahorro de tiempo).
- Bloquear el actuador (salvo por el efecto de la pequeña fuga interna) o, a la inversa, mantenerlo desbloqueado, de forma que se pueda mover ejerciendo una fuerza externa.⁷
- Garantizar una única posición de reposo del actuador (actuador asimétrico extendido) cuando la válvula esté en la posición central.
- Liberar la presión de las vías A y B para permitir el funcionamiento de antirretornos pilotados.

6.4.4. Técnica proporcional frente a convencional

En la tecnología convencional, las válvulas son elementos que permiten controlar la presión o el caudal actuando sobre un regulador manual. Las válvulas de control direccional permiten controlar el sentido del movimiento de un actuador desplazando el elemento de control manualmente o mediante electroimanes. Como el movimiento del elemento de control –por ejemplo, una corredera– es todo o nada, abierto o cerrado, las válvulas VCD convencionales no permiten posicionar el actuador o controlar su velocidad de desplazamiento (al menos no de forma fácil y práctica). Las aplicaciones de la oleohidráulica proporcional incluyen el control continuo de la presión o de la fuerza, y el control del caudal o del volumen y/o la posición.

En las válvulas de presión o caudal y en las VCD proporcionales, el mando manual de ajuste o el accionamiento de la corredera se sustituyen por un solenoide de tipo proporcional.⁸ En una servoválvula, el control proporcional se ejerce mediante un motor de par y, además, la posición de la corredera se realimenta de forma que la acción de mando se anula cuando se alcanza la posición deseada (este es el principio “servo”). Tanto en las válvulas VCD proporcionales como en las servoválvulas, la sección de paso puede regularse a voluntad y, por tanto, el caudal y la pérdida de presión efectiva que se produzcan podrán controlarse en función de la posición del elemento de control. En aplicaciones de potencia elevada y, sobre todo, en sistemas de mando de motores hidráulicos y en transmisiones hidráulicas, el rendimiento puede mejorarse usando servobombas. En función del tipo de diseño, una servobomba permite controlar la potencia entregada, el par o las revoluciones del motor, es decir, la presión o el caudal entregado, actuando sobre su capacidad volumétrica o sus revoluciones.

Las válvulas proporcionales son componentes electrohidráulicos de control continuo que se caracterizan por su alta precisión y por la rapidez de respuesta, que transforman una



señal eléctrica de baja o media potencia en una señal hidráulica de salida de alta potencia. Las válvulas proporcionales pueden ser de accionamiento directo, con o sin realimentación en posición, y de accionamiento indirecto o por etapas. La etapa piloto tipo puede ser otra válvula proporcional, una limitadora de presión, una reductora o un amplificador fluido (en este caso, se trataría de una servoválvula). La configuración básica de un sistema proporcional oleohidráulico es del tipo que se muestra en la figura 6.8.

Desde el momento en que la señal de salida del componente responde siguiendo una señal de entrada electrónica, se abren infinitas posibilidades para la mejora del control y de la robustez de los sistemas electro-hidráulicos. La regulación de los sistemas puede efectuarse mediante técnicas en lazo abierto o en lazo cerrado actuando eléctricamente sobre el elemento de control hidráulico. Los sistemas de regulación en lazo cerrado modifican la señal de mando en función del estado del sistema, de forma que se aumenta su precisión y flexibilidad. Hoy día, es usual que el control de las máquinas se realice por reguladores digitales, que simplifican aún más la interfaz entre el sistema hidráulico y el regulador electrónico digital (tipo PC, por ejemplo). Por otro lado, la técnica proporcional reduce la circuitería hidráulica necesaria, como se observa en los esquemas de la figura 6.9.

Con la válvula VCD convencional del esquema de la izquierda de la figura 6.9, se puede accionar un actuador hidráulico en ambos sentidos, pero para regular la velocidad del desplazamiento es preciso utilizar una válvula reguladora de caudal compensada para cada uno, o bien una batería de válvulas no compensadas en paralelo. Si, además, se pretende facilitar la regulación al operario desde una posición asequible y segura, las válvulas de regulación han de instalarse en un armario de control, que puede estar ciertamente distante de la aplicación hidráulica. Utilizando la técnica proporcional, sería suficiente una sola válvula de caudal por sentido o una válvula VCD proporcional, que aunaría las funciones de control del sentido del movimiento y de la velocidad (además, la regulación no estaría restringida a una cuantía discreta de caudales). En este último caso, y dado que la señal eléctrica de mando se gestiona electrónicamente, el ritmo de cambio de la velocidad y los transitorios del movimiento pueden gobernarse mediante el empleo de rampas para limitar la aceleración o la desaceleración del actuador. El control de todo el proceso sigue haciéndose en el armario de maniobra pero, como ahora las señales son eléctricas, no es necesario conducir tuberías de presión hasta la aplicación.

El caudal nominal de una válvula proporcional se define como el caudal que la atraviesa en condiciones de ensayo normalizadas, en que la alimentación se realiza con la señal de mando nominal, i_N o u_N , a una presión Δp_N de 70 bar, y las vías A y B de la válvula se comunican mediante una conexión en “U”. El caudal por la válvula en otras condiciones de trabajo se relaciona con la condición nominal mediante la expresión:⁹

$$Q = Q_N \left(\frac{i}{i_N} \right)^k \left(\frac{2\Delta p_{ij}}{\Delta p_N} \right)^{1/2} \quad [6.5]$$

donde el exponente “ k ” depende del tipo de muesca de la válvula, y es “1” para la muesca rectangular y “2” para la triangular.



Figura 6.8. Esquema de bloques del conexionado de una válvula proporcional (arriba) y de una servoválvula (abajo). El modo de operación de las válvulas de presión y caudal proporcionales es similar al de las convencionales, sin más que sustituir el regulador manual por un electroimán proporcional. Las válvulas de presión proporcionales pueden utilizarse como etapa piloto o como hidrostato en válvulas de caudal.

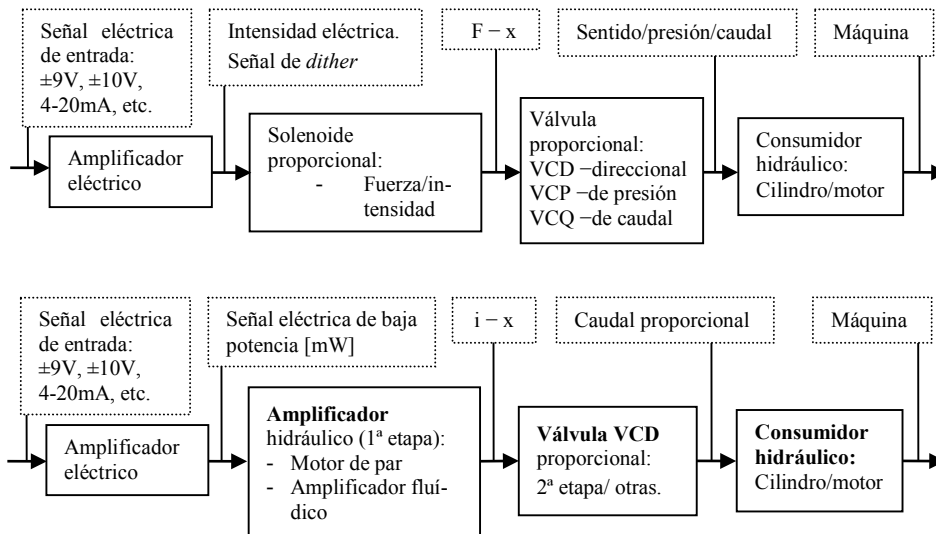
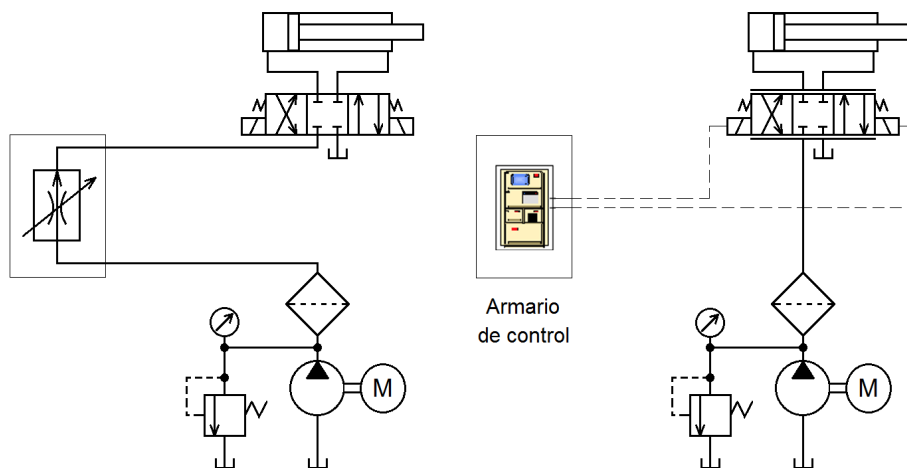


Figura 6.9. A la izquierda, el esquema hidráulico que utiliza una válvula VCD convencional y una VRQ para controlar el sentido y la velocidad del actuador (faltaría un antirretorno, v. figura 6.18). A la derecha, el esquema hidráulico que utiliza una válvula VCD proporcional para controlar tanto el sentido como la velocidad del actuador. La señal eléctrica que se transmite entre el armario y la VCD proporcional es de baja potencia (este cableado también existe en la técnica convencional, aunque no se muestre en la figura).



6.5. Dispositivos auxiliares

Si bien la misión principal de un sistema hidráulico puede asegurarse mediante bombas, válvulas y actuadores, el aceite hidráulico ha de almacenarse y acondicionarse para que el sistema funcione de forma adecuada. Estas funciones las acometen, principalmente, los depósitos, los filtros, los intercambiadores y los acumuladores de este apartado. En una instalación oleohidráulica, también se utilizan otros elementos auxiliares, como los manómetros, los presostatos, los caudalímetros, los termómetros y las válvulas de aireación, entre otros.



6.5.1. Depósitos

Los depósitos son imprescindibles en todas las instalaciones hidráulicas, pues almacenan el aceite del sistema. La elección del depósito no debe considerarse de menor importancia ya que, además de esta función de almacenamiento, su diseño y su tamaño influyen bastante en el funcionamiento del equipo hidráulico.

Los depósitos cumplen varias funciones, entre otras:

- almacenar el fluido requerido por el sistema y proveer el aceite necesario durante el llenado inicial;
- compensar las fluctuaciones de nivel que resultan del movimiento de los actuadores asimétricos y de las fugas externas;
- disipar el calor generado, y
- ofrecer un tiempo de residencia suficiente al aceite para que se airee y para que los contaminantes se diluyan y depositen en el fondo.

No es difícil encontrar en el mercado depósitos diseñados de forma estándar conforme a la normativa. Estos depósitos contienen, según demanda, los accesorios y dispositivos de sujeción indispensables, y se deja a criterio del usuario la elección del tipo (si es presurizado o no), su tamaño y volumen, y también su forma y ubicación en el sistema. Si se ha de construir un depósito a medida, hay que tener en cuenta que este ha de:

- incorporar en su interior una barrera física, mediante una mampara, con una chapa perforada, etc., que impida que el aceite de retorno sea succionado inmediatamente por la bomba. La barrera también reduce el nivel de turbulencia;
- incorporar un punto de llenado y vaciado del sistema. El fondo de los depósitos ha de estar inclinado hacia el tapón de drenaje para facilitar el vaciado;
- alojar otros accesorios, como un termómetro; un tapón filtro-respirador; un filtro colador de aspiración; el calentador por resistencia eléctrica, en su caso; indicadores visuales o eléctricos de nivel de fluido, y otros;
- en ocasiones, servir de estructura de apoyo para la construcción de la unidad hidráulica, el motor eléctrico, la bomba, los filtros de presión y de retorno, etc., y, en ningún caso, ingerir contaminación adicional del entorno.

El tipo de depósito más frecuente es el no presurizado. Este depósito está a presión atmosférica (pero no descubierto) e incorpora un filtro de aire o un diafragma de separación para evitar la entrada de polvo u otros contaminantes (como moscas, por ejemplo). Los depósitos presurizados por aire (a una presión de entre 0,3 y 1,4 bar) tienen dos ventajas fundamentales: por un lado, facilitan la aspiración de la bomba al aumentar su altura neta disponible, y, por otro, evitan la entrada de la contaminación atmosférica. Por el contrario, estos depósitos son más costosos, porque necesitan el suministro del aire a presión, ya sea mediante una línea de aire comprimido o incluyendo un compresor propio. En estos depósitos ha de tenerse en cuenta que el aire comprimido transporta bastante agua, por lo que, si fuera el caso, se tendría que prever la colocación de un filtro de agua o emplear aire seco.



El tamaño del depósito se escoge siguiendo unas reglas de tipo empírico. Se recomienda el volumen mayor que resulte de:

- Un número comprendido entre dos y cuatro de veces el caudal de la bomba, expresado en volumen por minuto. Este criterio mínimo garantiza (si el diseño del depósito es el adecuado) un tiempo de residencia del aceite en el depósito de varios (2, 3 o 4) minutos, lo cual también asegura la decantación de las partículas sólidas (la decantación de las partículas metálicas se facilita con tapones imantados) y la aireación de las burbujas de aire en suspensión.
- Un número comprendido entre dos y quince litros de capacidad por cada CV de potencia instalada. Este criterio intenta compensar la generación de calor del sistema con la capacidad evacuadora del depósito, pero suele sobredimensionarlo cuando se trabaja a altas presiones.

Si el criterio utilizado es el del caudal de la bomba, entonces existen dos casos particulares: en equipos y maquinaria móvil, el volumen depende del espacio disponible, pero no es recomendable que sea inferior a dos veces el caudal de la bomba en minutos; en instalaciones estáticas, donde el espacio no es tan crítico, la regla recomienda multiplicar por tres (o cuatro) el volumen de aceite por minuto. Por ejemplo, si la bomba suministra 100 litros por minuto, el recipiente ha de ser, como mínimo, de 300 litros de capacidad. El volumen final se escogerá en función de los tamaños estándar disponibles o de la temperatura ambiental (una temperatura extrema puede recomendar aumentar la superficie del depósito y su tamaño para mejorar la evacuación del calor). Otros requisitos son más bien funcionales: se tendría que incrementar el área disponible por una razón de espacio si, por ejemplo, el número de tuberías de retorno fuera elevado.

Con relación a su forma y disposición, es preferible un depósito ancho y bajo que estrecho y alto del mismo volumen. Esta regla simple sirve para aumentar la superficie libre y facilita el intercambio térmico y la aireación, al tiempo que reduce la distancia de deposición y disminuye las fluctuaciones del nivel de su superficie. A menudo, los requisitos de la maquinaria exigen formas y volúmenes especiales, en “L”, “T”, “Z”, etc. En cualquier caso y para cualquier depósito, siempre han de respetarse las normas básicas de construcción (volumen mínimo, separador interno, tapón respirador, filtro, indicadores, etc.), para no comprometer su funcionamiento. Es recomendable instalar la bomba por debajo del nivel de aceite en el tanque, con objeto de facilitar la aspiración y que la bomba esté siempre cebada, lo cual puede lograrse elevando el tanque sobre una estructura o bancada.

6.5.2. Sistemas de filtración

Los sistemas hidráulicos han de permanecer limpios y saneados para que su funcionamiento sea más eficiente y se alargue su vida útil (esta recomendación no se refiere solamente al aceite hidráulico, sino también al aspecto general de la instalación). Está demostrado por organizaciones y empresas de prestigio internacional¹⁰ que el aceite contaminado causa más del 70 % de las averías y paradas de los sistemas hidráulicos y de lubricación. El exceso de celo por sustituir el aceite demasiado a menudo no es la solución óptima, porque tiene un coste prohibitivo que ha de valorarse también desde una perspectiva sostenible y, además, no evita que el sistema pueda contaminarse. Es por ello que los filtros son imprescindibles en un sistema hidráulico de potencia para prevenir la



contaminación y alcanzar el nivel de limpieza requerido, y están en estrecha relación con los requisitos de mantenimiento del sistema y su longevidad.

La máxima en filtración es que “la contaminación genera contaminación”. La contaminación de un fluido hidráulico es un término difícil de definir, ya que todos los fluidos contienen siempre algún grado de impurezas. El concepto en sí es, por tanto, subjetivo, diciéndose que un fluido está contaminado cuando el grado de impurezas puede afectar, de forma significativa, el funcionamiento del sistema o de alguna de sus partes en un tiempo limitado.

La contaminación más frecuente se produce por partículas sólidas, agua, resinas y aire, y tiene su origen en cinco fuentes principales:

- La contaminación añadida durante la fabricación y el montaje del sistema, los cilindros, latiguillos, las bombas y los motores, los bloques de válvulas, etc.
- La contaminación ingerida del ambiente a través de respiraderos ineficaces o por el mal funcionamiento de los filtros de aire, por las aberturas de los depósitos, por fugas en las conexiones o por unos vástagos de los cilindros rayados o desprotegidos, etc.
- La contaminación inherente en el aceite nuevo. Incluso el aceite nuevo contenido en un barril ha de filtrarse antes de introducirse en los circuitos.
- La contaminación generada internamente por deterioro o por desgaste de los elementos del sistema.
- La contaminación indebida como consecuencia de la degradación del fluido hidráulico.

Los efectos de la contaminación son diversos. Las partículas contaminantes, incluso las de pequeño tamaño, causan desgaste por abrasión, fatiga y erosión al circular a gran velocidad y presión. Se estima que cada partícula que sale del depósito regresa después de un ciclo de trabajo con otras diez producidas por ella misma, iniciando así una reacción en cadena. Por otro lado, el aceite se oxida por la presencia combinada de partículas de metal, que actúan como catalizadores, y de agua, que es asimilada del ambiente debido a los cambios de temperatura y a los escapes de los sistemas de refrigeración. La oxidación polimeriza el aceite y produce resinas de tamaño microscópico, que no son eliminadas por los sistemas tradicionales de filtración y afectan la eficacia y la seguridad del sistema hidráulico.

La filtración del fluido de los sistemas hidráulicos de potencia debe tratarse desde dos perspectivas diferentes:

- se ha de seleccionar el rango de filtración apropiado, según las necesidades del sistema, y
- es necesario cuantificar qué filtros serán necesarios, cuál será su propósito y dónde se ubicarán.

La selección de los filtros es de suma importancia, tanto porque han de garantizar el nivel de limpieza mínimo, como porque la función primaria de cualquier sistema hidráulico



no ha de verse perturbada por su presencia. Los filtros que se conectan al flujo principal presentan un compromiso entre la eficiencia en la filtración y la pérdida de presión que producen. Una filtración deficiente supone un coste evidente por los tiempos muertos debidos a fallos y a la sustitución de los componentes afectados, pero un filtrado agresivo o un filtro en mal estado causan unas pérdidas de energía que también han de ser valoradas. En general, los filtros han de:

- Tener suficiente capacidad de retención para alargar los períodos de sustitución (aunque ello depende del tipo de trabajo, es recomendable un período mínimo de 800 horas de operación en condiciones normales).
- Evitar malograr el funcionamiento del sistema y ser accesibles para facilitar su mantenimiento.
- Estar equipados con algún dispositivo visible que indique cuándo requieren servicio, es decir, a qué presión diferencial ha de sustituirse el material filtrante.
- Incorporar una válvula antirretorno en derivación (preferible) para evitar el colapso del material filtrante cuando la presión diferencial a través del filtro aumente (lo cual es inevitable, a medida que se va ensuciando). La presión de apertura de la válvula antirretorno debe ser, al menos, un 20 % más elevada que la presión diferencial indicada por el dispositivo anterior (suele ser del orden de los 3 o 4 bar, salvo en los filtros de aspiración, en que es inferior).
- No añadir contaminación adicional. Es importante que las conexiones del filtro no fuguen ni aireen el aceite.
- Ser compatibles con el nivel de presión, tanto absoluta como diferencial, de la ubicación donde se ha de instalar y con el tipo de fluido a utilizar.

El tamaño del filtro se escoge una vez determinado el grado de filtración necesario según la presión diferencial máxima admisible de su material filtrante limpio (suministrada por el fabricante) y del caudal. La caída de presión depende del caudal de funcionamiento (y de la viscosidad) y aumenta con el tiempo de uso, por lo que los filtros se dimensionan utilizando el caudal de funcionamiento aumentado por un factor de multiplicación que oscila entre 1 y 4, en función del grado de trabajo y uso que se prevé (ubicación, número de cilindros expuestos a la suciedad ambiental, etc.), el nivel de fluctuación del caudal y la frecuencia deseada de sustitución.

La denominación de los filtros se realiza teniendo en cuenta su capacidad de filtración y su ubicación. La capacidad de filtración de los filtros está relacionada con el tamaño de las partículas que pueden retener y depende de la estructura del material filtrante. Como un filtro no retiene por igual todas las partículas, su capacidad se describe en función de rangos de tamaño normalizados, que permiten comparar filtros de diversos fabricantes en cuanto a su desempeño y el nivel de limpieza que consiguen. Con respecto a su ubicación, la única forma segura de garantizar una protección fiable de un componente es colocar el filtro adecuado inmediatamente corriente arriba del mismo. La contaminación puede generarse en cualquier punto de la instalación, de modo que, por ejemplo, de nada sirve filtrar el aceite de la línea de retorno del sistema si el depósito está sucio, o colocar un filtro de presión si el elemento que se quiere proteger es la bomba. Por este motivo, es posible encontrar componentes muy susceptibles a sufrir daños por contaminación que incorporen su propio filtro (como algunas servoválvulas y bombas).

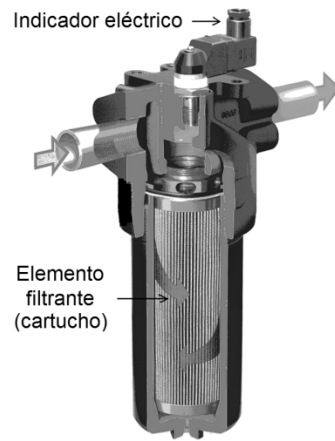
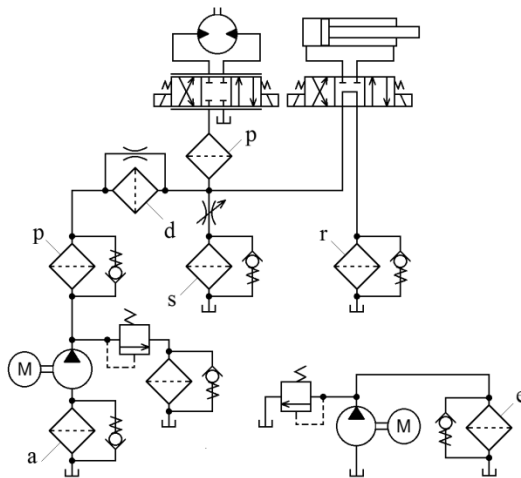


Figura 6.10. Ubicaciones posibles de los filtros hidráulicos (no tienen por qué coexistir todos en una misma instalación) y vista interior de un filtro de presión. En la figura: a, aspiración; d, derivación (by-pass); e, externo; p, presión; r, retorno; y s, sangrado (bleed-off). Los filtros pueden ubicarse en cualquier parte del circuito hidráulico pero, por regla general, solo son necesarios dos o tres en las posiciones críticas.

En la actualidad, predominan el sistema beta de filtración, β_x , para describir la capacidad de retención y desempeño de un filtro, y la norma ISO 4406 para definir el grado de limpieza que se requiere en un sistema determinado.¹¹ El sistema ISO 4406 es un estándar reconocido internacionalmente, cuya aceptación ha hecho que se convierta en un lenguaje estable, interpretable y manejable por fabricantes y usuarios. No obstante, cabe tener en cuenta que estamos en una época de transición en la que aún coexisten métodos obsoletos y que la propia normativa se está adaptando a los cambios continuos que se producen en los sistemas oleohidráulicos y en las técnicas de filtrado.

