



Eduard Bertran Albertí  
Gabriel Montoro López

# Circuitos y sistemas lineales

## Curso de laboratorio

Eduard Bertran Albertí  
Gabriel Montoro López

# **Circuitos y sistemas lineales**

## **Curso de laboratorio**

Primera edició: gener de 2000

Diseño de la cubierta: Edicions UPC

© els autors, 2000  
© Edicions UPC, 2000  
Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL  
Jordi Girona Salgado 31, 08034 Barcelona  
Tel. 934 016 883 Fax. 934 015 885  
Edicions Virtuals: [www.edicionsupc.es](http://www.edicionsupc.es)  
e-mail: [edupc@sg.upc.es](mailto:edupc@sg.upc.es)

Producció: CPDA (Centre de Publicacions d'Abast)  
Av. Diagonal 647, ETSEIB, 08028 Barcelona

Depósito legal: B-5071-2000  
ISBN: 84-8301-372-X

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos, así como la exportación e importación de ejemplares para su distribución y venta fuera del ámbito de la Unión Europea.

## Prólogo

Una asignatura de laboratorio situada a principios de una carrera de ingeniería tiene objetivos tanto actitudinales como aptitudinales. Los primeros deben orientarse hacia la formación de hábitos experimentales correctos, facilitando el desarrollo personal de los estudiantes hacia unos métodos y procedimientos de trabajo, tanto a nivel de planificación de éste como de medidas y elaboración de informes. La experiencia nos dice que el éxito o fracaso en esta función formativa tiene una gran incidencia en la futura predisposición del estudiante (es decir, del futuro ingeniero) hacia los trabajos experimentales. No podemos olvidar que el objetivo de cualquier ingeniería es el diseño y montaje de equipos y productos, siendo los procesos de modelización matemática, de simulación, o de análisis, pasos previos a este objetivo final. Las empresas no suelen buscar profesionales que sólo sepan justificar por qué un determinado circuito o sistema se comporta de una determinada forma (función más propia de la Ciencia que de la Técnica), sino que además piden capacidad para hacer medidas (caracterizaciones) de equipos y para hacer diseños realistas que respondan a las especificaciones, usando para ello los componentes y subsistemas más idóneos. Al tratarse de un laboratorio inicial tiene una acusada incidencia en la formación del carácter de los futuros ingenieros, ya que todavía no se han sedimentado hábitos de trabajo que, en algunos casos, serían difíciles de corregir. Por ello, los trabajos de laboratorio que se proponen en este curso son gradualmente dirigidos: los primeros consisten en la ejecución de unas pautas muy detalladas, de forma que el estudiante vaya tomando autoconfianza en sus habilidad experimental, para ir pasando, a medida que avanza el curso, hacia trabajos menos dirigidos.

Los segundos objetivos, de aptitud, son más específicos en función de la materia, y se centran en la adquisición de unos conocimientos sobre el uso y la aplicación de componentes y sistemas. Un laboratorio de Circuitos y Sistemas Lineales tiene encomendada la tarea de proporcionar al alumno las herramientas esenciales para ser capaz de, ante un circuito o sistema lineal, determinar, medir y comprender el funcionamiento de una variable de salida como respuesta a otra variable que denominaremos de entrada. A partir de estas herramientas se abordará el problema de diseño: determinar qué circuito o sistema es capaz de procesar de la forma deseada una señal de entrada, y construirlo.

Este curso se ha diseñado para una asignatura de Circuitos y Sistemas Lineales que tenga el objetivo de dar unos fundamentos teóricos contrastados con trabajos experimentales. Sin embargo, el enfoque del texto se adapta a dos situaciones curriculares distintas, aunque tendentes al mismo fin. Cada práctica (con este

nombre se pueden designar los capítulos) de laboratorio está dividida en diferentes etapas a ir siguiendo hasta llegar al montaje final. A su vez, cada una de estas prácticas está compuesta por tres apartados: bases, estudio previo y trabajo de laboratorio. Las bases, principalmente teóricas aunque con apuntes hacia la posterior experimentación, vienen complementadas con anexos específicos según cada caso y su objetivo es dar una información previa al trabajo experimental de forma que el alumno tenga los fundamentos necesarios para saber qué va a hacer y porqué va a hacerlo. Son imprescindibles en cursos autónomos de laboratorio, no vinculados a otras asignaturas. Por el contrario, en el caso de una asignatura “de prácticas” de laboratorio o, simplemente, de prácticas dentro de una asignatura teórica ordinaria, es decir, que las bases teóricas no sean suministradas en las clases de laboratorio, las teorías recogidas en el texto son una recopilación que facilitará al estudiante la elaboración de los estudios previos.

El estudio previo es un conjunto de desarrollos teóricos necesarios para poder realizar y comprender los diversos trabajos experimentales en el laboratorio. Por tanto deberá haberse hecho antes de las clases de laboratorio correspondientes, y, por lo general, se aconseja su realización en forma individual. La función de un ingeniero no es la misma que la de un operario de una cadena de montaje, con una formación más o menos automatizada que le permite montar ciertos circuitos o efectuar determinadas mediciones; por ello insistiremos en la importancia de la correcta realización de los estudios previos como paso preliminar a la interpretación de los resultados experimentales.

El trabajo de laboratorio indica las realizaciones, pruebas y mediciones que en él deben hacerse. Es aconsejable que todas las mediciones y resultados que se vayan obteniendo vayan anotadas en un cuaderno de laboratorio (de hojas no separables) a fin de que el estudiante no se acostumbre a situaciones profesionalmente caóticas de resultados anotados en cualquier parte. Las cuestiones que aparecen en el trabajo de laboratorio serán normalmente resueltas por el estudiante durante la propia clase, si bien en ocasiones de posponen a la fase de redactado posterior de los resultados (memoria de la práctica) a fin de dar más tiempo para su interpretación.

En el caso de asignaturas de laboratorio cuyas bases teóricas sean proporcionadas, en su mayoría, en otra asignatura ordinaria, el curso se centra en los estudios previos y el trabajo experimental, y se ha impartido durante varios años durante 45 horas de clase a lo largo de un cuatrimestre, más unas tres horas semanales de trabajo personal del estudiante. Si la asignatura es autónoma, es decir, si es un curso completo de teoría y aplicaciones (estudios previos y laboratorio), el curso proporciona material para unas 100 horas de clase, y se estima el trabajo personal en unas 5 - 6 horas por semana.

En concreto, los objetivos de este curso experimental son:

- S Conocer las bases que permitan interpretar resultados experimentales y diseñar circuitos básicos.
- S Hacer e interpretar mediciones de circuitos en el dominio temporal y frecuencial, usando para ello instrumentación electrónica habitual en un laboratorio de baja frecuencia.
- S Usar y, cuando sea preciso, construir, dispositivos electrónicos básicos para el procesado analógico de señales.

- S Simular por ordenador el comportamiento temporal y frecuencial de circuitos.
- S Capacitar para el uso de tablas y programas informáticos como herramientas de ayuda al diseño de filtros analógicos.
- S Presentar aplicaciones básicas de los conocimientos descritos en los apartados anteriores.

Se supone que los estudiantes ya conocen los componentes electrónicos más elementales, las leyes de análisis más básicas (relaciones de los componentes, Kirchhoff, Thevenin-Norton), saben resolver sistemas de ecuaciones lineales, representar y describir formas de onda exponenciales y senoidales y operar con ordenadores a nivel de usuario. Si, además, tuvieran alguna noción (aunque no imprescindible) sobre las transformadas de Fourier y Laplace o sobre ecuaciones diferenciales, podría profundizarse el nivel de las explicaciones en algunas prácticas. De todas formas, el texto ya aporta algunas bases formales en este sentido. Respecto a los objetivos de las prácticas, que insistimos, forman los capítulos del libro, ya serán expuestos en la introducción de cada una de ellas.

El libro viene acompañado de un CD-rom que contiene información diversa. Por un lado se encuentran ficheros con información técnica de componentes electrónicos facilitada por el fabricante; para leerlos hay que usar el software *Acrobar Reader*<sup>TM</sup>, del que se facilita un programa para su instalación. Otra información del CD-rom se centra en la descripción de los instrumentos de medida de un laboratorio básico de electrónica, así como en temas relacionados con la distribución de energía eléctrica y la seguridad en el laboratorio.

## Índice

### 1 Aplicaciones básicas del amplificador operacional

1.1	Bases teóricas: el amplificador operacional .....	16
1.1.1	Modelo del amplificador operacional.....	16
1.1.2	Aplicaciones del amplificador operacional.....	19
1.2	Práctica. Parte I.....	33
1.2.1	Estudio previo.....	33
1.2.2	Trabajo de laboratorio.....	34
1.3	Práctica. Parte II.....	37
1.3.1	Estudio previo.....	37
1.3.2	Trabajo de laboratorio.....	38
1.4	Práctica. Parte III.....	39
1.4.1	Estudio previo.....	39
1.4.2	Trabajo de laboratorio.....	41
1.5	Práctica. Parte IV.....	42
1.5.1	Estudio previo.....	42
1.5.2	Trabajo de laboratorio.....	43
1.6	Práctica. Parte V.....	43
1.6.1	Estudio previo.....	43
1.6.2	Trabajo de laboratorio.....	45
Anexo	1.A Curvas de variación de una NTC.....	46
Anexo	1.B Características de los amplificadores operacionales utilizados.....	46

### 2 Análisis de circuitos con PSpice

2.1	Introducción .....	48
2.2	Cómo dibujar .....	48
2.3	Cómo simular .....	50
2.4	Cómo visualizar resultados .....	51

2.5	Práctica: circuitos a simular .....	51
2.5.1	Circuito RC.....	51
2.5.2	Circuito RCL.....	52
2.5.3	Circuito con un amplificador operacional.....	53
2.5.4	Oscilador .....	54

### 3 Dinámica de circuitos y sistemas lineales

3.1	La transformada de Laplace .....	56
3.1.1	Definición .....	56
3.1.2	Principales propiedades .....	57
3.1.3	Transformación de las formas de onda más comunes.....	58
3.1.4	Transformada inversa .....	58
3.2	Circuito transformado .....	60
3.2.1	Transformación de los elementos .....	60
3.2.2	Transformación de las leyes de interconexión.....	61
3.3	Impedancia y admitancia .....	62
3.4	Función de transferencia .....	63
3.5	Evaluación de la respuesta temporal de circuitos y sistemas.....	63
3.6	Respuesta indicial de circuitos de primer orden.....	64
3.6.1	Circuito RC .....	64
3.6.2	Circuito RL .....	70
3.7	Respuesta indicial de circuitos de segundo orden.....	72
3.8	Forma canónica de un sistema de segundo orden.....	77
3.9	Osciladores senoidales.....	82
3.10	Práctica. Parte I: circuitos de primer orden .....	84
3.10.1	Estudio previo.....	84
3.10.2	Trabajo de laboratorio.....	86
3.11	Práctica. Parte II: circuitos de segundo orden .....	88
3.11.1	Estudio previo.....	88
3.11.2	Trabajo de laboratorio.....	89
3.12	Práctica. Parte III: oscilador senoidal ( <i>Colpitts</i> ).....	89
3.12.1	Estudio previo.....	89
3.12.2	Trabajo de laboratorio.....	90
Anexo	3.A Materiales de ferrita y construcción de bobinas.....	92
Anexo	3.B Calibración de una sonda .....	98

### 4 Circuitos en régimen permanente senoidal

4.1	Introducción. Definición de RPS .....	102
-----	---------------------------------------	-----

4.2	Respuesta permanente a excitaciones senoidales .....	103
	4.2.1 Excitación coseno .....	104
	4.2.2 Excitación seno .....	105
	4.2.3 Caso general.....	106
4.3	Evaluación gráfica de la respuesta en RPS .....	108
4.4	Elementos de circuito en RPS.....	109
4.5	El enfoque fasorial .....	110
4.6	Diagrama fasorial .....	113
4.7	Potencia .....	114
4.8	Respuesta a múltiples frecuencias .....	114
4.9	Práctica. Parte I: circuito RLC. Resonancia paralelo.....	117
	4.9.1 Estudio previo .....	117
	4.9.2 Trabajo de laboratorio .....	119
4.10	Práctica. Parte II: acoplamiento magnético.....	121
	4.10.1 Estudio previo .....	121
	4.10.2 Trabajo de laboratorio .....	123
4.11	Práctica. Parte III: receptor de AM de amplificación directa.....	125
	4.11.1 Estudio previo .....	125
	4.11.2 Trabajo de laboratorio .....	129
Anexo	4.A El decibelio.....	131
Anexo	4.B Acoplamiento magnético.....	133

## 5 Diseño y medición de filtros analógicos

5.1	Especificaciones de la respuesta frecuencial.....	144
	5.1.1 Bases teóricas y definiciones .....	144
	5.1.2 Tipos de respuesta frecuencial .....	145
	5.1.3 Frecuencia de corte y ancho de banda .....	147
5.2	Funciones de red características de filtros de primer y segundo orden.....	148
5.3	Aproximaciones paso bajo .....	150
	5.3.1 Introducción .....	150
	5.3.2 Butterworth.....	150
	5.3.3 Chebyshev .....	151
	5.3.4 Chebyshev inverso .....	152
	5.3.5 Elíptico o de Cauer .....	153
	5.3.6 Instrucciones Matlab relacionadas .....	154
5.4	Normalización de parámetros .....	155
	5.4.1 Objetivos .....	155
	5.4.2 Normalización de frecuencias .....	155
	5.4.3 Normalización de impedancias .....	155
	5.4.4 Ejemplo de aplicación .....	156

5.4.5	Ejercicio propuesto .....	157
5.5	Transformación de frecuencias .....	158
5.5.1	Objetivos .....	158
5.5.2	Transformación de paso-bajo a paso-banda .....	159
5.5.3	Transformación de paso-bajo a paso-alto .....	162
5.5.4	Transformación de paso-bajo a banda eliminada .....	164
5.5.5	Instrucciones Matlab relacionadas .....	166
5.5.6	Ejemplo de aplicación .....	166
5.5.7	Ejercicio propuesto .....	169
5.6	Realizaciones circuitales .....	170
5.6.1	Filtros pasivos (LC) .....	170
5.6.2	Filtros activos (AO + red RC) .....	170
5.7	Instrucciones del software Filter Design de Microsim .....	174
5.8	Práctica. Parte I: experimentación de filtros .....	176
5.8.1	Estudio previo .....	176
5.8.2	Trabajo de laboratorio .....	180
5.9	Práctica. Parte II: diseño de filtros (CAD).....	184
5.9.1	Estudio previo .....	184
5.9.2	Trabajo de laboratorio .....	185
	<b>Apéndice A: Análisis sistemático de circuitos .....</b>	<b>187</b>
	<b>Apéndice B: Modelo de informe de laboratorio .....</b>	<b>195</b>
	<b>Apéndice C: Material necesario para las prácticas .....</b>	<b>197</b>
	<b>Bibliografía.....</b>	<b>199</b>

## 1 Aplicaciones básicas del amplificador operacional

El objetivo principal de esta práctica es la presentación y experimentación del amplificador operacional (AO) en configuraciones básicas lineales y no lineales. Con ello se da motivo a que el alumno se familiarice con algunos dispositivos electrónicos e instrumentos de laboratorio y a que emplee herramientas de análisis en el estudio del funcionamiento de los circuitos que se le irán planteando, hasta llegar a calcular parámetros de los mismos.

El dispositivo (AO) que se va a introducir en esta práctica será muy usado a lo largo del curso de laboratorio como soporte para la experimentación de circuitos y sistemas. Por ello, en la parte de bases teóricas se presenta el funcionamiento y análisis elemental de circuitos con amplificadores operacionales a un nivel que va más allá de los objetivos del momento.

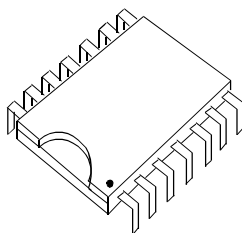
Las últimas partes de la práctica están marcadas como optativas. La experiencia ha demostrado que las habilidades y aptitudes iniciales no son las mismas en todos los alumnos de un mismo grupo de laboratorio. Los alumnos con una base inicial normal no acostumbran a realizar las partes optativas; sin embargo ello no supone ningún impedimento para lograr los objetivos de la práctica con la realización de sus primeras partes (no optativas). Los alumnos procedentes de ciertas ramas de módulos profesionales o que ya han cursado previamente otra asignatura de laboratorio o con prácticas en un laboratorio de electrónica, por el contrario, ya disponen de un cierta soltura que les permite realizar la practica en menos tiempo: para ellos se han preparado las partes optativas en las que se incrementa ligeramente la complejidad de los circuitos.

## 1.1 Bases teóricas: el amplificador operacional

Los circuitos constituidos exclusivamente por resistencias, condensadores y bobinas (elementos pasivos) no pueden suministrar a su salida una energía que sea mayor que la que aparezca a su entrada. Por ello, cuando se habla de *amplificación* en circuitos, se necesita introducir elementos *activos*, capaces de aprovechar energía de una fuente de alimentación para entregar a su salida una señal con más energía de la entregada a la entrada. Uno de los más característicos y usuales es el *amplificador operacional*, AO, del cual se estudiará su modelo elemental (apartado 1.1.1) y sus aplicaciones básicas (apartado 1.1.2).

### 1.1.1 Modelo del amplificador operacional

El amplificador operacional es un dispositivo activo muy común en el mercado y que se suele presentar en forma de circuito integrado en diferentes encapsulados, de entre las cuales la forma de la figura 1.1.1 es muy común (encapsulado DIL). Dentro del encapsulado del circuito integrado puede haber uno (caso, por ejemplo, del LM741) o varios amplificadores operacionales (como sería el caso del LM324 o del TL084).



*Fig. 1.1.1 Encapsulado de circuito integrado de 14 patillas. En su interior hay varios AO's integrados*

El modelo básico del amplificador operacional (que no hay que confundir con el encapsulado) es el de la figura 1.1.2. Las entradas  $v_+$  y  $v_-$  se denominan, respectivamente, entradas no inversora e inversora. Entre ellas, se supone idealmente una resistencia infinita,  $R_i$ , lo que equivale a decir que la intensidad que circula por ellas es nula (en la práctica esta resistencia suele ser del orden de varios  $M\Omega$ ). También, existe una resistencia de salida,  $R_o$  (del orden de pocas decenas de ohmios), que idealmente se aproxima a 0. Así el circuito equivalente es el de la figura 1.1.3.

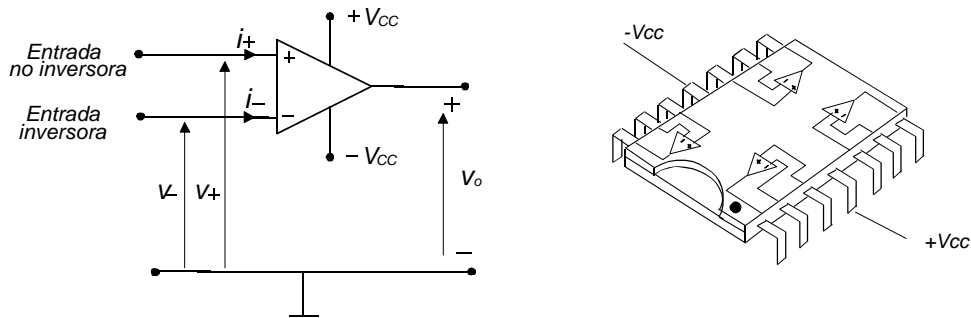


Fig. 1.1.2 Modelo circuital del amplificador operacional. La figura de la derecha muestra la disposición interna del circuito integrado TL084, con cuatro amplificadores operacionales

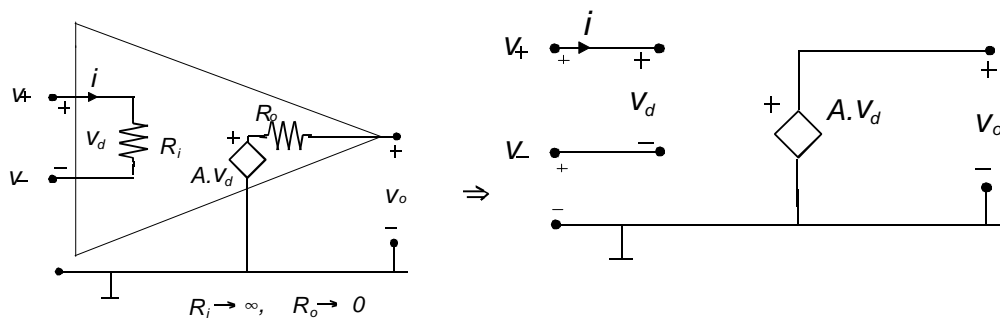


Fig. 1.1.3 Circuito equivalente del AO

En la figura 1.1.4 puede verse la característica de transferencia entre  $v_o$  y  $v_d$  del amplificador operacional, en la cual se diferencian dos zonas de funcionamiento:

- La *zona lineal*, donde la tensión de salida es proporcional a  $v_d$ . En este caso, la amplificación  $A$ , que es también la pendiente de la curva, es del orden de  $10^5$  a  $10^7$ , y

$$v_o = A(v_+ - v_-) = A v_d \quad (1.1)$$

donde  $v_d$  puede ser una tensión positiva o negativa.

El margen de entrada ( $v_d$ ) para el cual se cumple este comportamiento lineal es del orden de microvoltios por lo que el AO no es directamente utilizable en la práctica para aplicaciones lineales (ya que cualquier tensión parásita provocaría que se saliera de la zona lineal). Como veremos más

adelante, serán necesarios más componentes adicionales al AO para que pueda utilizarse en su zona lineal.

- La *zona de saturación* tanto negativa como positiva, donde la salida es llevada (aproximadamente) a los valores bajo o alto de la tensión de alimentación ( $V_{cc}$ ).

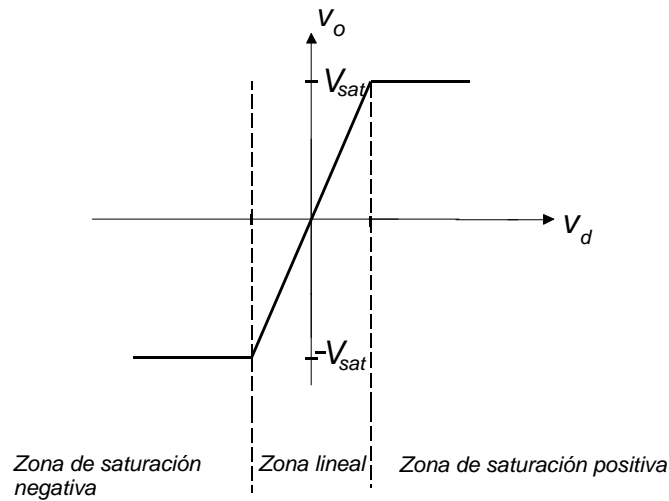


Fig. 1.1.4 Característica de transferencia del AO

En el caso ideal, se aproxima el parámetro  $A \rightarrow \infty$ , y la curva queda como en la figura 1.1.5.

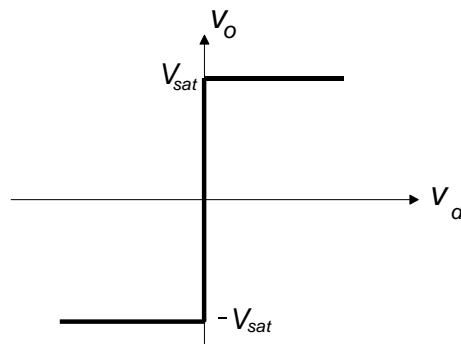


Fig. 1.1.5 Característica ideal ( $v_d = v_+ - v_-$ ).  $V_{sat} \approx V_{cc}$

### 1.1.2 Aplicaciones del AO

En función de la zona de trabajo, se encuentran unas u otras aplicaciones del dispositivo. Las dos formas de funcionamiento son la lineal y la no lineal, dependiendo de si el amplificador operacional trabaja en la zona lineal o en la zona de saturación. Empezaremos por esta última.

#### 1.1.2.1 AO en zona de saturación

La utilización del AO sin conexiones entre su salida y la borna inversora (sin realimentación a la entrada inversora) lo lleva a un comportamiento no lineal. Se estudian dos de las aplicaciones más comunes.

##### a) Comparador

En este caso, sólo con que la entrada sea más grande que unos microvoltios (siempre presentes debido a parásitos y no idealidades), la salida se encuentra saturada dada la enorme ganancia del dispositivo ( $A: 10^5 - 10^7$ ). Una utilidad muy sencilla se muestra en el siguiente ejemplo de un circuito comparador (figura 1.1.6) también llamado detector de paso por cero. Como es evidente (figura 1.1.5):

$$\begin{aligned} \text{si } v_+ > v_- & \quad v_o = v_{cc} \\ \text{si } v_+ < v_- & \quad v_o = -v_{cc} \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\text{es decir } v_o = v_{cc} \text{sign}(v_+ - v_-)$$

donde  $\text{sign}(v_+ - v_-)$  es la función signo.

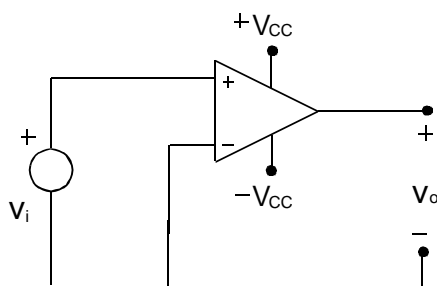


Fig. 1.1.6 Detector de paso por cero

En la figura 1.1.7 puede verse la variación de la salida del comparador para una entrada  $v_i(t)$ .

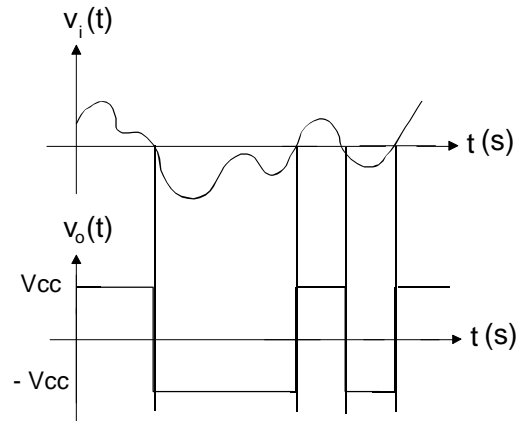


Fig. 1.1.7 Efecto del comparador en una señal cuadrada

En la práctica, no veríamos la forma de onda de  $v_o(t)$  de la figura 1.1.7 exactamente como se ha dibujado. Nótese que las transiciones de  $v_o(t)$  se producen en tiempo cero (pendientes infinitas), lo que no es físico. Debido a limitaciones tecnológicas, el amplificador operacional tiene una velocidad de transición entre los valores máximo y mínimo (aproximadamente,  $+V_{cc}$  y  $-V_{cc}$ ), y viceversa, limitada por una pendiente denominada de *slew rate* en la terminología inglesa, y cuyas unidades son de V/s (frecuentemente de V/ $\mu$ s).

**b) Disparador de Schmitt** (nota: puede obviarse este apartado para la realización de la práctica)

Este circuito (figura 1.1.8), muy utilizado, provoca un cambio de la salida (entre  $-V_{cc}$  y  $+V_{cc}$ ) en función de una entrada variable  $v_i$  y siguiendo un ciclo de histéresis. Sirve para evitar continuas conmutaciones de la salida para variaciones pequeñas de la señal de entrada.

Si se supone, por ejemplo, que en  $t=0$ ,  $v_o = -V_{cc}$ , entonces por división de tensión tenemos

$$v_+ = v_{R_2} = -\frac{R_2}{R_2 + R_1} V_{cc} < 0 \quad (1.3)$$

Si en este instante inicial  $v_i > 0$ , se tiene  $v_i = v_+ > v_+$ , y por tanto  $v_d < 0$  que da a la salida  $v_o = -V_{cc}$ . Si el valor de  $v_i$  baja hasta que

$$v_i = -\frac{R_2}{R_2 + R_1} V_{cc} = V_L \quad (1.4)$$

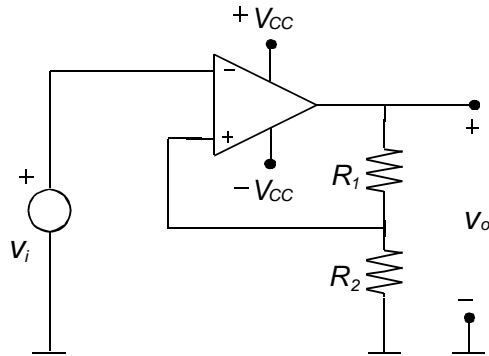


Fig. 1.1.8 Circuito disparador de Schmitt

en ese instante se pasa a tener un valor de  $v_d > 0$ . Es en ese momento cuando la salida ( $v_o$ ) bascula y toma el valor alto de  $V_{CC}$ . Variando otra vez  $v_i$ , se tiene un ciclo periódico de valores, llamado ciclo de histéresis, que se muestra en la figura 1.1.9. Los valores de la tensión de entrada que producen el basculamiento de la salida son

$$V_L = -\frac{R_2}{R_2 + R_1} V_{cc} \quad \text{y} \quad V_H = \frac{R_2}{R_2 + R_1} V_{cc} \quad (1.5)$$

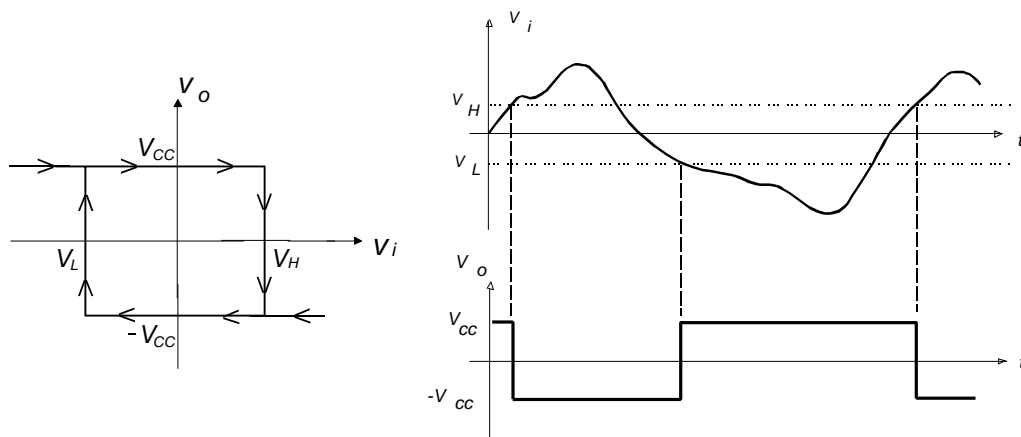


Fig. 1.1.9 Ciclo de histéresis

### 1.1.2.2 AO en zona lineal

En estos montajes, el amplificador se realimenta negativamente (mediante algún tipo de conexión entre la salida y la entrada inversora). Se podrá aplicar en ellos un método simplificado de análisis llamado método del *cortocircuito virtual*.