El método de medición de filtración beta se basa en la comparación del número de partículas de un tamaño superior a uno determinado en el fluido antes y después de pasar por el filtro. La comparación se realiza mediante la operación siguiente:

$$\beta_x = \frac{N_u}{N_d} \quad [6.6]$$

donde N_u es el número de partículas de más de x micras antes de pasar por el filtro, y N_d es el número de partículas de más de x micras después de pasar por el filtro. El tamaño β_x crítico que se utiliza en la comparación es impuesto por la instalación y sus componentes. Por ejemplo, si el fluido de un sistema oleohidráulico ha de filtrarse en $10 \mu\text{m}$, y antes del filtro el número de partículas de más de $10 \mu\text{m}$ es de 4.734 y, después, tan solo de 58, el rango β_{10} de filtración es igual a $\beta_{10} = 4.734/58 = 81,6$.

Número de partículas por mL		Número de rango ISO 4406
Más de	Hasta	
80.000	160.000	24
40.000	80.000	23
20.000	40.000	22
10.000	20.000	21

Tabla 6.8. Rango de números ISO 4406 de conteo de partículas.



Tabla 6.8.
Rango de números
ISO 4406 de conteo
de partículas.

Número de partículas por mL		Número de rango ISO 4406
Más de	Hasta	
5.000	10.000	20
2.500	5.000	19
1.300	2.500	18
640	1.300	17
320	640	16
160	320	15
80	160	14
40	80	13
20	40	12
10	20	11
5	10	10
2,5	5	9
1,3	2,5	8
0,64	1,3	7
0,32	0,64	6
0,16	0,32	5
0,08	0,16	4
0,04	0,08	3
0,02	0,04	2
0,01	0,02	1

La eficiencia del filtro, E_x , es un porcentaje que expresa la habilidad del elemento filtrante de remover las partículas de más de x micras. La relación de filtración β_x puede convertirse a un rango de eficiencia E_x , mediante la siguiente operación:

$$E_x = 100 \frac{\beta_x - 1}{\beta_x} \quad [6.7]$$

Para los datos del ejemplo anterior, la eficiencia del filtro resulta $E_{10}=98,8\%$, lo cual significa que el filtro utilizado tiene una capacidad del 98,8% de retener partículas de 10 μm o superiores.

La norma ISO 4406 determina la limpieza fijando el número de partículas de tamaño superior a 5 μm y 15 μm mediante un código de dos cifras Y/Z, aunque actualmente se tienen en cuenta también el número de partículas superiores a 2 μm y otros.¹² Los códigos de la ISO se determinan según la tabla 6.8. Por ejemplo, si en una muestra de 1 cm^3 de fluido se cuentan 110 partículas de tamaño superior a 5 μm y 33 partículas de 15 μm , el código de limpieza ISO 4406 sería de 14/12. Si se incluyera en el código el conteo de partículas de tamaño superior a 2 μm y el resultado fuera de 660, por ejemplo, el código ISO 4406 de tres cifras sería 17/14/12, y así sucesivamente.

Los requisitos de limpieza cambian entre componentes, dependiendo de sus tolerancias o de las condiciones de trabajo. El nivel de limpieza del aceite también ha de incrementarse (disminución del código ISO) a medida que la presión aumenta, ya que, a más presión, el efecto nocivo de las partículas es mayor. Además, los diversos tamaños de partículas contenidas en el aceite afectan, de forma distinta, los componentes hidráulicos. Cuanto más se aproxima el tamaño de la partícula al juego mecánico, más posibilidades hay de que se produzca interferencia física, abrasión y el consiguiente fallo. Por su parte, las partículas de gran tamaño erosionan las superficies y generan y desplazan otras de menor tamaño, etc., cuya acumulación también pueden bloquear las correderas de las válvulas o sus bobinas, al ser atraídas por su campo magnético.

Componente	Tolerancia/Juego típico [μm]
Actuadores	50÷250
Bomba de engranajes	0,5÷5
Bomba de paletas	0,5÷15
Bomba de pistones	0,5÷40
Bombas de baja presión	15÷40
Cojinetes hidrostáticos	1÷25
Servoválvulas	0,5÷4
Válvula de corredera	1÷15
Válvula de asiento	10÷40

Tabla 6.9.
Tolerancias típicas de los componentes hidráulicos (valores de referencia). Las tolerancias de un componente pueden ser diversas, según la parte móvil que se trate.

Tipo de sistema	Sensibilidad	Clase Y/Z
Sistema de control muy sensible a la contaminación, con una fiabilidad muy elevada (laboratorio aeroespacial).	Supercrítica	13/9
Sistemas de servoválvulas de alto rendimiento, presión elevada y larga duración (aviación, máquinas herramienta).	Crítica	15/11
Sistemas fiables de alta calidad. Requerimientos generales de maquinaria.	Muy importante	16/13
Maquinaria general y sistemas móviles de presión y capacidad medias.	Importante	18/14
Sistemas industriales pesados de baja presión. Aplicaciones donde no se requiera larga longevidad.	Media	19/15
Sistemas convencionales de baja presión con grandes holguras.	Protección principal	21/17

Tabla 6.10.
Clase Y/Z de contaminación sugerida por la ISO según el tipo de sistema para $\beta_s > 75$ y partículas de 5 y 15 μm . Téngase presente que es solo una referencia, que no tiene en cuenta el efecto de la presión.

6.5.3. Intercambiadores

La misión fundamental de los intercambiadores es mantener la temperatura normal de operación del sistema hidráulico.¹³ Se denominan *enfriadores* o *refrigeradores* los intercambiadores que han de enfriar el fluido, mientras que son calentadores aquellos intercambiadores destinados a calentarlo. Estos últimos no son tan frecuentes como los primeros, porque los sistemas hidráulicos normalmente son objeto de sobrecalentamiento, ya que son sistemas en los que se producen pérdidas hidráulicas que disipan

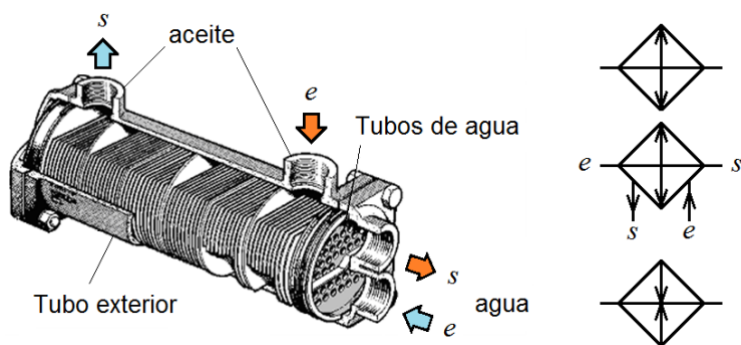


potencia útil y generan calor. Los refrigeradores (o, simplemente, intercambiadores) pueden ser de aceite-aire o de aceite-agua y, al igual que con los filtros, es recomendable situarlos en paralelo con una válvula antirretorno que absorba los picos de presión y las fluctuaciones de caudal.

En la selección del tamaño del intercambiador hay que tener en cuenta el balance entre toda la potencia disipada en forma de calor por la instalación y la capacidad refrigeradora del depósito. Entre las fuentes de calor del sistema, se encuentran todos aquellos fenómenos disipativos que se producen irreversiblemente, como la fricción mecánica, las fugas internas y las pérdidas de presión en las válvulas.

Los intercambiadores aceite-aire son constructivamente parecidos a los radiadores de coche. El aire impulsado mediante un ventilador es forzado a pasar a través de tubos aleteados por los que circula el aceite. Las aletas suelen ser de aluminio o de cualquier otro metal conductor para aumentar la ratio de transferencia. Estos intercambiadores son bastante ruidosos, pero son preferibles en instalaciones pequeñas, debido a su bajo coste y a que, a veces, no se dispone de agua para la refrigeración. Un intercambiador de agua consiste en un haz de tubos, por cuyo interior circula el agua de refrigeración, encerrado en un cilindro por el cual pasa el aceite del sistema. Es conveniente que la presión del aceite en su interior sea superior a la del circuito del agua para que las fugas, en caso de haberlas, no contaminen el aceite (otro problema será el del reciclado del aceite escapado, según la política medioambiental de la empresa). El caudal de agua disipa el calor del aceite, de forma que el salto térmico resultante puede regularse mediante termostatos para mantener la temperatura deseada.

Figura 6.11.
Intercambiador de
agua y símbolos de
un intercambiador de
aire, agua y un calen-
tador.



Los calentadores se utilizan en instalaciones que han de trabajar en el exterior a temperaturas muy frías, o cuando el sistema necesita una temperatura muy constante (algunos servosistemas). Los intercambiadores de agua pueden usarse como calentadores si se utiliza agua caliente, aunque lo normal es que sean eléctricos o que se utilice un sistema hidráulico secundario por el que se descargue una válvula limitadora de presión. Los calentadores eléctricos pueden sumergirse en el depósito, siempre que su ratio de transferencia sea del orden de 6 W/m^2 o inferior, y nunca deben usarse calentadores domésticos porque pueden hacer hervir el aceite localmente.



6.5.4. Acumuladores

Un acumulador es un instrumento dedicado a almacenar energía. En los circuitos oleohidráulicos, la energía se almacena en forma de fluido a presión y puede restituirse siguiendo un plan preestablecido.

Como la capacidad del aceite a comprimirse es limitada, los acumuladores hidráulicos suelen servirse de un medio auxiliar, que puede ser: la gravedad, o acumuladores de carga constante; un muelle, o un gas, normalmente gas nitrógeno, aunque también los hay de aire.¹⁴ Los acumuladores de gas, además, se subdividen en: de libre contacto, cuando la carga de gas y el aceite comparten una superficie libre; de pistón, en los que un émbolo separa ambos medios, y de vejiga, cuando una membrana elástica envuelve uno de los medios y los separa.

La capacidad acumulativa de los acumuladores hidráulicos puede utilizarse en numerosas aplicaciones.¹⁵ Entre sus funciones principales destacan:

- Suministrar un caudal adicional al de la bomba para alcanzar picos de velocidad elevados.
- Amortiguar las pulsaciones de presión en cualquier punto del sistema, en especial a la impulsión de la bomba.
- Compensar las fugas de aceite o sus dilataciones térmicas en sistemas cerrados.
- Aportar una fuente de energía alternativa en casos de emergencia.

El desempeño de una u otra función depende del tamaño del acumulador, su ubicación y, en el caso de los acumuladores de gas, del nivel de precarga inicial. El volumen del acumulador necesario se calcula mediante la fórmula [5.92] o similares, en función de los incrementos de volumen y presión previstos en el diagrama de tiempos del sistema.

El efecto amortiguador de un acumulador está asociado al acoplamiento entre su capacidad, C , y la resistencia del sistema formado por las válvulas y tuberías que lo conectan al resto del circuito, R . El sistema acumulador-resistencia se comporta como un sistema RC convencional, con una característica típica de pasa-bajas. La capacidad de un acumulador de gas depende de su estado termodinámico y puede aproximarse mediante la expresión (despreciando la compresibilidad del aceite):

$$C = \frac{V}{np} \quad [6.8]$$

donde V es el volumen de gas que se evalúa restando el volumen acumulado de aceite del volumen total del acumulador; n es el índice politrópico del proceso de carga o descarga de gas, que se asimila a $n = 1$ si el proceso es lento y a $n = 1,4$ si el proceso es rápido, y p es la presión absoluta del gas. Las unidades de V y p han de ser del SI para evitar incongruencias numéricas en el cálculo. Es evidente, de esta relación, que la capacidad de un acumulador hidroneumático aumenta con su volumen y disminuye a medida que se presuriza: se dice que el acumulador se rigidiza con la presión porque se muestra menos capaz de acumular fluido hidráulico.



Los procesos se entienden lentos si tienen lugar en un tiempo superior al tiempo térmico característico, y rápidos, en caso contrario.¹⁶ Por ejemplo, la amortiguación de los pulsos de presión que se producen a la impulsión de la bomba exige la carga y la descarga del acumulador a una frecuencia bastante elevada, definida por la rotación de la bomba y por el número de dientes del engrane o de pistones, etc. En cambio, la compensación de las fugas del sistema se realiza según se presentan y desplaza volúmenes pequeños. En este caso, se utilizaría $n = 1$, mientras que en el primero, $n = 1,4$.

Se ha de tener especial cuidado cuando se trabaja con acumuladores, ya que son recipientes a presión muy peligrosos en potencia. La instalación segura de un acumulador recomienda utilizar válvulas de seguridad, manómetros de presión, válvulas de descarga automática, etc., según la reglamentación técnica aplicable. Además, cuando se instala un acumulador y se carga por primera vez, deben seguirse fielmente las recomendaciones del fabricante. Normalmente, la presión de precarga de los acumuladores de gas se escoge en torno al 90% de la presión mínima de servicio exigida (se pueden comprar acumuladores precargados a una presión determinada o usar una botella de nitrógeno). Con esta precaución se evita que la membrana separadora pueda dañarse al entrar en contacto con los mecanismos de apertura del acumulador.

Por último, nunca jamás se han de realizar operaciones de mantenimiento, sustitución o rediseño de un circuito hidráulico que contenga un acumulador sin haberlo descargado antes o sin tener la certeza de que su válvula de conexión está cerrada perfectamente.

6.6. Transmisiones hidrostáticas

En los circuitos hidráulicos con motores y en las transmisiones hidrostáticas, se establece una relación de potencia entre dos elementos (como mínimo) de características análogas: una bomba y un motor, ambos de desplazamiento positivo. El uso de las transmisiones se ha extendido a numerosas aplicaciones, porque el acoplamiento hidráulico de una bomba y un motor es sencillo y ofrece una gran versatilidad de funciones. Entre otras aplicaciones, se utilizan en:

- Transmisiones de máquinas herramienta y de velocidad variable en vehículos.
- Mecanismos de dirección.
- Cabrestantes, tornos, polispastos y grúas.
- Hormigoneras.
- Accionamiento de hélices de buques.
- Otros servomecanismos con servobombas, etc.

Las transmisiones hidrostáticas pueden ser circuitos abiertos o cerrados. En una transmisión de circuito abierto (v. figura 6.12), todo el aceite proveniente de los motores regresa al depósito antes de ser aspirado de nuevo por la bomba o las bombas. En un circuito cerrado (figura 6.14), el aceite es retornado a la aspiración de la bomba para ser usado de nuevo. El depósito no desaparece en un circuito cerrado porque, normalmente, es necesario para los circuitos secundarios de acondicionamiento, filtrado y refrigeración, de



sobrepresión (para facilitar la aspiración de la bomba principal de la transmisión) y también para la reposición de las fugas de fluido.

6.6.1. Acoplamiento ideal de bomba y motor

El acoplamiento ideal de una bomba y un motor como los de la figura 6.12 es tal que no se producen pérdidas de presión o de caudal en la bomba, en el motor, ni entre ambos. En este caso, se cumple:

$$M_B \omega_B = pQ = M_M \omega_M \quad [6.9]$$

$$C_B n_B = Q = C_M n_M \quad [6.10]$$

En esta formulación, la velocidad de rotación, n , está en revoluciones por segundo, de forma que $\omega = 2\pi n$ y la cilindrada, C_i , es el volumen desplazado por revolución.¹⁷ Con estas unidades, el par ideal resulta (v. [6.4]):

$$M_i = \frac{1}{2\pi} C_i p \quad [6.11]$$

El par motor entregado, M_M , es proporcional a la presión, p (evaluada como incremento de las presiones a la entrada y a la salida) y a la cilindrada del motor, C_M . Como el caudal Q y la presión p son compartidos en el acoplamiento ideal, las revoluciones del motor son función de las de la bomba y el par de la bomba es función del par motor:

$$\begin{aligned} n_M &= \frac{Q}{C_M} = \frac{C_B}{C_M} n_B \\ M_B &= \frac{n_M}{n_B} M_M = \frac{C_B}{C_M} M_M \end{aligned} \quad [6.12]$$

La relación C_B/C_M se denomina *relación de transmisión*: si la bomba y el motor son de la misma cilindrada, entonces $n_M = n_B$ y $M_B = M_M$.

El acoplamiento ideal entre bomba y motor puede complementarse con una válvula limitadora de presión y una válvula reguladora de caudal, como se muestra en la figura 6.12. Con esta configuración, la velocidad del motor es controlada mediante la válvula de caudal y el exceso se evacúa a tanque a través de la limitadora, a una presión determinada. El control del par de salida es posible actuando sobre el tarado de la válvula limitadora, lo cual se puede hacer independientemente del control de las revoluciones si la característica de la limitadora es suficientemente horizontal (es decir, si la presión regulada es independiente del caudal evacuado).

Es posible regular de una forma más eficiente las revoluciones o el par de salida del motor de una transmisión hidrostática utilizando elementos de cilindrada variable, sin otros elementos adicionales. Se presentan tres alternativas:

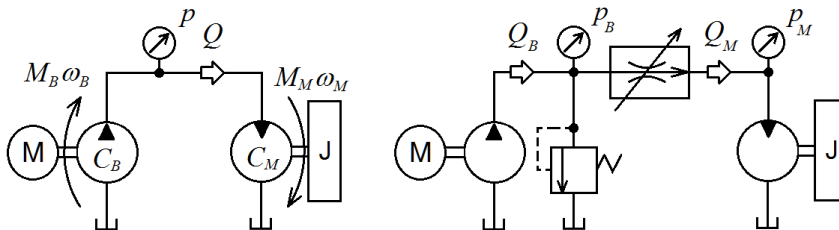
- bomba de cilindrada variable y motor de cilindrada constante;
- bomba de cilindrada fija y motor variable, y
- bomba y motor de cilindrada variable.



A continuación, se introducen las características de las dos primeras. La tercera no se explica aquí ya que resulta de la combinación de las anteriores.

Figura 6.12.

A la izquierda, acoplamiento ideal de una bomba y un motor sin pérdidas de presión o caudal entre ambos. A la derecha, transmisión hidrostática simple para el control de las revoluciones y el par del motor. La bomba y el motor son elementos ideales de cilindrada constante. La diferencia $p_B - p_M$ y el hecho que la limitadora esté siempre abierta ($Q_B > Q_M$) son factores a tener en cuenta al evaluar el rendimiento.



El sistema del primer caso permite el control lineal de las revoluciones del motor actuando sobre la cilindrada de la bomba. Las revoluciones máximas del motor se calculan mediante la expresión [6.12], siendo:

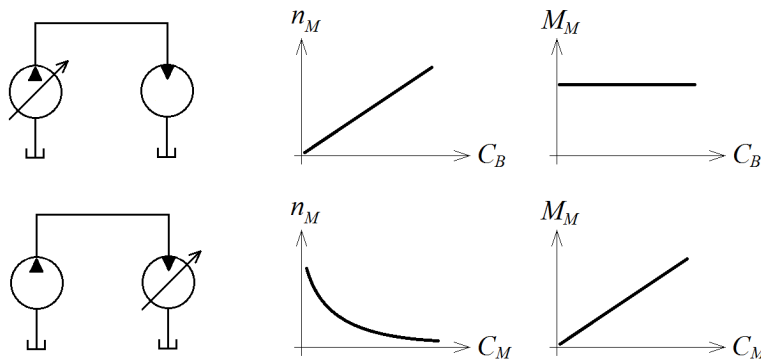
$$n_M^{\max} = \frac{C_B^{\max}}{C_M} n_B \quad [6.13]$$

El control de las revoluciones en el segundo caso no es lineal, tal como se muestra en la figura 6.13. En este caso, las revoluciones mínimas posibles del motor se calculan de:

$$n_M^{\min} = \frac{C_B}{C_M^{\max}} n_B \quad [6.14]$$

Figura 6.13.

Transmisiones con bomba o motor de cilindrada variable y curvas (ideales) de revoluciones de salida para n_B constante, y de par de salida para p_M constante, en función de C_B y C_M . La ventaja de la transmisión de bomba variable es que las revoluciones del motor son proporcionales a C_B . En la de motor variable, es el par entregado, M_M , el que cambia linealmente con C_M .



La velocidad máxima del motor está limitada por el C_M mínimo y el caudal de la bomba, pero, en muchas ocasiones, el C_M mínimo no puede alcanzarse sin sobrepasar las revoluciones máximas recomendadas para el motor.

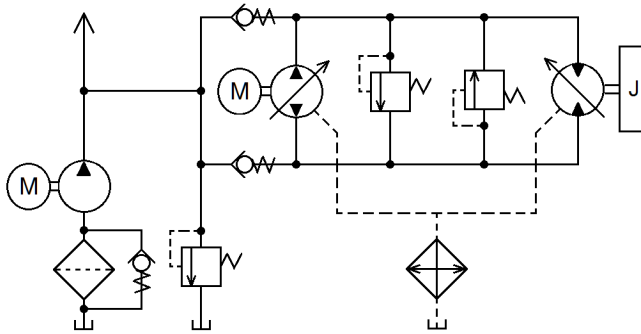


Figura 6.14. Transmisión hidrostática típica de circuito cerrado. La bomba y el motor son reversibles y de capacidad variable. La presión máxima en ambos sentidos (par máximo) se asegura mediante dos válvulas limitadoras de presión, una por lado del motor o sentido de giro. Las fugas se drenan a un depósito auxiliar y se reponen mediante la bomba auxiliar y el circuito de sobrealimentación formado por una limitadora y dos válvulas antirretorno. Esta bomba suele ser más pequeña, salvo que también se utilice para otras funciones. No se han incluido válvulas de frenado ni filtros de presión.

6.6.2. Desviaciones del funcionamiento ideal

El funcionamiento en régimen permanente de las bombas y de los motores se produce con pérdidas que se incluyen en el cálculo mediante los rendimientos correspondientes.¹⁸ En este apartado, se describe el efecto de dichas pérdidas y su origen, y se deducen las expresiones con las que evaluar los rendimientos.

El caudal entregado por una bomba puede expresarse en función de su desplazamiento y del caudal de fugas, $q_{F,B}$, de la forma:

$$Q = C_B n_B - q_{F,B} \quad [6.15]$$

La expresión correspondiente a un motor es:

$$Q = C_M n_M + q_{F,M} \quad [6.16]$$

Las fugas de caudal pueden ser de origen laminar o turbulento, o de ambos (porque son la suma de efectos de origen diverso). En general, una buena aproximación consiste en suponer que son proporcionales a la presión diferencial y a la cilindrada del elemento, e inversamente proporcionales a la viscosidad del fluido.¹⁹ Si k_F es la constante de proporcionalidad, la relación anterior se expresa:

$$q_{F,i} = k_{F,i} \frac{C_i \Delta p_i}{2\pi \mu} \quad [6.17]$$

El caudal de una bomba se calcula, entonces, mediante la expresión:

$$Q = C_B n_B - k_F \frac{C_B \Delta p_B}{2\pi \mu} = C_B (n_B - n_0) \quad [6.18]$$

y su rendimiento sería:

$$\eta_{V,B} = 1 - \frac{k_F \Delta p_B}{2\pi \mu n_B} \quad [6.19]$$

De la misma manera, se deduce que el rendimiento volumétrico de un motor es:²⁰



$$\eta_{V,M} = \frac{1}{1 + \frac{k_F}{2\pi} \frac{\Delta p_M}{\mu n_M}} \quad [6.20]$$

Las fugas en una transmisión hidrostática reducen las revoluciones de salida del motor. Es decir, en una transmisión hidrostática formada por solo una bomba y un motor, sin pérdidas en los conductos, de modo que todo el caudal entregado por la bomba llegue al motor, la combinación de las ecuaciones [6.15] y [6.16] conduce a:

$$n_M = \frac{C_B}{C_M} n_B - \frac{q_{F,B} + q_{F,M}}{C_M} \quad [6.21]$$

Si, además, la transmisión es tal que $\Delta p_B = \Delta p_M = \Delta p$, se deduce que el rendimiento volumétrico máximo total es, para k_F común:

$$\eta_{V,T} = \eta_{V,B} \eta_{V,M} = \frac{1 - \frac{k_F}{2\pi} \frac{\Delta p}{\mu n_B}}{1 + \frac{k_F}{2\pi} \frac{\Delta p}{\mu n_M}} \quad [6.22]$$

En lo referente a las relaciones de par aplicado y consumido, y su relación con los rendimientos mecánicos y las pérdidas, conviene recordar que el par ideal de una bomba o de un motor se evalúa mediante la expresión [6.11], y que el rendimiento mecánico de un motor es:

$$\eta_{m,M} = 2\pi \frac{M_M}{C_M \Delta p_M} \quad [6.23]$$

El par de entrada necesario para el accionamiento de una bomba aumenta como consecuencia de las pérdidas de par. En un motor, en cambio, según la ecuación [6.23], las pérdidas reducen el par entregado. Estas pérdidas de par siempre se incrementan con el tamaño del elemento y son debidas a tres motivos fundamentales:

- el rozamiento viscoso;
- el rozamiento entre superficies sólidas en movimiento cuando la lubricación actúa en el rango inferior de una película fina de aceite, y
- el rozamiento seco entre superficies en contacto, donde la fuerza normal es independiente de la presión y casi una constante.