Como podrá comprobarse, los circuitos siguientes permiten efectuar diversas *operaciones* con la señal (o las señales) de entrada. De ahí el nombre del dispositivo: *amplificador operacional*.

#### a) Amplificador inversor

Sea el circuito de la figura 1.1.11 que es equivalente al de la figura 1.1.10 una vez sustituido el amplificador operacional por su modelo equivalente de la figura 1.1.3.

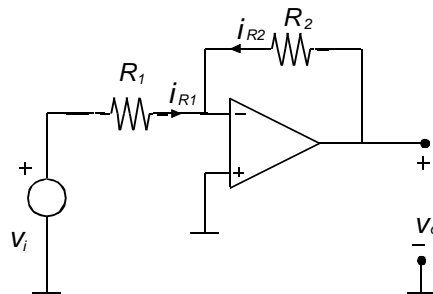


Fig. 1.1.10 Amplificador inversor

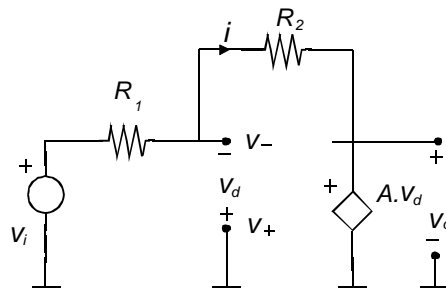


Fig. 1.1.11 Circuito equivalente del amplificador inversor

En este caso, el planteamiento de las leyes de Kirchhoff da lugar a

$$\begin{aligned}
 i &= \frac{v_i - A v_d}{R_1 + R_2} \\
 -v_d &= v_i - \frac{v_i - A v_d}{R_1 + R_2} R_1 \\
 v_o &= A v_d \\
 v_o &= -A \frac{R_2}{A R_1 + R_2 + R_1} v_i \quad \lim_A v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_i
 \end{aligned}
 \tag{1.6}$$

La relación entre la tensión de entrada  $v_i$  y la de salida  $v_o$  es una recta de pendiente negativa, cuyo valor viene ajustado por el diseñador del circuito según la relación entre las resistencias  $R_2$  y  $R_1$ . Esta recta está acotada por las máximas tensiones que es capaz de proporcionar el AO a su salida: aproximadamente  $+V_{cc}$  y  $-V_{cc}$  (figura 1.1.12). No hay que confundir esta gráfica con la de la figura 1.1.4: mientras que en la figura 1.1.12 se muestra el comportamiento global de todo el circuito del amplificador inversor ( $v_o, v_i$ ), en la figura anterior 1.1.4 se mostraba el comportamiento aislado del amplificador operacional ( $v_o, v_d$ ).

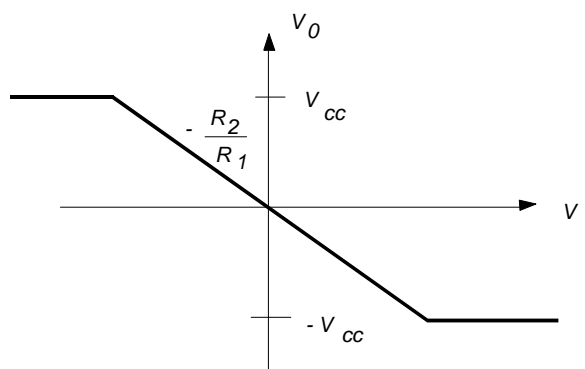


Fig. 1.1.12 Característica entrada-salida del amplificador inversor

Gracias a la realimentación se ha podido obtener un margen de funcionamiento lineal que permitirá la amplificación de señales en el margen de salida de  $+V_{cc}$  a  $-V_{cc}$ . En la figura 1.1.13 se muestra la amplificación de una señal triangular con el amplificador inversor.

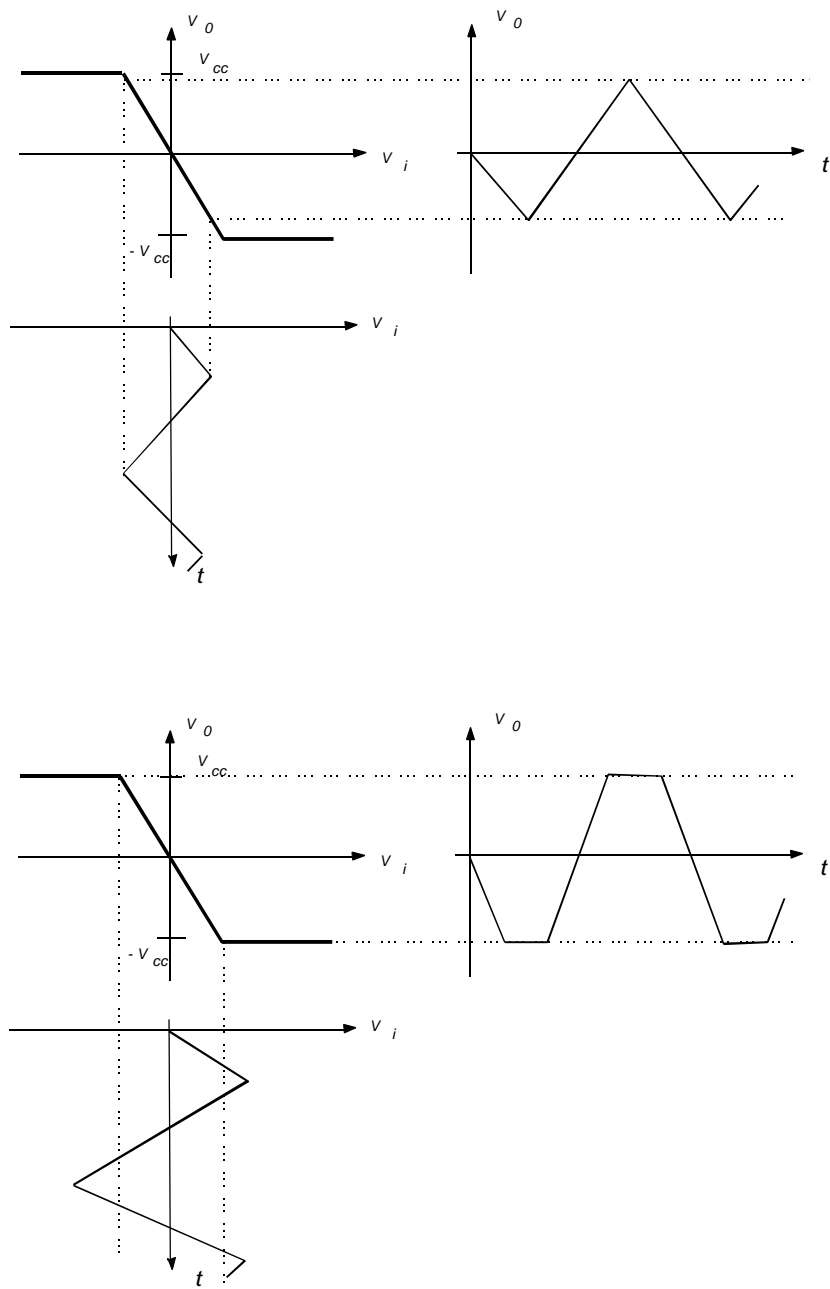


Fig. 1.1.13 Amplificación de una señal triangular

En las ecuaciones anteriores (1.6) se ha obtenido un valor acotado de  $v_o$  cuando  $A \rightarrow \infty$ . De la ecuación  $v_o = A v_d$  se obtendría  $v_o = \infty$  si  $v_d$  no fuera cero. Entonces la única posibilidad para tener una salida acotada (no saturada a la tensión de alimentación del AO) es que  $v_d \rightarrow 0$ .

Esta condición,  $v_d \rightarrow 0$ , es una de las que se aplican en el método del *cortocircuito virtual* que consiste en suponer  $i_+ = i_- = i = 0$ ,  $v_d = 0$  y  $v_o < V_{sat}$  (figuras 1.1.2 y 1.1.3). Estas suposiciones, que se toman como partida del análisis, simplifican considerablemente el estudio del circuito. Apliquemos al ejemplo anterior del amplificador inversor el método del *cortocircuito virtual*:

$v_d = 0 \Leftrightarrow v_+ = v_-$  por tanto,  $v_- = 0$  por estar  $v_+$  conectado a masa.

$$i_- = 0 \text{ por tanto, } i_{R1} + i_{R2} = 0 \quad \frac{v_- - v_i}{R_1} + \frac{v_- - v_o}{R_2} = 0$$

Combinando las dos ecuaciones, se obtiene la amplificación de tensión:

$$-\frac{v_i}{R_1} = \frac{v_o}{R_2} \quad \frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (1.7)$$

Se ha llegado, usando las hipótesis del cortocircuito virtual, a la misma relación que anteriormente.

Este razonamiento se puede usar en todos los casos en que el cortocircuito virtual es aplicable. Es por tanto necesario conocer una regla para determinar en qué casos lo es. Una regla práctica y muy utilizada (aunque no totalmente fiable ya que, como se verá más avanzado el curso, el comportamiento del AO depende de la frecuencia de la señal de entrada) es comprobar que la entrada inversora se encuentra a mayor potencial que la no inversora cuando a la salida se tiene una tensión positiva.

Otra es enunciar (no sin ciertas precauciones que se escapan a los objetivos del momento) que si el AO se halla realimentado por la entrada inversora, el circuito es lineal. Si se halla realimentado por la entrada no inversora, se halla en régimen de saturación y si está realimentado por las dos ramas, dependerá del circuito en concreto. Se estudian a continuación diversos circuitos con este método. Se puede verificar que en todos los casos las hipótesis de cortocircuito virtual se cumplen.

### b) Amplificador no inversor

Con este circuito (figura 1.1.14), sólo se pueden amplificar señales ya que el valor de la amplificación es superior a la unidad (no pueden atenuarse).

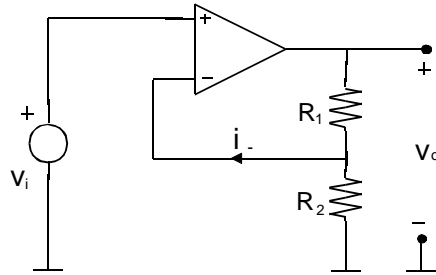


Fig. 1.1.14 Amplificador no inversor

Aplicando el método del cortocircuito virtual, se tiene

$$v_+ = v_- \quad v_i = v_-$$

$$i_- = 0 \quad i_{R2} = i_{R1}$$

con lo que el valor de la amplificación es

$$\frac{v_i}{R_2} = \frac{v_o - v_i}{R_1} \quad \frac{v_o}{v_i} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \quad (1.8)$$

### c) Seguidor de tensión

Se utiliza para aislar diversas partes de un circuito y evitar que se produzcan efectos de carga de una parte a otra. El modelo básico es (figura 1.1.15):

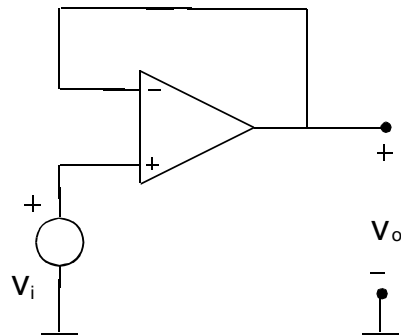


Fig. 1.1.15 Seguidor de tensión

Como  $v_d = 0$ , es inmediato comprobar que

$$v_o = v_i \quad (1.9)$$

El efecto de aislamiento puede verse en la figura 1.1.16. Como la corriente de entrada al AO es cero, el circuito "A" no se ve perturbado ("cargado") por la presencia del AO, y sus tensiones y corrientes se mantienen como si el operacional no estuviera presente. Sin embargo, el circuito B sigue viendo a su entrada una tensión  $v_i$ , la misma que hay en la salida del circuito A.

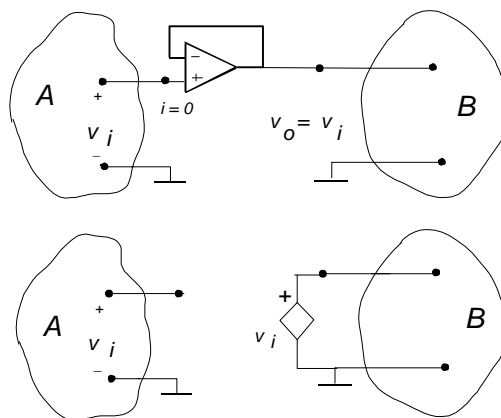


Fig. 1.1.16 Efecto separador del seguidor de tensión

### d) Sumador inversor

Corresponde al esquema de la siguiente figura.

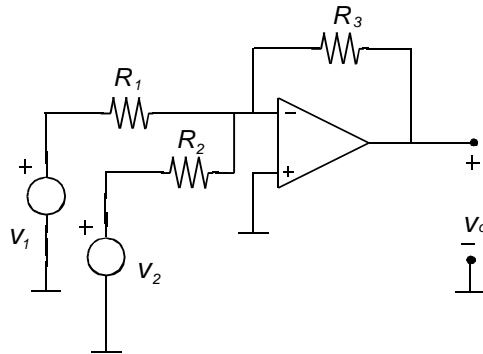


Fig. 1.1.17 Bloque sumador inversor

Podemos apreciar que, por superposición de las dos fuentes, tenemos dos circuitos inversores. Así, se obtiene:

$$v_o = -R_3 \left( \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} \right) \quad (1.10)$$

Nótese que cuando al aplicar superposición de las dos fuentes se desactiva  $v_1$  (se cortocircuita a masa), la resistencia  $R_1$  es superflua, pues debido al cortocircuito virtual, sus dos bornas están al mismo potencial (0 voltios). El mismo razonamiento rige cuando se desactiva  $v_2$ .

Se propone como ejercicio comprobar que este montaje es ampliable a más de dos fuentes de tensión a la entrada.

### e) Restador

Es una combinación de los bloques inversor y no inversor. También aquí se aplica superposición de fuentes.

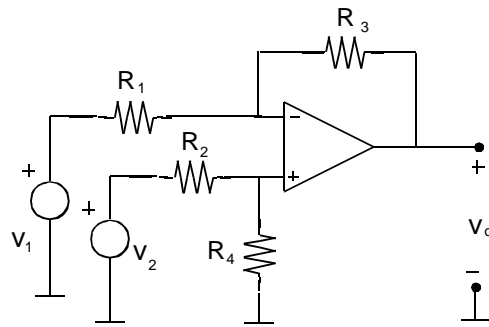


Fig. 1.1.18 Bloque restador

Previamente, se obtiene  $v_+$  por división de tensión

$$v_+ = \frac{R_4}{R_2 + R_4} v_2 \quad (1.11)$$

y, aplicando superposición (ecuaciones 1.7 y 1.8) se tiene

$$v_o = -\frac{R_3}{R_1} v_1 + \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) \left(\frac{R_4}{R_2 + R_4}\right) v_2 \quad (1.12)$$

Nótese que si todas las resistencias son iguales se obtiene la resta entre las tensiones  $v_2$  y  $v_1$ .

#### f) Amplificador derivador

En este aplicando, se sustituye una resistencia del inversor por un condensador que produce un efecto de derivada de la señal de entrada.

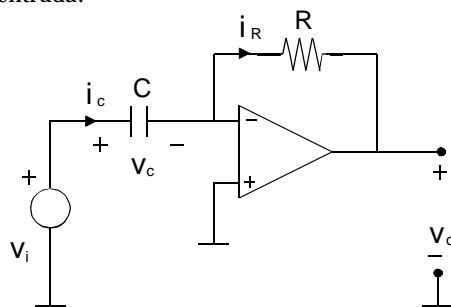


Fig. 1.1.19 Bloque derivador

Aplicando las leyes de Kirchhoff y recordando la relación constitutiva del condensador, se obtiene la

expresión de la tensión de salida en función de la de entrada.

$$\begin{aligned}
 v_+ &= v_- = 0 \\
 i_C &= i_R \\
 \frac{v_o}{R} &= -C \frac{dv_c(t)}{dt} \\
 v_o &= -RC \frac{dv_c(t)}{dt} = -RC \frac{dv_i(t)}{dt}
 \end{aligned}
 \tag{1.13}$$

El modelo del amplificador operacional que usamos en este momento no reproduce algunos efectos que se estudiarán más adelante. Entre estos efectos está la capacidad del amplificador para responder a señales de entrada de variación temporal rápida. Por este motivo, el derivador de la figura anterior efectúa su función con una calidad que depende del tipo de señal de entrada.

### g) Amplificador integrador

El circuito básico es el representado en la figura 1.1.20.

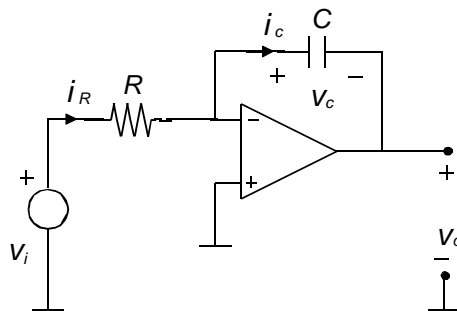


Fig. 1.1.20 Bloque integrador

Operando de forma similar al apartado f, se tiene que

$$\begin{aligned}
 v_- = v_+ \quad v_- = 0 \quad i_R = \frac{v_i}{R} \\
 i_c = i_R \\
 i_c = \frac{v_i}{R}; \quad v_- = 0 \quad v_o = -v_c \\
 i_c = -C \frac{dv_o(t)}{dt} \\
 v_o = -\frac{1}{RC} \int_-^t v_i dt
 \end{aligned}
 \tag{1.14}$$

El integrador, tal como se representa en la figura anterior, puede presentar algún problema debido a aspectos parásitos del amplificador. Entre éstos está la presencia de tensiones continuas, indeseadas, a su entrada (denominadas tensiones de *offset*). Si aparecen estas tensiones, el integrador va aumentando continuamente su salida hasta quedar en estado de saturación (recuérdese que la integral de una constante es una rampa temporal) y dejando de trabajar linealmente (entra en zona de saturación).

Todos estos bloques vistos en el apartado 1.1.2.2 se pueden conectar en cascada (los nodos de salida de un bloque son los de entrada del siguiente). Al no existir efecto de carga entre ellos (la salida de cada AO no depende de los elementos posteriores a él), se puede analizar cada bloque por separado y obtener su función equivalente agrupando los tres resultados obtenidos.

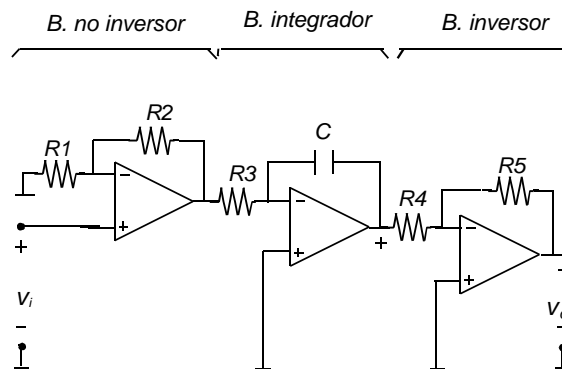


Fig. 1.1.21 Ejemplo de bloques con AOs

En la figura 1.1.22 se ilustra un modelo simplificado del circuito de la figura 1.1.21. La resistencia que presenta la entrada del bloque no inversor es infinita al no absorberse corriente. Aplicando el cortocircuito virtual es fácil comprobar que la resistencia de entrada del bloque integrador es  $R_3$ , y la del inversor es  $R_4$ . Como estas resistencias están en paralelo con una fuente (controlada) de tensión (recuérdese el modelo del AO de la figura 1.1.3) cuyo valor no depende de ellas, son elementos superfluos en el esquema de la figura 1.1.22. Así la figura podría simplificarse aún más representándola como una sola fuente controlada cuyo valor sea una combinación de las tres funciones independientes:

$$\begin{aligned}
 v_o &= \left( -\frac{R_5}{R_4} \right) \left( -\frac{1}{R_3 C} \int \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) v_i(t) dt \right) = \\
 &= \left( \frac{R_5}{R_4} \right) \left( \frac{1}{R_3 C} \right) \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \int v_i(t) dt
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

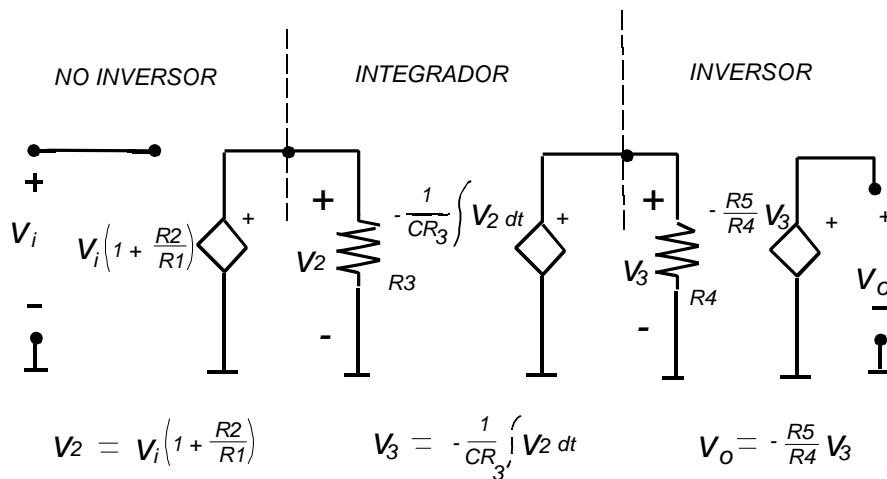


Fig. 1.1.22 Simplificación de la figura 1.1.21

Es fácil comprobar que si los bloques conectados en cascada fueran exclusivamente de los tipos inversor, no inversor o seguidor de tensión, la función equivalente sería el resultado de multiplicar la amplificación de cada bloque.

NOTA: El lector interesado en mayores detalles puede consultar la página web de Texas Instruments, <http://www.ti.com/sc/docs/schome.htm> y buscar el documento “Understanding Operational Amplifier Specifications”.

## 1.2 Práctica. Parte I

### 1.2.1 Estudio previo

Como ya hemos visto, el amplificador operacional es un componente que puede trabajar como un amplificador lineal o como dispositivo no lineal. En el siguiente dibujo recordamos el símbolo que representa al amplificador operacional y una posible modelación en la que se incluyen las resistencias de entrada y de salida.

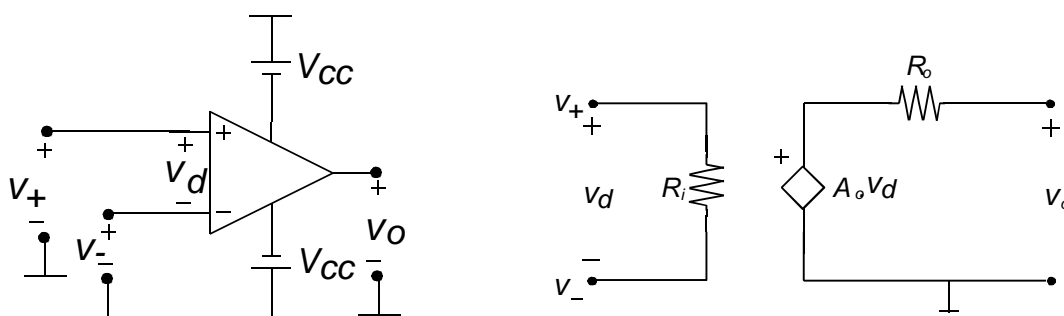


Fig. 1.2.1 Amplificador operacional y su modelo circuital simple

Las siguientes cuestiones relacionan el modelo anterior con informaciones técnicas del fabricante. Para responderlas se puede consultar en el anexo 1.B (en disquete) la hoja de especificaciones de los circuitos integrados LM324 y TL084 (ambos incluyen cuatro AO) o ver catálogos de fabricantes. Responderlas (cuando sea posible) para cada amplificador operacional (LM324 y TL084):

1.2.1.1 ¿Cuál es la resistencia de entrada ( $R_i$ )?

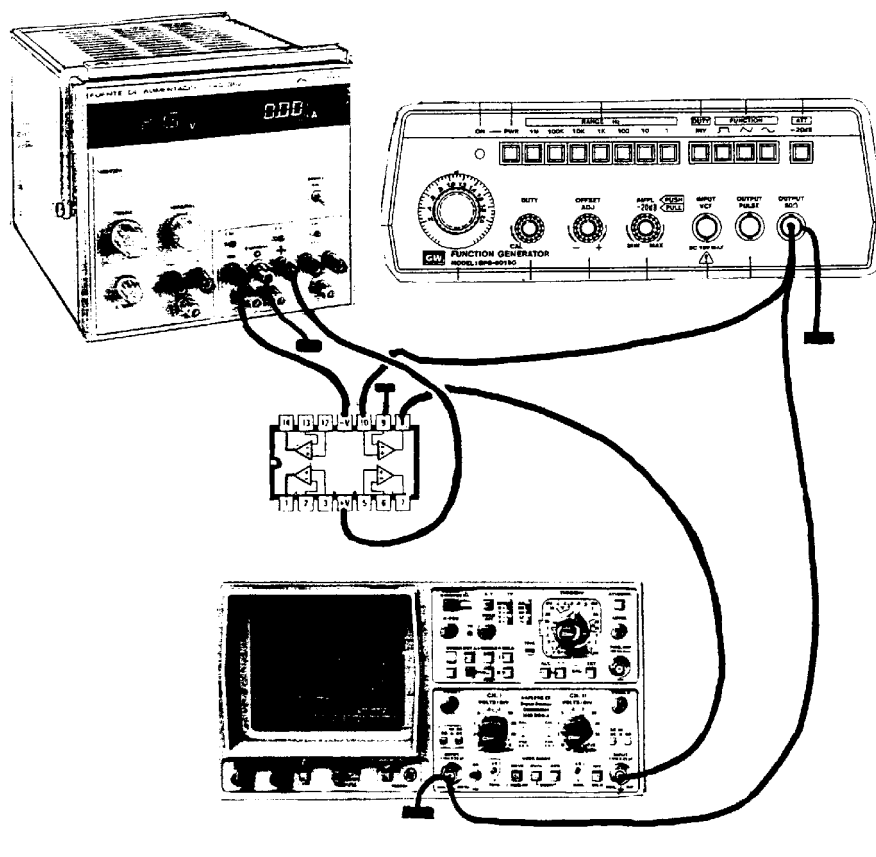
1.2.1.2 ¿Y la resistencia de salida ( $R_o$ )?

1.2.1.3 ¿Cuál es la amplificación de tensión en lazo abierto  $A_o$ ?

- 1.2.1.4 Dado lo anterior dibujar un modelo simplificado del AO (si no ha encontrado el valor de  $R_o$ , suponga  $50 \Omega$ ).
- 1.2.1.5 ¿Cuál es el margen de tensiones de alimentación? ¿Qué relación hay entre la alimentación y la máxima tensión que es posible tener a la salida?
- 1.2.1.6 A partir de los valores del *slew-rate* del LM324 y del TL084, discutir alguna ventaja de este segundo integrado respecto al primero.
- 1.2.1.7 ¿Modificaría alguna de las respuestas anteriores el hecho de que el AO trabajara en zona de saturación?

### **1.2.2 Trabajo de laboratorio**

- 1.2.2.1 Seleccionar de la fuente de alimentación los terminales que suministran tensiones simétricas de +15 V y -15 V respecto al terminal de referencia.
- 1.2.2.2 Comprobar con el multímetro si la fuente de alimentación suministra dichos valores.
- 1.2.2.3 Apagar la fuente de alimentación. Insertar el circuito integrado LM324 en la placa de conexiones, conectando el pin de alimentación positiva a +15 V y el de alimentación negativa a -15 V (ver dibujo).



1.2.2.4 Ajustar el generador de funciones de modo que proporcione una señal sinusoidal de aproximadamente 1 V de amplitud y 500 Hz de frecuencia. Para ello hacer uso del osciloscopio y de una sonda previamente calibrada (\*).

1.2.2.5 Conectar el generador de funciones y el osciloscopio como se indica en la figura anterior, y visualizar con los dos canales del osciloscopio la tensión de salida del generador de funciones (para amplitudes menores de 1 V) y la de salida del AO.

¿En alguna circunstancia el circuito anterior ha presentado un comportamiento lineal?

1.2.2.6 Usando el osciloscopio, medir las tensiones en los bornes inversor y no inversor del amplificador operacional.

¿Se cumplen las condiciones de cortocircuito virtual? Razonar la respuesta.

- 1.2.2.7 Ajustar el generador de funciones para que proporcione una señal cuadrada de 1 V de amplitud y de 2 KHz. Observar la señal de salida del amplificador operacional y justificar su forma.
- 1.2.2.8 Repetir el apartado 1.2.7 pero habiendo sustituido previamente el circuito integrado LM324 por el TL084, compatible pin a pin (ver anexo 1.B, con las especificaciones del fabricante). Comparar los resultados.