Las fuerzas de carácter viscoso en las bombas y en los motores tienen lugar en la cabeza de las paletas y de los dientes de un piñón, en las caras laterales de estos y de los cilindros, en los cojinetes y en las juntas, y en los elementos de otros componentes hidráulicos, como compensadores, válvulas de *load-sensing*, etc. El par resistente ocasionado por estas fuerzas es proporcional a la velocidad relativa entre las superficies y a la viscosidad del fluido, y se puede aproximar mediante la expresión:



$$M_{V,i} = k_{V,i} C_i \mu n_i \quad [6.24]$$

El segundo tipo de fuerzas aparece en las mismas ubicaciones que el rozamiento viscoso, pero solo cuando, por efecto de la carga dinámica, se producen desplazamientos de las superficies del orden del juego mecánico. Esta fuerza es casi independiente de la velocidad relativa entre superficies y proporcional a la fuerza de contacto, que es, a su vez, proporcional a la presión que origina el desplazamiento. Es decir:

$$M_{R,i} = k_{R,i} \frac{C_i}{2\pi} \Delta p_i \quad [6.25]$$

El rozamiento seco ocurre en las juntas de los ejes y otros sistemas de estanqueidad. La pérdida de par ocasionada por estos elementos es prácticamente constante, de valor aproximado M_S , y es relativamente pequeña en la mayoría de casos, por lo que puede, en general, despreciarse.

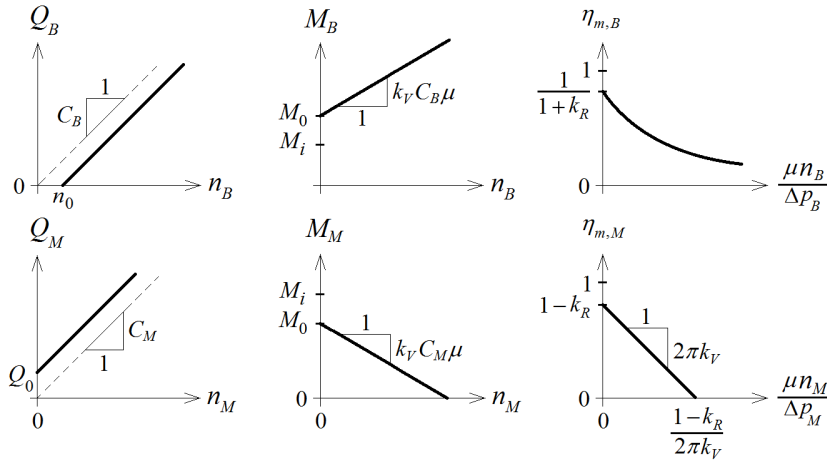


Figura 6.15.
A la izquierda, efecto de las fugas de caudal en las bombas y en los motores. Gráficos a presión y viscosidad constantes. Una bomba ha de girar a unas revoluciones mínimas para impulsar caudal [6.18]. Un motor necesita un caudal mínimo para empezar a girar [6.16]. Este caudal mínimo lleva asociada una diferencia de presión mínima de arranque [6.17]. En el centro, par de entrada a una bomba y par entregado por un motor. Obsérvese que, en la bomba, el par de arranque, M_0 , es superior al par ideal [6.11], mientras que en el motor es inferior. A la derecha, los rendimientos mecánicos correspondientes.

Con todo, el par de entrada a una bomba es:

$$\begin{aligned} M_B &= \frac{1}{2\pi} C_B \Delta p_B + k_V C_B \mu n_B + k_R \frac{C_B}{2\pi} \Delta p_B + M_{S,B} = \\ &= \left(M_i + k_R \frac{C_B}{2\pi} \Delta p_B + M_{S,B} \right) + k_V C_B \mu n_B = M_0 + k_V C_B \mu n_B \end{aligned} \quad [6.26]$$

y su rendimiento mecánico:

$$\eta_{m,B} = \frac{1}{1 + \left(2\pi k_V \frac{\mu n_B}{\Delta p_B} + k_R + 2\pi \frac{M_{S,B}}{C_B \Delta p_B} \right)} \quad [6.27]$$

El par entregado por un motor es:



$$M_M = \left(\frac{1}{2\pi} C_M \Delta p_M - k_R \frac{C_M}{2\pi} \Delta p_M - M_{S,M} \right) - k_V C_M \mu n_M \quad [6.28]$$

y su rendimiento:

$$\eta_{m,M} = 1 - \left(2\pi k_V \frac{\mu n_M}{\Delta p_M} + k_R + 2\pi \frac{M_{S,M}}{C_M \Delta p_M} \right) \quad [6.29]$$

Todas estas relaciones se muestran en la figura 6.15, para el caso en que $M_S=0$.

6.6.3. Relaciones de potencia y rendimiento total

Las relaciones básicas de la potencia hidráulica y mecánica en una bomba o motor son:

$$\begin{aligned} N^H &= Q \Delta p \\ N^m &= 2\pi M n \end{aligned} \quad [6.30]$$

Las potencias de entrada y de salida de una bomba son, respectivamente, mecánica e hidráulica. Es decir:

$$\begin{aligned} N_B^{m,E} &= \left(C_B \Delta p_B + 2\pi k_V C_B \mu n_B + k_R C_B \Delta p_B + M_{S,B} \right) n_B \\ N_B^{H,S} &= \left(C_B n_B - k_F \frac{C_B}{2\pi} \frac{\Delta p_B}{\mu} \right) \Delta p_B \end{aligned} \quad [6.31]$$

Las potencias de entrada y de salida de un motor son, en cambio, hidráulica y mecánica:

$$\begin{aligned} N_M^{H,E} &= \left(C_M n_M + k_F \frac{C_M}{2\pi} \frac{\Delta p_M}{\mu} \right) \Delta p_M \\ N_M^{m,S} &= \left(C_M \Delta p_M - 2\pi k_V C_M \mu n_M - k_R C_M \Delta p_M - M_{S,M} \right) n_M \end{aligned} \quad [6.32]$$

El rendimiento total de una bomba o de un motor se evalúa como el cociente entre la potencia de salida y la potencia de entrada. Utilizando las ecuaciones anteriores, se tiene que, para unos coeficientes k_F , k_V y k_R comunes y despreciando los términos M_S , estos rendimientos son:

$$\begin{aligned} \eta_{T,B} &= \frac{1 - \frac{k_F}{2\pi} \frac{\Delta p_B}{\mu n_B}}{1 + \left(2\pi k_V \frac{\mu n_B}{\Delta p_B} + k_R \right)} \\ \eta_{T,M} &= \frac{1 - \left(2\pi k_V \frac{\mu n_M}{\Delta p_M} + k_R \right)}{1 + \frac{k_F}{2\pi} \frac{\Delta p_M}{\mu n_M}} \end{aligned} \quad [6.33]$$

Se deduce rápidamente que:

$$\eta_{T,i} = \eta_{V,i} \eta_{m,i} \quad [6.34]$$



De la expresión [6.33] se observa que el rendimiento total de una máquina volumétrica es una función solo de los coeficientes k_F , k_V y k_R y del parámetro $\mu n/\Delta p$. Esto revela dos características importantes de estas unidades: el valor del parámetro $\mu n/\Delta p$ define la condición de rendimiento máximo, que puede obtenerse de forma analítica, y que este rendimiento es función solo de los coeficientes k_i . La operación correspondiente puede realizarla el lector derivando las expresiones [6.33]. El resultado es:

$$\left[\frac{\Delta p_B}{\mu n_B} \right]_{\eta_{T,B}^{\max}} = k_F \left(\left(1 + \frac{1+k_R}{k_F k_V} \right)^{1/2} + 1 \right)$$

$$\left[\frac{\Delta p_M}{\mu n_M} \right]_{\eta_{T,M}^{\max}} = k_F \left(\left(1 + \frac{1-k_R}{k_F k_V} \right)^{1/2} - 1 \right)$$
[6.35]

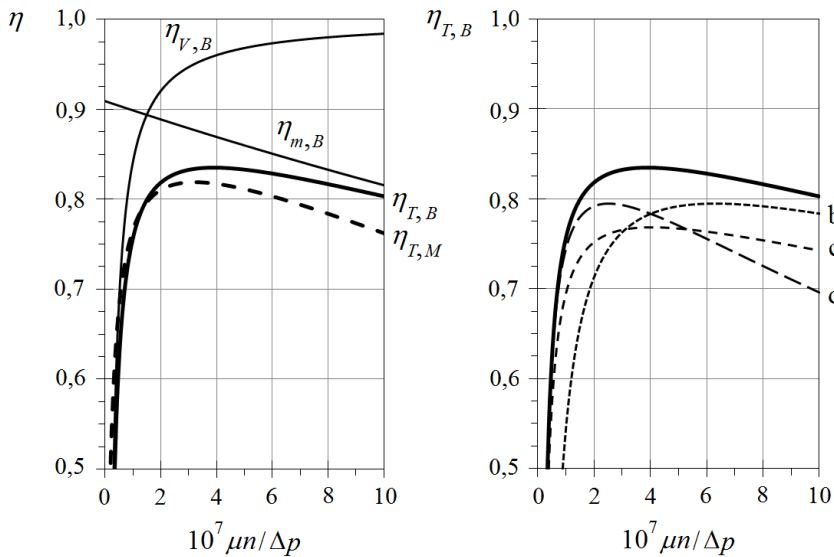


Figura 6.16.

A la izquierda, se muestran los rendimientos volumétrico, mecánico y total de una bomba de desplazamiento positivo, y el rendimiento total de un motor, en función del parámetro $\mu n/\Delta p$, para una referencia de $k_F = 10^{-7}$, $k_V = 2 \cdot 10^4$ y $k_R = 0,1$.

A la derecha, se observa la influencia de los parámetros k_F , k_V y k_R en el rendimiento total de una bomba.

Leyenda:

b, $k_F = 2,5 \cdot 10^{-7}$, $k_V = 2 \cdot 10^4$, $k_R = 0,1$;

c, $k_F = 10^{-7}$, $k_V = 2 \cdot 10^4$ y $k_R = 0,2$;

d, $k_F = 10^{-7}$, $k_V = 5 \cdot 10^4$ y $k_R = 0,1$.

El rendimiento máximo correspondiente se obtiene sustituyendo las ecuaciones anteriores en la expresión del rendimiento total:

$$\eta_{T,B}^{\max} = \frac{1}{1 + k_R + 2k_F k_V \left(1 + \left(1 + \frac{1+k_R}{k_F k_V} \right)^{1/2} \right)}$$

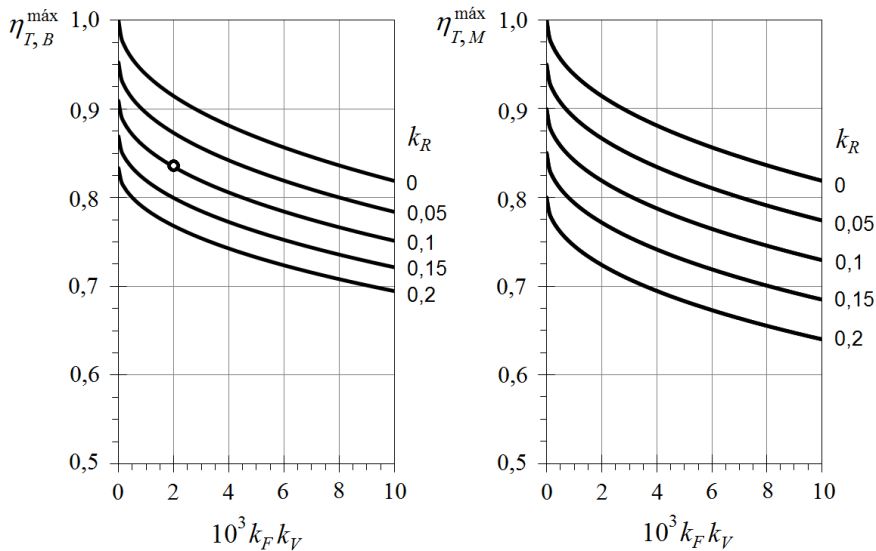
$$\eta_{T,M}^{\max} = 1 - k_R + 2k_F k_V \left(1 - \left(1 + \frac{1-k_R}{k_F k_V} \right)^{1/2} \right)$$
[6.36]



En conclusión, en una transmisión hidrostática sin pérdidas en los conductos y donde solo haya una bomba y un motor tal que $\Delta p_B = \Delta p_M = \Delta p$, se deduce que el rendimiento total es:

$$\eta_{T,T} = \eta_{T,B} \eta_{T,M} = \left[\frac{1 - \frac{k_F}{2\pi} \frac{\Delta p}{\mu n_B}}{1 + \frac{k_F}{2\pi} \frac{\Delta p}{\mu n_M}} \right] \left[\frac{1 - \left(2\pi k_V \frac{\mu n_M}{\Delta p} + k_R \right)}{1 + \left(2\pi k_V \frac{\mu n_B}{\Delta p} + k_R \right)} \right] \quad [6.37]$$

Figura 6.17. Rendimiento total máximo de un motor y de una bomba de desplazamiento positivo. El punto que se indica en la figura de la izquierda, se corresponde a la referencia de la figura 6.16.



6.7. Circuitos para la regulación de la velocidad

La regulación de la velocidad de un actuador puede hacerse por diversos procedimientos, utilizando técnica convencional o proporcional.²¹ En este apartado, se explican las ventajas y los inconvenientes de los sistemas que utilizan válvulas reguladoras de caudal en función de su ubicación en el circuito, y los divisores de caudal.

6.7.1. Regulación por estrangulación

Los sistemas de regulación de la velocidad por estrangulación pueden ser: de regulación a la salida o *meter-out*; de regulación a la entrada o *meter-in*, y de regulación por derivación o *bleed-off*.

La regulación a la salida se realiza colocando la válvula de caudal en el conducto de salida del actuador según su sentido de movimiento. Esta regulación puede utilizarse con cualquier tipo de carga, porque el efecto de la regulación no se interrumpe aunque la



carga cambie de sentido, siendo especialmente adecuada en máquinas herramienta en las que el esfuerzo es discontinuo, como en las taladradoras, las mandrinadoras o las rosca-doras de interiores. Su inconveniente principal es que las presiones de trabajo del actua-dor son elevadas, debido al efecto multiplicador de la contrapresión generada por la regulación.²² Además, si la válvula de caudal utilizada no es compensada o lo es de dos vías, el exceso de caudal se evacúa a través de la limitadora, con los problemas de calen-tamiento que esto acarrea.

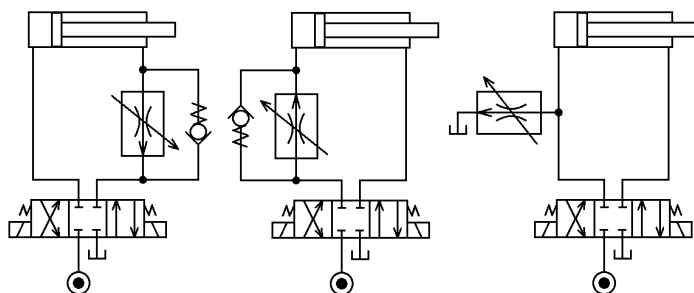


Figura 6.18. Sistemas de regulación a la salida (*meter-out*), a la entrada (*meter-in*) y por sustracción (*bleed-off*). En los sistemas *meter-out* y *meter-in*, es posible regu-lar en ambos sentidos con una sola válvula de cau-dal si se coloca en la línea de retorno "T", o en la "P", respectivamente, pero en-tonces la regulación es única.

El sistema de control de la velocidad con regulación a la entrada se usa cuando la carga se opone al movimiento y no se prevé su cambio de sentido, como por ejemplo en el levantamiento de pesos, en las máquinas de soldar o en el avance de las mesas rectificadoras. En estas aplicaciones, se dice que la carga es resistiva. La ventaja fundamental de esta regulación es que el nivel de presiones en ambas caras del actuador es menor que cuando se usa regulación a la salida y se adapta a la presión equivalente de la carga resistiva. Entre sus desventajas están que no impide el embalamiento eventual de la carga, por lo que este sistema de regulación "pierde el control" cuando la carga tira en el mismo sentido que avanza el actuador, y que el aceite llega al actuador a más temperatura por el efecto de la estrangulación, lo cual puede afectar la precisión de la regulación. El exceso de caudal también se evacua a tanque a través de la limitadora, si no se utiliza una válvula compensada de tres vías.

La regulación en derivación o por sustracción regula el caudal sobrante, por lo que no es un tipo de regulación recomendable cuando la carga puede experimentar cambios de sentido o magnitud, porque la velocidad solo es regulada cuando se mantienen las condiciones de presión. La precisión de esta regulación es menor que en otros sistemas, porque el caudal regulado no es el útil, pero, pese a este inconveniente, el sistema en derivación tiene indudables ventajas prácticas (cuando la carga lo permite), como, por ejemplo:

- La presión de trabajo se adapta a la carga existente, por lo que no se multiplica la presión del actuador ni la de la bomba.
- El caudal se evacúa a tanque al lado del actuador, por lo que se hace a la presión de trabajo y no a la presión de apertura de la limitadora.
- Si se dimensiona adecuadamente el sistema bomba-actuador en función de la velocidad requerida, este sistema puede usar válvulas reguladoras de caudal realmente pequeñas, lo cual supone una ventaja si se utilizan válvulas compensadas en presión.

6.7.2. Divisores de caudal

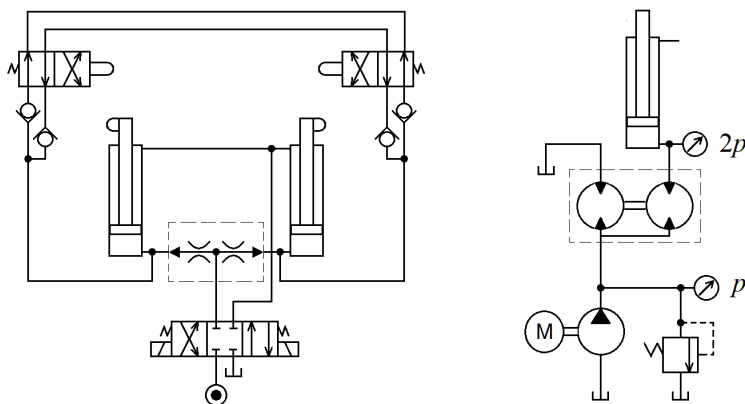
Los divisores de caudal son circuitos hidráulicos que dividen el caudal de entrada en otros de salida, iguales o no, que pueden utilizarse para el sincronismo de varios actuadores, o el control del movimiento de un actuador a varias velocidades. Los divisores de caudal pueden ser de dos tipos: de válvula y divisores mediante motores hidráulicos.

La válvula divisora de caudal consiste en un par de orificios calibrados que dividen el caudal de entrada en dos partes iguales. La corredera de la válvula donde se han practicado los orificios tiene la virtud de desplazarse abriendo o cerrando los orificios para compensar las diferencias de caudal que pueden surgir por cambios en la carga (hasta el punto de que, si una salida se bloquea, la corredera cierra la otra automáticamente). Lamentablemente, estas válvulas están limitadas en caudal y solo trabajan bien cerca de su caudal de diseño. Además, como es imposible que sus vías sean exactamente iguales, no es conveniente delegar en ellas el movimiento sincronizado de dos actuadores durante varios ciclos de trabajo porque los errores por acumulación pueden ser grandes. Para conseguir un sincronismo de ciclo perfecto, se han de prever válvulas de sincronismo, que son válvulas VCD 4/2 accionadas mediante leva, que redirigen el caudal al cilindro que aún no ha llegado al final de carrera y así garantizan la repetición del ciclo.

Varios motores hidráulicos conectados a un mismo eje permiten dividir el caudal en diferentes partes, en función de la relación de sus capacidades volumétricas. Normalmente, se utilizan motores de engranajes, por su bajo precio, sus buenas características dinámicas y una aceptable estanqueidad. En cualquier caso, la división del caudal mediante motores tampoco es perfecta, debido a que las fugas internas particulares dependen de la presión de trabajo de cada motor. Una solución que mejora las prestaciones de este tipo de divisores es utilizar motores de más precisión, como los de pistones (aunque rara vez se utilizan, por su elevado coste y mayor inercia), o motores de capacidad variable.

Un divisor de caudal de motores también se puede utilizar como circuito intensificador de presión, lo cual debe tomarse con la precaución debida: a veces, el usuario de los divisores de caudal de este tipo desconoce, por inexperiencia, que los motores pueden amplificar la presión si sus condiciones de trabajo no son semejantes.²³

Figura 6.19.
Circuito divisor de caudal con una válvula divisora y dos válvulas de sincronismo (izquierda) e intensificador de presión (derecha). El motor de la izquierda descarga a tanque y comunica todo el par al eje del motor de la derecha (que trabaja como una bomba). El resultado es que la presión de salida de este último es, en teoría, el doble de la presión marcada por la válvula de seguridad.





6.8. Circuitos regenerativos

Se habla de ciclo regenerativo de un cilindro hidráulico cuando el fluido de la cámara del vástago se reúne con el proveniente del circuito y es enviado a la cámara del lado del émbolo de mayor sección. Esta regeneración del caudal puede utilizarse para conseguir velocidades de salida del actuador mayores o, por ejemplo, también para compensar la diferencia de áreas de un cilindro asimétrico (diferencial) y conseguir una misma velocidad de entrada y de salida con una válvula convencional 1:1. En la figura 6.20 se reproduce un esquema genérico de un circuito de este tipo.

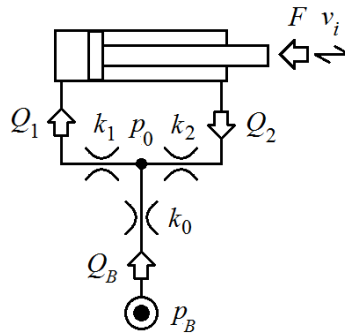


Figura 6.20. Esquema básico de un circuito regenerativo. Leyenda: k_i es el coeficiente de caudal que se define de $\Delta p_i = k_i Q_i^2$, para cada válvula o estrangulador; p_B es la presión de impulsión de la bomba; p_0 es la presión en el nudo común; p_1 y p_2 son las presiones en las cámaras anterior y posterior del actuador; d es el diámetro del vástago; D es el diámetro del émbolo; Q_B es el caudal de impulsión efectivo de la bomba; Q_1 y Q_2 son los caudales de entrada y salida en los puntos indicados; v_i es la velocidad de entrada o de salida del actuador, y F es la fuerza exterior aplicada.