---

**(\*) Calibración de las sondas:**

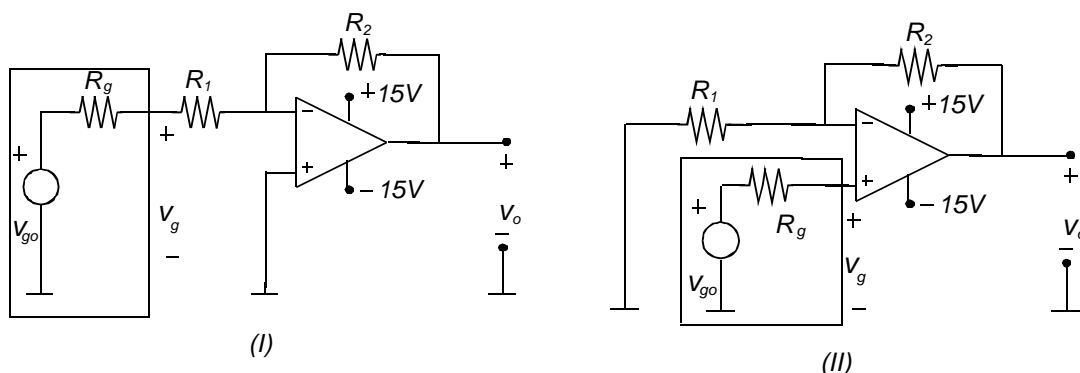
- 1) Conectar el extremo BNC de la sonda en un canal del osciloscopio.
- 2) Conectar el otro extremo en la salida de señal cuadrada de prueba que incorpora el propio osciloscopio.
- 3) Girar el tornillo que hay en uno de los extremos de la sonda hasta que la señal visualizada sea lo más perfectamente cuadrada posible.

*Nota:* más adelante, en el capítulo 3, ya se verá porqué se ha seguido este procedimiento.

### 1.3 Práctica. Parte II

#### 1.3.1 Estudio previo

Dadas las configuraciones siguientes donde  $R_g$  representa la resistencia interna del generador de funciones, analizarlas y contestar las cuestiones planteadas.



1.3.1.1 Dar la expresión analítica de la amplificación en tensión y de la resistencia de entrada del circuito (I) en los dos casos siguientes:

a) La señal de entrada es  $V_g$  (tensión de salida del generador estando conectado al resto de circuito) y la de salida  $V_o$ .

b) La señal de entrada es  $V_{go}$  (tensión de salida del generador en vacío) y la de salida  $V_o$ .

1.3.1.2 Idem para el circuito (II).

1.3.1.3 Calcular los valores de las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  en cada uno de los circuitos (I) y (II) de modo que el módulo de la amplificación en tensión sea de 5 (considerar  $R_g$  de 50 ohmios) y que la corriente que el generador de funciones deba suministrar no supere los 0.25 mA (suponer una señal de entrada sinusoidal de 1 V de amplitud).

Los valores de las resistencias deberán ser comerciales, y se permiten agrupaciones en serie y en paralelo, siempre que el número de elementos por agrupación no sea superior a 2.

### 1.3.2 Trabajo de laboratorio

1.3.2.1 Proceder según se indica en los siguientes pasos:

- a) Montar el circuito I con los valores de componentes calculados en el apartado 1.3.1.3.
- b) Alimentar el circuito integrado con tensiones de + 15 V y -15 V.
- c) Conectar el generador de funciones y ajustarlo para que proporcione una señal sinusoidal de 1 KHz y 1 V de amplitud; luego aplicar la señal a la entrada del circuito I.
- d) Visualizar simultáneamente la entrada y la salida del mismo (cada una a un canal del osciloscopio) para valores de amplitud de la señal de entrada que vayan de 0.5 V a 4 V, tomando nota de aquellos valores para los cuales el comportamiento del circuito deja de ser lineal.

Según lo observado:

- ¿Cuál es la máxima tensión aplicable a la entrada conservándose el comportamiento lineal?
- ¿Existe algún tipo de desfase entre la señal de entrada y la de salida?

1.3.2.2 Repetir el apartado 1.3.2.1 para el circuito II (sin desmontar el I).

1.3.2.3 Aplicar simultáneamente la señal del generador (1 V de amplitud y 1 KHz) a los circuitos I y II. Conectar cada uno de los canales del osciloscopio a una de las salidas. Visualizar y comparar los resultados.

1.3.2.4 Aplicar al circuito I una señal sinusoidal de 1 KHz de la suficiente amplitud como para que su salida esté saturada. Conectar el canal 1 del osciloscopio a la entrada no inversora del operacional y el canal 2 a la entrada inversora. Justificar lo visualizado.

¿Es aplicable en este caso el método del cortocircuito virtual?

- 1.3.2.5 Disminuir la amplitud de la señal del generador hasta que la tensión en la entrada no inversora y en la inversora sea la misma.

¿Que valor de tensión es? ¿Coincide con la máxima tensión aplicable medida en el apartado 1.3.2.1?. Justificar la respuesta.

## 1.4 Práctica. Parte III

### 1.4.1 Estudio previo

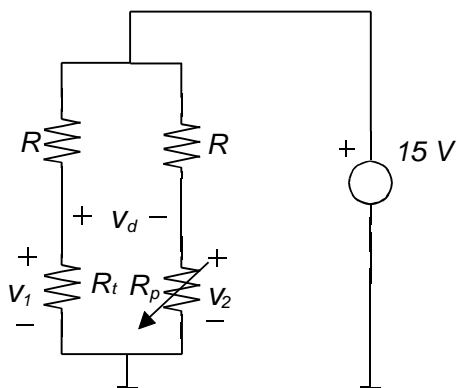
Todos los resistores tienen una cierta dependencia con la temperatura, lo cual produce desviaciones respecto a su valor nominal. En la mayoría de los casos el funcionamiento del circuito queda poco afectado por las variaciones de la temperatura, pero si ello no es así, se hace todo lo posible para suprimir la dependencia (componentes poco sensibles a la temperatura, circuitos poco sensibles a variaciones de sus componentes, o circuitos con componentes con variaciones complementarias respecto a la temperatura, de modo que se compensen entre sí). Sin embargo, en aplicaciones de medición de temperatura (termómetros y termostatos) se quiere todo lo contrario, es decir, detectar claramente posibles variaciones térmicas. Existe un tipo de resistores hechos de material semiconductor (fuerte dependencia térmica) que se usan en aplicaciones de detección de temperatura: los NTC (Coeficiente de Temperatura Negativo).

La dependencia de un NTC con la temperatura no es lineal, más concretamente es una curva en forma de exponencial decreciente (ver anexo 1.A), pero para variaciones pequeñas alrededor de un valor central podemos suponer su comportamiento aproximable por

$$R_t = R_{10} - a \cdot dT$$

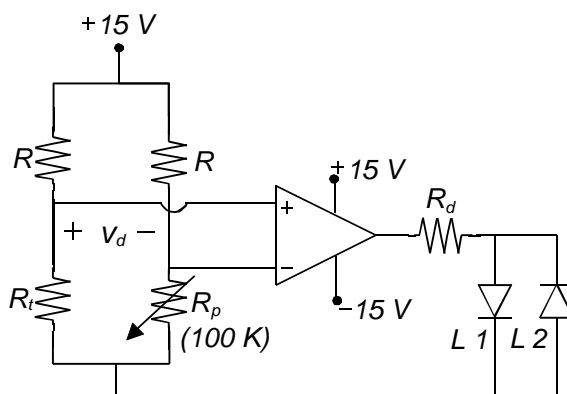
donde  $R_{10}$  es el valor de  $R_t$  a temperatura ambiente, y  $dT$  la variación de temperatura.

Dado el circuito de la figura:



- 1.4.1.1 Tomando un valor de la resistencia variable  $R_p = R_{t0}$  obtener la expresión analítica de las tensiones  $V_1$  y  $V_2$ . A partir de ello obtener la expresión de la tensión  $V_d = V_1 - V_2$ .
- 1.4.1.2 Suponiendo que  $R_t = R_{t0} - a \cdot dT$  y que  $R_{t0} + R \gg a \cdot dT$  hallar la expresión de  $V_d$  en función de  $dT$ .

Según el uso que se vaya a hacer de la resistencia NTC puede ser conveniente linealizar su comportamiento, por ejemplo poniendo en paralelo un resistor convencional; sin embargo, en el caso que nos ocupa, no pretendemos medir valores exactos en un margen de temperatura, sino detectar umbrales: cuando la temperatura captada por la NTC esté por encima o por debajo de un determinado valor se deberá encender o no un indicador, haciéndose uso del siguiente circuito comparador:



La resistencia variable  $R_p$ , cuyo valor nominal es de  $100 \text{ K}\Omega$ , se usa para el ajuste fino del umbral del comparador. A efectos de diseño considerar  $R = R_{t0}$ . La NTC que usaremos presenta una resistencia

de 47 K $\Omega$  a temperatura ambiente, es decir que  $R_o = 47 \text{ K}\Omega$ .

- 1.4.1.3 ¿A temperatura ambiente, cuáles serán los valores máximo y mínimo de la tensión  $V_d$  al variar el potenciómetro? ¿Que led se encenderá en cada caso?

Elegir el color de L1 y L2 (rojo o verde) de modo que cuando aumente la temperatura se encienda el led rojo, y cuando disminuya el verde. Indicar el razonamiento seguido.

- 1.4.1.4 ¿Cuál es la utilidad de la resistencia  $R_d$  a la salida del amplificador operacional? Calcular el valor de  $R_d$  suponiendo que, en conducción, el diodo led tiene una caída de tensión ánodo-cátodo de 3,5 V y queremos que circule por él una corriente de unos 7 mA.

### 1.4.2 Trabajo de laboratorio

- 1.4.2.1 Montar el circuito con un AO del apartado 1.4.1 con los valores de resistencias obtenidos en el estudio previo. Conectar la fuente de alimentación (+ 15V / -15V). Para la resistencia variable  $R_p$  usar dos patillas de un potenciómetro.
- 1.4.2.2 Conectar el canal 1 del osciloscopio a la entrada no inversora del amplificador operacional, y el canal 2 a la entrada inversora del mismo.
- 1.4.2.3 Ajustar el potenciómetro  $R_p$  hasta que la tensión continua visualizada en cada uno de los canales del osciloscopio sea la misma. En este caso habremos ajustado el circuito a la temperatura ambiente, de modo que incrementos de temperatura harán encender el led rojo, y decrementos harán encender el verde si en el punto 1.4.1.3 del estudio previo se han elegido correctamente los colores.

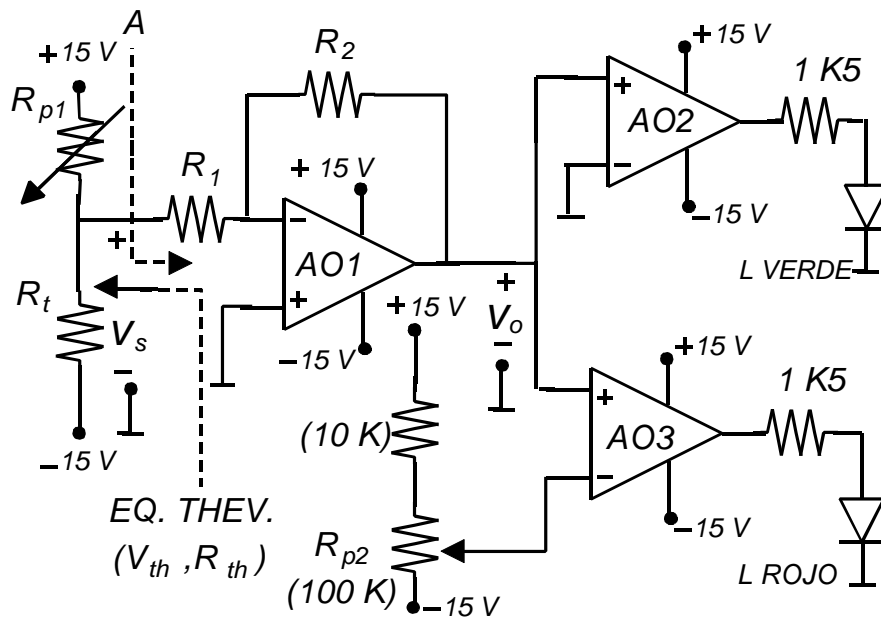
Comprobar que calentando la NTC (con los dedos o un mechero) se enciende el led correspondiente debido a un desequilibrio en las tensiones continuas en las entradas del operacional, y lo mismo al enfriarla. ¿Qué utilidades puede tener un circuito como éste?

- 1.4.2.4 Ajustar el potenciómetro  $R_p$  de modo que ahora el umbral de disparo del comparador esté a una temperatura superior a la ambiente. Comprobar el funcionamiento del circuito.

## 1.5 Práctica. Parte IV (optativa)

### 1.5.1 Estudio previo

El siguiente circuito consiste en un detector de temperatura capaz de indicar dos niveles. Para ello usamos dos comparadores, uno para cada nivel de disparo. Además incorporamos un amplificador inversor que amplificará las variaciones de tensión producidas por variaciones de la resistencia de la NTC (alternativa al montaje anterior).



- 1.5.1.1 Hallar la expresión analítica de  $V_o$  (en función de  $dT$ ), considerando  $R_{p1} = R_{t0}$  y  $R_t = R_{t0} - a \cdot dT$ . Para ello hallar el equivalente de Thevenin del circuito fuente visto desde los terminales  $V_s$  y masa (ver la flecha en el dibujo).

Haciendo las posibles aproximaciones, se ha de llegar a una expresión en la que  $R_{th}$  sea proporcional a  $R_{t0}$ , y  $V_{th}$  lo sea a  $dT$ .

- 1.5.1.2 Elegir los valores de  $R_1$  y  $R_2$  de modo que la resistencia de entrada del amplificador inversor, vista desde A, sea de 1 K y que la amplificación de tensión  $V_o/V_s$  sea de 47 (en módulo).

- 1.5.1.3 Substituir  $R_1$  por un condensador de capacidad  $C$ . ¿Qué relación hay ahora entre  $V_o$  y los cambios de temperatura,  $dT$  ?

### 1.5.2 Trabajo de laboratorio

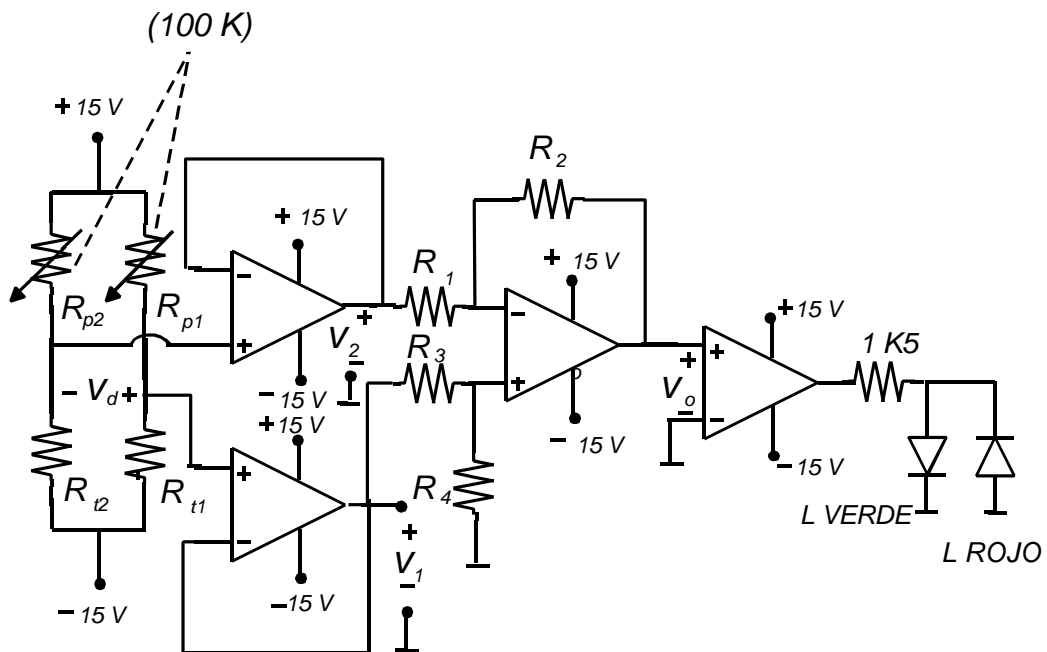
- 1.5.2.1 Ajustar  $R_{p1}$  de modo que a temperatura ambiente la tensión  $V_o$  sea cero. Comprobar que un incremento de temperatura hace encender el led verde (de momento no nos interesa el led rojo). (Visualizar  $V_o$  en el osciloscopio)
- 1.5.2.2 Ajustar  $R_{p2}$  para que el led rojo se encienda a partir de una cierta temperatura, midiendo al mismo tiempo la tensión en la entrada no inversora del amplificador operacional número 3 (AO3).
- 1.5.2.3 Sustituir  $R_1$  por un condensador de  $1 \mu\text{F}$ . Comprobar el funcionamiento del circuito calentando y enfriando la NTC (visualizar  $V_o$  en el osciloscopio). ¿Qué está detectando ahora el circuito?. Razonar la respuesta de acuerdo a lo visualizado y al funcionamiento del mismo.

## 1.6 Práctica. Parte V (optativa)

### 1.6.1 Estudio previo

El siguiente circuito detecta la temperatura relativa entre dos puntos.

- 1.6.1.1 Obtener la expresión de  $V_o$  en función de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $V_1$  y  $V_2$ .



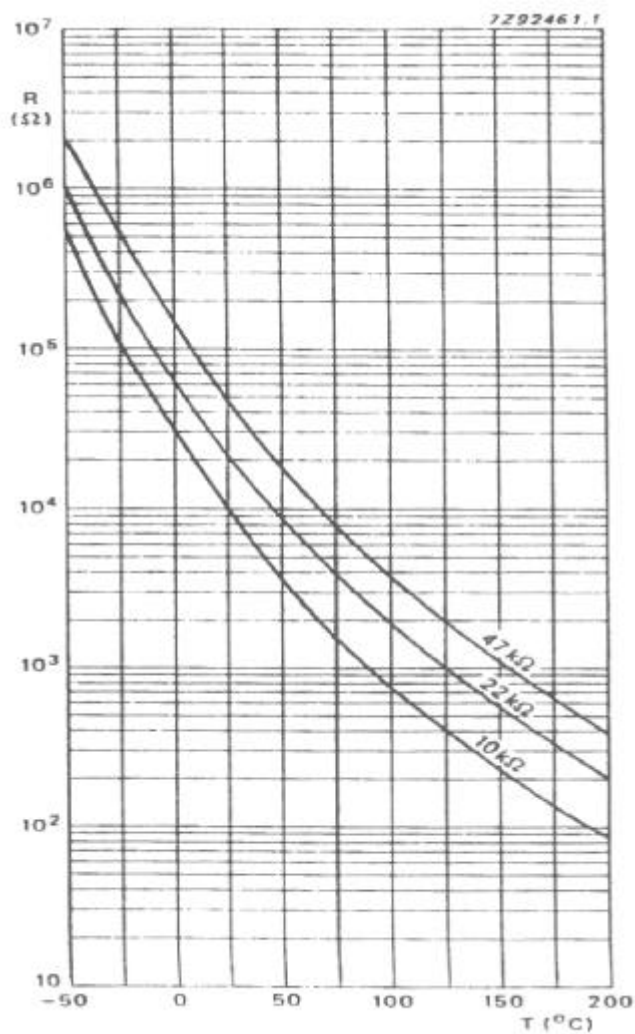
- 1.6.1.2 Hallar la relación de resistencias que permite una ecuación del tipo  $V_o = A.(V_1 - V_2)$ , y dar la expresión de A.
- 1.6.1.3 Sabiendo que  $R_1 = R_3 = 10 \text{ K}\Omega$  y  $A = 4,7$  determinar el valor de las restantes resistencias.
- 1.6.1.4 Teniendo en cuenta que cada una de las NTC puede estar a distinta temperatura, explicar qué función realiza este circuito e indicar cuándo se encenderá cada uno de los diodos leds.

¿De qué modo podría simplificarse el circuito anterior usando una estructura que emplee menos amplificadores operacionales?.

### **1.6.2 Trabajo de laboratorio**

- 1.6.2.1 Montar el circuito anterior y alimentarlo. Conectar el canal 1 del osciloscopio en  $V_1$  y el canal 2 en  $V_2$ .
- 1.6.2.2 Ajustar  $R_{p1}$  hasta que la tensión continua  $V_1$  sea nula. Repetir el proceso con  $R_{p2}$  para ajustar  $V_2$ . Estos dos ajustes se harán a temperatura ambiente.
- 1.6.2.3 Aplicar diferentes temperaturas a NTC-1 y NTC-2 y comprobar el efecto sobre los leds.

### Anexo 1.A Curvas de variación de una resistencia de coeficiente de temperatura negativo (NTC) en función de la temperatura



### Anexo 1.B Características de los amplificadores operacionales utilizados

Se encuentran en formato PDF en el CD-rom adjunto. Si no se tiene, tendrá que instalarse primero Adobe Acrobat Reader 3.0 o superior, que se incluye en el mismo CD.

## 2 Análisis de circuitos con PSpice

El objetivo de estos trabajos es introducir al alumno en la utilización de herramientas *software* para el análisis de circuitos. Para ello se utilizará el programa PSpice, usando la interface Schematics de Microsim. Esta interface de captura de esquemas gráficos ofrece una facilidad de representación de los circuitos, de uso y de visualización de resultados que lo hacen agradable como primer contacto con la simulación. No se van a aprovechar, por el momento, todas las prestaciones del programa PSpice. Algunas (la mayoría) serán trabajadas en el laboratorio con cierto detalle, otras serán presentadas en espera de desarrollarlas cuando el curso esté más avanzado.

El conocimiento de un programa de simulación en este momento del curso tiene la ventaja de facilitar la validación de estudios teóricos de trabajos posteriores. Adicionalmente, aquellos alumnos que cursen otras asignaturas relacionadas con el presente curso, pueden usar estos conocimientos para comprobar la resolución de ejercicios y problemas.

Ante este primer contacto con un programa de simulación, podría cuestionarse porqué estudiar los métodos y técnicas para obtener desarrollos analíticos. Si bien las ventajas del programa ya se evidenciarán en el laboratorio, sugerimos al alumno que reflexione sobre las limitaciones. Puede, por ejemplo, plantearse si el programa es capaz, por si mismo, de obtener estructuras circuitales, satisfacer especificaciones de comportamiento de circuitos o, en general, efectuar otras tareas de diseño. El análisis es siempre un medio en ingeniería, pero el fin es el diseño y la realización.

Por último, hay un peligro en la simulación que conviene advertir en este momento. Aparte de la comodidad, limpieza y bajo coste de las simulaciones, éstas suelen reproducir las previsiones que obtendríamos teóricamente. Ello es consecuencia de que el modelo de simulación es objeto de simplificaciones y aproximaciones semejantes a las de los desarrollos teóricos. Si no se tiene en cuenta esto, podría suponerse que lo simulado es siempre verdadero y exacto, llegándose a pedir, en el laboratorio, que los sistemas físicos se comporten como los simulados, y no al revés. Modelados incompletos o efectos parásitos (como los que se verán más avanzado el curso) llevarían a conclusiones incorrectas si sólo nos fiáramos de los resultados de algunas simulaciones, sin más interpretación de éstos.

En estos trabajos no existe un estudio previo en el sentido habitual. Si el estudiante ha leído (sin estudiar) este capítulo, el seguimiento posterior de las explicaciones del profesor puede verse

facilitado al haber unas bases de partida. Es asimismo aconsejable que se haga un análisis cualitativo de los diferentes circuitos que se proponen para su simulación.

## 2.1 Introducción

El programa PSpice (*PC Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis*) permite la simulación de circuitos electrónicos, tanto lineales como no lineales. Con él se podrá evaluar un circuito en el dominio temporal, determinar la respuesta frecuencial, efectuar análisis en continua, así como otras opciones más avanzadas. En los siguientes apartados se hará una presentación y exposición general de las posibilidades del PSpice. Será el propio usuario quien, a base de trabajar con el programa, acabe descubriendo todo su potencial.

Las librerías de componentes con las que trabaja PSpice son muy avanzadas, lo que ha hecho que este programa esté ampliamente estandarizado y sea aceptado a nivel profesional, tanto en centros de investigación y universidades como en la industria. Además, los principales fabricantes de componentes y circuitos integrados facilitan modelos PSpice de sus productos, accesibles vía Internet.

La forma concreta de ejecutar el programa dependerá del lugar físico donde se haya instalado en cada laboratorio informático o en cada ordenador personal, cosa que ya se expondrá en las clases prácticas. Una vez dentro del programa Schematics, las diferentes tareas a efectuar para simular un circuito se van describiendo en los siguientes apartados.

## 2.2 Cómo dibujar

El primer paso antes de simular un circuito será generar el esquemático del mismo. Esto se hace ejecutando la icona *schematics*. Una vez hecho esto aparecerá una ventana de trabajo como la de la figura 2.1.

Los componentes que pueden ser incorporados a un circuito para su posterior análisis están empaquetados en librerías. Es importante distinguir dos tipos de librerías: las librerías con la descripción gráfica del componente (extensión *.slb*) y otras con la descripción electrónica (extensión *.lib*). Los circuitos generados por *schematics* tienen extensión *.sch*. Posteriormente, durante la simulación y visualización de resultados se generan unos ficheros intermedios: *.net*, *.cir*, *.als* y *.out*.

Para dibujar el circuito analizar, se debe acudir a *Draw/Get New Part* y seleccionar el componente deseado dentro de las diferentes librerías disponibles. Por ejemplo, los componentes que se pueden encontrar en la librería *ANALOG* (figura 2.2) son los elementos de circuito más habituales.

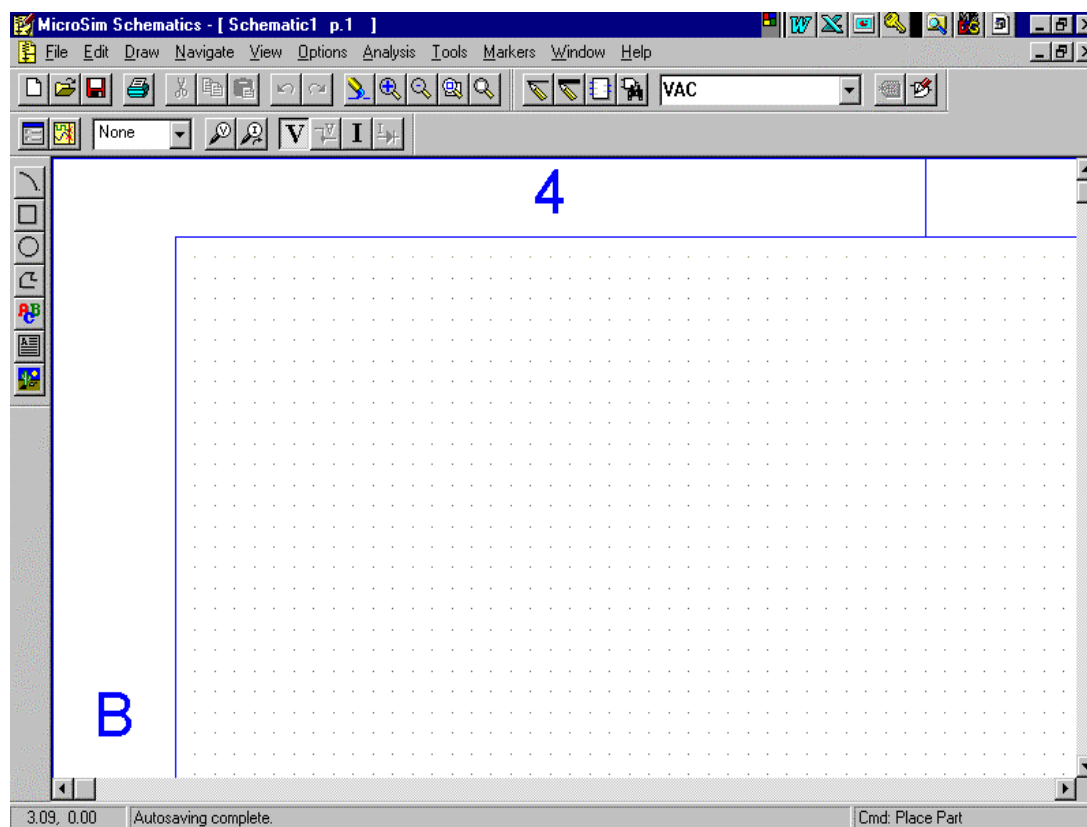


Fig. 2.1 Tablero de trabajo de Pspice

Algunos de los elementos que es posible incorporar a nuestro esquemático (y el designador correspondiente) son:

- Resistencia: R.
- Inductor: L.
- Condensador: C.
- Fuentes controladas:  $v(v)$ : E,  $i(i)$ : F,  $i(v)$ : G,  $v(i)$ : G.
- Fuentes independientes de tensión y de corriente, con diferentes formas de onda como sinusoidal (VSIN), pulso (VPULSE), continua (VSRC), y otras.
- Dispositivos activos diversos: amplificadores operacionales, transistores, etc.
- y no se debe olvidar el nodo de referencia (AGND).

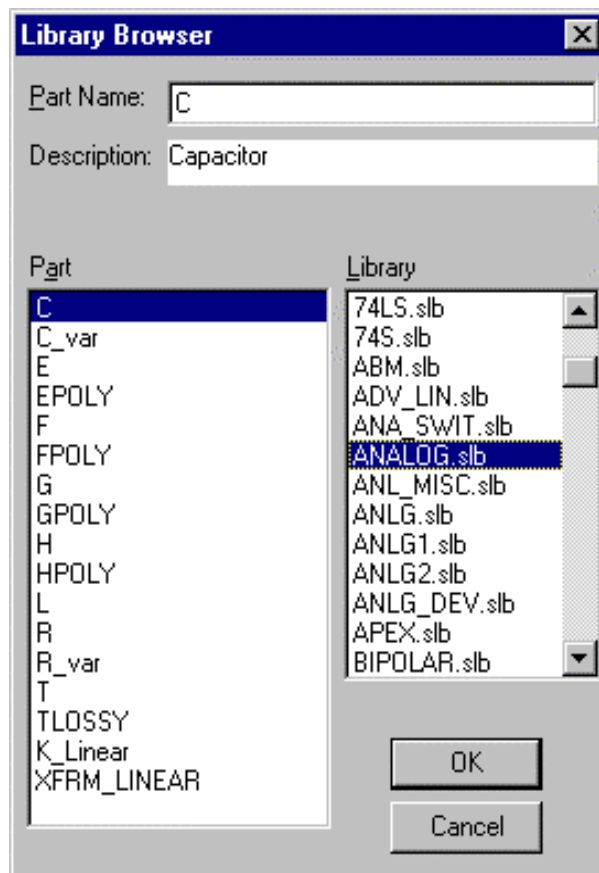


Fig. 2.2 Lista de componentes de la librería ANALOG.

Una vez incorporado al circuito un componente, el siguiente paso es editar el/los atributos que lo caracterizan, es decir determinar el valor nominal para resistencias, condensadores e inductores, la magnitud y frecuencia en las fuentes independientes, etc. Posteriormente con *Draw/Wire* se dibujan las pistas del circuito y de este modo se van interconectando los componentes. En el menú *Edit* tenemos unas ayudas a la edición del dibujo.

Finalmente, se debe acudir a *Markers* y señalar aquellas tensiones y corrientes de interés, de cara a su simulación y visualización.

### 2.3 Cómo simular

En primer lugar realizaremos un chequeo (*Analysis/Electrical Rule Check*) que sirve para detectar la correcta interconexión de los componentes del circuito. Esto es útil para detectar anomalías en el dibujo.

El tipo de simulación a realizar se elige en *Analysis/Setup*, siendo de especial interés la opción *Transient* (respuesta temporal en un intervalo de tiempo ajustable) y la opción *AC* (respuesta frecuencial en un margen de frecuencias ajustable). La simulación se inicia ejecutando *Analysis/Simulate*. Si la simulación se detiene sola es debido a que se ha detectado algún error. En este caso yendo a *File/Examine Output* es posible acceder a un fichero con extensión *.out* que contiene información relativa a cómo ha evolucionado la simulación, y de este modo detectar la causa de error.

## 2.4 Cómo visualizar resultados

Si la simulación ha sido correcta automáticamente se activa el programa visualizador *probe* y en pantalla aparece la gráfica de las tensiones y/o corrientes marcadas anteriormente en el esquemático con un *Marker*. De todos modos, con *Trace/Add* se podrá añadir la variable que se desee, aunque previamente no haya sido marcada.

## 2.5 Práctica: circuitos a simular

### 2.5.1 Circuito RC

Dibujar el circuito de la figura 2.3, del cual se quiere ver la evolución temporal de la tensión en bornes del condensador como respuesta a una excitación escalón de 5V. Para poder observar una evolución temporal (transitorio) como consecuencia de excitaciones con señales escalón es necesario recurrir a la edición de señales cuadradas (no sirve el tipo de excitación continua que encontraremos en la librería).

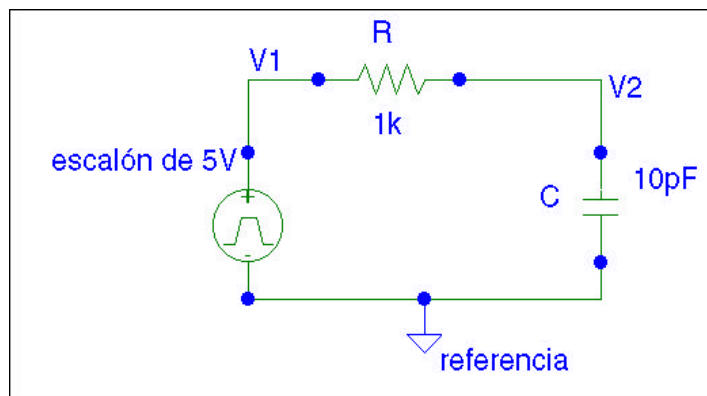


Fig. 2.3 Circuito RC

El generador de la figura 2.3 se elegirá del tipo pulso cuadrado (librería *source/VPULSE*). El tipo de señal que proporciona tiene unos parámetros modificables (*Attribute*) que en nuestro caso estableceremos así:

- retardo respecto al tiempo inicial ( $t_d$ ) = 0
- tiempo de subida ( $t_r$ ) = 0
- tiempo de decaimiento = 0
- valor de tensión en el nivel bajo = 0
- valor de tensión en el nivel alto = 5
- ancho del pulso ( $p_w$ ) =  $10\tau$  (es decir, 10 veces la constante de tiempo del circuito)
- periodo de la señal ( $p_e$ ) =  $20\tau$

Antes de ejecutar se debe escoger el tiempo durante el cual se quiere analizar el transitorio del circuito (es uno de los parámetros del menú de *Transient/Setup*). Escoja un rango de tiempo igual al del ancho de pulso, así el pulso cuadrado actúa igual que si fuera una fuente de continua que empieza en  $t=0$  (señal escalón).

Ejecutar *Simulate*. Al acabar la simulación automáticamente se activa el programa *Probe* para visualizar resultados. Visualizar la evolución temporal de  $V_1$  y  $V_2$ , y razonar resultados (recordar cuál es el proceso de carga del condensador en un circuito de primer orden). Entrar en el menú *Trace/Add* y escoger las variables que se deseen visualizar. Además:

- Se pueden eliminar variables, seleccionándolas previamente en la pantalla (bajo el eje de ordenadas) y después eliminarlas.
- Se pueden añadir gráficas para no superponer resultados (menú *Plot/Add Plot*).
- Se puede cambiar rangos de los ejes. Por ejemplo, para hacer un *zoom* de una zona (menú *Plot/X Axis Settings*).
- Etc.

### 2.5.2 Circuito RLC

Dibujar el siguiente esquemático, del cual se desea simular y visualizar la evolución de la tensión  $V_o$  para el rango de tiempos  $0 < t < 5 \cdot 10^{-6}$ s como consecuencia de una excitación escalón de 5 V. Escoger adecuadamente los *Attributes* del pulso cuadrado para que se comporte como la señal escalón requerida. Para que al ejecutarse *Probe* se visualice directamente la tensión  $V_o$  se puede colocar un *Marker* (ver menú *Markers*). Obsérvese que también existen *Markers* para visualizar corrientes o tensiones diferenciales.

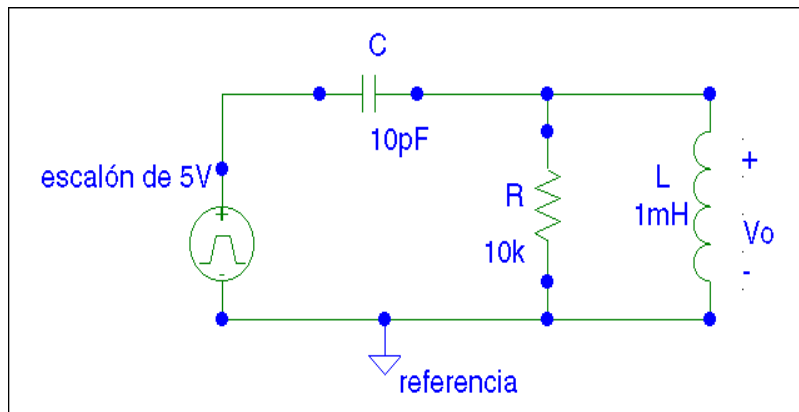


Fig. 2.4 Circuito RLC

Ver el resultado que se obtiene cuando la resistencia de  $10\text{K}\Omega$  se sustituye por otras de  $1\text{K}\Omega$ ,  $100\text{K}\Omega$  y  $10\text{M}\Omega$ . Razonar los resultados.

### 2.5.3 Circuito con un amplificador operacional

En el próximo ejercicio se simulará el amplificador inversor que se utilizó en la práctica 1 (figura 2.5). La excitación será una señal sinusoidal de 1 V de amplitud y de frecuencia 1 KHz. En primer lugar (a) utilizaremos el modelo teórico del amplificador operacional y después (b) utilizaremos uno de los amplificadores operacionales que dispone el programa Pspice en sus librerías.

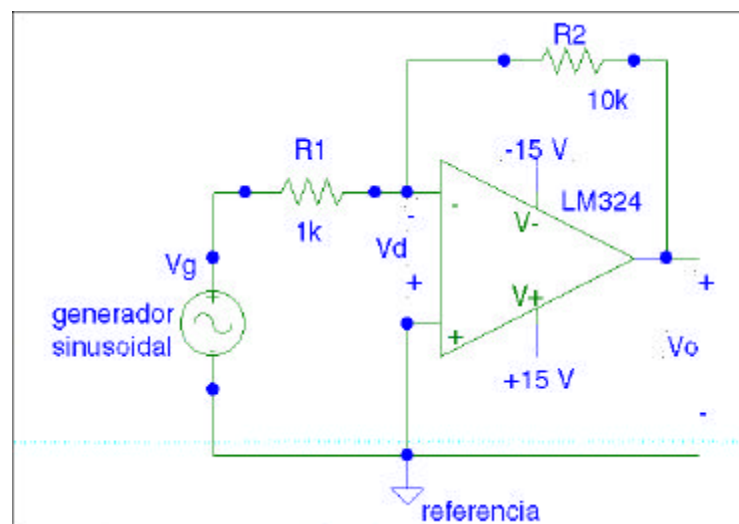


Fig. 2.5 Amplificador inversor

a) El amplificador operacional LM324 (del fabricante que se quiera) es sustituido por su modelo lineal (ver capítulo 1). Los valores de resistencia de entrada, resistencia de salida y amplificación deben corresponder a los proporcionados por el fabricante. Se supone que la tensión de alimentación es simétrica de  $\pm 15$  V. Notar que ahora la señal de excitación la proporciona un generador senoidal (buscarlo en la librería y determinar sus parámetros).

Escoger el análisis de *Transient* del menú *Analysis/Setup*. Notar que la ganancia de la fuente controlada debe ser negativa. Visualizar la tensión  $V_g$  y la  $V_o$ , y comprobar que efectivamente el circuito invierte y amplifica. Visualizar  $V_d$ : ¿se cumple la condición de cortocircuito virtual?

b) En este segundo caso se debe utilizar el componente LM324 (buscar en la correspondiente librería) para simular el amplificador inversor. Simularlo y visualizar las mismas formas de onda y hacer las mismas comprobaciones que en el apartado a). Comparar los resultados.

### 2.5.4 Oscilador

Dibujar el esquema de la figura 2.6.

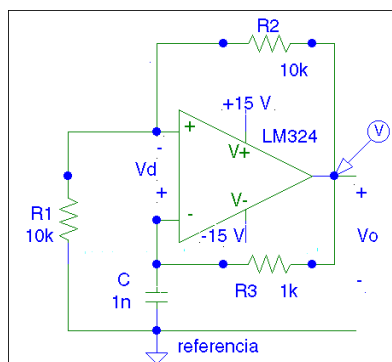


Fig. 2.6 Oscilador no lineal

Simularlo (modo *Transient*) y visualizar la tensión  $V_o$  (indicada con el *marker V*). Para que el circuito empiece a oscilar es necesario que tenga condiciones iniciales en alguno de sus componentes. Esto se puede conseguir dando un valor inicial al condensador C: modifique su valor de *CI* (dentro de *Atributes*) y poniéndolo distinto de 0 (por ejemplo, 0.1V).

### 3 Dinámica de circuitos y sistemas lineales

Los presentes trabajos de laboratorio se centran en el estudio de respuestas temporales de circuitos de primer y segundo orden. A partir de la medida de parámetros característicos de estas respuestas se determinan valores de componentes y aspectos reales del modelado de algunos dispositivos. Otros conceptos, como la sensibilidad de un circuito a variaciones de alguno de sus parámetros serán introducidos en las propias prácticas. Aparte del interés que tiene la respuesta transitoria para análisis de estabilidad, hay circuitos cuyo funcionamiento es básicamente en régimen transitorio (encendido electrónico de automóviles, ciertos demoduladores en comunicaciones digitales, sincronizadores, regeneradores en transmisión de pulsos). Por otro lado, en el campo de los sistemas la dinámica es capital en el diseño de la electrónica encargada del control de elementos electromecánicos. Los conceptos de dinámica que aquí se van a tratar son también aplicables al caso del control de servosistemas.

En particular, durante el desarrollo de estos trabajos, se construye y estudia una bobina a partir de cálculos teóricos previos (la técnica de construcción de la bobina se muestra en el anexo 3.A), se experimentan aspectos asociados a la transmisión de pulsos, se estudian las diferentes dinámicas de un circuito de segundo orden y se realiza un oscilador sinusoidal de radiofrecuencia. Tomando como base a este oscilador senoidal, se introducen conceptos elementales de modulación de señales, por lo que se recomienda llevar al laboratorio un receptor de radio ("de bolsillo").

En los apartados de bases teóricas se exponen los fundamentos que permitirán hallar la respuesta temporal de circuitos que incorporan cierto número de elementos almacenadores de energía (inductores o condensadores); por tanto en el planteamiento de las leyes de Kirchhoff para tales circuitos aparecen ecuaciones integro-diferenciales.

El enfoque que se hará será el de emplear la transformada de Laplace para que las leyes de interconexión de elementos determinadas por ecuaciones que incorporan derivadas e integrales se conviertan en ecuaciones más sencillas de resolver. De este modo, el circuito se habrá convertido en lo que se denomina circuito transformado. El circuito transformado tiene la particularidad que los elementos que lo constituyen están definidos por relaciones algebraicas, como en el caso de circuitos puramente resistivos, y por tanto pueden ser analizados como éstos. La solución hallada mediante este

proceso matemático pertenece al dominio transformado y por tanto para llegar a la solución temporal será necesario antitransformar.

El uso de la transformada de Laplace ofrecerá más adelante otros puntos de interés, como son el análisis de estabilidad de los circuitos o la determinación de su respuesta frecuencial.

### 3.1 La Transformada de Laplace

#### 3.1.1 Definición

La transformada de Laplace es una integral que transforma una función temporal en una nueva función de variable compleja. Dada una señal temporal  $f(t)$  se define su transformada de Laplace  $F(s)$  como:

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_{0^-}^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (3.1)$$

donde el límite inferior de la integral  $0^-$  implica que la integral tiene en cuenta lo que ocurre desde un instante antes del  $t=0$ . Esto será de importancia al trabajar con señales del tipo impulso.

Si bien por el momento no tiene mayor interés, avanzamos que la función  $F(s)$  está definida en el plano complejo  $s$ , denominado así por ser compleja la variable  $s$  ( $s = \sigma + j\omega$ ) con dimensiones de rad/s. Más adelante usaremos esta información para facilitar el análisis gráfico de circuitos a partir de representaciones en un plano complejo.

Se puede demostrar que para que  $f(t)$  sea transformable basta que:

$$\int_{0^-}^{\infty} |f(t)| e^{-\sigma t} dt < \infty \quad \text{para algún } \sigma \text{ real y positivo} \quad (3.2)$$

que es una restricción que satisfacen casi todas las funciones  $f(t)$  comunes en ingeniería. Todo y la importancia de conocer la definición de la Transformada de Laplace rara vez se usará para hallar una transformada pues lo habitual es acudir a tablas de transformadas (apartado 3.1.3).

Otra restricción que se debe tener en cuenta es que la Transformada de Laplace, debido a los límites de la integral, no tiene en cuenta la existencia de la señal  $f(t)$  para tiempos anteriores a  $0^-$ . Sólo es aplicable a señales causales, que cumplen:

$$f(t) = 0 \quad \text{si } t < 0$$

### 3.1.2 Principales propiedades

- Linealidad:

$$k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t) \rightarrow k_1 F_1(s) + k_2 F_2(s) \quad (3.3)$$

- Transformada de la derivada:

$$\frac{d}{dt} f(t) \rightarrow sF(s) - f(0^-) \quad (3.4)$$

siendo  $f(0^-)$  la condición inicial de la señal en el dominio temporal  $f(t)$ . Generalizandolo a la derivada de orden  $n$ , se obtiene:

$$\frac{d^n}{dt^n} f(t) \rightarrow s^n F(s) - s^{n-1} f(0^-) - s^{n-2} \left. \frac{d}{dt} f(t) \right|_{t=0^-} - \dots - \left. \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} f(t) \right|_{t=0^-} \quad (3.5)$$

- Transformada de la integral:

$$\int_{0^-}^t f(\tau) d\tau \rightarrow \frac{F(s)}{s} \quad (3.6)$$

- Otras propiedades:

$$\begin{aligned} f(at) &\rightarrow \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right) \\ e^{-at} f(t) &\rightarrow F(s+a) \\ t^n f(t) &\rightarrow (-1)^n \frac{d^n}{ds^n} F(s) \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) \rightarrow \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) \rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

### 3.1.3 Transformación de las formas de onda más comunes

$$\text{función delta: } \delta(t) \rightarrow 1$$

$$\text{función escalón: } u(t) \rightarrow \frac{1}{s}$$

$$\text{función rampa: } r(t) = tu(t) \rightarrow \frac{1}{s^2}$$

$$t^n u(t) \rightarrow \frac{n!}{s^{n+1}}$$

$$e^{-at} u(t) \rightarrow \frac{1}{s+a}$$

$$e^{j\omega t} u(t) \rightarrow \frac{1}{s-j\omega}$$

$$\sin(\omega t) u(t) \rightarrow \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$\cos(\omega t) u(t) \rightarrow \frac{s}{s^2 + \omega^2}$$

$$e^{-at} \cos(\omega t) u(t) \rightarrow \frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$$

$$e^{-at} \sin(\omega t) u(t) \rightarrow \frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$$

$$e^{-at} \cos(\omega t + \theta) u(t) \rightarrow \frac{(s+a) \sin(\theta) + \omega \cos(\theta)}{(s+a)^2 + \omega^2}$$

### 3.1.4 Transformada inversa

La transformación inversa se plantea a partir de la descomposición de la función  $F(s)$  a antitransformar en elementos más básicos de los que se conozca su antitransformada. En la mayoría de los casos esto se consigue mediante una descomposición en fracciones simples, tal como:

$$\begin{aligned}
F(s) &= \frac{n(s)}{d(s)} = \frac{n(s)}{(s+p_1)^{r_1}(s+p_2)^{r_2}\dots(s+p_n)^{r_n}} = \\
&= \frac{A_{11}}{(s+p_1)} + \frac{A_{12}}{(s+p_1)^2} + \dots + \frac{A_{1r_1}}{(s+p_1)^{r_1}} + \frac{A_{21}}{(s+p_2)} + \frac{A_{22}}{(s+p_2)^2} + \dots + \frac{A_{2r_2}}{(s+p_2)^{r_2}} + \dots \\
&\quad \dots + \frac{A_{n1}}{(s+p_n)} + \frac{A_{n2}}{(s+p_n)^2} + \dots + \frac{A_{nr_n}}{(s+p_n)^{r_n}} + \\
&\quad + B_0 + B_1s + B_2s^2 + \dots + B_ms^m
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Para hallar los coeficientes  $A_{ij}$  y  $B_k$  de la descomposición anterior, se puede proceder del siguiente modo:

1. Si el orden del polinomio  $n(s)$  es igual o superior que el orden del polinomio  $d(s)$ , realizar divisiones sucesivas (a cada división se obtendrá un coeficiente  $B_k$ ) de modo que se llegue a una expresión como la siguiente:

$$F(s) = \frac{n(s)}{d(s)} = \frac{n'(s)}{d(s)} + B_0 + B_1s + B_2s^2 + \dots + B_ms^m \tag{3.9}$$

2. El siguiente paso es plantear:

$$\begin{aligned}
F(s) &= \frac{n'(s)}{d(s)} = \\
&= \frac{A_{11}}{(s+p_1)} + \frac{A_{12}}{(s+p_1)^2} + \dots + \frac{A_{1r_1}}{(s+p_1)^{r_1}} + \frac{A_{21}}{(s+p_2)} + \frac{A_{22}}{(s+p_2)^2} + \dots + \frac{A_{2r_2}}{(s+p_2)^{r_2}} + \dots \\
&\quad \dots + \frac{A_{n1}}{(s+p_n)} + \frac{A_{n2}}{(s+p_n)^2} + \dots + \frac{A_{nr_n}}{(s+p_n)^{r_n}}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

hallándose los diferentes coeficientes del siguiente modo:

$$A_{i(r_i-l)} = \frac{1}{l!} \frac{d^l}{ds^l} (F(s)(s+p_i)^{r_i}) \Big|_{s=-p_i} \tag{3.11}$$

Por ejemplo, en un caso particular como el siguiente:

$$F(s) = \frac{1}{(s+p_1)(s+p_2)^2}$$

la descomposición en fracciones simples se plantearía de la siguiente forma:

$$F(s) = \frac{1}{(s+p_1)(s+p_2)^2} = \frac{A_{11}}{s+p_1} + \frac{A_{21}}{s+p_2} + \frac{A_{22}}{(s+p_2)^2}$$

$$A_{11} = F(s)(s+p_1) \Big|_{s=-p_1}$$

$$A_{21} = \frac{d}{dt} (F(s)(s+p_2)^2) \Big|_{s=-p_2}$$

$$A_{22} = F(s)(s+p_2)^2 \Big|_{s=-p_2}$$

## 3.2 Circuito transformado

### 3.2.1 Transformación de los elementos

La aplicación de la Transformada de Laplace a un circuito no se limita a simplificar la resolución de las ecuaciones íntegro-diferenciales. Su mayor utilidad es la de “convertir” matemáticamente al circuito (con bobinas y condensadores) en un circuito cuya complejidad de análisis es similar a la de los circuitos resistivos, sin necesidad de llegar a formular las ecuaciones íntegro-diferenciales. Así, y al contrario de lo que ocurre con las ecuaciones diferenciales, podrán resolverse con relativa facilidad circuitos de orden elevado. En el circuito transformado, como veremos, se preserva la estructura del circuito (tiene la misma topología), variando simplemente las relaciones constitutivas de los elementos que pasarán a ser todas de tipo algebraico.

Aplicar la Transformada de Laplace a un circuito consiste en transformar tanto los elementos que lo componen como la ecuaciones de Kirchhoff que rigen las interconexiones entre tales elementos. La transformación de la relación tensión-corriente para cada elemento conduce a:

- resistor:

$$v_R(t) = R i_R(t) \rightarrow V_R(s) = R I_R(s) \quad (3.12)$$

- condensador:

$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} \rightarrow I_C(s) = C s V_C(s) - C v_C(0) \quad (3.13)$$

- inductor:

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \rightarrow V_L(s) = L s I_L(s) - L i_L(0) \quad (3.14)$$

- fuentes independientes:

$$\begin{aligned} \text{Fuente de tensión independiente: } v_g(t) = f(t) &\rightarrow V_g(s) = F(s) \\ \text{Fuente de corriente independiente: } i_g(t) = f(t) &\rightarrow I_g(s) = F(s) \end{aligned} \quad (3.15)$$

- fuentes dependientes:

$$\begin{aligned} &\text{Fuente de tensión dependiente:} \\ v_g(t) = k i_x(t) \text{ o } k v_x(t) &\rightarrow V_g(s) = k I_x(s) \text{ o } k V_x(s) \\ &\text{Fuente de corriente dependiente:} \\ i_g(t) = k i_x(t) \text{ o } k v_x(t) &\rightarrow I_g(s) = k I_x(s) \text{ o } k V_x(s) \end{aligned} \quad (3.16)$$

### 3.2.2 Transformación de las leyes de interconexión

La transformación de las leyes de interconexión (Kirchhoff) se aplica tanto a la suma de corrientes en cada nodo como a la suma de tensiones a lo largo de un camino cerrado. De este modo:

$$\sum_n i_n(t) = 0 \rightarrow \sum_n I_n(s) = 0 \quad (3.17)$$

$$\sum_n v_n(t) = 0 \rightarrow \sum_n V_n(s) = 0 \quad (3.18)$$

### 3.3 Impedancia y admitancia

Para un circuito cualquiera (sin condiciones iniciales), la *impedancia* vista desde un par de terminales con una tensión  $v(t)$  y por los que fluye una corriente  $i(t)$  se define como:

$$Z(s) = \frac{V(s)}{I(s)} \quad (3.19)$$

y la *admitancia* como su inversa:

$$Y(s) = \frac{I(s)}{V(s)} \quad (3.20)$$

Con ello la impedancia de un resistor es

$$Z_R(s) = \frac{V(s)}{I(s)} = R \quad (3.21)$$

(coincide con su resistencia  $R$ )

la de un condensador sin condiciones iniciales es

$$\begin{aligned} i &= C \frac{dv}{dt} \Rightarrow I(s) = C s V(s) \\ Z_C(s) &= \frac{V(s)}{I(s)} = \frac{1}{Cs} \end{aligned} \quad (3.22)$$

y la de un inductor sin condiciones iniciales:

$$\begin{aligned} v &= L \frac{di}{dt} \Rightarrow V(s) = L s I(s) \\ Z_L(s) &= \frac{V(s)}{I(s)} = Ls \end{aligned} \quad (3.23)$$

La definición de impedancia puede considerarse como un caso particular de un concepto más general: la *función de red*, definida como la relación entre la transformada  $V(s)$  o  $I(s)$  de una variable denominada de salida respecto a la de otra denominada de entrada al circuito (siempre sin condiciones iniciales).

### 3.4 Función de transferencia

Una función de transferencia es una relación entre dos variables transformadas de un circuito (tensiones o corrientes) sin condiciones iniciales y con una sola excitación. Una de estas variables hace el papel de la excitación o entrada mientras que la otra es la respuesta o salida elegida. La forma general de expresarlo es:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad (3.24)$$

donde  $X(s)$  es la transformada de la variable excitación e  $Y(s)$  la de la variable respuesta. Nótese (apartado 3.1.3) que, como  $L\{\delta(t)\} = 1$ , cuando la excitación es una delta (entrada impulsional),  $X(s) = 1$ , se tiene:

$$H(s) = Y(s) \Rightarrow h(t) = y(t) \quad (3.25)$$

De ahí que  $h(t)$ , la antitransformada de  $H(s)$ , reciba el nombre de *respuesta impulsional* del circuito.

A las raíces del numerador de  $H(s)$  se las denomina *ceros* de la función de transferencia, y a las del denominador, *polos*.

### 3.5 Evaluación de la respuesta temporal de circuitos y sistemas a partir de la función de transferencia

Si un sistema caracterizado por su función de transferencia  $H(s)$  es excitado por una señal  $x(t)$  con transformada de Laplace  $X(s)$ , la transformada de la respuesta será  $Y(s)$  y, por tanto, antitransformando obtendremos  $y(t)$ , es decir la respuesta en el dominio temporal. Matemáticamente se expresa así:

$$Y(s) = H(s)X(s) = \frac{n(s)}{d(s)} = \frac{A_1}{s+p_1} + \frac{A_2}{s+p_2} + \dots + \frac{A_n}{s+p_n} + \frac{B_1}{s+x_1} + \frac{B_2}{s+x_2} + \dots + \frac{B_m}{s+x_m} \rightarrow \quad (3.26)$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = A_1 e^{-p_1 t} + A_2 e^{-p_2 t} + \dots + A_n e^{-p_n t} + B_1 e^{-x_1 t} + B_2 e^{-x_2 t} + \dots + B_m e^{-x_m t}$$

donde se puede ver que la respuesta está formada por la suma de dos tipos de componentes: las exponenciales consecuencia de los  $p_i$  (raíces del denominador de  $H(s)$ , que reciben el nombre de polos) y de las debidas a los  $x_i$  (raíces del denominador de  $X(s)$ ). Resultado de esta partición de la respuesta

en dos componentes sería la formulación

$$\begin{aligned}
 y_L(t) &= A_1 e^{-p_1 t} + A_2 e^{-p_2 t} + \dots + A_n e^{-p_n t} \\
 y_F(t) &= B_1 e^{-x_1 t} + B_2 e^{-x_2 t} + \dots + B_m e^{-x_m t} \\
 y(t) &= y_L(t) + y_F(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.27}$$

- La componente de la respuesta  $y_L(t)$  se denomina *respuesta libre*. Sus términos son consecuencia de las raíces del denominador de  $H(s)$ , es decir son consecuencia del sistema y no de la excitación.

- La componente de la respuesta  $y_F(t)$  se denomina *respuesta forzada*. Sus términos son consecuencia de las raíces del denominador de  $X(s)$ , es decir de la excitación.

### 3.6 Respuesta indicial de circuitos de primer orden

#### 3.6.1 Circuito RC

Para hallar la respuesta a una entrada en escalón (*respuesta indicial*) de un circuito RC de primer orden se van a presentar los dos métodos: resolución de la ecuación diferencial y análisis del circuito transformado. En primer lugar buscaremos la solución de un circuito RC por el método de resolver la ecuación diferencial.