Para el sistema anterior con el cilindro saliendo, se verifica continuidad en el nudo:

$$Q_1 = Q_2 + Q_B \quad [6.38]$$

En régimen permanente, el equilibrio de fuerzas sobre el actuador es:

$$p_1 A_1 = p_2 A_2 + F + F_f \quad [6.39]$$

Aplicando la ecuación de la energía, se deduce:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_0 - k_1 Q_1^2 \\ p_2 &= p_0 + k_2 Q_2^2 \\ p_0 &= p_B - k_0 Q_B^2 \end{aligned} \quad [6.40]$$

Las secciones del actuador son:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\pi}{4} D^2 \\ A_2 &= \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \end{aligned} \quad [6.41]$$

por lo cual la relación de secciones se calcula haciendo:

$$\varphi = \frac{A_2}{A_1} = 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \quad [6.42]$$



El sistema de ecuaciones anteriores permite extraer conclusiones importantes para este tipo de circuitos. Para empezar, en un ciclo regenerativo “todo lo que se gana en velocidad, se pierde en fuerza”. Si no se presentasen pérdidas de carga y $F_f=0$, entonces:

$$p_0 = p_1 = p_2 = p_B^{\min} \quad [6.43]$$

que sería la mínima presión de impulsión de la bomba para la fuerza, F , realizable por el actuador durante el movimiento de salida:

$$F = p_B^{\min} (A_1 - A_2) \quad [6.44]$$

El rendimiento del ciclo (de salida) se calcularía haciendo:

$$\eta = \frac{p_B^{\min}}{p_B} = \frac{F}{(A_1 - A_2) p_B} \quad [6.45]$$

Se puede llegar a esta expresión del rendimiento del sistema regenerativo por el procedimiento tradicional. En general, se define:

$$\eta = \frac{Fv}{p_B Q_B} \quad [6.46]$$

como:

$$v = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{Q_2}{A_2} \quad [6.47]$$

y por continuidad se verifica [6.38], resulta:

$$v = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{Q_B + Q_2}{A_1} = \frac{Q_2}{A_2} \quad [6.48]$$

o bien:

$$v = \frac{Q_B}{(A_1 - A_2)} = \frac{1}{1 - \varphi} \frac{Q_B}{A_1} \quad [6.49]$$

de donde, en definitiva:

$$\eta = \frac{F Q_B}{p_B (A_1 - A_2) Q_B} \quad [6.50]$$

que coincide con [6.45].

Es bien sabido que, cuando se utiliza un cilindro diferencial²⁴ en un ciclo regenerativo, se cumple que las velocidades de entrada y de salida coinciden. En principio, puede obtenerse cualquier razón de velocidades, pues se deduce que (sin regeneración a la entrada):

$$\frac{v_e}{v_s} = \frac{1 - \varphi}{\varphi} \quad [6.51]$$



El ingenio del hombre ha desarrollado numerosos esquemas de circuitos regenerativos de diversa utilidad. En líneas generales, los circuitos regenerativos se clasifican según su capacidad de excluir el ciclo regenerativo y de bloquear el actuador en una posición intermedia. Por tanto, son posibles cuatro combinaciones de circuitos regenerativos, según sean excluyentes o bloqueantes (v. figura 6.21).

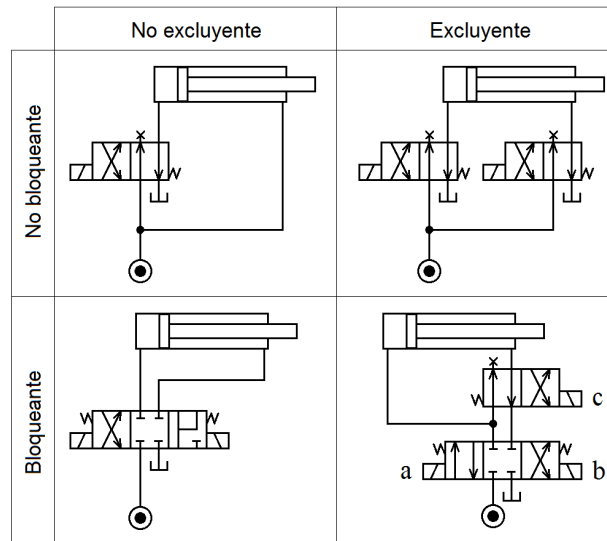


Figura 6.21. Algunos tipos de circuitos regenerativos según su capacidad de exclusión y bloqueo. Configuraciones de una y dos VCD. No son las únicas configuraciones posibles.

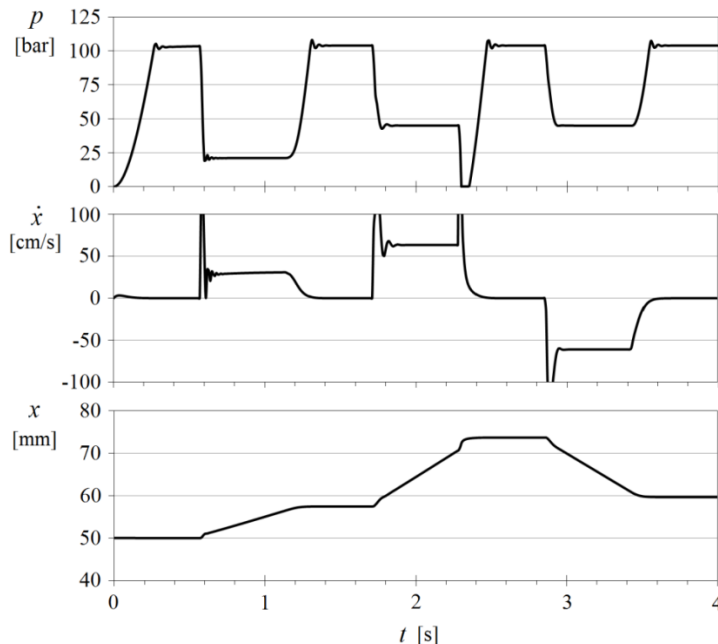


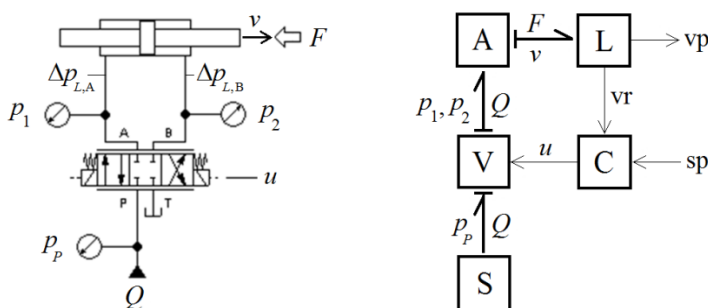
Figura 6.22. Resultado de la simulación para el circuito excluyente y bloqueante de la figura 6.21. En el instante $t = 0,6$ se excita el electroimán "a" y el cilindro sale siguiendo el circuito no regenerativo hasta el instante $t = 1,2$. En el instante $t = 1,7$ se excitan "a" y "c" y el cilindro sale de nuevo, pero a más velocidad: se ha activado el ciclo regenerativo. Del instante $t = 2,8$ al $t = 3,4$ se excita "b" (y se desconectan "a" y "c") y se produce el retorno del cilindro diferencial a la misma velocidad (pero en sentido contrario).



6.9. Servoactuadores hidráulicos

Un servoactuador hidráulico es un sistema híbrido formado por una servoválvula y un cilindro de bajo rozamiento, acoplados en un único cuerpo. La construcción compacta y sólida de un servoactuador reduce la longitud de los conductos de conexión, lo que disminuye las pérdidas de línea, $\Delta p_{L,A}$ y $\Delta p_{L,B}$, y minimiza el volumen de aceite entre la servoválvula y el cilindro. Las prestaciones dinámicas del sistema mejoran porque el rozamiento es mínimo y aumenta la rigidez hidráulica del conjunto. El resultado es un elemento muy apropiado allí donde se necesite alta potencia y precisión, con gran velocidad de respuesta y una frecuencia propia muy elevada.

Figura 6.23.
Servoactuador hidráulico
simétrico (en esquema)
moviéndose a velocidad
 v contra una fuerza F .
S, sistema hidráulico de
alimentación; V, ser-
voválvula; A, actuador;
L, carga, y C, control y
amplificador.
 v_p es la variable del pro-
ceso controlado, v_r la va-
riable medida y sp la
consigna (*set point*).



De una forma sencilla, un servomecanismo (o un “servo”) es un sistema de control que mide su propia señal de salida, sea esta una posición, una velocidad, una fuerza o cualquier otra magnitud física, y la corrige de forma rápida, precisa y estable para hacerla coincidir con la señal de entrada. Existen diferentes alternativas tecnológicas que cumplen con esta función y cuya elección depende del nivel de potencia necesaria y del ancho de banda alcanzable: desde los servomecanismos electroneumáticos, hasta los electrohidráulicos, pasando por los mecánicos. En general, se admite que los servos hidráulicos son la mejor opción en aplicaciones de gran potencia que requieran una respuesta dinámica elevada. El coste del sistema depende, evidentemente, del nivel de potencia necesario, pero debe considerarse desde una perspectiva relativa, porque no es el único criterio de selección. Un servo electrohidráulico es más caro porque el equipo de alimentación ha de ser de alta presión y no es sencillo reducir el nivel de contaminación del sistema o mantener acondicionado el fluido. Estos servos exigen un mantenimiento continuado, pero su elevada rigidez garantiza una mayor precisión, una menor sensibilidad a las perturbaciones externas y una mejor respuesta frecuencial que otras alternativas existentes hoy día.

Este apartado se centra en la descripción de los servoactuadores hidráulicos utilizados en servosistemas en que un actuador lineal es controlado por una válvula. Los elementos básicos de los servos electrohidráulicos se muestran en la figura 6.24, aunque se reconoce que esta no es la única arquitectura posible.²⁵ Las prestaciones de un servoactuador son de un orden de magnitud superior a la de otros sistemas proporcionales que usan válvulas como elemento de regulación, pero su coste es también más alto, por lo cual su uso no siempre resulta indicado, sobre todo en aplicaciones de ámbito general o no muy exigentes. En cualquier caso, las ecuaciones que se deducen aquí pueden utilizarse también en el diseño de un sistema formado por el acoplamiento de una válvula proporcional y un actuador, ya sea lineal o rotativo.²⁶

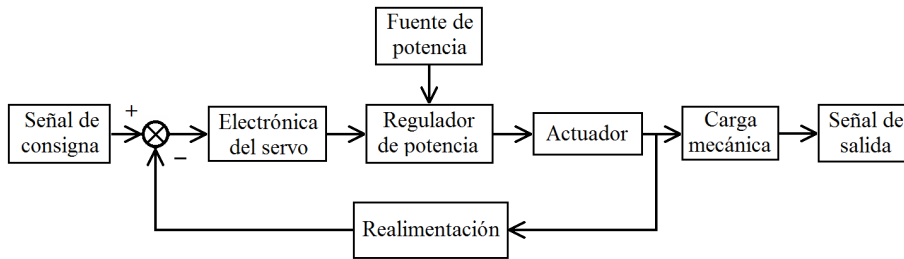


Figura 6.24. Arquitectura básica de un servosistema electrohidráulico formado por un conjunto de válvula (regulador de potencia) y actuador.

6.9.1. Condición de potencia máxima

El conjunto formado por una válvula proporcional o una servoválvula y un actuador, conectados como en la figura 6.23, verifica una condición de potencia máxima comunicada a la carga que es función del tamaño de la válvula y de la presión de alimentación para una presión de carga concreta. Esta condición permite determinar el conjunto óptimo de las variables y de los parámetros del sistema, que conduce al mejor aprovechamiento de la potencia disponible. En otras palabras, el diseño del sistema que se realice en la condición de máximo será el de menor tamaño y coste para una potencia determinada.

La potencia transmitida a la carga por un actuador simétrico (de área, A , y $\varphi=1$) en el supuesto ideal, sin pérdidas en los conductos ni en el actuador, es:

$$N = Fv = (p_1 - p_2)Q \quad [6.52]$$

Para el caso de una válvula de superposición nula (de solapamiento crítico) y una característica de caudal del tipo:

$$Q = C_d S(x_c) \left(\frac{2\Delta p_{ij}}{\rho} \right)^{1/2} \quad [6.53]$$

donde x_c es el desplazamiento de su corredera, resulta:

$$N = (p_1 - p_2) C_d S(x_c) \left(\frac{2\Delta p_{ij}}{\rho} \right)^{1/2} \quad [6.54]$$

Si la válvula es simétrica, esta ecuación se puede escribir en función de la presión de carga, definida como $p_L = p_1 - p_2 = F/A$, con $p_T = 0$, como:

$$N = p_L C_d S(x_c) \left(\frac{p_P - p_L}{\rho} \right)^{1/2} \quad [6.55]$$

El máximo se encuentra derivando la expresión anterior en función de p_L e igualando a cero el resultado:

$$\frac{\rho^{1/2}}{C_d S(x_c)} \left[\frac{dN}{dp_L} \right]_{N_{\max}} = (p_P - p_L)^{1/2} - \frac{1}{2} \frac{p_L}{(p_P - p_L)^{1/2}} = 0 \quad [6.56]$$



de donde se deduce que la presión de carga de potencia máxima es:

$$p_L^{N_{\max}} = \frac{2}{3} p_P \quad [6.57]$$

y

$$N_{\max} = \frac{2}{3} p_P C_d S(x) \left(\frac{1}{3} \frac{p_P}{\rho} \right)^{1/2} \quad [6.58]$$

Esta última expresión se puede escribir, en función de la condición nominal de la fórmula [6.5] para $i=i_N$, de la forma:

$$N_{\max} = \left(\frac{4}{27} \right)^{1/2} \left(\frac{p_P}{\Delta p_N} \right)^{1/2} p_P Q_N \quad [6.59]$$

Las presiones p_1 y p_2 correspondientes son:

$$\begin{aligned} p_1^{N_{\max}} &= \frac{1}{2} (p_P + p_L^{N_{\max}}) = \frac{5}{6} p_P \\ p_2^{N_{\max}} &= \frac{1}{2} (p_P - p_L^{N_{\max}}) = \frac{1}{6} p_P \end{aligned} \quad [6.60]$$

El rendimiento se define como:

$$\eta = \frac{Fv}{p_P Q_B} = \frac{(p_1 - p_2)Q}{p_P Q_B} = \frac{p_L}{p_P} \frac{Q}{Q_B} \quad [6.61]$$

de donde se deduce que el rendimiento para la potencia máxima es del 66,7 % si la válvula limitadora permanece cerrada. En caso contrario, el rendimiento se calcularía haciendo:

$$\eta = \frac{(p_1 - p_2)(Q_B - Q_{VLP})}{p_P Q_B} = \frac{p_L}{p_P} \left(1 - \frac{Q_{VLP}}{Q_B} \right) \quad [6.62]$$

Si el actuador es asimétrico, con $\varphi = A_2/A_1$, se demuestra también que la presión de carga de potencia máxima continúa siendo $F/A_i = 2/3 p_P$, independientemente del sentido del movimiento, donde A_i es la superficie de empuje: A_1 para el movimiento de salida y A_2 , para el de entrada. Las presiones p_1 y p_2 cumplen entonces las relaciones siguientes, para el movimiento de salida:

$$\begin{aligned} p_L^{N_{\max}} &= \frac{F}{A_1} = \frac{2}{3} p_P \\ p_1^{N_{\max}} &= \frac{2}{3} \frac{1 + \frac{3}{2} \varphi^3}{1 + \varphi^3} p_P \\ p_2^{N_{\max}} &= \frac{1}{3} \frac{\varphi^2}{1 + \varphi^3} p_P \end{aligned} \quad [6.63]$$



y, para el movimiento de entrada:

$$\begin{aligned}
 p_L^{N_{\max}} &= \frac{F}{A_2} = \frac{2}{3} p_P \\
 p_1^{N_{\max}} &= \frac{1}{3} \frac{\varphi}{1+\varphi^3} p_P \\
 p_2^{N_{\max}} &= \frac{1}{3} \frac{3+2\varphi^3}{1+\varphi^3} p_P
 \end{aligned} \tag{6.64}$$

Obsérvese que las expresiones [6.60], [6.63] y [6.64] son indistintas del tamaño de la válvula utilizada.²⁷

La presión p_L no es constante durante el trabajo del sistema. Es más, es posible que tome el valor dado por [6.57] solo en un breve intervalo de tiempo (salvo que la carga sea sensiblemente constante durante todo el ciclo y el efecto de la aceleración, reducido).²⁸ No obstante, esta relación es un buen indicativo del valor mínimo que debe darse a la presión de alimentación para mantener la presión p_L por debajo del valor de potencia máxima, en la parte creciente de la curva de potencia de la figura 6.26. Este criterio evita que p_L tienda a p_P ante eventuales aumentos de la carga, circunstancia no deseable porque reduce la caída de presión a través de las vías de la válvula y disminuye no solo su caudal, sino también su ganancia y su capacidad de control.

6.9.2. Diseño del servoactuador óptimo

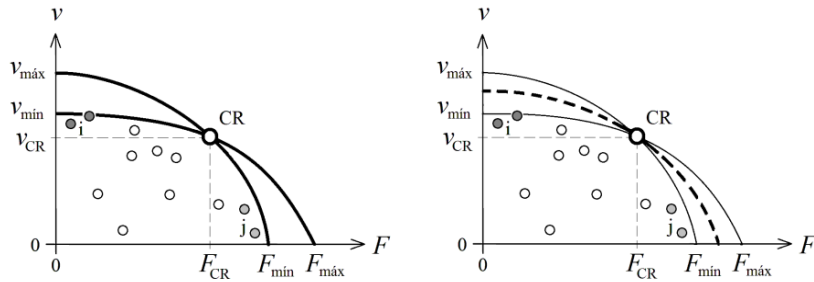
Los servoactuadores se diseñan según si interesa que el resultado tenga un cilindro de área mínima, la servoválvula más pequeña, o que el conjunto tenga el mínimo coste, el mínimo peso, el máximo rendimiento, etc. El dimensionado sigue unos criterios funcionales de mínima fuerza, mínima velocidad sin carga o válvula más pequeña.

Las especificaciones óptimas del servoactuador solo pueden concretarse una vez estudiada la aplicación en que se ha de instalar y se conocen las características de todos los puntos de trabajo. Por lo general, resulta suficiente representar, en un gráfico de fuerza-velocidad, aquellos puntos de funcionamiento del sistema más comprometidos (que, con experiencia, se sabrá encontrar fácilmente) y localizar qué punto del diagrama (F , v) exige más potencia hidráulica, denominado *punto crítico* (CR). Un servoactuador cuyo diseño contemple el punto crítico no ha de tener problemas de funcionamiento en otros puntos en que la situación de trabajo no sea tan adversa.

El funcionamiento límite F vs. v de un servoactuador se puede aproximar mediante una parábola invertida. La figura 6.25 muestra dos posibles diseños de servoactuador que pasan por el punto crítico. La parábola más plana envuelve todos los puntos de funcionamiento de velocidad máxima y fuerza mínima (puntos “i” a la izquierda y arriba del gráfico). La parábola más vertical se ajusta encerrando todos los puntos de fuerza máxima y velocidad mínima (puntos “j” a la derecha y abajo del gráfico). El primer servoactuador está sobredimensionado en fuerza ($F_{\max}$), mientras que el segundo lo está en velocidad ($v_{\max}$).



Figura 6.25.
Ejemplo de puntos de funcionamiento ($\circ$) de un servoactuador y de las diferentes envolventes utilizadas en su diseño. El punto crítico es aquel para el cual la potencia es máxima (producto Fv máximo).



El diseño de fuerza mínima implica el área más pequeña posible del servoactuador para una determinada presión de alimentación, p_P . Como la condición de fuerza mínima debe cumplirse también cuando $v=0$, es decir, cuando no hay flujo ni pérdidas, se ha de cumplir que:

$$A_{\min} = \frac{F_{\min}}{p_P} \quad [6.65]$$

El balance energético sobre la condición crítica de trabajo indica que:

$$p_P = \Delta p_V + kQ_{CR}^2 + p_L \quad [6.66]$$

donde se han agrupado las pérdidas en línea mediante el término:

$$kQ_{CR}^2 = \Delta p_{L,A} + \Delta p_{L,B} \quad [6.67]$$

Como la presión de carga en el punto crítico es:

$$p_L = \frac{F_{CR}}{A_{\min}} \quad [6.68]$$

y la suma de las caídas de presión a través de la válvula por ambas vías es, según [6.5], para $i=i_N$ y un actuador simétrico:

$$\Delta p_V = \Delta p_N \left(\frac{Q_{CR}}{Q_N} \right)^2 \quad [6.69]$$

resulta que, en función de la velocidad crítica, el balance [6.66] se escribe:

$$p_P = \left(k + \frac{\Delta p_N}{Q_N^2} \right) (v_{CR} A_{\min})^2 + \frac{F_{CR}}{A_{\min}} \quad [6.70]$$

Se deduce que el tamaño de válvula correspondiente al diseño de área mínima es:



$$Q_N^2 = \frac{(v_{CR} A_{\min})^2}{\left(p_P - \frac{F_{CR}}{A_{\min}}\right) - k(v_{CR} A_{\min})^2} \Delta p_N \quad [6.71]$$

En un servoactuador, se puede suponer que el efecto de la constante k es menor y, entonces, con [6.65]:

$$Q_N = \frac{1}{\left(1 - \frac{F_{CR}}{F_{\min}}\right)^{1/2}} \left(\frac{\Delta p_N}{p_P}\right)^{1/2} \frac{F_{\min}}{p_P} v_{CR} \quad [6.72]$$

El diseño de velocidad mínima conduce al servoactuador de área máxima. La determinación del área y del tamaño de válvula correspondientes a este diseño pasa, en este caso, por plantear el balance para $F=0$:

$$p_P = \left(k + \frac{\Delta p_N}{Q_N^2}\right) (v_{\min} A_{\max})^2 \quad [6.73]$$

Como, sobre el punto crítico, es:

$$p_P = \left(k + \frac{\Delta p_N}{Q_N^2}\right) (v_{CR} A_{\max})^2 + \frac{F_{CR}}{A_{\max}} \quad [6.74]$$

se despeja, de ambas ecuaciones, que:

$$A_{\max} = \frac{1}{1 - \left(\frac{v_{CR}}{v_{\min}}\right)^2} \frac{F_{CR}}{p_P} \quad [6.75]$$

y

$$Q_N^2 = \frac{(v_{CR} A_{\max})^2}{\left(p_P - \frac{F_{CR}}{A_{\max}}\right) - k(v_{CR} A_{\max})^2} \Delta p_N \quad [6.76]$$

o bien, para $k \approx 0$:

$$Q_N = \left(\frac{\Delta p_N}{p_P}\right)^{1/2} v_{\min} A_{\max} \quad [6.77]$$

Esta última expresión puede escribirse también como:

$$Q_N = \frac{1}{1 - \left(\frac{v_{CR}}{v_{\min}}\right)^2} \left(\frac{\Delta p_N}{p_P}\right)^{1/2} \frac{F_{CR}}{p_P} v_{\min} \quad [6.78]$$



Es posible obtener cualquier diseño de servoactuador simplemente variando el área A entre los casos de área mínima y área máxima analizados hasta ahora. El diseño resultante cubre todos los puntos de trabajo esperados del servoactuador (por ejemplo, línea a trazos de la figura 6.25) y, entre todos los posibles diseños intermedios, merece especial atención uno de ellos: aquel que conduce al diseño del servoactuador que emplea la válvula de menor tamaño para una presión de alimentación, p_p , constante. Esta condición se encuentra haciendo:

$$\frac{dQ_N}{dA} = 0 \quad [6.79]$$

en el balance planteado para el punto crítico [6.66], con $k=0$, y conduce al resultado:

$$A^* = \frac{3}{2} \frac{F_{CR}}{p_p} \quad [6.80]$$

En este diseño, pues, se cumple que:

$$p_L = \frac{F_{CR}}{A^*} = \frac{2}{3} p_p \quad [6.81]$$

Este resultado implica que la pérdida de presión total a través de la válvula, suma de las pérdidas por cada una de sus vías, es un tercio de la presión de alimentación, condición que coincide con [6.57] y [6.60].