Al aplicar la ley de las tensiones de Kirchhoff a un circuito RC como el de la figura, excitado por una tensión constante  $V_g$  que se aplica al circuito (figura 3.1) a partir del instante de tiempo  $t = 0$ , se obtiene, una vez cerrado el interruptor

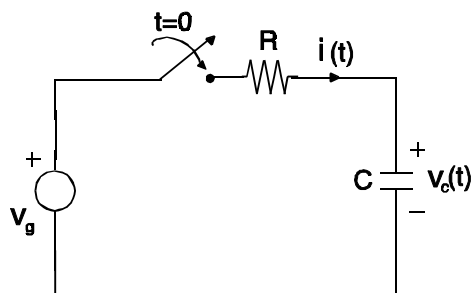


Fig. 3.1 Circuito RC de primer orden

$$\frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau + R i = V_g \quad (3.28)$$

Derivando respecto al tiempo esta expresión, se llega a la ecuación diferencial de primer orden:

$$i + RC \frac{di}{dt} = 0 \quad (3.29)$$

cuya solución se puede obtener separando las variables corriente (i) y tiempo (t):

$$\frac{di}{i} = - \frac{dt}{RC} \quad (3.30)$$

Integrando a ambos lados de esta igualdad, se obtiene:

$$\ln i = - \frac{1}{RC} t + K \quad (3.31)$$

y, si por simplicidad, definimos a la constante de integración K como  $K = \ln k$ , se llega a la expresión:

$$\ln i = \ln e^{-\frac{t}{RC}} + \ln k \quad (3.32)$$

$$i = k e^{-\frac{t}{RC}} \quad (3.33)$$

donde

$$i(0) = k e^{-0} = k \quad (3.34)$$

En nuestro ejemplo,  $V_c(0^-) = V_c(0^+) = 0$ , con lo cual

$$i(0) = \frac{V_g}{R} \Rightarrow i(t) = \frac{V_g}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (3.35)$$

expresión representada en la figura 3.2

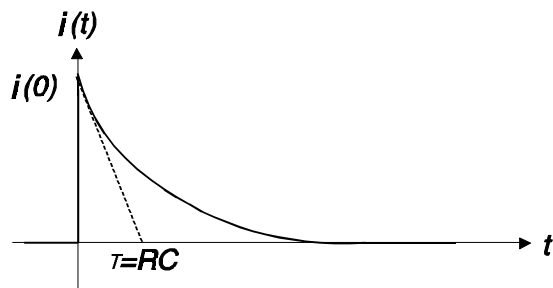


Fig. 3.2 Variación temporal de la corriente en el circuito de la figura 3.1

La pendiente inicial de esta curva es

$$\left. \frac{d i(t)}{dt} \right|_{t=0} = - \frac{V_g}{R} \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \Big|_{t=0} = - \frac{V_g}{R} \frac{1}{RC} = - \frac{i(0)}{RC} \quad (3.36)$$

es decir, una recta que corta al eje de tiempos en  $t = RC = \tau$ , siendo  $\tau$  la *constante de tiempo* del circuito, la cual nos da un orden de magnitud de lo que "tarda" el condensador en cargarse (o en descargarse, en su caso). Cuando  $t = \tau$ , tenemos

$$i(\tau) = \frac{V_g}{R} e^{-\frac{RC}{RC}} = 0,37 \frac{V_g}{R} \quad (3.37)$$

es decir, cuando  $t = \tau$  el valor de  $i(t)$  ha bajado al 37 % de su valor en  $t = 0$  (valor inicial).

Para medir el valor de  $\tau$  con el osciloscopio no es necesario iniciar el barrido de la pantalla en  $t = 0$ , gracias a lo cual se pueden reducir algunos problemas de sincronismo. Ello es debido a que la exponencial conserva su forma en todo momento, tal como se indica en la siguiente figura:

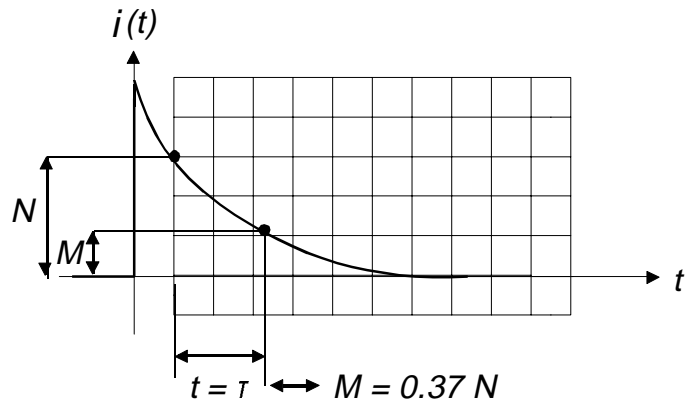


Fig. 3.3 Medición en un osciloscopio de la constante de tiempo

Continuando con el ejemplo, la tensión en bornes del condensador C será

$$\begin{aligned}
 V_c(t) &= \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = \frac{1}{C} \int_0^t \frac{V_g}{R} e^{-\frac{\tau}{RC}} d\tau = \\
 &= V_g (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})
 \end{aligned}
 \tag{3.38}$$

representada en la figura 3.4.

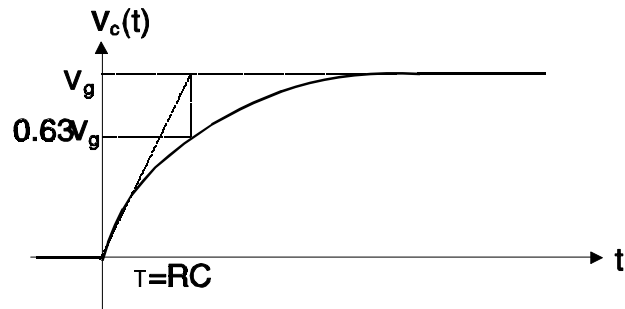


Fig. 3.4 Variación temporal de la tensión en el condensador

Cuando  $t = \tau = RC$ , el valor de la tensión es

$$v(\tau) = V_g (1 - e^{-1}) = 0,63 V_g$$

$$v(t = \tau) = 63 \% \text{ del valor final} \quad (3.39)$$

Es decir, cuando la tensión haya subido a un 63% de su valor final, en este momento el tiempo transcurrido es el valor de la constante de tiempo.

El valor final sólo se alcanza para  $t = \infty$ , pero se puede afirmar que la respuesta ha alcanzado dicho valor final ( $X_f$ ) con un error menor que el  $m\%$  una vez transcurrido un tiempo  $t_s$  (tiempo de establecimiento) tal que

$$\begin{aligned} X_f - X_f (1 - e^{-\frac{t_s}{\tau}}) = X_f e^{-\frac{t_s}{\tau}} &\leq \frac{m}{100} \\ t_s &\geq -\tau \ln \frac{m}{100} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Nótese que tanto en la ecuación (3.35) como en la (3.38), la expresión resultante puede resumirse como

$$x(t) = X_f - (X_f - X_i) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.41)$$

donde  $X_i$  es el valor inicial de la tensión o de la corriente, según el caso, y  $X_f$  el final.

Si, una vez cargado el condensador a una tensión  $V_g$ , se cortocircuita el circuito anterior tal como se muestra en la figura 3.5

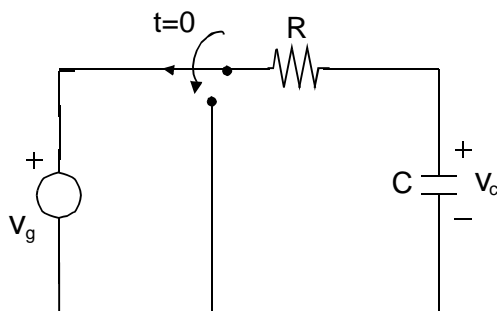


Fig. 3.5 Descarga del condensador

es fácil deducir que, a partir de este instante,  $X_f = V_f = 0$ , y que  $X_i = V_i = V_g$ . Aplicando la fórmula anterior obtenemos

$$v_c(t) = 0 - (0 - V_g) e^{-\frac{t}{\tau}} = V_g e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.42)$$

que es la ecuación de la descarga.

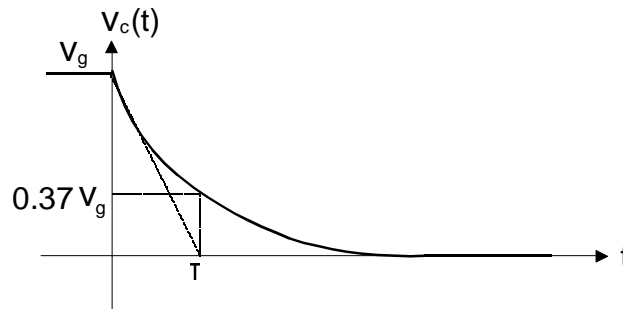


Fig. 3.6 Descarga de la tensión del condensador

Este análisis basado en la resolución de la ecuación diferencial no ha resultado excesivamente engorroso por dos motivos: la excitación es constante (desaparece al derivar) y el circuito es de primer orden (ecuación diferencial sencilla). Para circuitos de orden superior este método es poco operativo, siendo preferible usar el del circuito transformado de Laplace. Veamos ahora cómo se aplicaría el método de la transformada de Laplace para analizar al mismo circuito RC:

a) Transformación de los elementos

El condensador no tiene condiciones iniciales, quedando caracterizado por su impedancia:

$$Z_c(s) = \frac{V_c(s)}{I(s)} = \frac{1}{Cs} \quad (3.43)$$

b) Transformación de las leyes de interconexión

Aplicando leyes de Kirchhoff al circuito transformado se obtiene que

$$V_g(s) = RI(s) + \frac{1}{Cs}I(s) \Rightarrow I(s) = \frac{V_g(s)}{R + \frac{1}{Cs}} \quad (3.44)$$

c) Determinación de la función de transferencia entre la tensión de entrada y la tensión en bornes del condensador

La tensión transformada en el condensador es

$$V_c(s) = \frac{1}{Cs} I(s) = \frac{V_g(s)}{RCs+1} \Rightarrow H(s) = \frac{V_c(s)}{V_g(s)} = \frac{1}{RCs+1} \quad (3.45)$$

Particularizando para una excitación escalón de amplitud  $V_g$ :

$$v_g(t) = V_g u(t) \rightarrow V_g(s) = \frac{V_g}{s} \quad (3.46)$$

se obtiene

$$V_c(s) = \frac{\frac{V_g}{s}}{RCs+1} = \frac{V_g}{RC} \frac{1}{s(s+\frac{1}{RC})} \quad (3.47)$$

d) Obtención de la solución en el dominio temporal (antitransformada).

Para hallar la solución en el dominio temporal se plantea una descomposición en fracciones simples:

$$V_c(s) = \frac{V_g}{RC} \frac{1}{s(s+\frac{1}{RC})} = \frac{V_g}{s} - \frac{V_g}{s+\frac{1}{RC}} \quad (3.48)$$

y antitransformando obtenemos

$$v_g(t) = V_g (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) u(t) \quad (3.49)$$

### 3.6.2 Circuito RL

Los cálculos en un *circuito RL* se efectúan de forma similar. En el circuito RL serie de la figura 3.7, la corriente transformada es

$$V_g(s) = RI(s) + LsI(s) \Rightarrow I(s) = \frac{V_g(s)}{R + Ls} \quad (3.50)$$

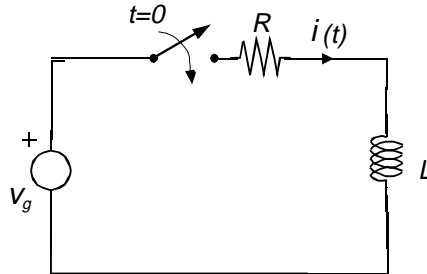


Fig. 3.7 Circuito RL

Si la excitación es un escalón, la corriente viene dada por

$$I(s) = \frac{V_g}{s(R+Ls)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + \frac{R}{L}} = \frac{V_g}{R} \left( \frac{1}{s} + \frac{1}{s + \frac{R}{L}} \right) \quad (3.51)$$

y, en el dominio temporal:

$$i(t) = \frac{V_g}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) u(t) \quad (3.52)$$

Como puede notarse, después de un cierto tiempo ( $t \rightarrow \infty$ ) la corriente se estabiliza a un valor constante  $i(t) = V_g / R$  (recuérdese que el inductor se comporta como un cortocircuito frente a corrientes continuas). Si pasado este tiempo se desconecta el generador a la vez que se cortocircuita a masa el resto del circuito, tal como indica la figura 3.8 (para iniciar este nuevo estudio definimos de nuevo  $t=0$  como el instante en que se efectúa la conmutación y será la nueva la referencia de tiempo).

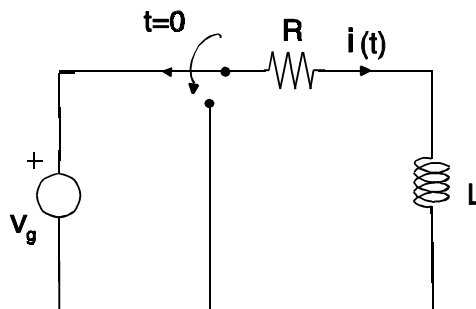


Fig. 3.8 Conmutación en el circuito RL serie

La ley de las tensiones de Kirchoff nos lleva a

$$0 = R i + L \frac{di}{dt} \quad (3.53)$$

cuya solución es

$$i(t) = k e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3.54)$$

siendo  $\tau = \frac{L}{R}$  y  $k = i(0) = \frac{V_g}{R}$

Las constantes de tiempo se miden de la misma forma que se ha mostrado con el circuito RC del apartado anterior.

### 3.7 Respuesta indicial de circuitos de segundo orden

En la figura siguiente tenemos un circuito RLC serie, sin condiciones iniciales:

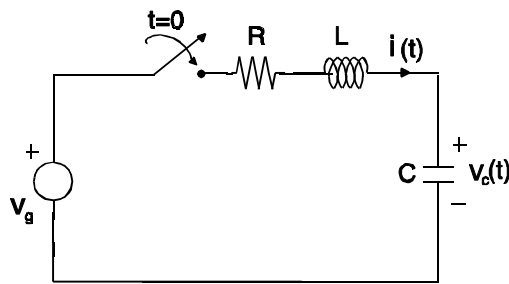


Fig 3.9 Circuito RLC serie

Supongamos que se elige la tensión en bornes del condensador como la variable de salida, y la tensión suministrada por el generador como la de entrada. Se puede definir la función de transferencia  $H(s)$  como

$$H(s) = \frac{V_C(s)}{V_g(s)} \quad (3.55)$$

Sustituyendo cada elemento por su impedancia, se obtiene el circuito transformado:

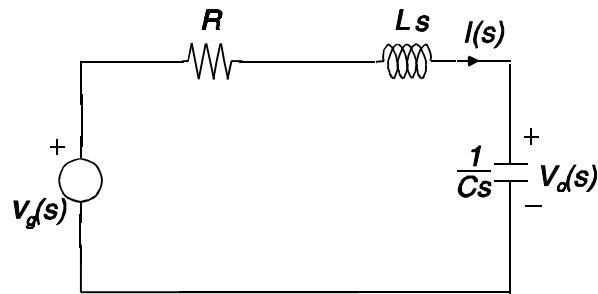


Fig 3.10 Circuito transformado

Analizándolo, se tiene

$$V_g(s) = RI(s) + LsI(s) + \frac{1}{Cs}I(s)$$

$$I(s) = \frac{V_g(s)}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} \quad (3.56)$$

$$V_c(s) = \frac{1}{Cs}I(s) = \frac{\frac{V_g(s)}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

y, la función de transferencia es

$$H(s) = \frac{V_0(s)}{V_g(s)} = \frac{1}{LC} \frac{1}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \quad (3.57)$$

Como ya hemos avanzado, la forma de la respuesta libre del sistema se obtiene evaluando las raíces del denominador de la función de transferencia (denominadas *polos* del sistema). En la H(s) de la ecuación anterior (3.57), ello da lugar a la siguiente ecuación de segundo grado:

$$s = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (3.58)$$

cuya solución puede llevar a cuatro tipos de respuestas libres (ver tabla de transformadas de Laplace en el apartado 3.1.3):

a) Oscilaciones amortiguadas (si las raíces son complejas conjugadas). En este caso:

$$\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2$$

b) Oscilaciones no amortiguadas (raíces imaginarias puras). En este caso  $R = 0$ .

c) Exponenciales decrecientes (que corresponden a raíces reales negativas). En este caso se cumpliría:

$$\frac{1}{LC} \leq \left(\frac{R}{2L}\right)^2$$

d) Exponenciales crecientes (sistemas inestables cuya respuesta libre tiende a infinito), si la parte real de las raíces es positiva. En nuestro ejemplo esto sucedería si  $R < 0$  (resistencia negativa). Este efecto de resistencia negativa puede lograrse con determinados circuitos que incorporan elementos activos.

Si representamos (figura 3.11) estas raíces (polos, simbolizados por un aspa) en el plano complejo  $s$ , con parte real  $\sigma$  e imaginaria  $\omega$ , vemos que mientras  $\sigma$  sea negativo (semiplano izquierdo -SPI- del plano  $s$ ) la respuesta libre tiende a cero. Por el contrario, si  $\sigma$  es positivo (semiplano derecho, SPD), la respuesta libre tiende a infinito. Si  $\sigma$  es cero (en este caso, para  $R=0$ ), la respuesta se mantiene acotada por la amplitud de una senoide, como veremos más adelante.

Según la posición de los polos, la forma de la respuesta libre del sistema es la indicada en la figura 3.12. Cuando los polos están en el semiplano izquierdo la respuesta libre tiende a cero. Ello conlleva que este tipo de circuitos siempre presenten una salida de amplitud acotada frente a entradas acotadas: son circuitos *estables*. Recordemos que la respuesta total es la suma de la repuesta libre y la forzada; si la primera tiende a cero y la segunda está acotada, la respuesta total también se mantiene acotada en un circuito estable.

Por el contrario, si los polos están en el semiplano derecho, la respuesta libre tiende a infinito. En este caso, aunque la entrada esté acotada, la salida no lo estará. Son circuitos *inestables*, cuya salida frente a una entrada acotada tiende matemáticamente a infinito. En la práctica su salida queda limitada por el máximo margen de operación de los dispositivos, como puede ser la tensión de saturación de los amplificadores operacionales. La inestabilidad conlleva que haya más energía en la salida (teóricamente infinita) que en la entrada (acotada). Por ello es requisito para que un circuito pueda ser inestable que contenga elementos activos capaces de obtener de una fuente de alimentación la energía de la salida no aportada en la entrada de señal del circuito.

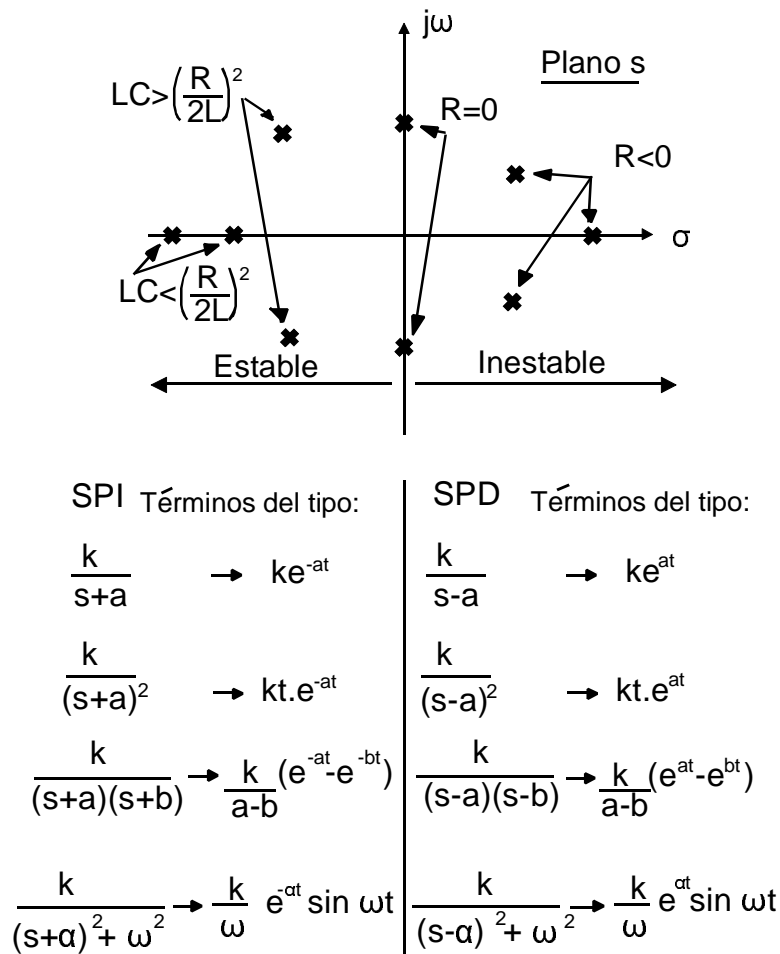


Fig 3.11 Posición de los polos del circuito de segundo orden según los valores relativos de R, L y C

Por último, si los polos son simples y están sobre el eje imaginario ( $R=0$  en el circuito que estamos estudiando) la respuesta libre no tiende a cero ni a infinito, pero se mantiene acotada. Si el polo está en el origen del plano S ( $s=0$ ), la respuesta es una función escalón. Si los polos son conjugados y están sobre el eje  $j\omega$  la respuesta es una senoide ( $H(s) = \text{num} / (s^2 + \omega_0^2)$ ). En estos casos hablamos de estabilidad marginal: si la entrada es una función delta (respuesta impulsional), la salida está acotada, pero, si por el contrario, es un escalón para el caso del polo en el origen, o una senoide de frecuencia  $\omega_0$  para el caso de los polos conjugados, la salida tiende a infinito.

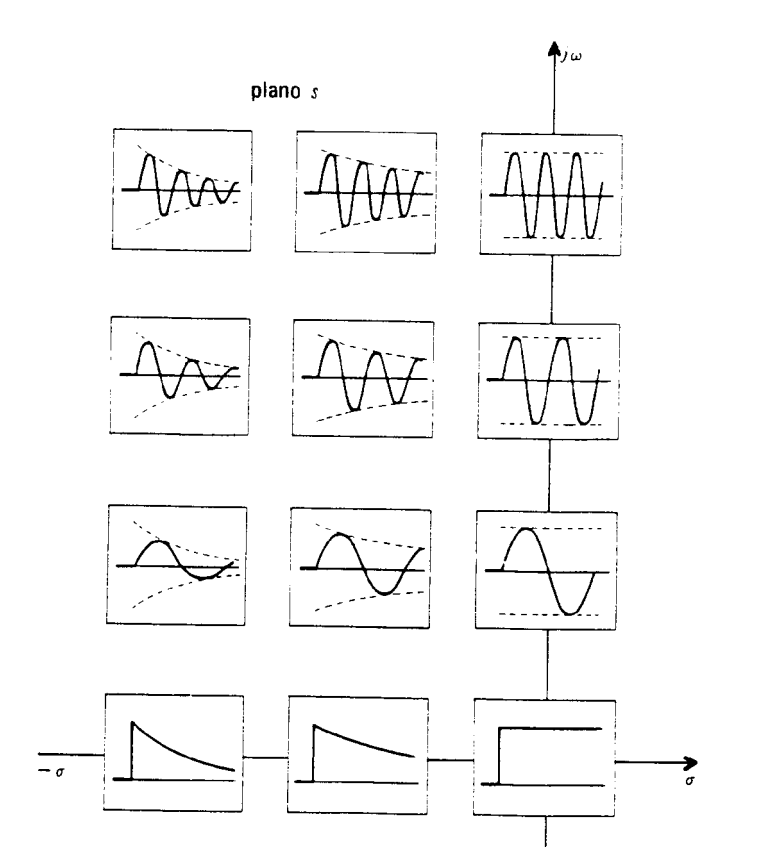


Fig. 3.12 Formas de respuestas libres según las posición de los polos (nótese que sólo se ha representado el segundo cuadrante)

En efecto, denominando  $Y(s)$  la salida, y  $X(s)$  la entrada, tenemos

$$Y(s) = H(s) X(s)$$

Supongamos, como ejemplo, que  $H(s)$  sólo tiene un polo en el origen,  $H(s) = 1/s$ . Si la entrada  $x(t)$  es una función delta,  $\delta(t)$ , su transformada de Laplace es  $X(s) = 1$ , con lo que  $Y(s) = 1/s$  y su antitransformada nos da una función escalón,  $y(t) = u(t)$ .

Si ahora suponemos que la entrada es un escalón,  $X(s) = 1/s$ , la salida será  $Y(s) = 1/s^2$ . Su antitransformada es una rampa unitaria,  $y(t) = r(t)$ , no acotada.

### 3.8 Forma canónica de un sistema de segundo orden

En todo circuito de segundo orden el denominador de cualquier  $H(s)$  será de la forma

$$s^2 + as + b \quad (3.59)$$

dependiendo los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  de la topología del circuito y de los valores de los elementos (el ejemplo del apartado anterior es una caso particular de esta expresión). Ello permite una nomenclatura más general como

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (3.60)$$

cuyos polos vienen dados por

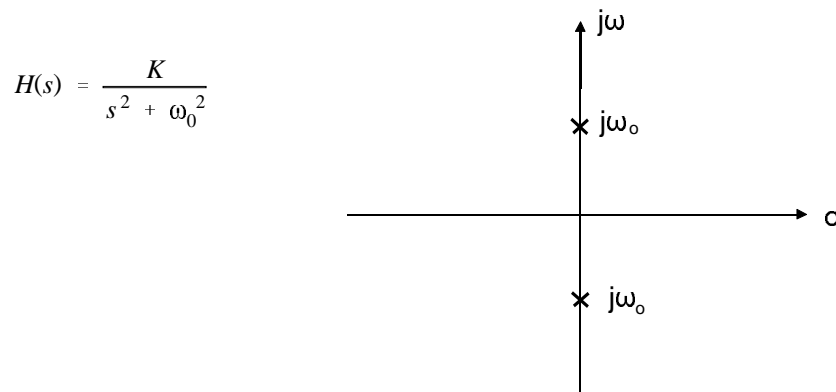
$$s_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm \sqrt{\zeta^2\omega_0^2 - \omega_0^2}$$

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm \omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (3.61)$$

donde  $\zeta$  es la razón (o el coeficiente) de amortiguamiento, y  $\omega_0$  la pulsación (frecuencia) propia o natural (a  $\omega_0$  también se le denota como  $\omega_n$ ).

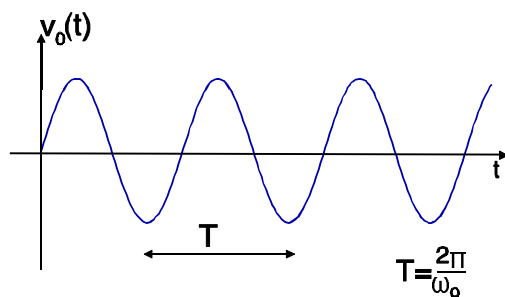
Según el valor del coeficiente de amortiguamiento  $\zeta$  se tienen las siguientes posiciones de los polos, cada una de ellas asociada a una forma de respuesta:

a)  $\zeta = 0$  (oscilador; sin amortiguamiento). En este caso los polos son imaginarios puros ( $s_{1,2} = \pm j\omega_0$ ).



Si  $v_i(t) = \delta(t)$ ,  $V_i(s) = 1$ , y

$$v_0(t) = K_1 \sin \omega_0 t u(t)$$

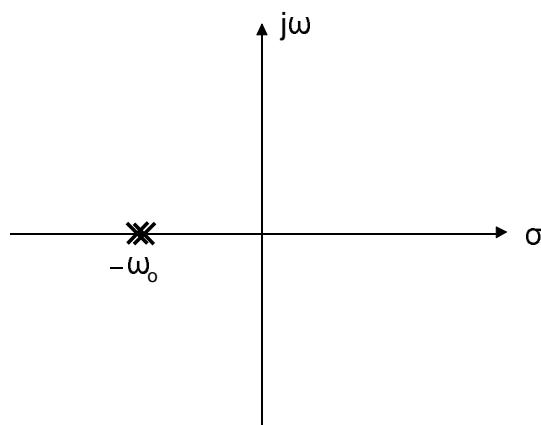


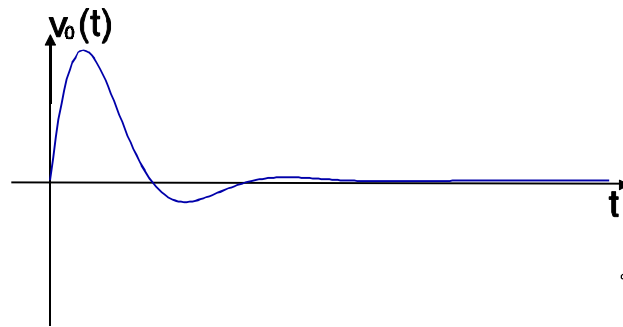
b)  $\zeta = 1$  (amortiguamiento crítico). Es el caso en que el polo es doble (y real negativo):  $s_{1,2} = -\omega_0$ .

$$H(s) = \frac{K}{(s+\omega_0)^2}$$

y si  $V_i(s) = 1$ , tenemos

$$v_0(t) = K t e^{-\omega_0 t} u(t)$$





c)  $0 < \zeta < 1$  (subamortiguado). Los polos son complejos conjugados con parte real negativa.

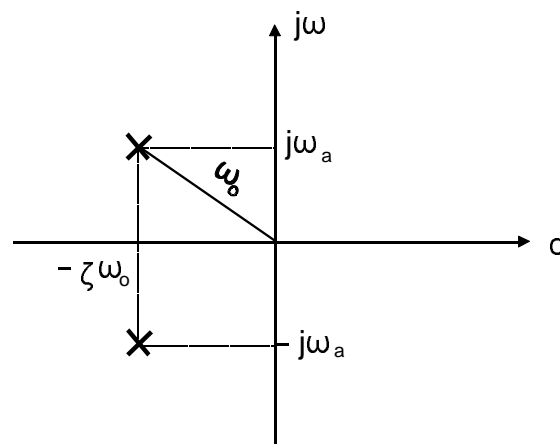
$$s_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm j\omega_0\sqrt{1-\zeta^2} = -\zeta\omega_0 \pm j\omega_a$$

donde

$$\omega_a = \omega_0\sqrt{1-\zeta^2}$$

es la pulsación (frecuencia) de amortiguamiento. La función de red se puede factorizar como

$$H(s) = \frac{K}{(s+\zeta\omega_0-j\omega_a)(s+\zeta\omega_0+j\omega_a)}$$

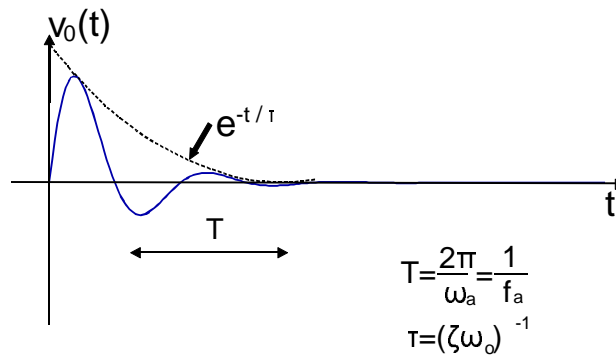


Si la entrada es un impulso,  $V_i(s) = 1$ , la salida será

$$v_0(t) = 2 |A| e^{-\zeta \omega_0 t} \cos(\omega_d t + \phi_A) u(t)$$

donde A es el residuo en  $s = -\zeta \omega_0 + j\omega_d$ :

$$A = \lim_{s \rightarrow -\zeta \omega_0 + j\omega_d} H(s) (s + \zeta \omega_0 - j\omega_d)$$



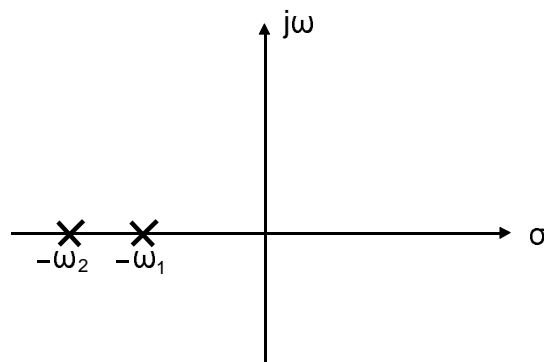
d)  $\zeta > 1$  (sobreamortiguado). Cuando los polos son reales y distintos, en el semieje real negativo.

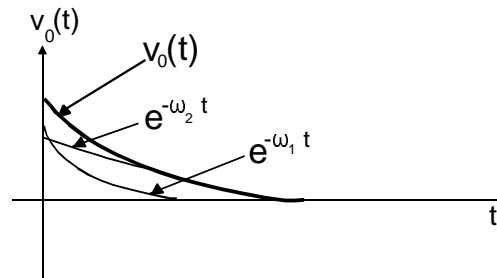
$$s_{1,2} = -\zeta \omega_0 \pm \omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$$H(s) = \frac{K}{(s + \omega_1)(s + \omega_2)}$$

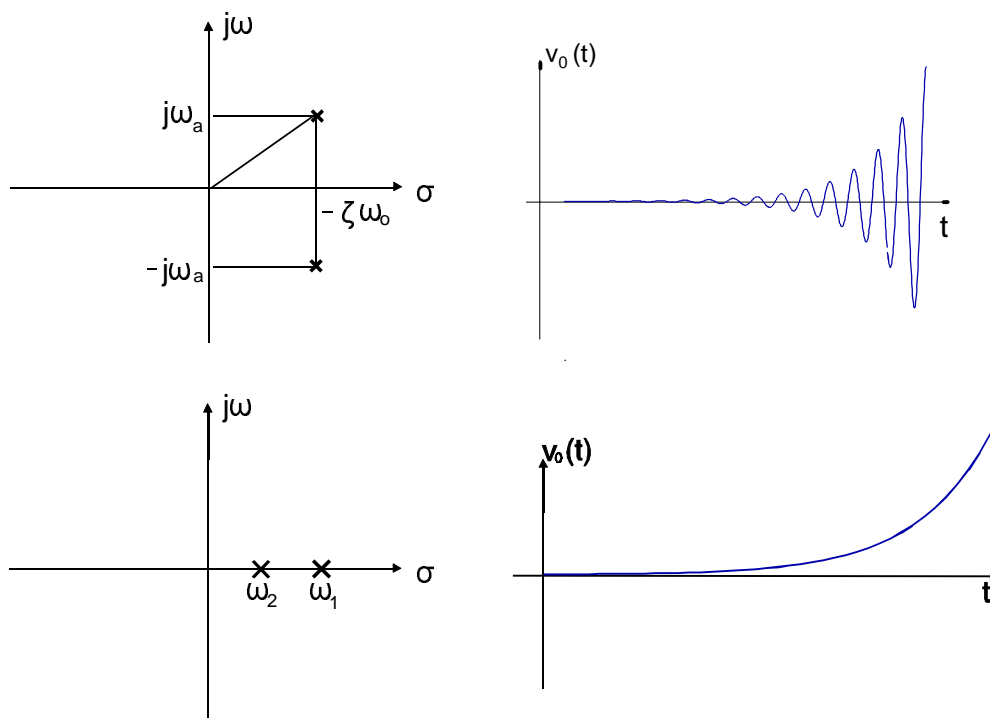
Si  $V_i(s) = 1$ , entonces

$$v_0(t) = [K_1 e^{-\omega_1 t} + K_2 e^{-\omega_2 t}] u(t)$$

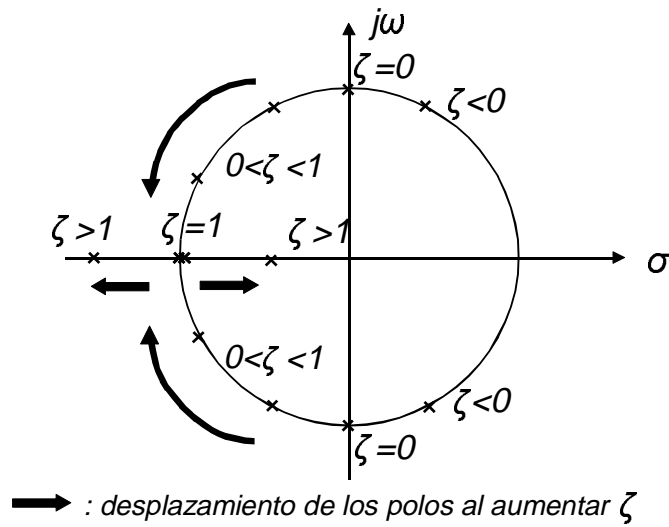




e)  $\zeta < 0$  (inestable). Raíz o raíces en el semiplano derecho (S.P.D).



En resumen, los diferentes tipos de respuesta que se acaban de ver pueden producir, en un mismo circuito o sistema de segundo orden variado, el coeficiente de amortiguamiento  $\zeta$ . En la siguiente figura se muestra el llamado *lugar geométrico de los polos*, en el que puede apreciarse el desplazamiento relativo de los dos polos al ir variando  $\zeta$ .



### 3.9 Osciladores senoidales

Anteriormente se ha visto que si la función de transferencia de un circuito es

$$H(s) = \frac{K}{s^2 + \omega_o^2} \quad (3.62)$$

entonces la respuesta impulsional ( respuesta a una entrada  $\delta(t)$  ) es una senoide mantenida de frecuencia  $\omega_o$  (en rad/s).

Si al analizar un circuito de segundo orden la función de resultante es

$$H(s) = \frac{A}{s^2 + a s + b} \quad (3.63)$$

y se puede forzar (con una adecuada selección de valores de los elementos del circuito) que  $a = 0$ , se obtendrá un oscilador senoidal de frecuencia  $\omega_o = \sqrt{b}$ .

Sin embargo, esta solución matemática para obtener un oscilador conlleva la ubicación de dos polos sobre el eje imaginario, con los consiguientes peligros por sensibilidad del circuito a variaciones de sus componentes. Si, por variación en el tiempo de algún parámetro o por tolerancias de éstos, los

polos se desplazaran al SPD, el circuito sería inestable y, si lo hicieran al SPI, la respuesta libre tendería a cero y desaparecerían las oscilaciones. Por ello no todas las estructuras circuitales potencialmente válidas para construir un oscilador son usadas en la práctica, siendo reducido el número de estructuras que ofrecen la suficiente robustez (insensibilidad).

Si el circuito analizado fuera de orden superior al segundo, por ejemplo de tercer orden, con una función de red

$$H(s) = \frac{A}{s^3 + a s^2 + b s + c} \quad (3.64)$$

deberíamos colocar dos de sus polos sobre el eje imaginario para obtener un oscilador senoidal. El tercero se colocaría en el SPI, sobre el eje real (exponencial que desaparecerá con el tiempo) tal como se representa en la figura 3.13.

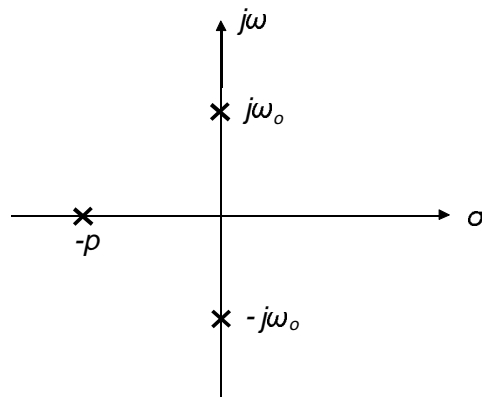


Fig. 3.13 Posición de los polos

Comparando el denominador de esta última  $H(s)$  (ecuación (3.64)) con el deseado

$$s^3 + a s^2 + b s + c = (s + p) (s^2 + \omega_0^2) = s^3 + p s^2 + \omega_0^2 s + p \omega_0^2 \quad (3.65)$$

vemos que las condiciones para que se cumpla la igualdad (3.65) son

$$\begin{aligned} p &= a \\ \omega_0^2 &= b \\ p \omega_0^2 &= c \Rightarrow a b = c \end{aligned} \quad (3.66)$$

Si el circuito cumple con ésta última condición podrá oscilar a una frecuencia  $\omega_0 = \sqrt{b}$ . Con un análisis más detallado podría comprobarse que esta última condición de oscilación en (3.66) no es tan restrictiva como aparenta y que, en los osciladores habituales, es sólo un límite inferior del valor de la amplificación en el elemento activo.

Como se habrá notado no se ha considerado el numerador de  $H(s)$ . En el caso de los osciladores, interpretamos como "entrada al circuito" cualquier ruido eléctrico que lo excite. Este ruido lo generan todos los componentes, además de los ruidos externos; por ello se puede considerar que la "entrada" es el ruido generado o captado por cualquier elemento. Según el método de análisis utilizado, puede suponerse que el oscilador es arrancado por el ruido térmico de alguna resistencia. Bajo esta hipótesis puede usarse el siguiente modelo (donde el generador  $V_n$  modela el ruido eléctrico generado por la misma resistencia):

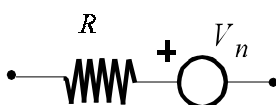


Fig. 3.14 Modelo de una resistencia con ruido

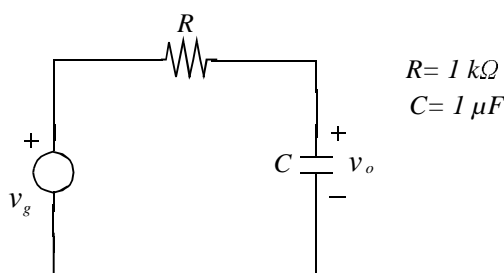
Sin embargo, este ruido podría haberse supuesto en cualquier otro componente del circuito ya que todas las funciones de red (diferentes selecciones entre variables de entrada y de salida) de un circuito tienen el mismo denominador, y sólo las raíces de éste (polos) son las que determinarán o no la aparición de oscilaciones.

### 3.10 Práctica. Parte I: circuitos de primer orden

#### 3.10.1 Estudio previo

##### 3.10.1.1 Circuito RC.

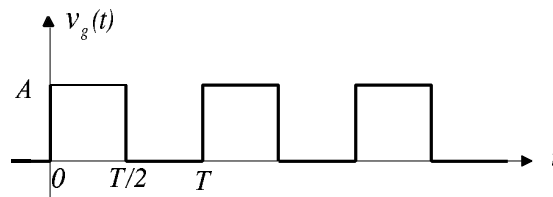
A partir del siguiente circuito, sin condiciones iniciales, respóndase a las siguientes cuestiones:



a) Obtener y representar gráficamente  $v_o(t)$  cuando  $v_g(t) = A u(t)$ , indicando el valor de  $\tau$  y el instante de tiempo en que se puede afirmar que la exponencial ha desaparecido con un error menor del 1%.

b) Conocido el valor de  $R$ , puede determinarse el valor de la capacidad  $C$  a partir de una medida de la constante de tiempo  $\tau$ . Indicar cómo se haría dicha medida a partir de la representación gráfica anterior.

c) Obtener  $v_o(t)$  cuando  $v_g(t)$  es la señal de la figura, con un periodo  $T = 2 R C$  (nota: para resolver este apartado puede recurrirse a la simulación, aunque primero se recomienda probar con un estudio analítico).



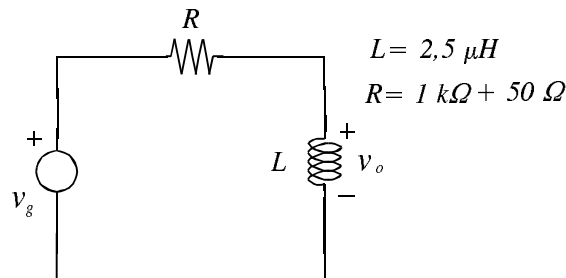
d) Repetir, vía simulación, el apartado anterior para los casos:

d.1.-  $T = 0,2 R C$

d.2.-  $T = 20 R C$

### 3.10.1.2 Circuito RL

a) Obtener y dibujar la respuesta a  $v_g(t) = A u(t)$  del circuito de la figura (sin condiciones iniciales):



b) Indicar cómo se mediría la constante de tiempo  $\tau$  a partir de la gráfica del apartado anterior.

c) Para construir la inductancia de  $2,5 \mu H$  se usará hilo de cobre esmaltado de  $0,2 \text{ mm}$  de diámetro, enrollado sobre un soporte cilíndrico de  $5 \text{ mm}$  de diámetro. Para calcular el número de vueltas (espiras) necesario se han encontrado tres fórmulas:

c.1. De un texto general de Física (hipótesis de bobina infinitamente larga):

$$L = \mu_o \frac{n^2}{b} \pi a^2 \quad (\mu H)$$

c.2. Extraída de una revista donde se hacían correcciones teóricas a la fórmula anterior considerando la no idealidad en los extremos de la bobina:

$$L = \mu_o n^2 a \left( \frac{2,78}{b/a + 1,1} + \ln (1 + 0,39 a/b) \right) \quad (\mu H)$$

c.3. Obtenida de un manual de cálculo de bobinas:

$$L = \frac{2,63n^2 2a}{1 + 3 \frac{b}{2a}} \quad (\mu H)$$

$$\mu_o = 0,4 \pi \mu H / m$$

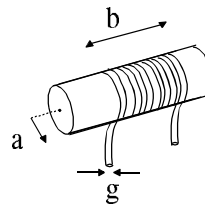
$$\text{diámetro} = 2a$$

n = número de espiras

$$b = n \cdot g$$

g = grosor (diámetro del hilo)

a,b,g en metros

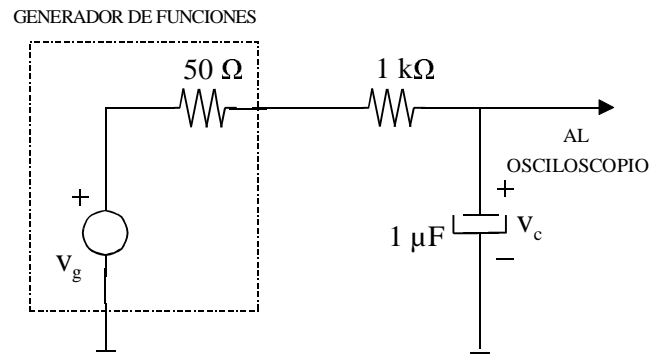


Se pide: calcular el número de espiras necesario para la construcción de la bobina aplicando cada una de las tres fórmulas anteriores.

### 3.10.2 Trabajo de laboratorio

#### 3.10.2.1 Circuito RC

a) Montar el circuito de la figura, anotando previamente la indicación del multímetro al medir la resistencia de 1 K $\Omega$  (nominal) y respetando la polaridad del condensador electrolítico.



b) Seleccionar del generador de funciones una señal cuadrada (interpretable como una sucesión de funciones escalón) de periodo  $T = 10 \tau$ , siendo  $\tau$  la calculada en el apartado 3.10.1.1, y de la amplitud suficiente para visualizar una señal  $v_c(t)$  que permita medir cómodamente la constante de tiempo. Realizar dicha medición y determinar el valor del condensador  $C$  aplicando los resultados del estudio previo.

c) Medir directamente el valor de  $C$  con el medidor de impedancias. Comparar los resultados obtenidos.

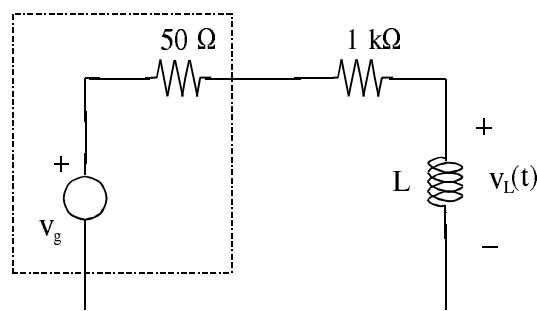
d) Visualizar  $v_c(t)$  para las siguientes frecuencias: 100 Hz, 1 KHz y 10 KHz. Contrastar los resultados obtenidos con las previsiones del estudio previo y discutir la validez del circuito experimentado si se usara para transmitir pulsos (bits) entre dos ordenadores.

### 3.10.2.2 Circuito RL

a) Construir la bobina calculada en el estudio previo (siguiendo las indicaciones del anexo 3.A).

b) Medir y anotar el valor obtenido con el medidor de impedancias. Insertar el núcleo de la bobina e irlo ajustando hasta que el medidor indique una inductancia máxima. Anotar dicho valor.

c) Con el núcleo ajustado para el valor máximo de  $L$ , montar el circuito de la figura:



d) Seleccionar del generador de funciones una señal cuadrada de 1 V de amplitud y de unos 10 KHz. Observar la forma de  $v_L(t)$  y decidir si es posible medir la  $\tau$  del circuito a fin de determinar el valor de L. ¿Corresponde a un circuito de primer orden? Razonar la respuesta y proponer un modelo de la bobina capaz de reproducir la forma de  $v_L(t)$  observada.

e) Sustituir la resistencia por otra variable de 47 K $\Omega$ . Observar las diferentes formas de  $v_L(t)$  al ir variando y justificar los resultados que se obtengan.

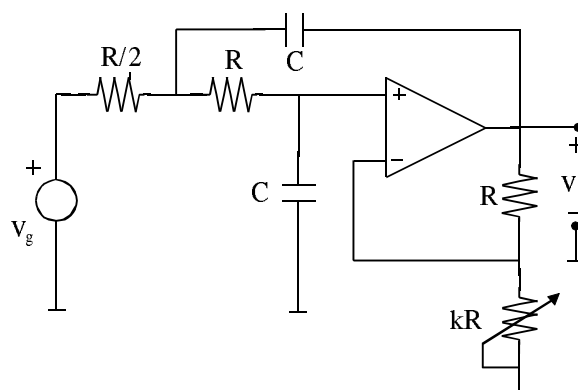
f) Repetir el apartado d), con la resistencia de 1K $\Omega$ , usando la bobina comercial de 2,2  $\mu$ H (incluida en el material de la asignatura). Comparar *cualitativamente* la calidad de esta bobina con la que se haya construido en el laboratorio.

g) Repetir el experimento anterior con la bobina comercial de 33 mH y decidir si es fiable la determinación del valor de L a partir de la medición de  $\tau$ . En caso afirmativo, hágalo así.

### 3.11 Práctica. Parte II: circuitos de segundo orden.

#### 3.11.1 Estudio previo

Sea el circuito de la figura:



a) Obtener la función de red  $H(s) = v_o(s) / v_g(s)$ , comprobando que se obtienen los valores:

$$\omega_o^2 = 2 / R^2 C^2$$

$$2\zeta\omega_o = (1/RC)(3 - k^{-1})$$

b) Dibujar, de forma aproximada, el lugar geométrico de los polos al modificar el parámetro k.

### 3.11.2 Trabajo de laboratorio

a) Montar el circuito indicado en el estudio previo (para la resistencia variable  $kR$  utilizar dos patillas de un potenciómetro de  $10\text{ K}\Omega$ ). Para realizar los siguientes apartados se elegirá del generador de funciones una señal cuadrada con los valores de frecuencia y amplitud que se consideren más adecuados para la visualización en el osciloscopio.

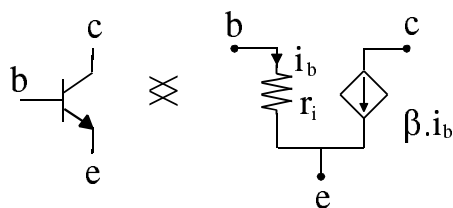
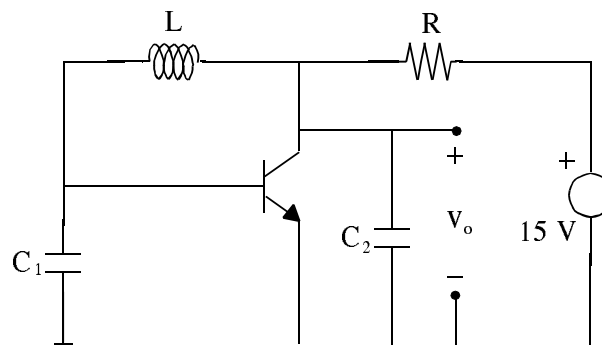
b) Modificar  $kR$  (resistencia variable) y comprobar cualitativamente los efectos, relacionándolos con los resultados de los apartados 3.7 y 3.8 de las bases teóricas y, especialmente, del apartado 3.11.1 del estudio previo.

c) Sustituir la resistencia variable por las siguientes resistencias fijas:  $2\text{ K}\Omega$ ,  $2\text{ K}7$ ,  $6\text{ K}8$ ,  $39\text{ K}\Omega$ . Indicar en cada caso el tipo de respuesta obtenida.

### 3.12 Práctica. Parte III: oscilador sinusoidal (Colpitts)

#### 3.12.1 Estudio previo

a) Obtener las ecuaciones que permitan determinar la frecuencia de oscilación del circuito de la figura:



b) Conociendo los siguientes valores:

$$\begin{aligned}C_1 &= C_2 = 10 \text{ nF} \\L &= 5 \mu\text{H} \\R &= 22 \text{ K}\Omega \\r_i &= 2.5 \text{ K}\Omega\end{aligned}$$

hallar el valor de  $\beta$  para el cual el circuito anterior genera una forma de onda sinusoidal. Compruebe que, con los valores de componentes anteriores, la frecuencia de oscilación puede aproximarse por

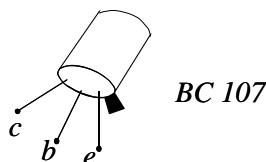
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 L}}$$

Determinar el valor de  $f_0$ .

### 3.12.2 Trabajo de laboratorio

a) Montar el oscilador analizado en el apartado anterior, con los siguientes valores de los componentes:

$$\begin{aligned}C_1 &= C_2 = 10 \text{ nF ( de disco )} \\R &= 22 \text{ K}\Omega \\L &= \text{Bobina (con núcleo) construida en la PARTE 1.} \\TRT &= \text{BC107B}\end{aligned}$$



b) Medir con ayuda del osciloscopio y el frecuencímetro (puede obviarse este instrumento si se usa un osciloscopio digital) la frecuencia de oscilación (en bornes de  $C_2$ ).

c) Comprobar cualitativamente el grado de sensibilidad de la frecuencia de oscilación a la temperatura de los condensadores (pueden calentarse con los dedos o, preferiblemente, con un mechero).

d) Repetir la experiencia anterior cambiando los condensadores de disco por otros de poliéster de igual valor.

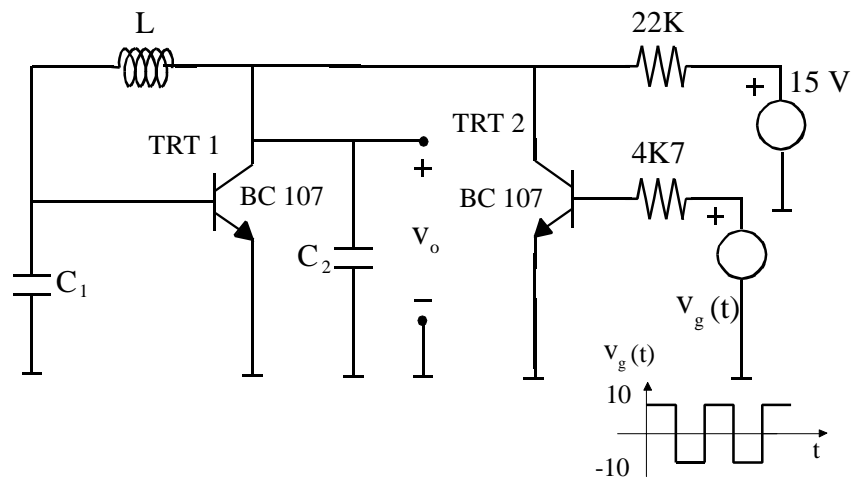
e) Medir los valores  $f_{\text{máx}}$  (máximo) y  $f_{\text{mín}}$  (mínimo) de la frecuencia de oscilación al modificar la posición del núcleo de la bobina.

f) A partir de los valores de  $f_{\text{máx}}$  y  $f_{\text{mín}}$ , y aplicando los resultados del apartado 3.12.1 b, determinar el valor máximo y mínimo de la inductancia. Nótese que, a partir del valor de  $\omega_0$  expuesto en el mismo apartado, es inmediata la siguiente relación:

$$L = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 \omega_0^2}$$

g) Medir la frecuencia de oscilación para valores de  $C_1$  y  $C_2$  lo menores posibles (recuérdese que la placa de prototipos presenta capacidades parásitas) y con el máximo valor de  $L$  (ajustar la posición del núcleo si es necesario). Determinar, a partir del resultado obtenido y de la expresión de  $\omega_0$  del apartado 3.12.1 b, el orden de magnitud de las capacidades parásitas de la placa.

h) Volver a insertar los dos condensadores de 10 nF, y ajustar la frecuencia de oscilación alrededor de 1 MHz. Apagar la fuente de alimentación y conectarla al oscilador mediante el circuito de la figura:



donde  $v_g(t)$  es una señal cuadrada (tren de pulsos) de unos  $\pm 10$  V y de, aproximadamente, 1 KHz (es fácil comprobar que para  $v_g = 10$  V, el transistor TRT2 está saturado, pasando al estado de corte para  $v_g = -10$  V; es decir, actúa como un interruptor).

Observe en el osciloscopio la forma de la tensión de salida del oscilador. Aproxime su receptor de radio al oscilador y sintonícelo (en AM) hasta oír un pitido. En este momento compruebe el efecto de modificar la frecuencia y la simetría del tren de pulsos (modulación en ASK, que es un caso particular de la modulación en amplitud -AM- cuando la señal moduladora es un tren de pulsos. En próximos trabajos de laboratorio se tratará la modulación en amplitud).

### Anexo 3.A Materiales de ferrita y construcción de bobinas

Las formas de los materiales de ferrita y polvo de hierro empleados para la construcción de bobinas pueden tener diferentes formas y características, dependiendo principalmente de su aplicación y del margen de frecuencias en que deberán trabajar. Así, un núcleo para una fuente de alimentación (baja frecuencia) suele presentar una alta permeabilidad ( $\mu$ ), pero su margen de frecuencias es reducido (no son necesarias altas frecuencias). Lo contrario ocurre en núcleos para bobinas de radiofrecuencia. Por ejemplo, un núcleo de polvo de hierro de material GAF carbonyl HP tiene una permeabilidad inicial de 25, con una máxima frecuencia de trabajo de 2 Mhz. El núcleo GAF carbonyl W presenta una permeabilidad inicial de 7,5, pero su margen de frecuencias se extiende a 250 Mhz. Otra de las propiedades que distinguen los diferentes tipos de núcleos es su estabilidad en temperatura. En la figura A.1 se pueden ver diversos tipos de núcleos.

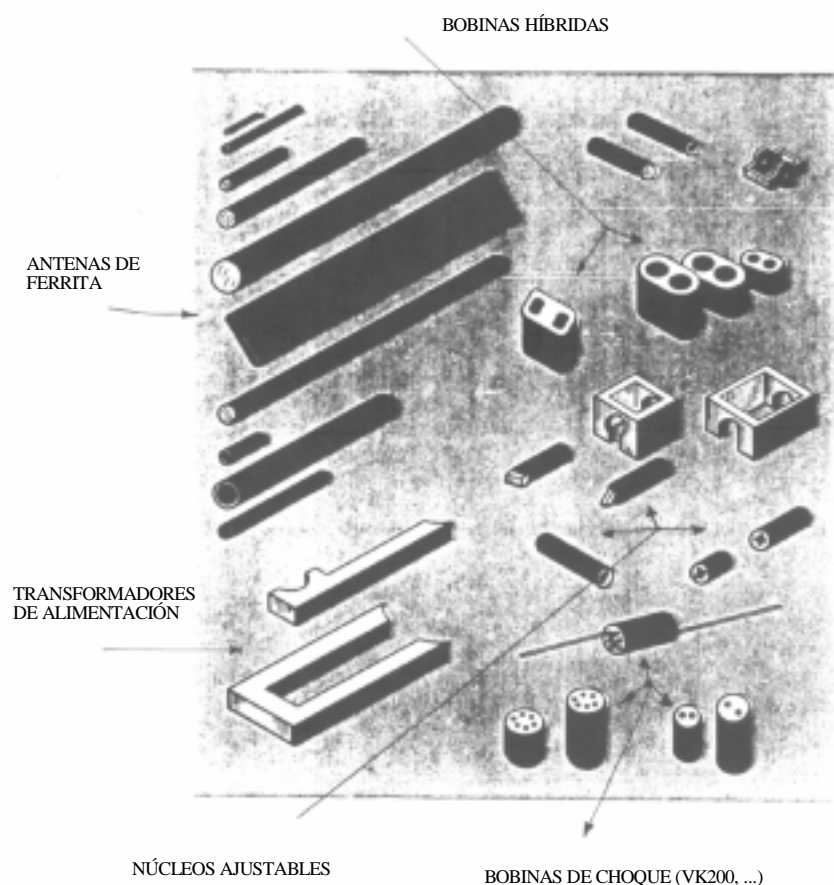


Fig. 3.A.1 Diversos tipos de núcleos de ferrita (Miniwatt)

En la experimentación de bobinas hay que tener presente que la energía necesaria para orientar las moléculas del núcleo forma un ciclo de histéresis entre B y H, la inducción magnética y el campo magnético, relacionados por la permeabilidad:  $B = \mu H$ .