El Q_N mínimo resulta de sustituir el área A^* en la condición crítica y es:

$$Q_N^* = \left(\frac{27}{4}\right)^{1/2} \left(\frac{\Delta p_N}{p_p}\right)^{1/2} \frac{F_{CR}}{p_p} v_{CR} = 3^{1/2} \left(\frac{\Delta p_N}{p_p}\right)^{1/2} Q_{CR} \quad [6.82]$$

Obsérvese que este valor de Q_N se corresponde con el de potencia máxima de [6.59] para $N_{m\acute{a}x} = F_{CR} v_{CR}$.

La relación entre cualquier otro tamaño y el mínimo anterior en función de la relación de áreas correspondiente resulta ser:

$$\left(\frac{Q_N}{Q_N^*}\right)^2 = \frac{\Delta p_N (v_{CR} A)^2 \left(p_p - \frac{F_{CR}}{A}\right)^{-1}}{\Delta p_N (v_{CR} A^*)^2 \left(p_p - \frac{F_{CR}}{A^*}\right)^{-1}} = \left(\frac{A}{A^*}\right)^2 \frac{p_p - \frac{F_{CR}}{A^*}}{p_p - \frac{F_{CR}}{A}} \quad [6.83]$$

de donde, con [6.80], se deduce:

$$\left(\frac{Q_N}{Q_N^*}\right)^2 = \frac{1}{3} \frac{\left(\frac{A}{A^*}\right)^2}{1 - \frac{2}{3} \frac{A^*}{A}} \quad [6.84]$$



Esta ecuación se ha representado en la figura 6.26, y de ella se deducen importantes relaciones entre los valores característicos del servoactuador. Por ejemplo, la menor área posible es A_0 , para la cual se anula el denominador de [6.84]:

$$\frac{A_0}{A^*} = \frac{2}{3} \quad [6.85]$$

Por otro lado, es fácil comprobar que se cumplen las relaciones siguientes:

$$\begin{aligned} \frac{A_{\min}}{A^*} &= \frac{2}{3} \frac{F_{\min}}{F_{CR}} > \frac{2}{3} \\ \frac{A_{\max}}{A^*} &= \frac{2}{3} \frac{1}{1 - \left(\frac{v_{CR}}{v_{\min}} \right)^2} > \frac{2}{3} \end{aligned} \quad [6.86]$$

y, además, al ser $A_{\min} < A_{\max}$:

$$1 < \frac{F_{\min}}{F_{CR}} < \frac{1}{1 - \left(\frac{v_{CR}}{v_{\min}} \right)^2} \quad [6.87]$$

Esta última expresión sugiere que la elección de las parábolas de la figura 6.25 no puede ser arbitraria e impone restricciones a la hora de realizar el diseño del servoactuador con las condiciones de área mínima y de área máxima en función de la condición crítica.

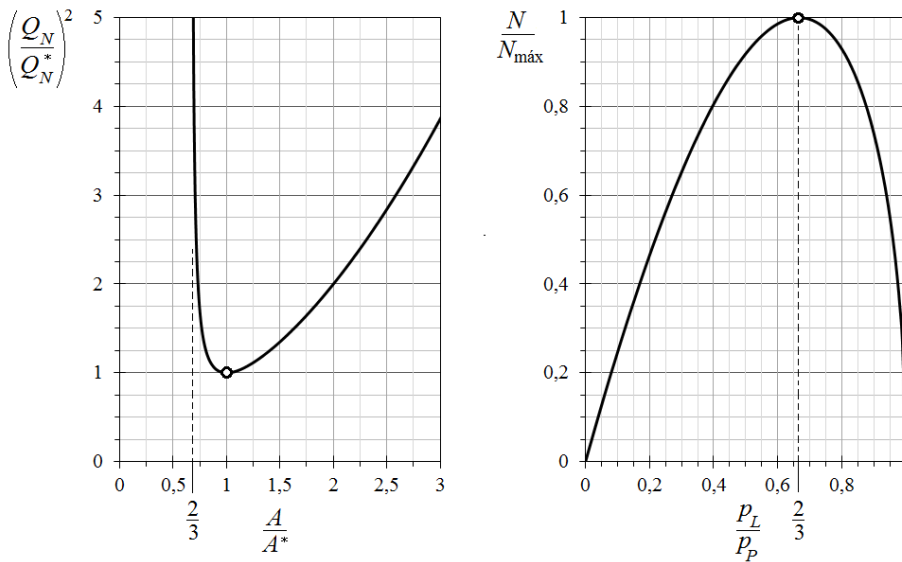


Figura 6.26. Relación de caudales nominales en función del área del servoactuador (izquierda) y curva de potencia hidráulica normalizada (derecha).



6.9.3. Diagrama de funcionamiento

Las características de funcionamiento de un servoactuador pueden estimarse a diferentes intervalos de frecuencia, en cada uno de los cuales se manifiesta una limitación funcional típica de los sistemas hidráulicos. Se sabe que estos límites son:

1. dimensional, a frecuencias bajas, definida por la carrera máxima, L .
2. de caudal, a frecuencias intermedias, que limita la velocidad máxima asumible por el servoactuador.
3. de presión, a frecuencias altas, que condiciona la aceleración máxima del movimiento.

La correspondencia de cada una de estas limitaciones con el movimiento resultante de un servoactuador se entiende mejor con un ejemplo. Supóngase que se desea que el servoactuador realice movimientos sinusoidales de una amplitud x_0 a una determinada frecuencia. La carrera, la velocidad y la aceleración del movimiento siguen las ecuaciones:

$$\begin{aligned}x &= x_0 \sin \omega t = x_0 \sin 2\pi f t \\v &= x_0 \omega \cos \omega t = 2\pi x_0 f \cos 2\pi f t \\a &= -x_0 \omega^2 \sin \omega t = -4\pi^2 x_0 f^2 \sin 2\pi f t\end{aligned}\quad [6.88]$$

La velocidad y la aceleración máximas de estos movimientos son:

$$\begin{aligned}v_{\text{máx}} &= x_0 \omega = 2\pi x_0 f \\a_{\text{máx}} &= v_{\text{máx}} \omega = x_0 \omega^2 = 4\pi^2 x_0 f^2\end{aligned}\quad [6.89]$$

Se entiende que la amplitud máxima posible de los movimientos, x_0 , es la mitad de la carrera total del actuador, $L/2$.

El servoactuador puede realizar sin dificultad movimientos sinusoidales de una amplitud $L/2$ a bajas frecuencias, mientras se verifique que la velocidad máxima del movimiento, $v_{\text{máx}}$, sea:

$$v_{\text{máx}} < \frac{Q_B}{A} = v_1 \quad [6.90]$$

El límite se encuentra a la frecuencia rotativa con la cual la velocidad máxima que el movimiento sinusoidal precisa para la amplitud $L/2$ no puede ser suministrada por el caudal de la bomba, v_1 . Esta frecuencia es:

$$\omega_1 = \frac{2Q_B}{AL} \quad [6.91]$$

o bien:

$$f_1 = \frac{Q_B}{\pi AL} \quad [6.92]$$

Esta condición hace que la carrera del movimiento límite resultante se acorte para frecuencias mayores a f_1 , según la relación:



$$x_{\text{máx}} = \frac{Q_B}{2\pi f A} = \frac{f_1 L}{f} \frac{L}{2} < \frac{L}{2} \quad [6.93]$$

El equilibrio dinámico sobre el actuador revela que algo parecido ocurre con la aceleración y la presión, a medida que aumenta la frecuencia: con una presión de alimentación, p_P , constante, el servoactuador no puede generar la aceleración que le exige el movimiento de una frecuencia mayor a una dada, aunque tenga caudal suficiente. Para un servoactuador simétrico diseñado de forma que $\Delta p_V = 1/3 p_P$, la aceleración máxima admisible es.²⁹

$$a_2 = v_1 \omega_2 = 2\pi^2 f_1 f_2 L = \frac{(\frac{2}{3} p_P - p_L) A}{m} \quad [6.94]$$

que se presenta a la frecuencia:

$$f_2 = \frac{(\frac{2}{3} p_P - p_L) A^2}{2\pi Q_B m} \quad [6.95]$$

La carrera y la velocidades máximas se reducen al aumentar la frecuencia a partir de este valor, según las relaciones:

$$x_{\text{máx}} = \frac{a_2}{\omega^2} = \left(\frac{f_2}{f} \right)^2 x_2 = \frac{f_1 f_2 L}{f^2} \frac{L}{2} \quad [6.96]$$

$$v_{\text{máx}} = \frac{a_2}{\omega} = \frac{f_2}{f} v_1$$

La frecuencia rotativa propia mínima de un actuador lineal (de paredes rígidas y con un volumen de aceite despreciable en los conductos de conexión) con un fluido de módulo volumétrico isentrópico, B_S , de [1.85], es:

$$\omega_N = \left(\frac{\alpha_{\text{mín}}}{m} \right)^{1/2} = \left(\frac{AB_S (1 + \varphi^{1/2})^2}{Lm} \right)^{1/2} \quad [6.97]$$

de forma que, para un actuador simétrico como el tratado ($\varphi=1$), se tiene:

$$f_N = \frac{1}{\pi} \left(\frac{AB_S}{Lm} \right)^{1/2} \quad [6.98]$$

El sistema no responde –o lo hace de forma imperceptible– cuando es excitado a frecuencias superiores a este valor.

El diagrama de funcionamiento enmarca todos los posibles puntos de trabajo del servoactuador en función de la frecuencia. Es decir, el servoactuador puede trabajar en cualquier punto del diagrama por debajo de la curva envolvente. Normalmente, este diagrama representa la relación entre la velocidad y la frecuencia en un gráfico logarítmico, de modo que las líneas de posición y de aceleración constantes tienen una pendiente de 45° ($\text{tg}(45^\circ) = +1$) y -45° ($\text{tg}(-45^\circ) = -1$), respectivamente.³⁰ Los puntos característicos de este diagrama son los indicados en la tabla 6.11, y su forma típica es la de un trapecio, tal como se indica en la figura 6.27.



Tabla 6.11.
Estas relaciones, en función de la frecuencia y sus intervalos, permiten intuir el comportamiento dinámico asintótico límite del sistema servoactuator-carga, pero son solo una referencia útil cuando no se dispone de más información, ya que cada aplicación particular exige estudiar en detalle cuáles son sus límites funcionales presentes (por si hay otros).

	Punto "1"	Punto "2"	Punto "3"
x	$\frac{L}{2}$	$\frac{f_1}{f_2} \frac{L}{2} = \frac{m Q_B^2}{(\frac{2}{3} p_P - p_L) A^3}$	$\frac{f_1 f_2}{f_3^2} \frac{L}{2} = \frac{1}{4} \frac{(\frac{2}{3} p_P - p_L) L}{B_s}$
v	$\pi f_1 L = \frac{Q_B}{A}$	$\pi f_1 L = \frac{Q_B}{A}$	$\frac{f_2}{f_3} \frac{Q_B}{A} = \frac{1}{2} (\frac{2}{3} p_P - p_L) \left(\frac{L A}{m B_s} \right)^{1/2}$
a	$2\pi^2 f_1^2 L = \frac{2}{L} \left(\frac{Q_B}{A} \right)^2$	$2\pi^2 f_1 f_2 L = \frac{(\frac{2}{3} p_P - p_L) A}{m}$	$2\pi^2 f_1 f_2 L = \frac{(\frac{2}{3} p_P - p_L) A}{m}$
f	$\frac{Q_B}{\pi A L}$	$\frac{(\frac{2}{3} p_P - p_L) A^2}{2\pi Q_B m}$	$\frac{1}{\pi} \left(\frac{A B_s}{L m} \right)^{1/2}$

El tratamiento seguido hasta la obtención de los puntos característicos del diagrama ha supuesto que los límites funcionales se presentan por orden, es decir, primero el de velocidad y, después, el de aceleración. Esta es la hipótesis de trabajo convencional, dada la dependencia [6.89] de la velocidad y de la aceleración máximas con respecto a la frecuencia del movimiento, lineal y cuadrática, respectivamente. No obstante, y aunque esta sea la situación más normal en la práctica, es posible que los límites en velocidad y en aceleración se alternen si, por ejemplo, la presión de alimentación es anormalmente pequeña o el caudal de la bomba es demasiado grande. Esta condición conduce a diagramas característicos en forma de vértice, no de trapecio, cuya frecuencia de pico es:

$$f_{\wedge} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{(\frac{2}{3} p_P - p_L) A}{2 L m} \right)^{1/2} \quad [6.99]$$

como puede comprobar el lector fácilmente.

Por otro lado, el gráfico obtenido no tiene en consideración dos cuestiones muy importantes que atañen a estos tipos de sistemas: la influencia de la dinámica intrínseca del sistema actuador-carga, asociada a una frecuencia natural dada por [6.98], con $f_N = f_3$, y la frecuencia propia de la válvula utilizada, f_V .

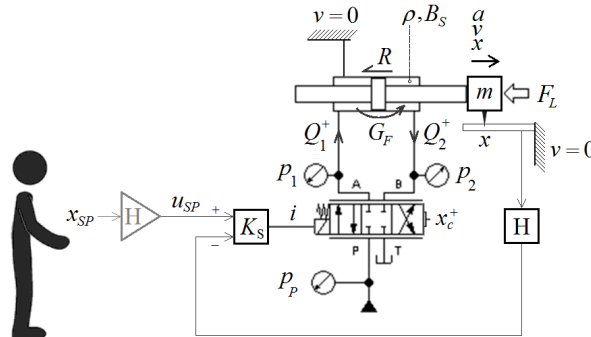
En principio, cabe pensar que, si se pretenden aprovechar al máximo las características dinámicas del sistema físico, conviene escoger una válvula cuya frecuencia propia sea al menos tres veces superior a f_N . Este sobredimensionado permite a la válvula trabajar siempre en la parte seguidora de su diagrama de Bode, región donde no se produce desfase apreciable entre la señal de mando y el movimiento de la corredera, y el caudal sigue fielmente la ecuación [6.5].

No obstante, el comportamiento del sistema está muy influido por la dinámica del actuador, por lo que a menudo es recomendable reducir el valor de f_V por debajo de f_N . Los sistemas hidráulicos tienen coeficientes de amortiguación, ξ , bajos, del orden de 0,2 e inferiores, lo cual hace que su respuesta temporal presente un sobrepaso de amplitud en las frecuencias próximas a f_N . Así, aunque el coeficiente de amortiguación de la válvula comercial sea cercano al crítico, $\xi_c = 1/2^{1/2} = 0,707$, lo que reduce la zona de resonancia en los sistemas de segundo orden, el conjunto del sistema tiene tendencia a oscilar en la vecindad de la frecuencia propia f_N , amplificando la señal de entrada. Esta circunstancia desvirtúa el diagrama característico obtenido analíticamente si la frecuencia del punto

6.9.4. Servo de posición con actuador simétrico

Supóngase un servosistema de posición como el de la figura 6.28, con una válvula simétrica y críticamente solapada, del cual se quiere estudiar la influencia de la carga, F_L , y de los demás parámetros mostrados, en la dinámica y la estabilidad del sistema controlado.

Figura 6.28. Servosistema de posición simétrico. Se admite que el sistema hidráulico de alimentación (no mostrado en la figura) es adecuado, tanto en la disposición de sus componentes como en la potencia instalada y el caudal de bomba. Fase positiva. G_F es la conductancia del caudal de fugas internas del actuador, y R es la resistencia de fricción mecánica.



Las ecuaciones que rigen el comportamiento general del servosistema son: la ecuación del movimiento, las ecuaciones de flujo a través de las vías de la válvula y las ecuaciones de continuidad aplicadas a ambas cámaras del actuador. A continuación, se verá que la simetría del problema permite simplificar estas ecuaciones y reducir su número. El sistema de ecuaciones reducido puede linealizarse y reescribirse utilizando la transformada de Laplace e incluyendo el lazo de control y la dinámica de la válvula, para deducir las características frecuenciales del sistema físico y analizar mejor su estabilidad y controlabilidad. En lo que sigue, se supondrá que la presión de alimentación, p_P , se mantiene constante durante el funcionamiento del servo y que la de tanque, p_T , es prácticamente nula.

El balance de fuerzas sobre el actuador en movimiento se escribe:

$$(p_1 - p_2)A = ma + Rv + F_L \quad [6.101]$$

Los caudales que atraviesan cada una de las vías de la válvula son, para el movimiento de fase positiva, con $x_c > 0$:

$$\begin{aligned} Q_1^+ &= C_d S(x_c) \left(\frac{2(p_P - p_1)}{\rho} \right)^{1/2} \\ Q_2^+ &= C_d S(x_c) \left(\frac{2p_2}{\rho} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad [6.102]$$

y, para el de negativa, con $x_c < 0$:

$$\begin{aligned} Q_1^- &= C_d S(x_c) \left(\frac{2p_1}{\rho} \right)^{1/2} \\ Q_2^- &= C_d S(x_c) \left(\frac{2(p_P - p_2)}{\rho} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad [6.103]$$



Las presiones p_1 y p_2 , por ejemplo, durante el movimiento de salida, siguen la evolución marcada por las ecuaciones de continuidad siguientes:

$$\begin{aligned}\frac{V_1}{B_s} \frac{dp_1}{dt} &= Q_1^+ - Av - G_F(p_1 - p_2) \\ \frac{V_2}{B_s} \frac{dp_2}{dt} &= -Q_2^+ + Av + G_F(p_1 - p_2)\end{aligned}\quad [6.104]$$

La primera simplificación consiste en admitir que los caudales Q_1 y Q_2 en cada fase del movimiento no pueden ser muy diferentes entre sí, lo cual supone que las caídas de presión en las vías de la válvula tampoco lo son y, por tanto, se ha de cumplir que $p_P = p_1 + p_2$. Esto es estrictamente cierto en régimen permanente ya que, sumando las ecuaciones de [6.104], se sigue:

$$\frac{V_1}{B_s} \frac{dp_1}{dt} + \frac{V_2}{B_s} \frac{dp_2}{dt} = Q_1 - Q_2 \quad [6.105]$$

Además, si se hace:

$$Q_L = \left(\frac{Q_1^2 + Q_2^2}{2} \right)^{1/2} = C_d S(x_c) \frac{1}{\rho^{1/2}} (p_P - \text{sgn}(x_c) p_L)^{1/2} \quad [6.106]$$

se puede definir la presión de carga como $p_L = p_1 - p_2$ en cualquier caso, tanto para $x_c > 0$ como para $x_c < 0$, con $-p_P < p_L < p_P$.³²

Las ecuaciones de caudal [6.102], [6.103] y [6.106] pueden ser linealizadas en función de las ganancias de caudal y de los coeficientes de presión de la válvula. Si la presión de alimentación se mantiene constante, el resultado es, para las primeras:

$$\begin{aligned}\delta Q_1^+ &= k_{x_{c,1}}^+ \delta x_c - k_{p_1}^+ \delta p_1 \\ \delta Q_2^+ &= k_{x_{c,2}}^+ \delta x_c + k_{p_2}^+ \delta p_2 \\ \delta Q_1^- &= k_{x_{c,1}}^- \delta x_c + k_{p_1}^- \delta p_1 \\ \delta Q_2^- &= k_{x_{c,2}}^- \delta x_c - k_{p_2}^- \delta p_2\end{aligned}\quad [6.107]$$

y, para la última:

$$\delta Q_L = k_{x_c} \delta x_c - k_{p_L} \delta p_L \quad [6.108]$$

La simplificación efectuada permite relacionar estos coeficientes entre sí. Por ejemplo, para la fase positiva, se cumple:

$$\begin{aligned}k_{x_{c,1}}^+ &= k_{x_{c,2}}^+ = k_{x_c}^+ = \\ &= C_d \left[\frac{dS(x_c)}{dx_x} \right]_{x_{c,0}} \left(\frac{2(p_P - p_{10})}{\rho} \right)^{1/2} = C_d \left[\frac{dS(x_c)}{dx_x} \right]_{x_{c,0}} \left(\frac{p_P - p_{L,0}}{\rho} \right)^{1/2}\end{aligned}\quad [6.109]$$

$$\begin{aligned}k_{p_1}^+ &= k_{p_2}^+ = 2k_{p_L}^+ = \\ &= C_d S(x_{c,0}) (2\rho(p_P - p_{10}))^{-1/2} = C_d S(x_{c,0}) (\rho(p_P - p_{L,0}))^{-1/2}\end{aligned}$$



Esta simplificación es posible aun cuando el movimiento no sea permanente, siempre que las diferencias en caudal sean de un orden inferior a Q_L . Si, iniciado el régimen permanente a velocidad v con alimentación i constante, se produce un cambio singular en F_L , este cambio modificará p_1 y p_2 según [6.101], pero afectará los términos derivativos de [6.104] antes de observarse un cambio significativo en la velocidad del actuador. En el supuesto de que los volúmenes de ambas cámaras no sean muy distintos en ese instante, la ecuación [6.105] sugiere que la diferencia de los caudales se mantendrá próxima a cero, ya que cabe esperar que los incrementos de presión en ambas cámaras sean del mismo orden, pero de signo cambiado.³³

Mientras la primera simplificación se servía de la simetría para forzar la igualdad de alguna de las ganancias del sistema y poder definir la presión y el caudal de carga (para el cual se supone que $Q_L = Q_1 = Q_2$), la segunda fuerza la simetría para poder agrupar los términos de compresibilidad y escribir [6.104] en una única expresión. Esta simplificación se fundamenta en que la función:

$$f(V_1) = \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} = \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V - V_1} \quad [6.110]$$

tiene un mínimo cuando $2V_1 = V$, lo cual sitúa la carrera de frecuencia mínima del actuador simétrico en $L/2$ (que, además, suele ser su zona de trabajo usual). Con esta condición de mínimo y [6.106], la diferencia entre las ecuaciones [6.104] se escribe:

$$Q_L = \frac{V}{4B_s} \frac{dp_L}{dt} + Av + G_F p_L \quad [6.111]$$

El conjunto de ecuaciones [6.101], [6.108] y [6.111] puede reescribirse en el campo frecuencial utilizando la transformada de Laplace. El resultado es:³⁴

$$\begin{aligned} AP_L(s) &= (ms^2 + Rs)X(s) + F_L(s) \\ Q_L(s) &= k_{x_c} X_c(s) - k_{p_L} P_L(s) \\ Q_L(s) &= \left(G_F + \frac{V}{4B_s} s \right) P_L(s) + AsX(s) \end{aligned} \quad [6.112]$$

Combinando las dos últimas y definiendo el coeficiente total de presión, k_p , como:

$$k_p = k_{p_L} + G_F \quad [6.113]$$

se tiene:

$$k_{x_c} X_c(s) = AsX(s) + \left(k_p + \frac{V}{4B_s} s \right) P_L(s) \quad [6.114]$$

La dinámica de la válvula puede introducirse, por ejemplo, en la forma:

$$G_V(s) = \frac{X_c(s)}{I(s)} = \frac{g_{xi}}{1 + \frac{s}{2\pi f_v}} \quad [6.115]$$



El servoamplificador genera la señal de entrada a la válvula en función del error observado en la posición. Para una ganancia del amplificador, K_S , el lazo de control realimentado es:

$$X_c(s) = (HX_{sp}(s) - H(s)X(s))K_S G_V(s) \quad [6.116]$$

El diagrama de bloques de la figura 6.29 representa, de forma completa, el sistema en lazo cerrado, pero aún puede reducirse a uno equivalente más adecuado. Como:

$$(k_{x_c} G_V(s)I(s) - AV(s)) \frac{A}{\frac{V}{4B_S} s + k_p} - F_L(s) = (ms + R)V(s) \quad [6.117]$$

resulta, tras agrupar y reordenar sus términos:

$$\frac{k_{x_c}}{A} G_V(s)I(s) - \frac{k_p}{A^2} \left(1 + \frac{V}{4B_S k_p} s \right) F_L(s) = \left(1 + R \frac{k_p}{A^2} \right) D(s)V(s) \quad [6.118]$$

con:

$$D(s) = 1 + \frac{\frac{mk_p}{A^2} + \frac{VR}{4B_S A^2}}{1 + R \frac{k_p}{A^2}} s + \frac{\frac{mV}{4B_S A^2}}{1 + R \frac{k_p}{A^2}} s^2 \quad [6.119]$$

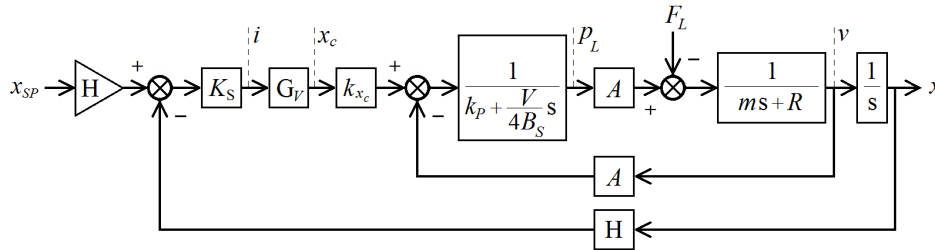


Figura 6.29. Diagrama de bloques del sistema de ecuaciones [6.114], [6.115] y [6.116]. La dinámica del sensor suele ser bastante más elevada que la del sistema. El bloque $H(s)$ puede sustituirse por su ganancia H .