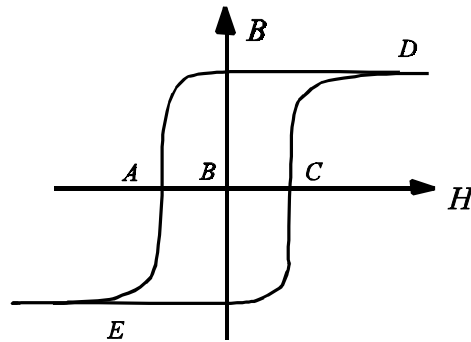


Fig. 3.A.2 Ciclo de histéresis

Si la fuerza magnética está en el punto D y va decreciendo, seguirá el camino marcado por los puntos D-A-E. Si ahora aumenta, llegará de nuevo a D desde E pero pasando por C. Esto es el ciclo de histéresis. La magnitud de H necesaria para pasar del origen B al punto A se llama *fuerza coercitiva*, y representa la cantidad de H necesaria para reducir el magnetismo residual del núcleo a cero. En la experimentación de una bobina pueden darse distorsiones en la forma de onda, relacionadas con el nivel de la señal aplicada. Si es pequeña, por la fuerza coercitiva del núcleo, si es elevada porque éste puede entrar en las zonas de saturación D o E.

El factor de calidad Q de una bobina puede obtenerse de la siguiente forma:

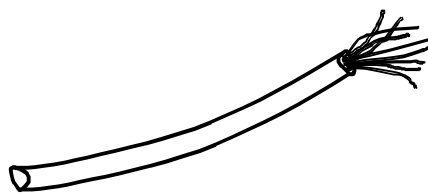
$$Q = \frac{\omega L}{G_{dc} + G_{ac} + G_d}$$

donde  $G_{dc}$  son las pérdidas en el hilo de cobre,  $G_{ac}$  las del núcleo y  $G_d$  las del dieléctrico que envuelve el hilo. Su valor varía con la frecuencia, no sólo porque ésta aparezca en el numerador de la expresión, sino porque la resistencia también varía con ella.

A baja frecuencia los electrones fluyen más o menos uniformemente por el interior de un conductor. Pero a medida que aumenta la frecuencia, tienden a circular por el exterior ("la piel") del conductor, dejando despoblado el centro de éste. A este efecto se le denomina *pelicular* (*skin*, en inglés), y hace aumentar la resistencia del hilo. En efecto, recordando que la resistencia de un conductor metálico de longitud l, sección S y conductividad  $\rho$  viene dada por

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

es inmediato ver que si la sección efectiva  $S$  disminuye por el efecto pelicular, aumenta la resistencia  $R$ . Nótese que no es válido medir la resistencia del hilo con un multímetro: este instrumento mide la  $R$  aplicando una tensión continua (frecuencia cero), por lo que no se manifiesta el efecto pelicular. Una de las formas de reducir este efecto es el uso de hilo de Litz en lugar del hilo de cobre esmaltado habitual. El hilo de Litz está formado por varias hebras finas, aisladas entre sí, de forma que la superficie exterior (piel) del total de las hebras de cobre sea superior a la de un hilo de cobre esmaltado.

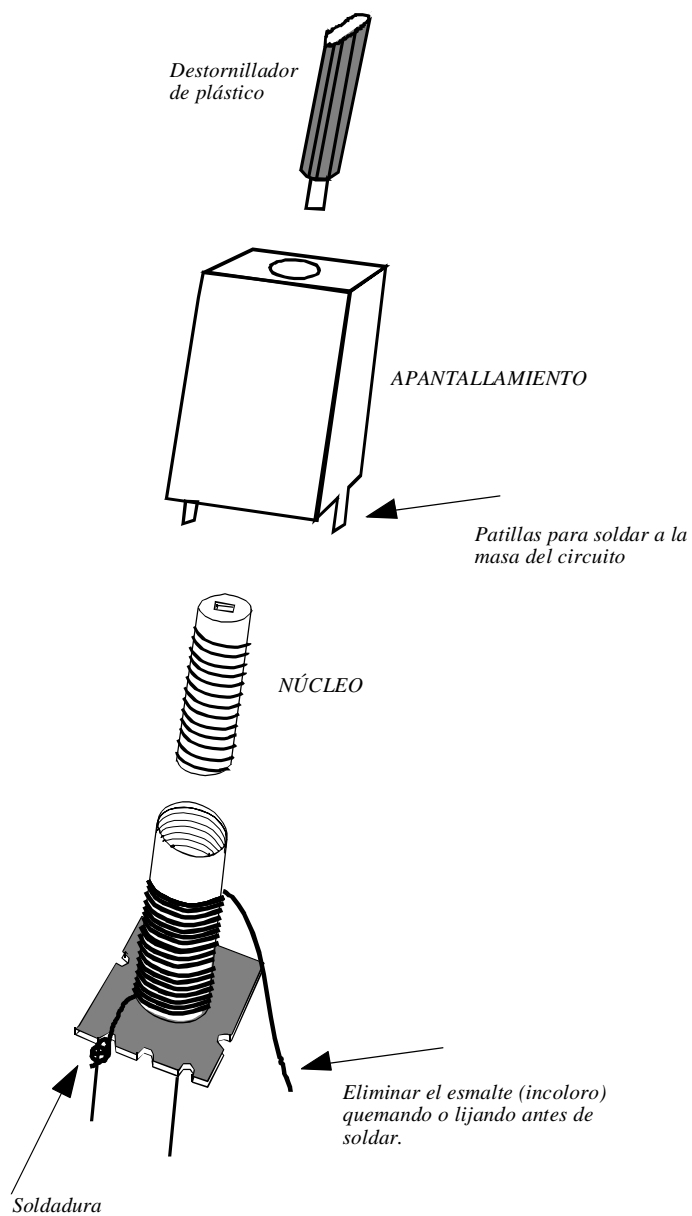


*Fig. 3.A.3 Hilo de Litz*

### Construcción de una bobina

Puede parecer extraño que aquí se trate de la construcción de una bobina cuando no nos planteamos lo mismo para las resistencias, los condensadores, los transistores o los demás componentes que hemos venido usando hasta ahora. Y más extraño parecerá aún sabiendo que en los comercios del ramo nos pueden suministrar bobinas ya fabricadas, especialmente de valores superiores a los pocos microhenrios. El motivo son los valores de las inductancias que aparecen en circuitos de radiocomunicaciones, que pueden llegar a valores de nH o de pocos  $\mu$ H. Estos valores tan pequeños conllevan muy pocas espiras, por lo que es normal fabricarlas ad hoc. Por otro lado, al diseñar un filtro para comunicaciones es fácil que nos salga un valor de inductancia que debamos construir nosotros mismos.

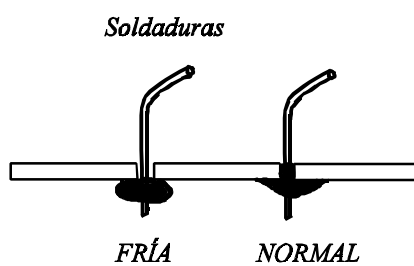
La forma geométrica y los materiales usados para el soporte de las bobinas, los núcleos y los apantallamientos son variados. En la presente práctica usaremos el indicado en la figura 3.A.4.



*Fig. 3.A.4 Construcción de una bobina*

El proceso de construcción de la bobina será como sigue:

- 1.- Eliminar el barniz del hilo de cobre. Para ello quemar alrededor de un centímetro con un mechero y después eliminar el carbón que se haya pegado al hilo de cobre a soldar.
- 2.- Enroscar el trozo de hilo sin barniz a una de las patillas del soporte, procurando que no haga mucho grueso (recuérdese que, si la bobina tuviera que soldarse en un circuito impreso, este grosor la levantaría de la placa).
- 3.- Soldar el trozo enroscado. Procurar no poner demasiado estaño (grosor) y soldar calentando el hilo y la patilla, fundiendo el estaño sobre ellos. Evitar soldaduras frías (figura A.5), que son las que se producen cuando se dejan caer las gotas de estaño como si se tratara de pegamento, pero por ello no recalentar el soporte (puede deteriorarse). Cuando lo haga verá que es muy sencillo.



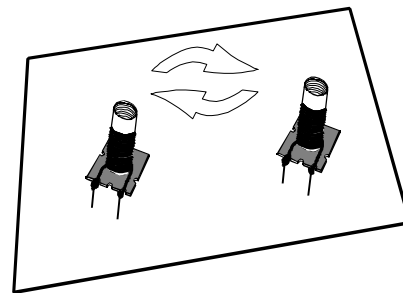
*Fig.3.A.5 Soldaduras fría y normal*

- 4.- Arrollar manualmente (existen bobinadoras para cuando el número de espiras es elevado) el número de espiras deseado, procurando que queden bien alineadas una a continuación de la anterior y sin dejar huecos. No se preocupe de si le sale una espira de más o de menos, o de si el trozo de hilo que va de la bobina a las patillas hay que considerarlo o no. Con el ajuste del núcleo ya se corregirán estas pequeñas desviaciones del valor de la inductancia.
- 5.- Finalmente, quitar el barniz del otro extremo del hilo, arrollar a otra patilla del soporte y soldarlo.

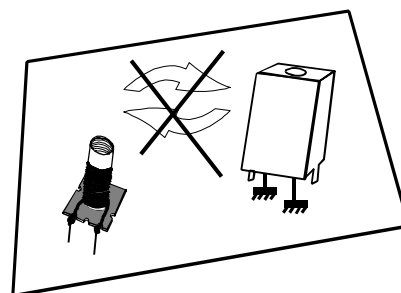
Cuando se haya insertado (roscando) el núcleo de la bobina al interior del soporte, ajustarlo con un destornillador de plástico. Los metálicos crean un camino de baja reluctancia que dispersa el flujo magnético del interior de la bobina, variando el valor de la inductancia. Lo mismo aplica a otros elementos metálicos y a las manos.

Precisamente para evitar esta alteración del flujo magnético en el interior de la bobina se usan apantallamientos, del que el dibujado en la figura A.4 es un ejemplo. Además, dos bobinas muy

cercanas físicamente pueden acoplarse si no están apantalladas, creándose un efecto indeseado de acoplamiento magnético (transformador).



ACOPLO



APANTALLAMIENTO

Fig. 3.A.6 Efecto del apantallamiento

Pueden efectuarse bobinas con el hilo más grueso, de forma que las espiras tengan la suficiente rigidez y no se necesite núcleo, siguiendo un método popular consistente en devanar el hilo sobre una broca de taladro de diámetro conocido. Estas bobinas rígidas, una vez soldadas en el circuito impreso, pueden ajustarse separando o acercando las espiras entre sí. Apretar las espiras aumenta el valor de  $L$ , mientras que separarlas lo disminuye. (¿Por qué)

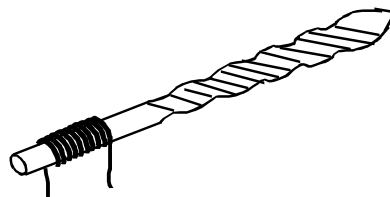


Fig. 3.A.7 Construcción de una bobina con hilo grueso (rígido)

### Anexo 3.B Calibración de una sonda

En la Práctica 1 se ha presentado el procedimiento de calibración de una sonda. Con ayuda de la transformada de Laplace ahora se puede justificar el porqué de dicho procedimiento. Una sonda, en su posición de atenuación por 10, se puede modelar como un circuito RC en paralelo (en atenuación por 1 es simplemente un trozo de cable). Por otro lado, un osciloscopio de rayos catódicos (ORC) presenta una capacidad de entrada, debida a efectos del tubo, junto con una determinada resistencia de entrada (normalmente de 1 M $\Omega$ ).

Si denominamos  $R_0$  y  $C_0$  a la resistencia y capacidad de entrada al osciloscopio, respectivamente, un circuito que modela el conjunto formado por un generador de funciones conectado con un cable (o una sonda en atenuación  $\times 1$ ) a un osciloscopio sería el de la figura B.3.1.

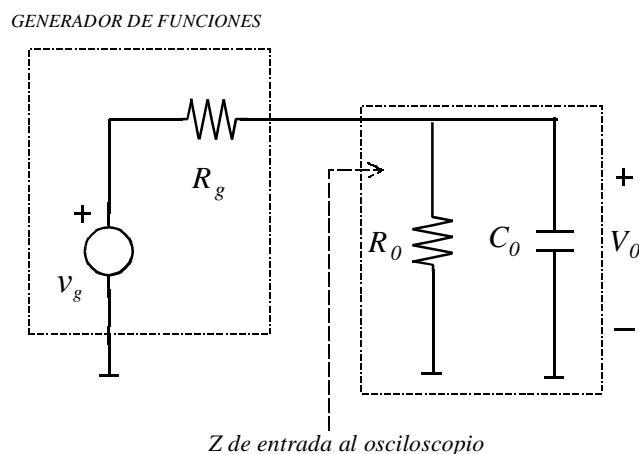


Fig. 3.B.1 Conexión de un generador al osciloscopio sin sonda

Supongamos que el generador entrega un tren de pulsos (interpretable como un secuencia de funciones escalón). Tal como se ha visto en el apartado 3.6.1, este circuito RC presentará una constante de tiempo de forma que, a la entrada del osciloscopio, el tren de pulsos se habrá deformado como indica la figura 3.B.2

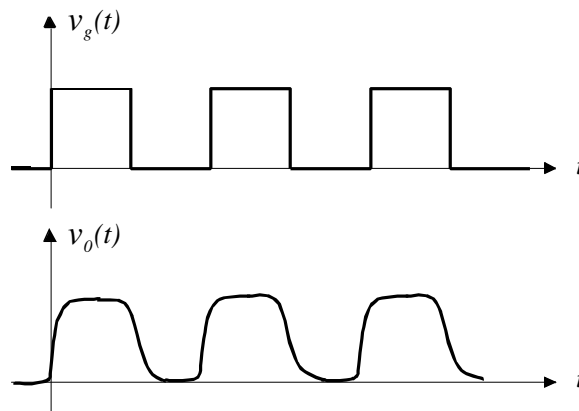


Fig. 3.B.2 Señal suministrada por el generador y entrada al osciloscopio

con lo que, en la pantalla, se vería una  $v_o(t)$  señal diferente a la que realmente se pretende medir,  $v_g(t)$ .

Si ahora se incorpora la sonda atenuadora por 10, denotando como  $R_s$  y  $C_s$  la resistencia y capacidad de la sonda (la capacidad es el parámetro ajustable de la sonda), el circuito será:

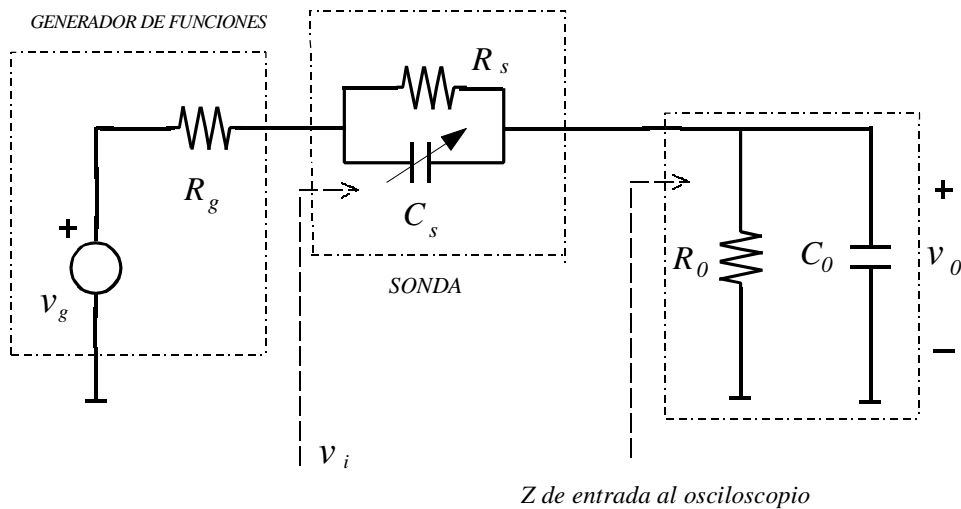


Fig. 3.B.3 Conexión a través de una sonda atenuadora

La tensión  $V_i$  es la que se pretende visualizar en el osciloscopio (punto de conexión de la sonda). Transformando el circuito y hallando la función de red, se obtiene que si se ajusta la capacidad de la

sonda de forma que

$$R_0 C_0 = R_s C_s$$

la función de red resulta

$$H(s) = \frac{V_0(s)}{V_i(s)} = \frac{R_0}{R_0 + R_s}$$

es decir, la función de red no tiene dinámica (la salida es proporcional a la entrada, sin deformar la forma de la señal). El factor de atenuación, si  $R_0$  es de  $1 \text{ M}\Omega$  y  $R_s$  de  $9 \text{ M}\Omega$ , es de 10 (valor nominal de la sonda).

## 4 Circuitos en régimen permanente senoidal

El régimen permanente senoidal (RPS) se puede considerar una particularización de la respuesta en *régimen permanente* de un circuito (o sistema) al caso en que la excitación es una forma de onda *senoidal*. Además dicho circuito ha de ser estable para que haya desaparecido la respuesta libre y sólo quede la forzada, que será la debida a la excitación senoidal.

En régimen permanente senoidal se está evaluando el comportamiento del circuito a una sola frecuencia. Este enfoque servirá de base para cuando, posteriormente en el capítulo dedicado a filtros, se considere la respuesta a múltiples frecuencias como una generalización de la respuesta a una frecuencia.

El hecho de procesar señales que se puedan suponer de una única frecuencia tiene dos interpretaciones, la estricta, en el caso que la entrada sea una única señal senoidal, u otra de sentido más amplio, cuando la totalidad de las frecuencias que puedan aparecer a la entrada de los circuitos estén relativamente poco separadas de una frecuencia central. Cuando decimos la “totalidad de frecuencias” de la entrada no estamos pensando en la conexión de varios generadores de funciones, sino de uno solo con una entrada no puramente senoidal. La Teoría de Fourier nos dice que cualquier señal periódica (aunque no sea senoidal) se puede descomponer como la suma de senoides armónicamente relacionadas, de determinadas amplitudes y fases, y que una señal aperiódica presenta un determinado contenido frecuencial que se puede calcular (o medir). Si este contenido frecuencial es de *banda estrecha*, es decir, se separa poco de una frecuencia central, serán aplicables las técnicas de RPS.

Después de experimentar circuitos resonantes con el doble objetivo de consolidar aspectos de análisis y diseño de circuitos en régimen permanente senoidal y de introducir conceptos de filtrado analógico que serán desarrollados durante el resto de trabajos de laboratorio, se experimentan las condiciones que permitirán decidir si se puede interpretar a un transformador como ideal o no. Esta parte adquiere especial relevancia por ser habitual, en el diseño de circuitos para comunicaciones, la suposición de idealidad en los transformadores (en un anexo de esta práctica se revisan algunas bases teóricas del acoplamiento magnético).

Todas estas experiencias se extrapolan hacia la construcción de un sencillo receptor de AM. Asimismo se introduce, con carácter optativo, el circuito "girador" como alternativa a la realización de bobinas para obtener la relación constitutiva de inductores.

#### 4.1 Introducción. Definición de RPS

Cuando un circuito lineal y estable es excitado por un generador senoidal, al cabo de un cierto tiempo alcanza un estado permanente en el que las formas de onda de las corrientes y tensiones de dicho circuito son señales senoidales de la misma frecuencia que la del generador de excitación aunque con distinta amplitud y fase (respuestas forzadas).

La excitación de circuitos con señales senoidales es habitual. Por ejemplo, es el tipo de excitación que reciben los dispositivos conectados a la red eléctrica: señal senoidal de 50 Hz. O, en el caso de comunicaciones, cuando una señal modulada ocupa una banda estrecha de frecuencias alrededor de una frecuencia central más elevada, es habitual diseñar con técnicas de RPS, como si la frecuencia central fuera la única.

Como se vio en el capítulo anterior, haciendo uso de la transformada de Laplace la relación entrada-salida de un circuito lineal se puede determinar por su función de transferencia  $H(s)$ , estableciéndose:

$$Y(s)=H(s)X(s) \quad (4.1)$$

donde las variables  $X(s)$  y  $Y(s)$  corresponden a la Transformada de Laplace de las señales (tensiones o corrientes) de excitación y de respuesta del circuito, respectivamente. Un ejemplo sería el circuito de la figura inferior, en el que tanto la variable excitación como la respuesta son tensiones.

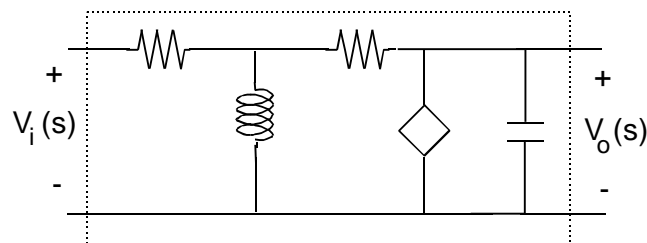
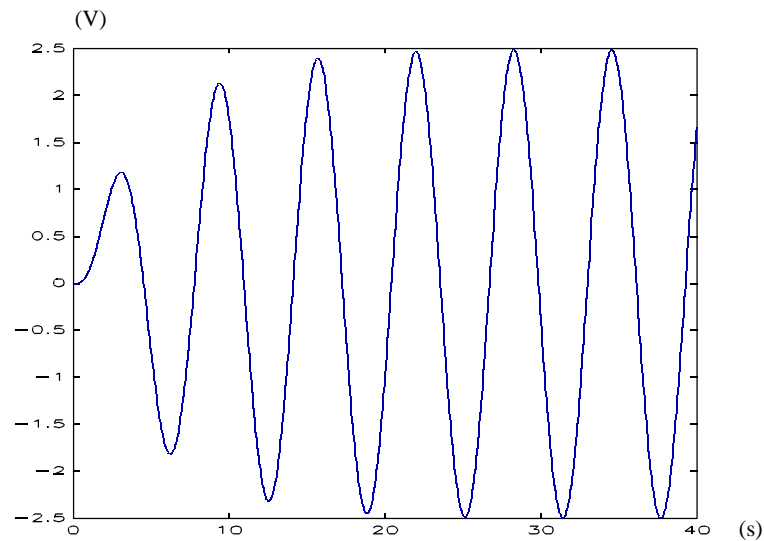


Fig. 4.1 Circuito con elementos dinámicos

A modo de ejemplo, si el sistema está caracterizado por la función de transferencia siguiente:

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 0.4s + 1}$$

y es excitado por una señal senoidal de amplitud unitaria, su respuesta es la de la figura:



y como se puede ver transcurrido un cierto tiempo, es decir, una vez extinguido el transitorio, la forma de onda de la respuesta es prácticamente una señal senoidal.

#### 4.2 Respuesta permanente a excitaciones senoidales

El caso más general de excitación senoidal  $x(t)$ , que puede representar una tensión o una corriente, corresponde a la siguiente expresión matemática:

$$x(t) = A \cos(\omega_o t + \alpha) u(t) \quad (4.2)$$

Esta expresión admite una sencilla descomposición trigonométrica en términos seno y coseno tal como

$$\begin{aligned} x(t) &= A \cos(\omega_o t + \alpha) u(t) = \\ &= A \cos(\alpha) \cos(\omega_o t) u(t) + A \sin(\alpha) \sin(\omega_o t) u(t) = \\ &= A_c \cos(\omega_o t) u(t) + A_s \sin(\omega_o t) u(t) \end{aligned} \quad (4.3)$$

y por tanto se concluye que el problema se puede resolver aplicando el principio de superposición. Se puede hallar por separado la respuesta del circuito lineal a las excitaciones coseno y seno y después sumar ambas respuestas.

### 4.2.1 Excitación coseno

Supóngase que, de un determinado circuito, se conoce la función de transferencia que determina la relación entre una cierta tensión o corriente de excitación ( entrada,  $X(s)$  ) y otra tensión o corriente de respuesta ( salida  $Y(s)$  ). Por tanto, tenemos

$$Y(s) = H(s)X(s) \quad (4.4)$$

Además, se considera que la forma de onda de la señal de excitación viene dada por una forma de onda coseno, cuya transformada de Laplace es

$$x(t) = \cos(\omega_0 t)u(t) \rightarrow X(s) = \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} \quad (4.5)$$

Si la variable de salida  $Y(s)$  se descompone en fracciones simples:

$$Y(s) = H(s) \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} = \frac{A_0}{s - j\omega_0} + \frac{A_0^*}{s + j\omega_0} + \frac{A_1}{s - p_1} + \dots + \frac{A_n}{s - p_n} \quad (4.6)$$

entonces se puede hallar la transformada inversa de Laplace (para hallar la respuesta en el dominio temporal) como la suma de la inversa de cada uno de los términos de la descomposición:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{A_0}{s - j\omega_0} + \frac{A_0^*}{s + j\omega_0} + \frac{A_1}{s - p_1} + \dots + \frac{A_n}{s - p_n} \right\} \quad (4.7)$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{A_0}{s - j\omega_0} + \frac{A_0^*}{s + j\omega_0} \right\} + \mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{A_1}{s - p_1} + \dots + \frac{A_n}{s - p_n} \right\}$$

De la expresión anterior se concluye que la respuesta temporal  $y(t)$  está constituida por la suma de dos términos:

$$y_F(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{A_0}{s - j\omega_0} + \frac{A_0^*}{s + j\omega_0} \right\} \quad y_L(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{A_1}{s - p_1} + \dots + \frac{A_n}{s - p_n} \right\} \quad (4.8)$$

$$y(t) = y_F(t) + y_L(t)$$

- El término  $y_L(t)$  corresponde a la respuesta libre ya que su forma depende de los polos de  $H(s)$ .

- El término  $y_F(t)$  corresponde a la respuesta debido a la señal senoidal de excitación.

Si el circuito es estable, es decir que los polos de  $H(s)$  están situados en el semiplano izquierdo del plano  $s$ , entonces cuando  $t$  tiende a infinito ocurre que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_L(t) = 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_F(t) \quad (4.9)$$

y, por tanto, en estado estacionario la única componente de la respuesta que queda es la forzada  $y_F(t)$  que es debida a la excitación senoidal. En tal caso se habla de *régimen permanente senoidal*.

A continuación se hallará la expresión completa de la componente de respuesta forzada, es decir lo que se denomina respuesta en régimen permanente senoidal. Para ello, el término  $A_0$  se obtiene de

$$A_0 = \frac{H(s)s}{(s-j\omega_0)(s+j\omega_0)} \Big|_{s=j\omega_0} = \frac{H(j\omega_0)j\omega_0}{2j\omega_0} = \frac{H(j\omega_0)}{2} = \frac{|H(j\omega)|}{2} e^{j\angle H(j\omega)}$$

y el término  $A_0^*$  de

$$A_0^* = \frac{H(s)s}{(s-j\omega_0)(s+j\omega_0)} \Big|_{s=-j\omega_0} = \frac{-j\omega_0 H(-j\omega_0)}{-2j\omega_0} = \frac{H(-j\omega_0)}{2} = \frac{|H(j\omega)|}{2} e^{-j\angle H(j\omega)}$$

Finalmente, antitransformando se obtiene la respuesta en régimen permanente senoidal:

$$\begin{aligned} y_F(t) &= \frac{|H(j\omega_0)|}{2} e^{j\omega_0 t} e^{j\angle H(j\omega_0)} u(t) + \frac{|H(j\omega_0)|}{2} e^{-j\omega_0 t} e^{-j\angle H(j\omega_0)} u(t) = \\ &= |H(j\omega_0)| \cos(\omega_0 t + \angle H(j\omega_0)) u(t) \end{aligned} \quad (4.10)$$

#### 4.2.2 Excitación seno

El desarrollo del apartado anterior se ha hecho suponiendo una excitación coseno. Para una excitación seno los pasos a seguir son similares y el resultado es

$$y_F(t) = |H(j\omega_0)| \operatorname{sen}(\omega_0 t + \angle H(j\omega_0)) u(t) \quad (4.11)$$

### 4.2.3 Caso general

En el caso más general, con una excitación senoidal tal como

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \alpha) u(t) = \cos(\alpha) A \cos(\omega_0 t) u(t) - \text{sen}(\alpha) A \text{sen}(\omega_0 t) u(t) \quad (4.12)$$

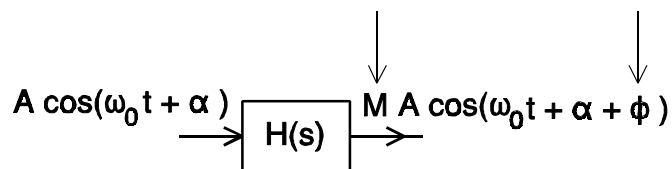
la respuesta permanente senoidal se puede hallar aplicando superposición, como la suma de la respuesta RPS de la parte coseno más la de la parte seno. Cada una de ellas es

$$y_{Fc}(t) = \cos(\alpha) A |H(j\omega_0)| \cos(\omega_0 t + \angle H(j\omega_0)) u(t) \quad (4.13)$$

$$y_{Fs}(t) = -\text{sen}(\alpha) A |H(j\omega_0)| \text{sen}(\omega_0 t + \angle H(j\omega_0)) u(t)$$

Por tanto, la respuesta total será

$$\begin{aligned} y_F(t) = y_{Fc} + y_{Fs} &= |H(j\omega_0)| A (\cos(\alpha) \cos(\omega_0 t + \angle H(j\omega_0)) - \text{sen}(\alpha) \text{sen}(\omega_0 t + \angle H(j\omega_0))) u(t) = \\ &= |H(j\omega_0)| A \cos(\omega_0 t + \alpha + \angle H(j\omega_0)) u(t) = \\ &= M A \cos(\omega_0 t + \alpha + \phi) u(t) \end{aligned} \quad (4.14)$$



donde  $M$  y  $\phi$  son la amplificación y el desfase, respectivamente, de  $H(j\omega)$  a la frecuencia  $\omega_0$ . Es decir, si la excitación es

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad (4.15)$$

la salida en RPS se determina como

$$y_{RPS}(t) = |H(j\omega_0)| A \cos(\omega_0 t + \alpha + \angle H(j\omega_0)) \quad (4.16)$$

siendo :

$$|H(j\omega_0)|: \text{el módulo de } H(s)|_{s=j\omega_0} \quad \angle H(j\omega): \text{la fase de } H(s)|_{s=j\omega_0}$$

En el caso de una amplificación de tensión a frecuencia  $\omega_0$

$$H(j\omega_0) = \frac{V_o(j\omega_0)}{V_i(j\omega_0)} \quad (4.17)$$

el valor de la amplificación será

$$|H(j\omega_0)| = \frac{|V_o(j\omega_0)|}{|V_i(j\omega_0)|} = \sqrt{\text{Re}^2(H(j\omega)) + \text{Im}^2(H(j\omega))} \quad (4.18)$$

y el desfase entre la salida y la entrada:

$$\arg[H(j\omega_0)] = \arctan \frac{\text{Im}(H(j\omega_0))}{\text{Re}(H(j\omega_0))} \quad (4.19)$$

Gráficamente

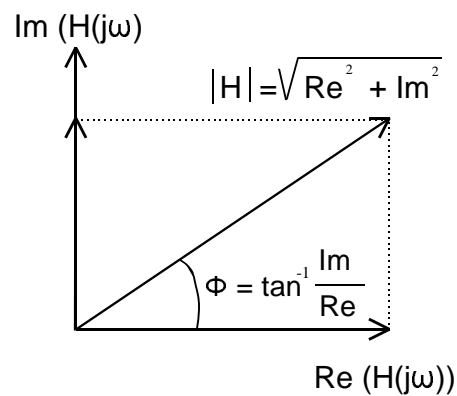


Fig. 4.2 Representación en el plano complejo de  $H(j\omega)$

### 4.3 Evaluación gráfica de la respuesta en RPS

A partir del diagrama de polos y ceros es posible obtener las componentes de la respuesta RPS como consecuencia de una excitación senoidal de una determinada frecuencia. El planteamiento generalizado de una función de transferencia  $H(s)$  con un número determinado de polos y ceros es el siguiente:

$$H(s) = k \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)} \quad (4.20)$$

y para determinar la respuesta RPS a una determinada frecuencia  $\omega_0$  se hace la particularización de  $s$  sobre ella:

$$H(s)|_{s=j\omega_0} = H(j\omega_0) = k \frac{(j\omega_0 - z_1)(j\omega_0 - z_2) \dots (j\omega_0 - z_m)}{(j\omega_0 - p_1)(j\omega_0 - p_2) \dots (j\omega_0 - p_n)} \quad (4.21)$$

La interpretación gráfica se obtiene al dibujar el diagrama de polos y ceros de  $H(s)$  y particularizando a  $H(s)$  sobre un determinado punto del eje imaginario, como en la figura siguiente:

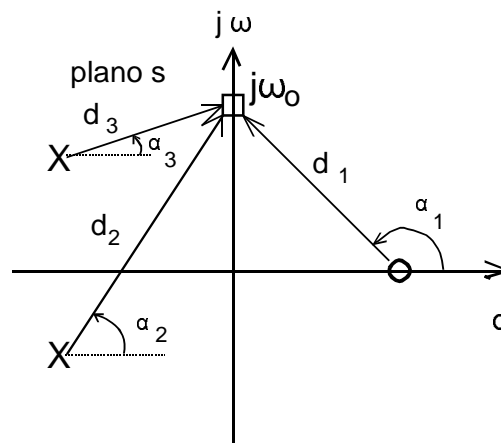


Fig. 4.3 Determinación gráfica de  $H(j\omega)$

de lo cual se deduce que el número complejo correspondiente a la evaluación de  $H(s)$  a una determinada frecuencia tiene

- módulo: el producto de las distancias entre el punto del eje imaginario que se está considerando y los ceros, y dividido por el producto de sus distancias a los polos. Todo ello multiplicado por la constante  $k$  del numerador de  $H(s)$ . En el ejemplo de la figura anterior, sería  $|H(j\omega_0)| = k \cdot d_1 / (d_2 \cdot d_3)$ .