Obsérvese que, si se cumple la condición:

$$O\left(R \frac{k_p}{A^2}\right) \ll 1 \quad [6.120]$$

el sistema admite la representación de la figura 6.30, y su frecuencia natural y su coeficiente de amortiguación son, respectivamente:³⁵

$$f_N = \frac{1}{\pi} \left(\frac{B_S A^2}{mV} \right)^{1/2} \quad [6.121]$$

$$\xi_h = \frac{k_p}{A} \left(\frac{B_S m}{V} \right)^{1/2} + \frac{R}{4A} \left(\frac{V}{B_S m} \right)^{1/2}$$

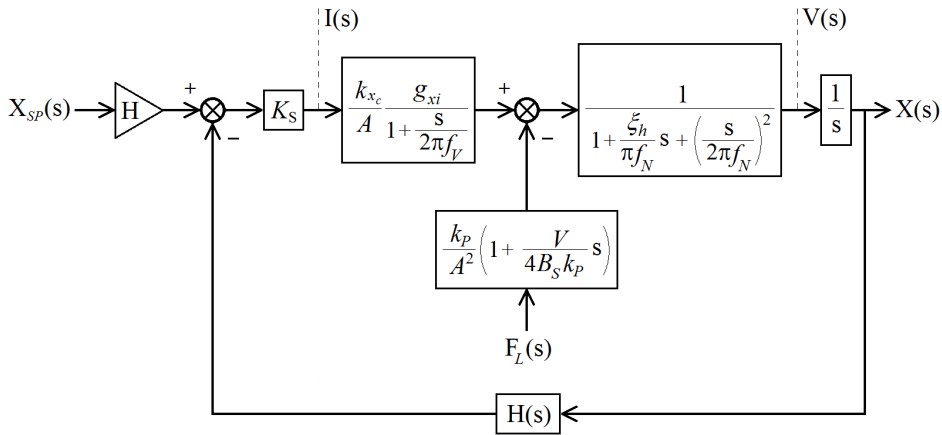


Si, en cambio, el término Rk_p/A^2 no puede ser despreciado, entonces:

$$\begin{aligned} f'_N &= f_N \left(1 + R \frac{k_p}{A^2} \right)^{1/2} \\ \xi'_h &= \xi_h \left(1 + R \frac{k_p}{A^2} \right)^{-1/2} \end{aligned} \quad [6.122]$$

La modificación del diagrama de bloques reducido es inmediata.

Figura 6.30.
Diagrama de bloques adaptado. La dinámica de la corredera de la válvula [6.115] puede reemplazarse por otra de segundo orden sin problemas y sin cambiar las definiciones de [6.121]



Para estudiar la estabilidad del servosistema, es necesario analizar la ganancia en lazo abierto. La respuesta en frecuencia en lazo abierto es:

$$A(s) = \frac{K_S k_{x_c} g_{xi} H}{A} \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{2\pi f_V} \right) \left(1 + \frac{\xi_h}{\pi f_N} s + \frac{1}{(2\pi f_N)^2} s^2 \right)} \frac{1}{s} \quad [6.123]$$

El sistema es condicionalmente estable en función del valor que tome la ganancia estacionaria del lazo:

$$K_A = \frac{K_S k_{x_c} g_{xi} H}{A} \quad [6.124]$$

El criterio más aceptado para garantizar la estabilidad de estos sistemas consiste en escoger un margen de ganancia, M_A , suficientemente positivo.³⁶ Como:

$$M_A = -20 \log_{10} \left| \frac{K_A}{4\pi \xi_h f_N} \right| \quad [6.125]$$

el criterio de estabilidad es que:



$$K_A < 4\pi(\xi_h f_N)_{\min} \quad [6.126]$$

y, para un margen de ganancia mínimo positivo:

$$K_A = 10^{\frac{M_{A,\min}}{20}} 4\pi(\xi_h f_N)_{\min} \quad [6.127]$$

Es práctica habitual escoger un margen mínimo de 6 dB, con el cual $10^{-6/10} \approx 0,5$. De esta forma, para $\xi_h \approx 0,2$, resulta:

$$K_A = 0,4\pi f_N \quad [6.128]$$

lo que permite calcular la ganancia máxima del servoamplificador, K_S , que garantiza la estabilidad de sistema, y que es:

$$K_S = 0,4\pi \frac{A}{k_{x_c} g_{xi} H} f_N \quad [6.129]$$

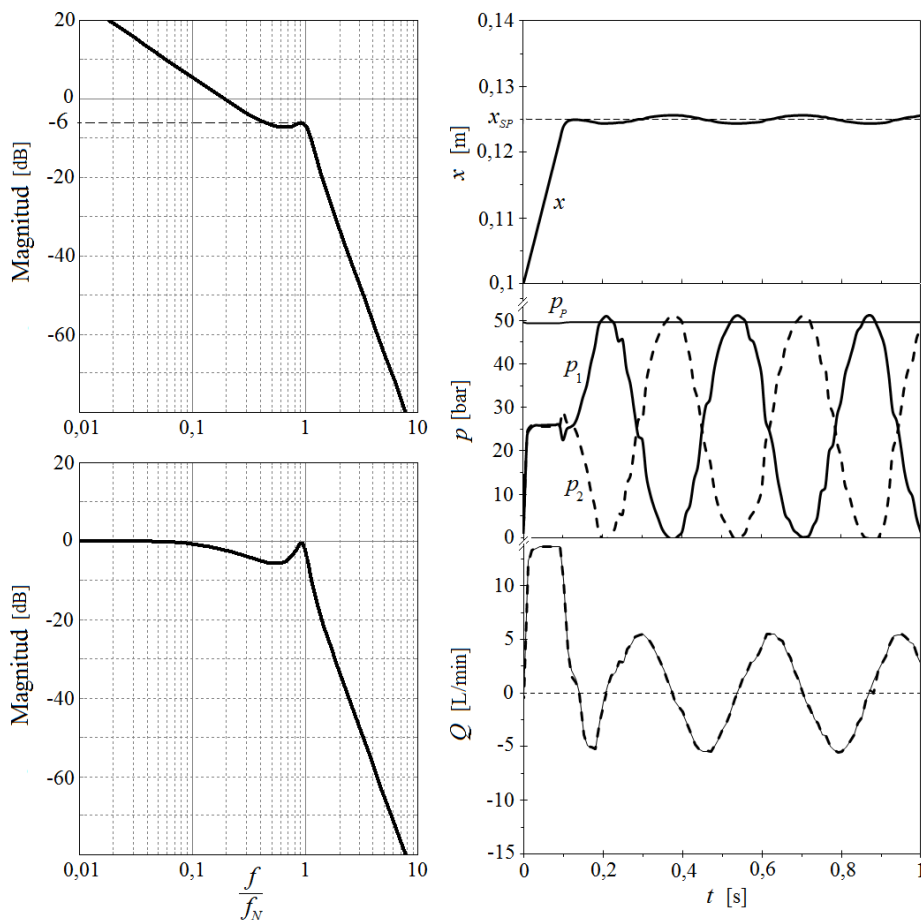


Figura 6.31. A la izquierda, los diagramas de Bode en amplitud del sistema de la figura 6.30 (arriba, la respuesta en lazo abierto [6.123] y, abajo, en lazo cerrado). A la derecha, la respuesta temporal simulada de diferentes variables del sistema a una entrada en escalón, x_{sp} . Obsérvese la similitud entre ambos caudales, Q_1 y Q_2 , de la gráfica inferior.

Datos:

- $p_p = 50$ bar
- $F_L = 0$ N
- $m = 20,75$ kg
- $A = 9,46$ cm²
- $L = 0,25$ m
- $V = 0,44$ L
- $B_s = 10^9$ Pa
- $\rho = 900$ kg/m³
- $H = 10$ V/m
- $f_N = 100$ Hz
- $\xi_h = 0,185$
- $K_S = 0,694$ A/V
- $Rk_p/A^2 = 0,0027 \ll 1$



6.10. Guía de diseño, instalación y puesta en marcha

El diseño y la selección de los componentes de un sistema oleohidráulico no son una tarea fácil. La solución final ha de ser el resultado de un trabajo metódico que valore en compromiso los diversos factores que afectan el funcionamiento del circuito, desde el principio hasta el final de su vida útil, sabiendo de antemano que la solución adoptada no será la única y que, probablemente, tampoco será la mejor posible. Por otro lado, el buen funcionamiento en ejercicio de una instalación oleohidráulica pasa por respetar unas normas sencillas durante las fases de proyecto, instalación y puesta en marcha.

6.10.1. Planteamiento y croquis inicial

Cabe señalar que no existe norma o protocolo estándar que permita elaborar esquemas hidráulicos nuevos o modificar los existentes de forma genérica. La responsabilidad siempre recae en el diseñador o en el responsable técnico, el cual ha de ser consciente de sus virtudes y limitaciones para diseñar un circuito simple, fiable, eficiente, de bajo coste y fácil de mantener.

Entre las consideraciones principales que el diseñador ha de tener en cuenta a la hora de diseñar una instalación, destacan:

- La seguridad del personal, del equipo y de las instalaciones, descritas mediante el correspondiente nivel de seguridad SIL.
- El cumplimiento de la normativa legal aplicable: peligro de incendio o explosiones, normativa ATEX, EEx, grado necesario de estanqueidad, protección medioambiental, etc.
- La economía de la instalación, que incluye los costes de diseño, instalación, mantenimiento y reposición.
- Algunas cuestiones funcionales, como el grado de precisión requerida, el espacio disponible, el peso del equipo, etc.
- El sistema de control y mando a utilizar: eléctrico, manual, neumático, etc.

Las condiciones ambientales de temperatura, humedad, suciedad del entorno, etc. Todo diseño pasa por diferentes fases de desarrollo, que forman parte del método de trabajo de cada diseñador. Aunque se insiste que no existe un procedimiento único, el seguimiento de los puntos que se enumeran a continuación sirve de ayuda “para diseñar”. No hay ninguna garantía de que el resultado final funcione como se espera, salvo la que da la experiencia propia, pero los pasos siguientes son un buen punto de partida y se pueden tomar como una “guía rápida” en cualquier proyecto:

- Comprensión de la función del sistema hidráulico.
- Definición de los actuadores necesarios, tipo y número.
- Esbozo de un croquis del circuito, que incluya los actuadores y las bombas necesarias.
- Elaboración de la tabla de tiempos y del ciclo de trabajo, donde consten los esfuerzos y las velocidades a suministrar en cada fase.



- Estimación de las dimensiones y de las presiones de los actuadores en cada una de las fases de la tabla de tiempos, según los esfuerzos a realizar.
- Cálculo de los caudales en cada una de las fases, según las velocidades requeridas y el tamaño de los actuadores escogidos, incluyendo los caudales de retorno.
- Elección del grupo de bombeo y cálculo de la potencia necesaria.
- Replanteamiento del punto 4 y sucesivos hasta completar la tabla de trabajo.
- Definición de los elementos direccionales: tamaño, accionamiento, posición de reposo, montaje, etc.
- Definición de los elementos de seguridad, bloqueo, amortiguación externa, etc.
- Definición de los conductos necesarios.
- Análisis de los requisitos de acondicionamiento: número, tamaño y ubicación de los filtros, condiciones del entorno, conveniencia de usar intercambiadores, etc.
- Realización del croquis definitivo del circuito.
- Estudio de posibles alternativas no contempladas. Si es necesario, se retorna al punto 5 y sucesivos. Introspección.
- Definición final de los componentes, selección del suministrador, etc., y análisis de costes.

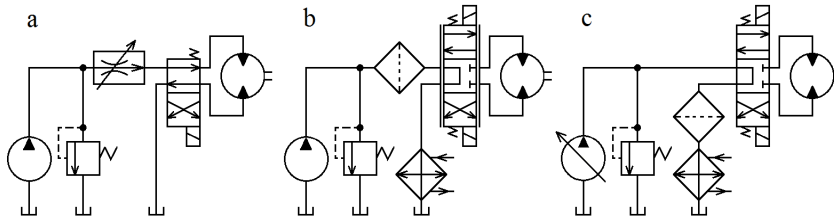
Supóngase que se trata de accionar un motor mediante una única bomba. Se pretende controlar sus velocidades de salida y de entrada, y también limitar el esfuerzo máximo que se realice y poder bloquear el actuador. Los esquemas de la figura 6.12, y los “a”, “b” y “c” de la figura 6.32, ilustran la secuencia que conduce paso a paso a un sistema posible, aunque no definitivo, que cumple con estos requisitos.

Está claro que la conexión directa entre la bomba y el actuador no es conveniente (v. figura 6.12). En este caso, la velocidad del actuador queda definida por la relación entre el caudal de la bomba y la cilindrada del motor, y no es posible regularla. El esquema de la derecha de la figura 6.12 resuelve parte de estos problemas, pero solo permite el movimiento unidireccional del actuador. Para superar estos obstáculos, se decide incorporar una válvula de control direccional 4/2 (el motor puede de ser reversible ahora) y una válvula de control del caudal compensada (esquema “a” de la figura 6.32). Esta solución ya es operativa, pero no permite bloquear el actuador.

En el esquema “b”, la válvula de control direccional 4/2 se sustituye por una proporcional. Estas válvulas aúnan la regulación del caudal (velocidad) y el cambio de sentido del movimiento, con la posibilidad de gobernar el frenado del actuador según la rampa en consigna utilizada. El croquis propuesto incluye el sistema de acondicionamiento formado por un filtro de presión antes de la válvula proporcional y un intercambiador en la línea de retorno. Este circuito tiene, no obstante, un rendimiento energético bajo, pues el exceso de caudal de la bomba durante el movimiento es evacuado a tanque a presión a través de la limitadora. Para aumentar el rendimiento de la instalación, se decide utilizar una bomba de caudal variable y disponer de una válvula de control direccional convencional con centros PT (esquema “c”). El coste inicial de este circuito es mayor, aunque

la válvula proporcional y el filtro de presión se hayan remplazado por una válvula convencional y un filtro de retorno, pero es más eficiente energéticamente y requiere un mantenimiento menor. El paso siguiente conduciría, por ejemplo, al esquema de la figura 6.14, con bomba y motor de cilindrada variable.

Figura 6.32.
Obtención de un esquema
hidráulico básico.



Una vez realizado el esquema básico de la instalación, se pasa a la fase de proyecto, en la que se seleccionarán los componentes necesarios. Por norma general, la elección del tamaño de los actuadores y de las bombas no es un problema si se conocen las prestaciones buscadas en términos de fuerza y velocidad, o presión y caudal. Hay que tener presente, evidentemente, que la potencia generada se ha de ajustar a la consumida en lo posible para no malograr el rendimiento energético de la instalación y provocar su sobrecalentamiento. Para el dimensionado del resto de componentes, se han de seguir las recomendaciones dadas por distintos fabricantes y suministradores industriales. Una válvula VCD pequeña o mal dimensionada supondrá un coste energético que no compensará su bajo precio inicial, y la eliminación de algún filtro nunca es una buena alternativa, ni desde el punto de vista económico ni funcional. Es muy importante, además, que los filtros se ubiquen convenientemente según los requisitos exigidos por la instalación y los elementos que hay que proteger.

6.10.2. Selección de los conductos

Los tubos, las mangueras, los racores y las bridas son los elementos que se utilizan para conectar los componentes de un circuito entre sí. Los conductos pueden ser rígidos (tubos) o flexibles (mangueras), y de presión o no, en función de si han de ir instalados en una línea de presión o en las de aspiración, retorno o drenaje del sistema. Las mangueras son conductos flexibles, constituidos por diferentes capas de material elastómero (SRT) o termoplástico (TPT), reforzadas con capas de malla de acero y acabadas con una capa exterior protectora de goma o de plástico.

El diámetro de los conductos, sean rígidos o flexibles, se escoge en función de su capacidad de transportar caudal. La velocidad máxima del fluido por el interior de un conducto depende de la parte del circuito en que se instale. Como pauta, se admite una velocidad superior en la línea de presión que en la de aspiración de la bomba, aunque siempre se han de respetar las recomendaciones que dicten los fabricantes de cada componente. Se han de tomar todas las medidas conducentes a reducir la pérdida de presión en la aspiración, sea reduciendo la longitud de los tramos de conductos o eliminando curvas innecesarias. Si la tubería de aspiración ha de ser larga por razones funcionales, conviene aumentar su diámetro y reducir el número de codos y racores al mínimo número viable. Del mismo modo, es preferible no usar racores de presión en la aspiración, porque



son de menor sección efectiva y si, aun así, se corre el riesgo de hacer cavitarse la bomba, se ha de escoger un depósito alzado o presurizado.

El tamaño y la resistencia del material utilizado en el conducto han de ser los adecuados para la aplicación particular. La norma DIN ISO 10763 y las equivalentes DIN 2391 y BS 3600 recomiendan el espesor idóneo de los tubos en función del rango nominal de la presión de trabajo.³⁷ En la tabla 6.12 adjunta, se indica el tamaño de tubo (diámetro exterior de hasta 42 mm x diámetro interior) recomendado en función del caudal de paso por cada línea, sea de aspiración (ASP), impulsión (IMP) o retorno (RET), y la sección equivalente del tubo, por si se requiere cualquier otra velocidad que no sea la indicada. La zona sombreada muestra el intervalo de actuación en tamaño del racor de conexión, según una rosca BSP.

La presión de trabajo máxima de una manguera depende del tamaño de su conector y del número de espiras o vueltas de mallado que emplee (R-N, siendo N el número de vueltas). Por regla general, la presión máxima que aguanta la manguera disminuye a medida que su diámetro aumenta. Como ejemplo, mientras que una manguera de 1 1/2" R2 (SRT) soporta del orden de 100 bar de presión, la manguera R2 de 1/2" resiste, aproximadamente, el doble.

La conexión de la manguera al componente puede hacerse mediante un gran número de accesorios y racores que pueden encontrarse en el mercado. El ensamblaje resulta más cómodo si se lubrican las partes y se siguen algunas sencillas reglas de montaje que evitan que la manguera trabaje torsionada. Este punto es muy delicado porque la vida útil de las mangueras se reduce sensiblemente si experimentan las vibraciones del sistema o entran en contacto con materiales metálicos (que pueden llegar a seccionarlas). Las figuras siguientes enseñan la forma correcta de instalar una manguera en diferentes configuraciones y los errores más comunes que deben evitarse.

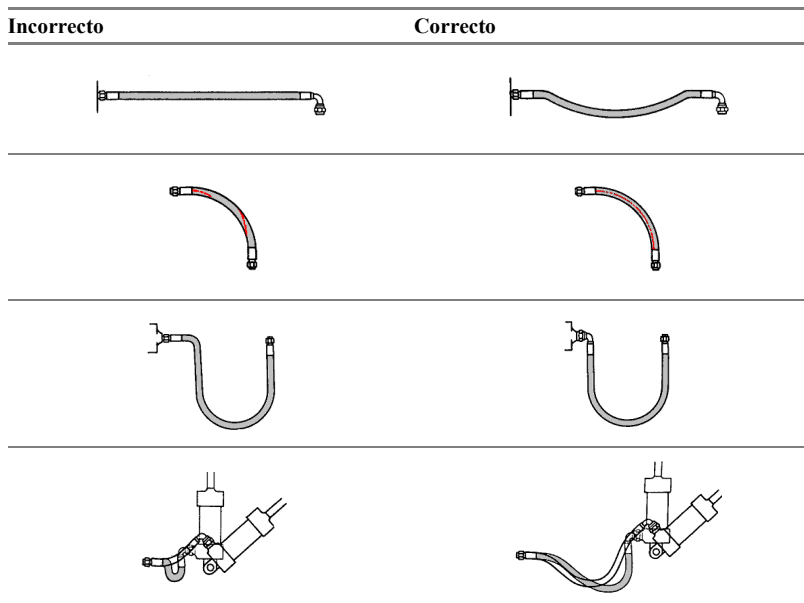


Figura 6.33. Montaje correcto e incorrecto de mangueras. Hay que evitar torcer las mangueras durante el montaje y también que puedan torzarse durante el funcionamiento. Se han de montar con holgura para la maniobra y de modo que puedan descargarse con la presión (alivio de tensiones en los racores). Se ha de impedir que rocen con otros materiales y no sujetarlas nunca mediante cuerdas o alambres.



Tabla 6.12.
Diámetros recomenda-
dos de tubería en fun-
ción del caudal de
paso por cada con-
ducto. La columna de
la izquierda muestra
los diámetros exterior e
interior en milímetros.

Medidas tubo d _e x d _i [mm]x[mm]	Rosca BSP								Sección efectiva [cm ²]	Caudal [L/min]			
	1/8"	1/4"	3/8"	1/2"	3/4"	1"	1 1/4"	1 1/2"		ASP	IMP	RET	
										1,5 m/s	6 m/s	4 m/s	
6x3									0,071	0,64	2,54	1,70	
6x4									0,126	1,13	4,52	3,02	
8x4									0,126	1,13	4,52	3,02	
8x5									0,196	1,77	7,07	4,71	
8x6									0,283	2,54	10,18	6,79	
10x5									0,196	1,77	7,07	4,71	
10x6									0,283	2,54	10,18	6,79	
10x7									0,385	3,46	13,85	9,24	
10x8									0,503	4,52	18,10	12,06	
12x6									0,283	2,54	10,18	6,79	
12x7									0,385	3,46	13,85	9,24	
12x8									0,503	4,52	18,10	12,06	
12x9									0,636	5,73	22,90	15,27	
12x10									0,785	7,07	28,27	18,85	
14x7									0,385	3,46	13,85	9,24	
14x9									0,636	5,73	22,90	15,27	
14x10									0,785	7,07	28,27	18,85	
15x9									0,636	5,73	22,90	15,27	
15x10									0,785	7,07	28,27	18,85	
15x11									0,950	8,55	34,21	22,81	
15x12									1,131	10,18	40,72	27,14	
16x8									0,503	4,52	18,10	12,06	
16x10									0,785	7,07	28,27	18,85	
16x11									0,950	8,55	34,21	22,81	
16x12									1,131	10,18	40,72	27,14	
18x11									0,950	8,55	34,21	22,81	
18x12									1,131	10,18	40,72	27,14	
18x13									1,327	11,95	47,78	31,86	
18x15									1,767	15,90	63,62	42,41	
20x13									1,327	11,95	47,78	31,86	
20x14									1,539	13,85	55,42	36,95	
20x15									1,767	15,90	63,62	42,41	
22x17									2,270	20,43	81,71	54,48	
22x18									2,545	22,90	91,61	61,07	
22x19									2,835	25,52	102,07	68,05	
25x16									2,011	18,10	72,38	48,25	
25x17									2,270	20,43	81,71	54,48	
25x19									2,835	25,52	102,07	68,05	
28x21									3,464	31,17	124,69	83,13	
28x23									4,155	37,39	149,57	99,71	
28x24									4,524	40,72	162,86	108,57	



Medidas tubo d _e x d _i [mm]x[mm]	Rosca BSP								Sección efectiva [cm²]	Caudal [L/min]			
	1/8"	1/4"	3/8"	1/2"	3/4"	1"	1 ¼"	1 ½"		ASP			RET
										1,5 m/s	6 m/s	4 m/s	
30x20									3,142	28,27	113,10	75,40	
30x22									3,801	34,21	136,85	91,23	
35x27									5,726	51,53	206,12	137,41	
35x29									6,605	59,45	237,79	158,52	
35x31									7,548	67,93	271,72	181,14	
38x26									5,309	47,78	191,13	127,42	
38x28									6,158	55,42	221,67	147,78	
42x32									8,042	72,38	289,53	193,02	
42x34									9,079	81,71	326,85	217,90	
42x36									10,179	91,61	366,44	244,29	

6.10.3.Recomendaciones finales

En este apartado, se resumen algunas de las recomendaciones más importantes relativas a la instalación, la puesta en marcha y la explotación de una instalación oleohidráulica.

Durante la fase de montaje, conviene:

- Realizar el montaje en un ambiente limpio y sin polvo. Recuérdese: ningún sistema oleohidráulico ha fallado nunca por estar demasiado limpio.
- Retirar de inmediato la escoria que se forma durante las operaciones de corte o roscado.
- Asegurarse de que todas las tuberías permanecen taponadas hasta justo antes de su montaje.
- Realizar el doblado de las tuberías antes de su montaje final para evitar que comben o se vean forzadas durante la instalación.
- Instalar las bridas de conexión de forma adecuada sobre la superficie adyacente.
- Inspeccionar los racores y remover cualquier rebaba o astilla metálica para evitar que penetren en las tuberías.
- Limpiar el interior de las tuberías justo antes del montaje. Las tuberías pequeñas pueden limpiarse con aire comprimido limpio. Las de mayor tamaño pueden limpiarse usando un trapo libre de hilos.
- Instalar los soportes antivibración necesarios para las tuberías, si es posible lo más lejos posible de los racores.
- Llenar las cámaras de los cilindros con aceite limpio (no del bidón) y taponar sus vías para que no entre suciedad hasta su montaje definitivo. Esta operación facilitará el cebado total del sistema.



- No abrir las bocas de las bombas y otros componentes hasta el momento de su conexión (normalmente, vienen de fábrica con tapones de plástico).
- Verificar que el sentido de rotación de la bomba respeta la indicación del fabricante y coincide con la del motor de accionamiento. La mayor parte de las bombas tienen una flecha marcada en su carcasa externa.
- Utilizar, en lo posible, acoplamientos elásticos encerrados en campanas protectoras para el accionamiento de las bombas. Comprobar las tolerancias de montaje y respetar la alineación mínima exigida (de unos 0,5 mm).
- Apretar bien los racores para evitar las fugas de fluido. Es especialmente delicada la acción de apretar los racores de la aspiración para evitar la entrada de aire.
- Conectar todas las líneas de retorno y drenaje necesarias. Dos tubos de retorno conectados mediante una “T” pueden no ver el mismo depósito (uno de los flujos puede prevalecer y bloquear el de menos empuje hidráulico). Es una buena medida dar una vuelta a los tubos de drenaje en forma de “U” para evitar el sifonado de la bomba.
- Llenar los elementos del circuito con el aceite hidráulico final antes de su puesta en marcha (recomendable). Es conveniente hacer funcionar el circuito con filtros de prueba antes de su puesta en marcha definitiva.
- Comprobar que las tuberías de aspiración y de retorno quedan sumergidas en el tanque después del cebado de la instalación.

Para la puesta en marcha con el circuito cebado, se debe:

- Revisar el nivel de aceite en el depósito.
- No poner nunca en marcha la instalación con vacío a la entrada o sin tener la certeza de que la bomba está cebada.
- Si hay válvulas de cierre en la aspiración de la bomba, abrirlas.
- Purgar el aire de la línea de presión para que no borbotee en el depósito. Para ello, pueden usarse válvulas de purga y moverse los cilindros lentamente de forma manual. Repetir esta operación tantas veces como sea necesario hasta tener la certeza de que la operación ha dado resultados.
- Verificar que el personal está protegido frente a circunstancias imprevistas durante el arranque inicial.
- Accionar el motor eléctrico para verificar el sentido de rotación.
- Si la bomba es de desplazamiento variable, ponerla en marcha a la mitad de su desplazamiento, como mínimo.
- En general, es preferible realizar una puesta en marcha sin carga. El sistema ha de trabajar durante un tiempo a baja presión (a unos 10 bar) para realizar una primera limpieza del circuito.
- Volver a comprobar el nivel de fluido en el tanque.



- Tarar las válvulas de presión a su valor final y reiniciar la puesta en marcha. Las válvulas de los manómetros pueden permanecer abiertas.
- Observar el funcionamiento en régimen y prestar atención a los ruidos y a las vibraciones anormales.
- Atajar cuanto antes las fugas externas evitables. Verificar la estanqueidad del sistema cuando alcance la temperatura de régimen. Apretar, si es necesario, los racores por los que se aprecien fugas.
- Comprobar que los filtros continúan en buen estado. Su función se intensifica durante el arranque, por lo cual es posible tener que cambiar alguno de ellos.

Una vez la instalación está en marcha y ha comenzado su fase de ejercicio, se ha de respetar la periodicidad del mantenimiento y sustituir los filtros o sus cartuchos con frecuencia. Si se observa la aparición de fugas de fluido, deben tomarse todas las medidas conducentes a su eliminación. Un incremento en las fugas externas es debido al desgaste de los componentes e indica la presencia de un problema que exigirá una actuación inmediata.

Diferir la reparación o la sustitución del componente supone un coste económico que en muchas ocasiones es inasumible. Por ejemplo, en un sistema con una potencia instalada de 200 kW, un incremento de fugas del 10% obliga al sistema a trabajar a más presión para realizar el mismo trabajo e impulsar más caudal para compensarlas. Si ello supone que la potencia absorbida sea un 15% mayor y el sistema trabaja 8 horas al día y 25 días al mes, el consumo energético aumenta 6.000 kWh en un mes. Dicho coste adicional se podría dedicar a la sustitución preventiva.

¹ Por ejemplo, en algunos circuitos pulmón de acondicionamiento, en los que la bomba ha de suministrar solo la caída de presión que se experimenta en un filtro y un intercambiador, y, evidentemente, interesa un gran caudal. También se usan bombas centrífugas a la entrada de otras de desplazamiento positivo para facilitar su aspiración. Estas bombas actúan como *booster* de presión.

² Entre ellos: bajo poder lubricante y antidesgaste, corrosividad, alto punto de congelación y bajo punto de ebullición.

³ Solo 10 cm³ de agua en 10 litros de aceite provocan la precipitación de los dopantes, lo cual se observa con la aparición de una pasta blanquecina sobre el aceite.

⁴ La amortiguación interna es de capacidad más limitada que la externa, por lo que no es recomendable en solitario. El análisis dinámico de la amortiguación permite estimar la capacidad máxima de disipación de energía de los amortiguadores durante un frenado y por hora. El frenado por amortiguación interna es más o menos progresivo según la manera de realizar la estrangulación. Por lo general, no es conveniente reducir de forma brusca la sección estrangulada para no provocar saltos de presión de cuantía imprevista. Si el movimiento de desaceleración se pretende que sea uniforme, debe tenerse presente la regla siguiente: el trayecto de frenado varía con el cuadrado de la velocidad para una misma desaceleración. Esto es, cuando la velocidad de traslación se duplica, se necesita un tramo de frenada cuatro veces mayor.

⁵ Merece especial atención una circunstancia que se da en muchas instalaciones que utilizan actuadores asimétricos: el caudal de salida de la cámara del émbolo durante la carrera de retorno del actuador asimétrico



puede ser superior al caudal de la bomba en una relación $1/\varphi$. La consecuencia evidente de este hecho es que, en estos sistemas, el caudal más grande que circula por la línea de retorno al tanque no es el caudal de la bomba. Esta circunstancia afecta el dimensionado de los componentes de esa línea, donde suelen ubicarse filtros, válvulas antirretorno, etc., y también el dimensionado de los conductos.

- 6 Presión total, aunque los elevados niveles de presión estática de esta clase de sistemas permiten prescindir de los términos dinámicos.
- 7 En condiciones normales, y aunque se escoja la posición central adecuada, el movimiento “a mano” de los actuadores no es posible por el efecto combinado del rozamiento, de las columnas de aceite por desplazar y de las pérdidas de presión que se producen en la válvula. Una pequeña presión equivalente de 3 bar, aplicada sobre un actuador de 50 mm de diámetro, supone una fuerza resistente de 60 kg.
- 8 Estos solenoides son capaces de mantener una fuerza casi constante en la zona de desplazamiento de la corredera, que solo es proporcional a la intensidad de mando. Si, a su acción sobre la corredera, se contraponen un muelle, el equilibrio de fuerzas supone una relación proporcional entre la intensidad recibida por el electroimán y la posición alcanzada en equilibrio. Esta proporcionalidad se pierde cuando las fuerzas de flujo son importantes. Las válvulas proporcionales con sensor interno de la posición de la corredera resuelven este problema y ofrecen más capacidad de potencia para un mismo tamaño nominal.
- 9 En las condiciones normalizadas de ensayo, se cumple que $\Delta p_{PA} = \Delta p_{BT} = \Delta p_N/2$ para válvulas simétricas, siendo Δp_N igual a la presión de alimentación, p_P , si la presión p_T es cero. El tamaño nominal más adecuado para la válvula que se debe instalar en un circuito hidráulico depende de la presión de alimentación, de la carga aplicada sobre el actuador y de su geometría, y debe escogerse el máximo de estas expresiones:

$$Q_N = \max < Q_1 \left(\frac{2}{1 + \varphi^3} \frac{p_P - F/A}{\Delta p_N} \right)^{-1/2}, \varphi Q_2 \left(\frac{2}{1 + \varphi^3} \frac{\varphi p_P - F/A}{\Delta p_N} \right)^{-1/2} >$$

donde φ es la relación de áreas del actuador ($\varphi=1$ en motores) y la fuerza F se supone resistiva (en caso contrario, sería negativa en la fórmula). En los motores, la presión de carga F/A debe sustituirse por su equivalente M/C_V . La fórmula de la izquierda se corresponde con el movimiento de ida y, la de la derecha, con el de retorno. Q_1 y Q_2 son los caudales de entrada al actuador en cada movimiento y se corresponden con los caudales Q_{PA} y Q_{PB} , respectivamente. En otro orden de cosas, según la normativa, la presión normal de ensayo es de 70 bar cuando se trata de una servoválvula y de 10 bar con una proporcional (aunque hay fabricantes que dan la información técnica de sus válvulas proporcionales con $\Delta p_N=70$ bar).

- 10 Según un estudio del MIT, las causas de fallo en una instalación oleohidráulica se deben, en un 50%, al desgaste mecánico; en un 20%, a la corrosión; en un 15%, a los accidentes, y solo en un 15%, a la obsolescencia. Los fallos por desgaste mecánico se reparten entre abrasión, fatiga, adhesión por soldadura fría y erosión.
- 11 ISO 4406:1999. *Method for Coding the Level of Contamination by Solid Particles*. El ensayo más importante para evaluar la eficacia de la filtración es el *multi-pass test*, descrito en la ISO 4572:1981 (ISO 16889), que consiste en el recuento de partículas aguas arriba y abajo del filtro en que se ha instalado el material filtrante de prueba. La información de la pérdida de presión a través del filtro recogida durante todo el ensayo se utiliza para dibujar su curva característica y sirve para poder comparar filtros de otros materiales y fabricantes.
- 12 Los fabricantes y los usuarios han trabajado, a menudo, con la norma ISO extendida a tres valores X/Y/Z, porque el uso de dos cifras resultaba insuficiente. La nueva norma ISO 4406:2000 aumenta aún más el número de cifras para concretar mejor la capacidad de retención del filtro en otros rangos de tamaño. La nueva norma también informa de los valores β_x de 2, 10, 75, 100, 200 y 1000, ya que un valor β_x individual no era representativo (con todos los β_x anteriores, se puede representar su evolución con x e interpretar mejor la eficacia del filtro).



-
- ¹³ Como se ha mencionado en el apartado 6.2.2, la temperatura del aceite ha de mantenerse por debajo de los 65°C. Solo algunas aplicaciones especiales permiten trabajar con temperaturas más elevadas. Se recomienda que el aceite del depósito esté a una temperatura comprendida entre los 48 y los 65°C y, para los fluidos en base agua, de entre 37 y 50°C.
- ¹⁴ Los acumuladores oleohidráulicos se cargan, normalmente, con gas nitrógeno. La carga con aire está limitada a las aplicaciones hidráulicas, donde no se utiliza aceite mineral, o cuando se sabe con seguridad que se trabajará a muy baja presión. Nunca debe usarse oxígeno, porque ello aumenta el riesgo de explosión por efecto diésel y, evidentemente, han de mantenerse alejados de cualquier fuente de calor importante.
- ¹⁵ Una aplicación especial de los acumuladores hidráulicos es que forman parte de numerosos sistemas de suspensión de vehículos. Las suspensiones hidroneumáticas tienen numerosas ventajas frente a los sistemas tradicionales y algunas de ellas son debidas a los acumuladores. Por ejemplo, un sistema de suspensión hidroneumática permite controlar el nivel del vehículo, independientemente de la masa suspendida, gracias al control de la presión de precarga. Recientes estudios han demostrado que estos sistemas permiten gobernar la rigidez del sistema de suspensión hidroneumática, lo que facilita su control adaptativo escogiendo la mejor pareja de parámetros, amortiguador y rigidez, en función de las circunstancias (tipo de conducción, carretera, etc.).
- ¹⁶ La experiencia ayuda a poder interpretar la magnitud de los tiempos característicos de un sistema. Solo como referencia y en condiciones normales, los tiempos típicos de la transferencia de calor son del orden de segundos.
- ¹⁷ El resto de variables está en SI.
- ¹⁸ ISO 4409:2007 *Hydraulic Fluid Power -- Positive-displacement pumps, motors and integral transmissions -- Methods of testing and presenting basic steady state performance*.
- ¹⁹ En este desarrollo, se obvian las fugas externas que podrían producirse, que serían función de las presiones relativas a la entrada y a la salida del componente, y no de su diferencia. Estas fugas son de mayor cuantía en los motores que en las bombas y podrían incluirse sin problemas mediante expresiones del tipo $k_e p_e$ y $k_s p_s$, o bien $k(p_e + p_s)$. Por otro lado, la expresión [6.17] supone que las fugas son de forma laminar. Ambas hipótesis son suficientemente aproximadas para el propósito de esta sección.
- ²⁰ Obsérvese que, en los motores, la relación $Q/(C_{MM})$ es mayor que la unidad, debido a las pérdidas en volumen.
- ²¹ La regulación mediante técnica proporcional puede hacerse con válvulas reguladoras de caudal proporcionales, con válvulas VCD proporcionales y con servoválvulas, y con sistemas de regulación en lazo abierto o cerrado.
- ²² El efecto multiplicador de la presión ha de tenerse en cuenta cuando se regula a la salida. Por ejemplo, si el actuador tiene una relación de áreas $\varphi=0,5$ y la limitadora está tarada a 200 bar, la presión mínima en la contracámara del vástago es de 400 bar (condición de carga nula, en régimen permanente y sin pérdidas de presión en otras válvulas). La presión aumenta aún más si la carga es de embalamiento.
- ²³ El amplificador de presión tipo utiliza un pistón de áreas diferentes (a , A), de forma que $P_a = F = pA$.
- ²⁴ Los cilindros diferenciales son cilindros de doble acción en los que la sección del vástago es la mitad de la superficie del émbolo ($\varphi = 0,5$). Son cilindros muy robustos que responden muy bien a solicitaciones de pandeo, lo cual los hace ideales para carreras largas.
- ²⁵ Entre otras, sistemas con bombas hidráulicas controladas por motores accionados a velocidad variable y con bombas de desplazamiento variable a velocidad constante.
- ²⁶ En el caso de usarse en actuadores rotativos, la presión de carga se define como M/C_V .



²⁷ En el caso más general, con válvula simétrica, las presiones son, para el movimiento de salida:

$$p_1 = \frac{1}{1 + \varphi^3} \left(\varphi^3 p_p + \frac{F}{A_1} \right)$$

$$p_2 = \frac{\varphi^2}{1 + \varphi^3} \left(p_p - \frac{F}{A_1} \right)$$

y, para el de entrada:

$$p_1 = \frac{1}{1 + \varphi^3} \left(\varphi p_p - \frac{F}{A_1} \right)$$

$$p_2 = \frac{1}{1 + \varphi^3} \left(p_p + \varphi^2 \frac{F}{A_1} \right)$$

también indistintas del tamaño de la válvula. Si el actuador es simétrico, resulta ser $p_p = p_1 + p_2$ siempre, y la de carga $p_L = p_1 - p_2$ en la salida, y $p_L = p_2 - p_1$ en la entrada.

²⁸ Esto implica que la potencia disponible no será transferida a la carga de forma óptima y el rendimiento del sistema será inferior al máximo.

²⁹ Aquí, m es la masa reducida aplicada en el vástago y p_L debe ser la presión de la carga estacionaria no inercial.

³⁰ Las líneas de posición constante son de forma que $\log(v) = \log(x_{cte}) + \log(2\pi f)$, rectas de pendiente “1”, mientras que las de aceleración constante son: $\log(v) = \log(a_{cte}) - \log(2\pi f)$, rectas de pendiente “-1”.

³¹ La extensión de la influencia de este efecto depende del diagrama de Bode del sistema hidráulico combinado actuador-carga y de la amplitud de su zona de resonancia, y aparece siempre que no se reduzca añadiendo amortiguación al sistema hidráulico o implementando adecuadamente el algoritmo de control.

³² Obsérvese que la definición general que se hace de p_L es indistinta del sentido del movimiento. Las ecuaciones [6.105] y [6.106] son válidas en ambas fases.

³³ Los cambios en las presiones p_i inducen cambios en los caudales correspondientes de la válvula del orden $k_p \delta p_i$. Por ejemplo, la tendencia a disminuir el caudal Q_2 en la válvula tras la disminución observada en p_2 , por haber aumentado F_L mientras el actuador está saliendo es compensada, aproximadamente, por el aumento consiguiente de Q_2 debido al efecto de la descompresión (aumento del volumen de fluido) en la contracámara del actuador. Un análisis más riguroso enseña que los cambios del caudal de compresibilidad, asociados a una disminución δp_i de la presión, son del orden de $k_p \delta p_i / (\pi \xi_h)$ que, para los valores usuales del coeficiente de amortiguación del sistema, ξ_h , son, precisamente, del orden $k_p \delta p_i$.

³⁴ Valores iniciales nulos.

³⁵ Para $V_1 = V_2$. Si no es así, la frecuencia propia y el coeficiente de amortiguación resultan ser:

$$f_N = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{B_s A^2}{m} \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \right)^{1/2}$$

$$\xi_h = \frac{k_p}{A} \left(B_s m \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \right)^{1/2} + \frac{R}{2A} \left(\frac{1}{B_s m} \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \right)^{1/2}$$

y de ahí la segunda simplificación y la definición [6.110].

³⁶ Un sistema de fase mínima es estable si el margen de ganancia es positivo, y su valor indica cuánto puede incrementarse la ganancia del sistema antes de que se vuelva inestable.

³⁷ DIN ISO 10763:2004-03. *Hydraulic Fluid Power - Plain-end, seamless and welded precision steel tubes - Dimensions and nominal working pressures*. Como referencia, para un tubo de diámetro exterior de 60 mm, el espesor recomendado a 16 bar es de 3,6 mm, de 4,5 mm a 150 bar, de 7,1 mm a 250 bar y de 10 mm a 400 bar. Resistencia mínima de tracción del material: 410 N/mm². Factor 4 de seguridad.





Anexo. Mantenimiento y detección de averías

Un circuito hidráulico bien diseñado, bien montado e instalado, y con una puesta en marcha adecuada, tiene asegurada una larga vida sin problemas y sin necesidad de cuidados especiales ni de un mantenimiento muy exigente. Según la norma DIN 31051:2003-06 *Fundamentals of Maintenance*, se entiende por mantenimiento el conjunto de medidas técnicas, organizativas y económicas destinadas a retardar el desgaste y/o a restablecer la capacidad de trabajo de los medios de producción tecnológicos teniendo en cuenta su seguridad.

A.1. Visión global de las clases de mantenimiento

El mantenimiento puede ser preventivo, correctivo o predictivo. El mantenimiento preventivo consiste en la conservación e inspección del equipo y está orientado a preservar las condiciones iniciales y a retrasar el momento en que puedan alterarse. El mantenimiento correctivo consiste en el restablecimiento de las condiciones iniciales cuando estas se han perdido. Por último, el mantenimiento predictivo determina el tiempo de vida útil de la máquina para poder estimar cuándo conviene proceder a su renovación sin tener que padecer los problemas de un mal funcionamiento o de un fallo grave.

La tabla siguiente resume las actuaciones correspondientes a cada tipo de mantenimiento y la forma de proceder más adecuada. Una buena gestión del equipo reduce las tareas de mantenimiento.

El mantenimiento predictivo está muy en boga últimamente gracias al desarrollo de nuevas técnicas de inspección no intrusivas, como el análisis de vibraciones. Este mantenimiento se basa en el diagnóstico del estado actual de la máquina para caracterizar la función de daños y su evolución temporal. La situación de desgaste se manifiesta mediante la modificación



del caudal de fuga externa total, del nivel de fluctuación de la presión y de la evolución de la temperatura en tiempos de observación largos. Si se conoce el valor límite admisible de los daños, se puede valorar durante cuánto tiempo adicional puede utilizarse el equipo antes de que sea recomendable cualquier tipo de actuación.

	Preventivo		Correctivo	Predictivo
	Conservación	Inspección		
Actuación	Limpiar y reparar. Impermeabilizar. Reengrasar. Ajustar y rellenar.	Medir. Probar. Registrar. Controlar.	Renovar. Ajustar. Reparar.	Medir y registrar. Probar. Calcular. Estimar.
Procedimiento	Se sigue una planificación periódica establecida previamente y registrada en estadillos o en libros de mantenimiento.		Se siguen las normas de reparación y montaje.	Se aplican algoritmos de cálculo que dependen del nivel de daños y del análisis temporal y frecuencial de diversas señales.

Una máquina en buen estado no produce vibraciones o estas están delimitadas en un intervalo de frecuencia a unos decibelios determinados.¹ Se dice que las máquinas en buen estado tienen un patrón de vibración determinado, y está comprobado que el desgaste origina cambios dinámicos que desequilibran los elementos y modifican el patrón de vibración inicial. Es decir, el espectro en frecuencia de la señal se modifica con el tiempo, a medida que se va deteriorando la instalación, lo cual permite monitorizar su tendencia y prever cuándo se alcanzarán los niveles de vibración inaceptables.

Los instrumentos que permiten el análisis de las vibraciones son diversos e incluyen:

- Sensores, como acelerómetros, captadores de velocidad, transductores de presión, etc.
- Sistemas de monitorización y adquisición de las señales procedentes de los sensores.
- Sistemas de tratamiento de las señales, como la conversión A/D (si el analizador es digital), la aplicación de algoritmos FFT, etc.
- Otros sistemas para el almacenamiento de datos, su transmisión, etc.

Sobre todo, es vital seguir las recomendaciones de los fabricantes de los componentes.

A.2. Bombas centrífugas

El mantenimiento y la frecuencia de las revisiones dependen de las horas de funcionamiento de la bomba, de la severidad de las condiciones de servicio y de los materiales utilizados en su construcción. En general, se reducen bastante, siempre que se sigan, entre otras, las siguientes recomendaciones:



- Es necesario observar la pequeña fuga de líquido a través de la empaquetadura (si va con prensaestopa). Esta fuga es necesaria para que se verifique el cierre hidráulico que impide la toma de aire, al tiempo que actúa como líquido refrigerante de la empaquetadura y el eje. Una fuga excesiva indica desgaste, por lo que la prensaestopa deberá repararse o sustituirse.
- El motor y la bomba han de girar sin trepidaciones, saltos ni ruidos extraños. Es necesario que los rodamientos estén, en todo momento, convenientemente lubricados con aceite o grasa.
- Comprobar habitualmente que el consumo de corriente del motor a la presión de trabajo de la bomba no excede de los valores señalados en la placa.
- El cierre mecánico o retén automático no precisa atención alguna, pero jamás ha de trabajar en seco ni con aguas sucias, arenosas o sólidos en suspensión, pues se rayaría y sufriría un desgaste prematuro y la consiguiente fuga de líquido.
- Si una bomba está haciendo un servicio de reserva o si no se utiliza durante largos períodos de tiempo, las partes móviles se han de girar varias veces a la semana para que no se agarroten.

La tabla siguiente recoge las anomalías más frecuentes y sus causas más probables.

Anomalía	Posible causa
Falta de caudal	La bomba no está cebada. La velocidad es insuficiente. La altura de descarga es demasiado elevada (mayor que aquella para la que fue seleccionada la bomba). La altura de aspiración es demasiado elevada (NPSH insuficiente). Los conductos del impulsor están parcialmente obstruidos. El sentido de rotación no es el correcto.
El caudal es insuficiente	Entra aire en la tubería de aspiración. La velocidad es demasiado baja. La altura total es mayor que aquella para la que fue seleccionada. La altura de aspiración es demasiado elevada (NPSH insuficiente). Los conductos del impulsor están parcialmente obstruidos. Hay defectos mecánicos, como el impulsor dañado o los aros desgastados. La válvula de pie o la tubería de aspiración no están suficientemente sumergidas.
La presión de descarga es insuficiente	La velocidad es demasiado baja. Hay aire en el líquido. Hay defectos mecánicos, como el impulsor dañado o los aros desgastados. El sentido de rotación es el incorrecto. La viscosidad del líquido es superior a la inicialmente prevista.
La bomba sobrecarga el motor	La velocidad es demasiado alta. El líquido bombeado tiene un peso específico o una viscosidad distintos a aquellos para los que fue seleccionada la bomba. Hay defectos mecánicos, como rodamientos averiados, un eje deformado, mala alineación, etc. La prensaestopa está muy apretada y causa una pérdida excesiva por fricción en la caja de empaquetadura. El sentido de rotación es el incorrecto.



Anomalía	Posible causa
La bomba se desceba después de la puesta en marcha	Hay fugas o bolsas de aire en la línea de aspiración (entra aire). La altura de aspiración es demasiado elevada. Hay aire o gases en el líquido. El sellado no funciona bien (por obstrucción o entrada de aire). Entra aire por la junta del cuerpo de la bomba. La válvula de pie o la tubería de aspiración no están suficientemente sumergidas.
La bomba vibra	No está bien alineada. La cimentación no es suficientemente rígida. El impulsor está parcialmente obstruido, lo cual produce un desequilibrio. Hay defectos mecánicos, como un eje curvado, los elementos giratorios se agarrotan o hay rodamientos desgastados. Hay aire o vapor en el líquido. El NPSH es insuficiente.
La bomba no sube el caudal solicitado a determinada altura	La altura estática total es excesiva. La dirección de giro ha cambiado. Los órganos interiores de la bomba están obstruidos. Hay desgaste en las piezas interiores de la bomba. La válvula de compuerta está poco abierta u otros accesorios están obstruidos. El número de revoluciones es demasiado bajo. La bomba coge aire de la tubería de aspiración o tiene fugas de agua en la de impulsión.
La bomba pierde líquido por el eje	El cierre mecánico está deteriorado o rayado. La estopada está gastada.
El grupo electrobomba no gira o lo hace con mucha dificultad	No llega fuerza eléctrica al motor. El motor eléctrico está quemado. Hay roce o adherencia en los órganos interiores de la bomba.
La bomba no aspira o lo hace con dificultad	La altura manométrica de aspiración es excesiva. Se forman bolsas de aire en la tubería. La toma de aspiración y las válvulas están obstruidas o cerradas. Se desceba la bomba. Se bombea agua caliente.
La bomba da una presión excesiva	El número de revoluciones es demasiado elevado.
Los rodamientos se calientan excesivamente	El grupo está mal alineado. El acoplamiento está mal instalado o a una separación indebida. La tubería produce tensiones. Hay poco aceite de lubricación o está en malas condiciones.

A.3. Instalaciones oleohidráulicas

El mantenimiento mínimo necesario pasa por realizar determinadas operaciones periódicas. Estas operaciones han de ser llevadas a cabo por personal especializado y de forma regular para ser efectivas. Cada operación de mantenimiento debe registrarse con número de orden, la fecha, el nombre del operario y cualquier otra información importante en los estadillos de



mantenimiento o los libros de registro certificados por los procedimientos de calidad. Los libros de registro han de contener toda la información pertinente al funcionamiento de la máquina: ciclos de trabajo, temperatura de trabajo por zonas, lecturas de los manómetros, existencia de ruidos anómalos, etc. Entre otras operaciones periódicas, destacan:

- Mantener la pulcritud externa del sistema y una buena apariencia. Esto ayuda a reconocer las fugas que se produzcan y su ubicación.
- Revisar los filtros y los indicadores de presión y colmatación.
- Controlar el nivel de aceite en el depósito y evitar que descienda más allá del mínimo. Se aconseja el uso de indicadores eléctricos para facilitar el mantenimiento.
- Controlar la temperatura de trabajo. La degradación del aceite con la temperatura afecta todo el circuito hidráulico. La velocidad de oxidación del aceite es constante hasta los 60°C y, a partir de aquí, dicha velocidad se dobla cada 10°C.
- Cambiar el fluido cada 2.000 o 3.000 horas de funcionamiento (dependiendo de las especificaciones del aceite). La periodicidad del cambio de aceite depende de su estado. Como referencia, piénsese que, en un coche, el cambio se realiza cada 20.000 km y que, si la velocidad de circulación media es de 40 km/h, esto solo supone 500 horas de funcionamiento.
- La sustitución del aceite debe ir acompañada de la limpieza del depósito. Esta operación resulta más sencilla si:
 - El diseño del equipo ha previsto esta operación.
 - El fondo del tanque es cóncavo y el tapón de drenaje se sitúa a ras.
 - Las placas de acceso facilitan la operación en los depósitos grandes.
 - Se puede extraer el filtro de retorno fácilmente.
 - Se han previsto elementos captadores de agua en los depósitos presurizados.
- Las tuberías de retorno han sido biseladas.
- Controlar la presión de precarga de los acumuladores.
- Revisar las válvulas, los actuadores, el intercambiador de calor y otros componentes.
- Revisar el sistema de refrigeración, si existe, para reconocer la presencia de fugas internas.
- Tomar muestras del fluido para comprobar sus propiedades químicas y otras.

La tabla siguiente especifica la periodicidad mínima recomendada para un mantenimiento preventivo adecuado.



Periodicidad	Tarea de mantenimiento preventivo
A diario	Verificar el nivel de aceite en el depósito y añadir aceite limpio, si es necesario. Verificar el aspecto del aceite. Anotar todo principio de fuga, tanto en aparatos como en tuberías. Verificar el estado de los filtros y anotar el nivel de caída de presión. Anotar la temperatura del aceite en régimen. Verificar la alimentación de las electroválvulas. Ajustar las presiones de funcionamiento. Anotar la temperatura del drenaje de las bombas y de los motores para verificar si se producen sobrecalentamientos.
Cada semana	Limpiar los filtros de aspiración. Reparar las fugas anotadas en el estadillo según las revisiones diarias. Asegurar el apriete de los elementos de fijación de los grupos, las válvulas, los actuadores, etc. Verificar el estado de los acoplamientos elásticos motor-bomba. Verificar el estado de los acumuladores, la presión de precarga, la llave de purga, etc. Comprobar el estado de otros elementos no visibles.
Una vez al mes	Sacar muestras del aceite del depósito y analizarlas, y anotar el número de horas de servicio.
Una vez por semestre	Verificar el estado de las transmisiones por cadena, su alineación, el estado de la grasa, las juntas, etc.
Anualmente	Verificar el buen estado de funcionamiento de todos los componentes del equipo y proceder a su recambio, si es preciso. Esto incluye los elementos de fijación externos y las partes móviles internas. Verificar los manómetros y otros dispositivos de señalización y alarma. Vaciar y limpiar el depósito.

Si, al cabo de unos años de funcionamiento, las operaciones rutinarias de mantenimiento indicaran que se ha producido una degradación paulatina del equipo, se podría aprovechar la ocasión para realizar una revisión completa, que podría incluso incluir el rediseño de la instalación a partir de la experiencia acumulada.

Para la detección de las averías y la identificación del componente o de los componentes defectuosos en un sistema electrohidráulico, es preciso:

- Colaborar entre los técnicos hidráulicos y eléctricos en la búsqueda del problema. Es fundamental conseguir un buen ambiente de trabajo en el equipo.
- Tener un conocimiento preciso o lo más exacto posible de todos y cada uno de los componentes implicados.
- Reconocer los componentes en el esquema electrohidráulico operativo del sistema.
- Identificar los componentes en el sistema real.
- No fiarse del esquema original ya que puede haber sido modificado. Siempre se ha de verificar el funcionamiento del conjunto por partes.

La mayoría de los problemas se resuelven mediante un mantenimiento preventivo periódico; sin embargo, en ocasiones, se ha de sustituir *in situ* el componente que no funciona correctamente sin que ello requiera desmontar todo el circuito. La tabla siguiente ofrece una ayuda a la hora de identificar las averías más frecuentes de los sistemas oleohidráulicos y sus posibles causas.



Problema	Posible causa	Hipótesis de intervención
Presión insuficiente (o por debajo del valor previsto)	Válvula de presión parcialmente abierta.	Presión de tarado baja. Válvula contaminada. Muelle roto o inadecuadamente sustituido.
	Pérdida excesiva de carga.	Viscosidad demasiado elevada. Diámetro de tubo pequeño. Tuberías parcialmente obstruidas.
	Fugas internas de aceite elevadas.	Juntas usadas en cilindros o motores. Juntas usadas en válvulas o distribuidores. Viscosidad del fluido demasiado baja.
	Caudal de bomba insuficiente.	V. apartado siguiente.
Caudal de bomba insuficiente	Aspiración estrangulada.	Filtro de aspiración pequeño o mal tarado. Tubo de aspiración obstruido. Tubo de aspiración de pequeño diámetro o tortuoso.
	Entrada de aire.	Por la toma de aceite a la aspiración. Por los racores de la aspiración. Aspiración de aceite con espuma.
	Depósito sellado herméticamente.	Abrir a la atmósfera. Introducir aire hasta presurizar.
	Accionamiento defectuoso.	Verificar el acoplamiento. Velocidad muy alta o muy baja.
	Viscosidad demasiado alta.	Leer instrucciones de la bomba.
	Bomba gastada.	Sustituir. Juntas internas rotas. Piezas internas rotas o desplazadas.
Bomba ruidosa	Cavitación.	Aspiración insuficiente. Viscosidad elevada.
	Entrada de aire.	V. punto anterior.
	Deterioro interno.	Bomba gastada.
Sobrecalentamiento	Presión máxima demasiado alta.	Válvula tarada demasiado alta.
	Potencia disipada inútilmente.	Desconexión por fin de ciclo. Modificar el circuito.
	Fugas internas de aceite elevadas.	V. punto anterior.
	Pérdida excesiva de carga.	V. punto anterior.
	Capacidad del depósito insuficiente.	Aumentar el tamaño del depósito.
	Refrigeración insuficiente.	Aumentar la refrigeración artificial. Incorporar el intercambiador o aumentar la potencia nominal del instalado.
	Rozamiento excesivo.	Montaje interno de la bomba defectuoso. Lubricación defectuosa.



Problema	Posible causa	Hipótesis de intervención
Vida reducida (al menos inferior a lo esperado)		Fluido poco lubricante.
	Fluido con componentes abrasivos.	Aceite viejo. Filtros poco efectivos.
	Lubricación insuficiente.	Aceite de poca calidad. Fluido poco viscoso a la temperatura de trabajo.
	Presión de ejercicio elevada en función de la máxima admisible por la bomba y/o las válvulas.	Rediseñar el circuito.
	Acoplamiento defectuoso.	Cargas anormales en módulo o dirección.
Movimiento errático	Aire en el circuito.	Tal vez retenido en la parte más alta del circuito. Purgar. Evitar la entrada aire.
	Válvula bloqueada.	A causa del movimiento de alguna junta o por material contaminante.
	Cilindro bloqueado.	Montaje interno defectuoso. Carga perpendicular o mal alineada. Vástago gripado.
	Pérdida de carga excesiva.	V. punto anterior.
	Presión variable en el acumulador.	Acumulador de capacidad insuficiente. Pérdidas superiores a lo esperado de aceite en el circuito.

En los sistemas electrohidráulicos, pueden aparecer problemas de tipo eléctrico que afectan el funcionamiento global. A menudo, estos problemas se detectan por un mal funcionamiento mecánico o hidráulico, o por ambos. La tabla siguiente ofrece una ayuda a la hora de identificar sus averías más frecuentes y es válida tanto para sistemas controlados en lazo abierto como cerrado. Los circuitos en lazo cerrado presentan otros problemas, debidos al uso de tecnología de control avanzada, sea por la sintonización incorrecta del controlador, por el filtrado de las señales o por su mala interpretación, y, en los sistemas de control digital, por una conversión A/D o D/A defectuosa, etc.

Problema	Causa mecánica/hidráulica	Causa eléctrica/electrónica
Movimiento inestable (con fluctuaciones de presión y/o caudal)	Bomba defectuosa. Aire en el cilindro. Fluido contaminado. Presión de pilotaje insuficiente en válvulas de doble etapa. Movimiento a saltos, como consecuencia del excesivo rozamiento en las juntas del cilindro. Velocidad inferior a la mínima de funcionamiento del motor.	Alimentación de potencia insuficiente. Ruido eléctrico o mala conexión a tierra. Conexión deficiente del solenoide de alguna válvula.
Carrera demasiado larga del cilindro (cuando esta había sido calibrada o reglada de antemano)	Elasticidad asociada a conductos y a cámaras demasiado elevada. La válvula de bloqueo no cierra inmediatamente o lo hace de forma parcial.	Corriente elevada. Tiempo de rampa demasiado largo. Conmutación lenta.



Problema	Causa mecánica/hidráulica	Causa eléctrica/electrónica
	Actuador mal purgado (aumento de elasticidad). Mecanizado del cilindro deficiente (cónico, etc.).	
Movimiento a saltos, no controlable	Bomba defectuosa. Válvula de control bloqueada.	Error de cableado. Cableado no seguro. Contacto no firme, que no garantiza continuidad en la alimentación. Dispositivo de señalización roto o defectuoso. Sensor de posición separado mecánicamente o no conectado.
Fuerza o par insuficientes	Resistencia excesiva en la línea de retorno o en la de alimentación. Presión de funcionamiento de la válvula de control demasiado baja. Pérdida de presión excesiva en la válvula de control. Tamaño nominal insuficiente. Pérdidas internas en la bomba de alimentación o en la válvula debidas a su uso continuado.	Señal de alimentación inadecuada. Regulación de escala incorrecta.
Golpe de ariete durante el funcionamiento	Tiempo de conmutación de la válvula de control demasiado pequeño (conmutación demasiado rápida). Orificios y/o conductos embozados. Acumulador antiarriete bloqueado, mal regulado o mal ubicado. Carga excesiva sobre el cilindro.	Señal de alimentación inadecuada. Regulación de escala incorrecta.
Temperatura de funcionamiento excesiva	Sección de tubo insuficiente. Alimentación continua excesiva. Funcionamiento del grupo de presión durante los tiempos muertos de trabajo. Presión de regulación demasiado elevada. Sistema de refrigeración no operativo. Sistema de <i>venting</i> no operativo.	
Ruido excesivo	Filtro bloqueado. Formación de espuma en el aceite. Envejecimiento de la bomba. Resistencia excesiva en la línea de alimentación de la bomba: la bomba cavita. Aire retenido en el solenoide de la válvula.	Regulación no correcta del <i>dither</i> .

ⁱ La norma ISO 2372:1974. *Mechanical Vibration of Machines with Operating Speeds from 10 to 200 rev/s* establece límites a los niveles de vibración admisibles en una máquina, los cuales dependen de la potencia instalada y del tipo de cimentación. El intervalo de frecuencia a estudiar va de los 10 a los 1.000 Hz. Otras normas alargan estos límites hasta los 10 kHz.





Bibliografía

- Agüera, J. *Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas*. Editorial Ciencia 3, 2002. ISBN: 84-95.391-01-05.
- AMCA. *Fan Application Manual*. Publicaciones 200, 201, 202, 203.
- Balje. *Turbomachines. A guide to design, selection and theory*. MIT Press, 1984.
- Batchelor, G. *Introducción a la dinámica de fluidos*. Centro de Publicaciones de la Secretaría General Técnica del Ministerio de Medio Ambiente, 1997. ISBN: 84-8320-015-5.
- Bosser, J. *Vademecum de mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*. Centre de Publicacions d'Abast. ETSEIB, 1997. ISBN: 84-89.349-91-6.
- Bosser, J. *Màquines hidràuliques i de fluids*. Centre de Publicacions d'Abast. ETSEIB, 1998. Depósito legal: B-41.793-98.
- Brennen, C. *Hydrodynamics of Pumps*. Oxford University Press, 1994. ISBN: 0-19-856442-2.
- Cherhassky, V. *Pumps, Fans, Compressors*. Mir Publishers, 1980. ISBN: 5-03-001748-8.
- Costa, E., et al. *Ingeniería química. Fenómenos de transporte*. Editorial Alhambra, 1984. ISBN: 84-205-1021-1.
- Crespo, A. *Mecánica de fluidos*. Servicio de Publicaciones de la ETSIIM, 1989. ISBN: 84-7484-061-9.
- de las Heras, S. *Màquines i sistemes hidràulics*. Apuntes de la ETSEIAT, 2011.
- de las Heras, S., et al. *Modelización de sistemas fluidos mediante bondgraph*. Cardellach Còpies, SA. 1999. ISBN: 84-605-7035-5.
- de las Heras, S. *Instalaciones neumáticas*. Editorial UOC, 2003. ISBN: 84-9788-002-1.



- Egusquiza, E. *Cavitació a les màquines hidràuliques*. Centre de Publicacions d'Abast. ETSEIB, 1998. Depósito legal: B-34.533-92.
- Egusquiza, E. *Comportament dinàmic de màquines hidràuliques*. Edicions UPC, 2003. ISBN: 84-8301-682-6.
- Egusquiza, E. *Cop d'ariet*. Centre de Publicacions d'Abast. ETSEIB, 1995. Depósito legal: B-40.376-94.
- Emerson. *Control Valve Handbook*. 4ª ed. Fisher Controls International, LLC, 2005.
- García, L. *Válvulas de control*. AENOR, 1999. ISBN. 84-8143-151-6.
- Harris, C. *Manual de medidas acústicas y control del ruido*. 3ª ed. McGraw-Hill, 1998. ISBN: 84-481-1619-4.
- Hutchinson. *ISA Handbook of Control Valves*. ISA, 1976.
- Japikse, D., et al. *Introduction to Turbomachinery*. Concepts ETI & Oxford, 1994.
- Kirillin, V., et al. *Termodinámica técnica*. Editorial Eulipe.
- Koelle, E., et al. *Fluid Transients in Pipe Networks*. Elsevier Applied Science, 1992. ISBN: 185166760-1.
- Lamit, G. *Piping Systems, Drafting and Design*. Prentice Hall.
- Landau, L. D.; Lifshitz, E. M. *Mecánica de fluidos*. Editorial Reverté, 1991. ISBN: 84-291-4080-8.
- Liñán, A. *Mecánica de fluidos*. Servicio de Publicaciones de la ETSIAM, 1967.
- Mataix, C. *Turbomáquinas hidráulicas*. Editorial ICAI. 1975. ISBN: 84-600-6662-2.
- Mateos, M. *Válvulas de retención*. Librería Editorial Bellisco, 1995. ISBN: 84-85.198.69-7.
- Mateos, M. *Válvulas para abastecimientos de aguas*. Librería Editorial Bellisco, 1990. ISBN: 84-85.198.37-9.
- Mendiluce, E. *El golpe de ariete en impulsiones*. Librería Editorial Bellisco, 1987. ISBN: 84-85.198.18-2.
- Muñoz, M., et al. *Turbomáquinas térmicas*. Servicio de Publicaciones de la ETSIIM, 1978. ISBN: 84-7484-002-3.
- Ogata, K. *Ingeniería de control moderna*. Prentice-Hall Hispanoamericana. ISBN: 970-17-0048-1.
- Osborne. *Fans*. Pergamon Press, 1997. ISBN: 0 08 021725 7.
- Osuna, A. *Hidráulica técnica y mecánica de fluidos*. 5ª ed. Servicio de Publicaciones del Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Octubre de 1995. ISBN: 84-7493-000-6.
- Pashkov, N., et al. *Hidráulica y máquinas hidráulicas*. Mir Publishers, 1985.
- Pfleiderer, C. *Bombas centrífugas y turbocompresores*. Labor, 1960.
- Soler & Palau. *Prontuario de ventilación*. S&P, 1972. Depósito legal: B-28.466-72.

- Roca, F. *Oleohidráulica básica. Diseño de circuitos*. Edicions UPC, 1997. ISBN: 84-8301-198-0.
- Roses, M. *Caracteristiques de la regulació de les instal·lacions fluidotèrmiques*. Publicacions de l'EUETIT, 2003.
- Soler, M. *Manual de bombas para fluidos*. Gráfica Minerva. 3ª ed., diciembre 2005. ISBN: 84-609-8588-1.
- Stepanoff, A. J. *Centrifugal and Axial Flow Pumps*. John Wiley & Sons, 1957.
- Sulzer, P. *Centrifugal Pump Handbook*. Elsevier Applied Science, 1989. ISBN: 1 85166 442 4.
- Tubos Saenger. *Manual técnico* 1997. Depósito legal: B-46.642-97.
- Turton, R. K. *Rotodynamic Pump Design*. Cambridge University Press, 1994.
- Velarde, S. *Comportamiento aeroacústico de ventiladores inestables*. Tesis doctoral, 1997. Departamento de Energía, Universidad de Oviedo.
- Viedma, A., et al. *Teoría y problemas de máquinas hidráulicas*. Editores Horacio Escarabajal, 2000. ISBN: 84-931650-4-2.
- Virto, L. *Apunts del curs d'especializació: Projecte fluidodinàmic i mecànic de ventiladors axials unicel·lulars i de raig*. 1996.
- Virto, L. *Apunts del curs d'especializació: Ventilació*. 1995.
- Virto, L. *Mecànica de fluids. Fonaments I*. Edicions UPC, 1993. ISBN: 84-7653-372-1.
- Virto, L. *Mecànica de fluids. Fonaments II*. Edicions UPC, 1996. ISBN: 84-8301-144-1.
- Wallis. *Axial Flow Fans and Ducts*. John Wiley and Sons, 1983.
- Wark, K. *Termodinámica*. 5ª ed. McGraw-Hill, 1991. ISBN: 968-422-780-9.
- White, F. *Mecánica de fluidos*. McGraw-Hill, 2008. ISBN: 978-84-481-6603-8.
- Whitfield, B. *Design of Radial Turbomachines*. Longman Scientific and Technical, 1990.
- Wilson, W. *Positive-displacement pumps and fluid motors*. Nueva York: Pitman Pub. Corp., 1950.
- Wu, C. *A General Theory of Three-Dimensional Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachines of Axial- Radial- and Mixed-Flow Types*. NACA, 1952. Technical Note 2604.