- fase: la suma de los ángulos de los vectores que se forman al unir el punto del eje imaginario que se está considerando y los ceros, y restando la fase correspondiente a los polos. Si la constante  $k$  es negativa, hay que restar  $180^\circ$ . En el ejemplo, si  $k$  es positiva, la fase sería:  $\arg(H(j\omega_0)) = \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3$

#### 4.4 Elementos de circuito en RPS

Una posibilidad para obtener la respuesta RPS es la de hacer el cambio  $s=j\omega$  en el mismo circuito, no a posteriori en la función de transferencia  $H(s)$ . De este modo el análisis del circuito proporciona directamente  $H(j\omega)$ .

Esta sustitución implica un cambio del dominio transformado de Laplace (variable  $s$ ) al dominio frecuencial (variable  $\omega$ ). En un circuito este cambio afectará a las *leyes de elementos* y a las *leyes de interconexión*, del modo siguiente:

##### LEYES DE ELEMENTOS (IMPEDANCIA COMPLEJAS)

$$Z_R(s) = \frac{V_R(s)}{I_R(s)} = R \quad \rightarrow \quad Z_R(j\omega) = \frac{V_R(j\omega)}{I_R(j\omega)} = R$$

$$Z_L(s) = \frac{V_L(s)}{I_L(s)} = Ls \quad \rightarrow \quad Z_L(j\omega) = \frac{V_L(j\omega)}{I_L(j\omega)} = jL\omega \quad (4.22)$$

$$Z_C(s) = \frac{V_C(s)}{I_C(s)} = \frac{1}{Cs} \quad \rightarrow \quad Z_C(j\omega) = \frac{V_C(j\omega)}{I_C(j\omega)} = \frac{1}{jC\omega} = -\frac{j}{C\omega}$$

##### LEYES DE INTERCONEXIÓN

$$\sum V_i(s) = 0 \quad \rightarrow \quad \sum \bar{V}_i = 0$$

$$\sum I_i(s) = 0 \quad \rightarrow \quad \sum \bar{I}_i = 0 \quad (4.23)$$

El circuito en régimen permanente senoidal se obtiene caracterizando cada elemento por su impedancia compleja y definiendo unas corrientes y tensiones también denominadas complejas, aunque se emplea más el término *fasoriales*. De este modo, al ser algebraicas las relaciones entre tensiones y corrientes en cada elemento, serán aplicables todas las técnicas de análisis básico como si se tratara de un circuito resistivo: Thevenin-Norton, superposición, tensiones de nodo, corrientes de malla, etc.

#### 4.5 El enfoque fasorial

Toda señal senoidal admite una descomposición (fórmulas de Euler) tal como:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \alpha) = \frac{A e^{j\alpha}}{2} e^{j\omega t} + \frac{A e^{-j\alpha}}{2} e^{-j\omega t} = x_c(t) + x_c(t)^* \quad (4.24)$$

$$x_c(t) = \bar{X} e^{j\omega t}$$

es decir, que se compone de dos términos complejos (uno el conjugado del otro). La señal  $x_c(t)$  es una señal compleja que incluye toda la información relativa a la señal senoidal de la que proviene: su frecuencia  $\omega$  (que es la de la senoide), el módulo (es la amplitud de la senoide) y la fase (es la fase de la senoide).

La respuesta de un sistema  $H(s)$  a la señal compleja  $x_c(t)$  es

$$x_c(t) = \bar{X} e^{j\omega t} \quad (4.25)$$

$$y_c(t) = H(j\omega)x_c(t) = H(j\omega)\bar{X}e^{j\omega t} = \bar{Y}e^{j\omega t}$$

y por tanto la diferencia entre los términos  $\bar{Y}$  y  $\bar{X}$  está en la amplitud y la fase que introduce

$H(j\omega)$ , que es la misma que entre la senoide de excitación y la de respuesta. Así pues, se puede analizar el circuito considerando tensiones y corrientes complejas (fasores), teniendo en cuenta que los cambios de amplitud y fase que sufran éstas son los mismos que sufrirán las señales senoidales correspondientes. Se define un fasor como una función compleja que representa a una función senoidal, y por ello diremos que dichas corrientes y tensiones complejas son fasores.

Con este planteamiento fasorial, la relación entre corriente y tensión compleja asociada a los elementos de circuito habituales (resistencia, condensador e inductor) será

- Resistor:

$$v_R(t) = \bar{V}_R e^{j\omega t} = R i_R(t) = R \bar{I}_R e^{j\omega t} \Rightarrow \bar{V}_R = R \bar{I}_R \quad (4.26)$$

- Condensador:

$$v_C(t) = \bar{V}_C e^{j\omega t}$$

$$i_C(t) = \bar{I}_C e^{j\omega t} = C \frac{dv_C(t)}{dt} = j\omega C \bar{V}_C e^{j\omega t} \Rightarrow \bar{I}_C = j\omega C \bar{V}_C \quad (4.27)$$

- Inductor:

$$i_L(t) = \bar{I}_L e^{j\omega t}$$

$$v_L(t) = \bar{V}_L e^{j\omega t} = L \frac{di_L(t)}{dt} = j\omega L \bar{I}_L e^{j\omega t} \Rightarrow \bar{V}_L = j\omega L \bar{I}_L \quad (4.28)$$

De este modo, si se define la impedancia compleja como el cociente entre la tensión y la corriente complejas, la impedancia compleja correspondiente a cada elemento de circuito es la misma que se obtuvo en el apartado anterior:

- Resistor:

$$Z_R(j\omega) = R \quad (4.29)$$

- Condensador:

$$Z_C(j\omega) = -\frac{j}{C\omega} \quad (4.30)$$

- Inductor:

$$Z_L(j\omega) = jL\omega \quad (4.31)$$

En un caso general, la impedancia compleja se define como

$$Z(j\omega) = \frac{\bar{V}(j\omega)}{\bar{I}(j\omega)} = R(\omega) + jX(\omega) = \text{resistencia} + j \text{reactancia} \quad (4.32)$$

y la admitancia como

$$Y(j\omega) = \frac{\bar{I}(j\omega)}{\bar{V}(j\omega)} = G(\omega) + jB(\omega) = \text{conductancia} + j \text{susceptancia} \quad (4.33)$$

Además, según el signo de la reactancia se habla de

$$X(\omega) > 0 \rightarrow \text{carácter inductivo}$$

$$X(\omega) < 0 \rightarrow \text{carácter capacitivo}$$

$$X(\omega) = 0 \rightarrow \text{resonancia}$$

Tanto  $Z(j\omega)$  como  $Y(j\omega)$  pueden representarse en el plano complejo como vectores (figura 4.4). Como una es la inversa de la otra la relación entre sus ángulos es la conjugación.

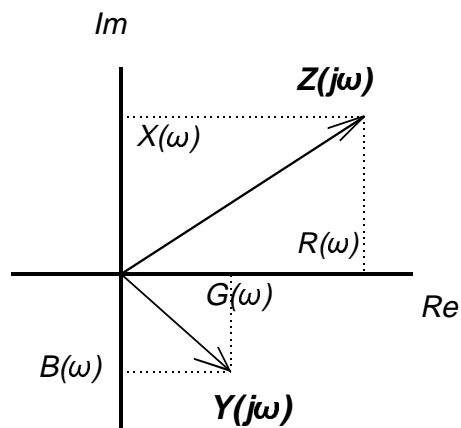


Fig. 4.4 Representación compleja de la impedancia y de la admitancia

#### 4.6 Diagrama fasorial

La representación gráfica de un fasor se puede hacer en dos dimensiones en un plano complejo (no olvidemos que un fasor no es más que un número complejo). Si tomamos como ejemplo el circuito de la figura 4.5, para el cual se han definido una serie de corriente y tensiones, por ley de las tensiones

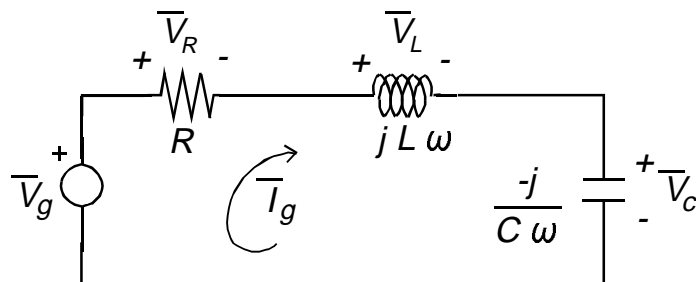


Fig. 4.5 Circuito transformado fasorial

de Kirchhoff se debe cumplir que:

$$\bar{V}_g = \bar{V}_R + \bar{V}_L + \bar{V}_C = \bar{I}_g (R + jL\omega - \frac{j}{C\omega}) \quad (4.34)$$

y el correspondiente diagrama fasorial será

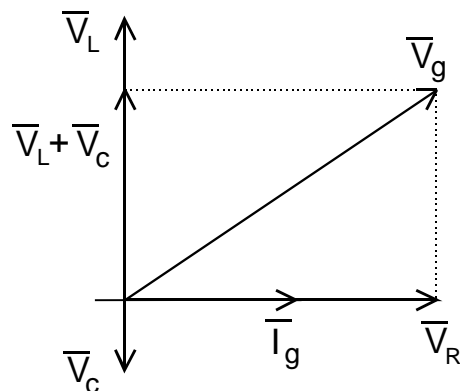


Fig. 4.6 Diagrama fasorial del circuito anterior

## 4.7 Potencia

En un circuito en RPS se cumple la siguiente relación sobre un acceso al mismo de impedancia  $Z$ :

$$\bar{V} = \bar{I}Z = \bar{I}|Z|e^{j\angle Z} \quad (4.35)$$

lo cual, en el dominio temporal, es equivalente a:

$$\begin{aligned} i(t) &= I_o \cos(\omega t + \alpha) \\ v(t) &= I_o |Z| \cos(\omega t + \alpha + \angle Z) \end{aligned} \quad (4.36)$$

En consecuencia, la potencia instantánea que entra en tal acceso será

$$\begin{aligned} p(t) &= i(t)v(t) = I_o^2 |Z| \cos(\omega t + \alpha + \angle Z) \cos(\omega t + \alpha) = \\ &= I_o^2 |Z| \cos^2(\omega t + \alpha) \cos(\angle Z) - I_o^2 |Z| \cos(\omega t + \alpha) \operatorname{sen}(\omega t + \alpha) \operatorname{sen}(\angle Z) \end{aligned} \quad (4.37)$$

y la potencia media:

$$P_{media} = \frac{I_o^2 |Z|}{2} \cos(\angle Z) \Rightarrow P_{media} > 0 \text{ si } R(\omega) > 0 \quad (4.38)$$

## 4.8 Respuesta a múltiples frecuencias

Si se generaliza RPS, es decir, si la frecuencia  $\omega$  es una variable y puede tomar cualquier valor, se llega al concepto de respuesta a múltiples frecuencias: la evaluación de  $H(j\omega)$  a diferentes frecuencias permite conocer la amplificación y el desfase que sufriría una combinación de senoides. Gráficamente:

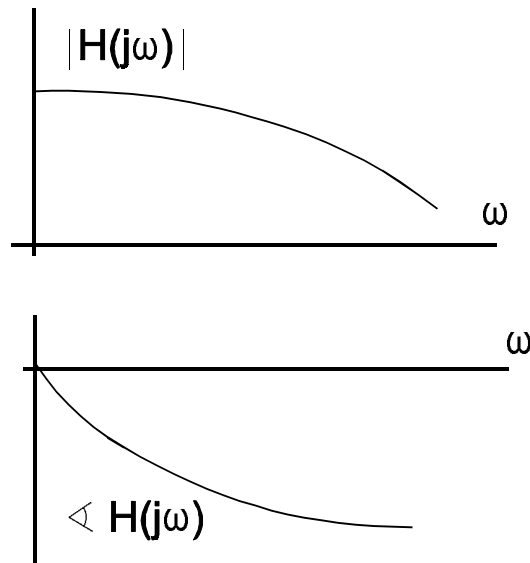


Fig.4.7 Curvas de amplificación y de desfase

Así, si la entrada es una senoide tal como:  $x(t) = 10 \cdot \cos(100t + 0,5)$ , y en la gráfica anterior viéramos, por ejemplo, que para  $\omega = 100$  la amplificación introducida por el circuito es  $|H(j100)| = 3$  y el desfase es de  $\angle H(j100) = -0,3 \text{ rad.}$ , la salida del circuito en régimen permanente vendría dada por:  $y(t) = 30 \cdot \cos(100t + 0,2)$ .

Si la señal de entrada al circuito es periódica pero no es senoidal, la teoría de Fourier nos permite descomponerla en una suma de senoídes armónicamente relacionadas, cuyas amplitudes y fases vienen determinadas por el cálculo de la serie de Fourier. No es objetivo del curso el estudio de la teoría de Fourier, pero, para facilitar la interpretación de ciertos resultados que nos vamos a encontrar en lo sucesivo, introduciremos intuitivamente algunas ideas básicas, eludiendo las formulaciones. Supongamos que se han generado las tres senoídes armónicamente relacionadas de la figura 4.8, con las amplitudes, frecuencias y fases representadas:

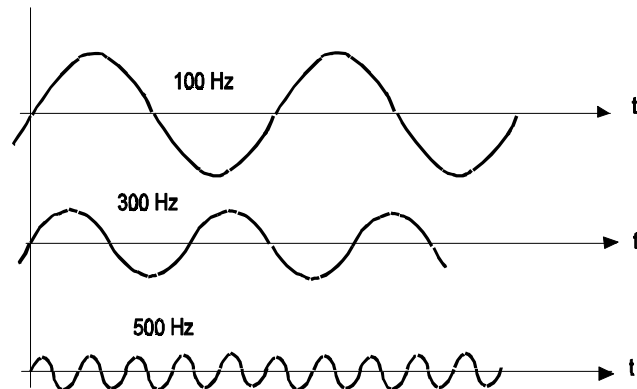


Fig. 4.8 Tres primeros armónicos de una señal cuadrada

La superposición de ellas da lugar a la siguiente forma de onda:

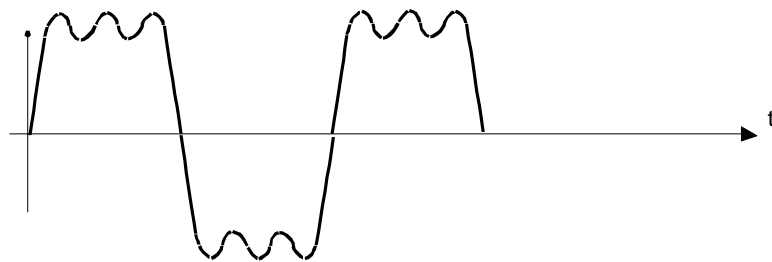


Fig. 4.9 Reconstrucción de la señal a partir de los tres armónicos de la figura anterior

que se parece a una señal cuadrada. Si ahora, en lugar de limitarnos a las tres senoideas anteriores fuéramos aumentando su número hasta llegar a infinitas senoideas, siempre con determinadas amplitudes y fases, su superposición sería una señal cuadrada perfecta. O dicho de otra forma, la señal cuadrada se puede descomponer en una suma infinita de senoideas, denominadas armónicos ya que sus frecuencias siempre son múltiplos de una denominada fundamental.

Los primeros armónicos son los más representativos de la señal, por lo que se podría evaluar analíticamente la respuesta de un circuito a una señal periódica cualquiera descomponiéndola en sus armónicos, determinando con las curvas de  $|H(j\omega)|$  y de  $\angle H(j\omega)$ , la amplificación y el desfase de cada armónico, y sumando los resultados. Sin embargo, no son las señales periódicas las de mayor

interés, sino las no periódicas (ya que son las que llevan información: voz, imágenes, etc.). En este caso se puede aplicar la transformada de Fourier para ver su espectro (representación del contenido en frecuencias de la señal). Por ejemplo, el espectro de un pasaje musical  $x(t)$  dominado por notas agudas podría tener un espectro (en amplitud) como el de la figura:

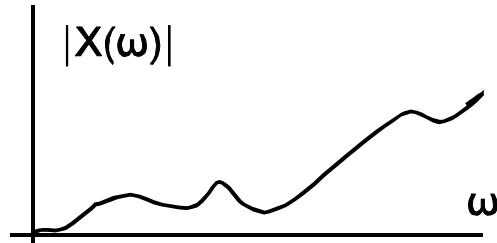


Fig. 4.10 Espectro del módulo de un señal

Si esta señal pasara por la  $|H(j\omega)|$  de la figura 4.7, que amplifica más las bajas frecuencias que las altas (es un filtro paso bajo, como veremos más adelante), el efecto sería de un realce de los bajos en detrimento de los agudos del pasaje musical.

## 4.9 Práctica. Parte I: circuito RLC. Resonancia paralelo

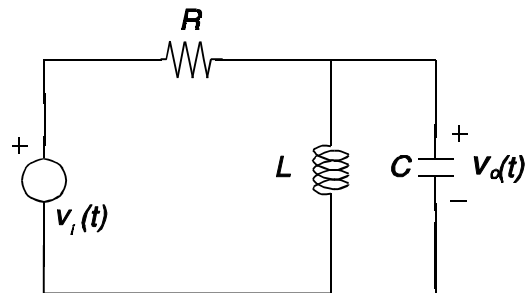
### 4.9.1 Estudio previo

a) Obtener analíticamente la relación (amplificación):

$$\frac{|V_o(j\omega)|}{|V_i(j\omega)|}$$

para el circuito de la siguiente figura y determinar la frecuencia para la cual será máxima (*frecuencia de resonancia*). ¿Qué desfase habrá entre las señales de entrada y de salida a esta frecuencia?

Determinar el valor de la amplificación para las frecuencias  $\omega = 0$  y  $\omega = \infty$ .



$$v_i(t) = A \cdot \sin \omega t$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

$$L = 33 \text{ mH}$$

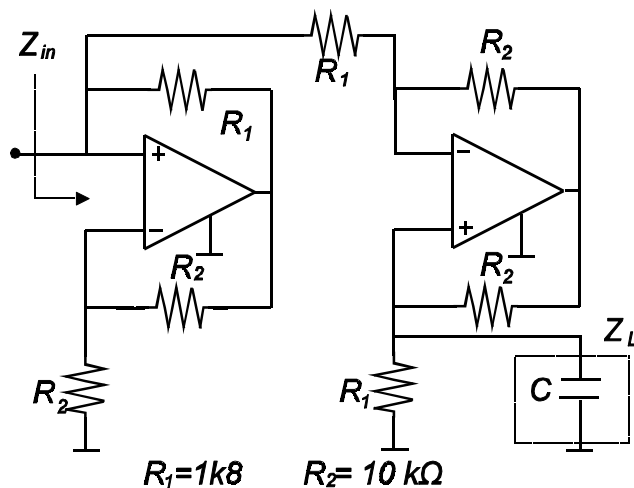
$$C = 10 \text{ nF}$$

b) Simular el comportamiento frecuencial (amplificación y desfase) de este circuito en el margen de frecuencias de 10 Hz a 100 KHz.

Repetir la simulación considerando una resistencia de pérdidas de la bobina (modelable en serie con L) de 40  $\Omega$ , y comparar los resultados.

c) El circuito de la siguiente figura corresponde a una realización de un girador. Su impedancia de entrada ( $Z_{in}$ ) viene dada por la relación:

$$Z_{in} = \frac{K}{Z_L}$$



$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

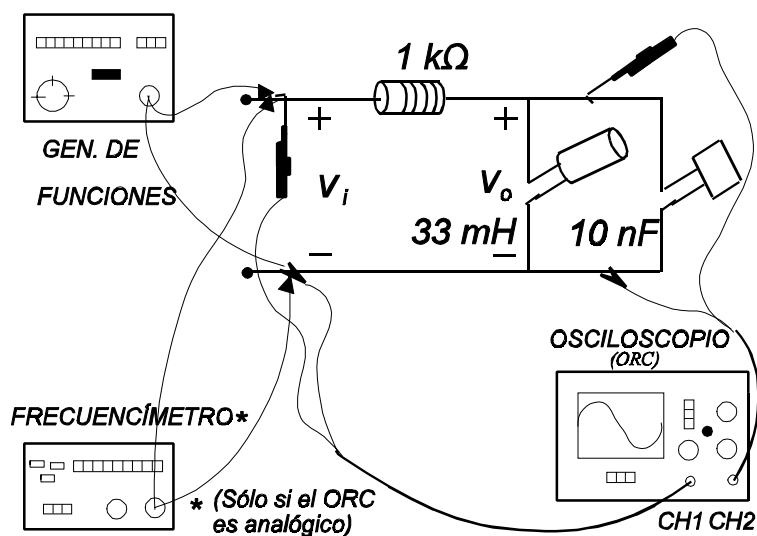
$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

Determinar el valor de  $K$  y la expresión de  $Z_{in}$  si  $Z_L = 1/(j\omega C)$ , si  $C = 10 \text{ nF}$ .

¿Qué elemento de circuito tiene una relación constitutiva ( $v - i$ ) similar a esta expresión de  $Z_{in}$ ?

#### 4.9.2 Trabajo de laboratorio

a) Una vez comprobada la correcta compensación de las sondas de baja capacidad, hacer el montaje de la figura:

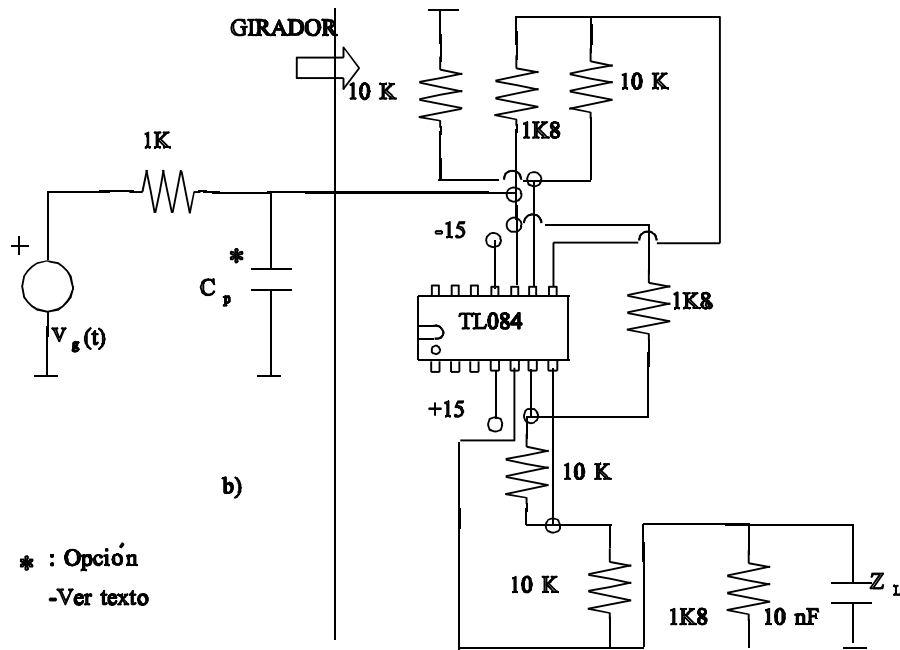


seleccionando del generador de funciones una señal senoidal de cualquier frecuencia y de una amplitud que facilite la visualización de  $v_i$  en el osciloscopio. Sin modificar la amplitud de la senoide de entrada, ir modificando su frecuencia hasta obtener una tensión  $v_o$  en fase con  $v_i$ . Anotar este valor y contrastarlo con las previsiones del apartado 4.9.1.a.

b) Anotar la amplificación y el desfase entre  $v_o$  y  $v_i$  para las siguientes frecuencias: 100 Hz, 1 KHz, 5 KHz, 10 KHz, 50 KHz y 100 KHz. Representar los resultados en dos diagramas: amplificación/frecuencia y desfase/frecuencia, anotando en ambos la frecuencia en el eje de abscisas.

c) Retirar el condensador de 10 nF y repetir la experiencia del apartado 4.9.2.a. A partir del valor de la frecuencia para la cual se obtenga una máxima amplificación y de los estudios teóricos del apartado 4.9.1.a, calcular el valor de la capacidad parásita de la bobina.

d) [opcional] Retirar la bobina de 33 mH y sustituirla por el girador analizado en el estudio previo.



Para determinar el valor de la inductancia simulada mediante el girador, se puede optar por uno de los dos métodos siguientes: a) excitar el circuito con un tren de pulsos y medir la constante de tiempo del circuito RL, o b) poner un condensador en paralelo con la entrada del girador y hacer resonar el circuito (repetición del experimento del apartado 4.9.2 a). En ambos casos deberá visualizarse en el osciloscopio la tensión de entrada al girador.

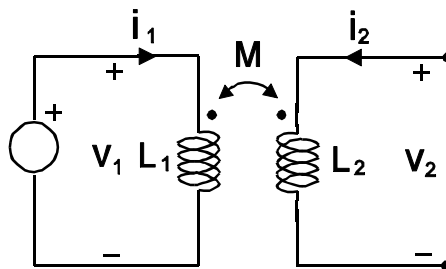
Este inductor simulado electrónicamente sólo tiene aplicaciones en circuitos de baja frecuencia por los que circulen corrientes reducidas. ¿Podría razonar estas restricciones?

## 4.10 Práctica. Parte II: acoplamiento magnético

### 4.10.1 Estudio previo

a) Aplicar las ecuaciones básicas del acoplamiento magnético (ver anexo 4.B) al circuito de la figura y comprobar que, con el secundario en vacío, se cumple la relación:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{L_1}{M}$$



b) Demostrar que, si el acoplamiento es perfecto ( $k = 1$ ), se cumple la relación (primera condición del transformador ideal):

$$V_0 = n V_1 \quad \left(k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}\right)$$

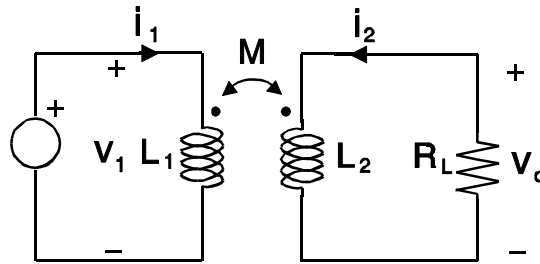
donde:

$$n = \frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

*Sugerencia:* recuerde que  $L_1 = k_1 N_1^2$ ,  $L_2 = k_2 N_2^2$ ,  $M = k_m N_1 N_2$ , siendo  $k_1 = k_2 = k_m = 1$  si el transformador es perfecto.

c) Comprobar que, si  $k = 1$ , el resultado de analizar el circuito de la siguiente figura en régimen permanente senoidal es:

$$I_2 = - \frac{M j \omega}{R_L + j\omega L_2} I_1 = - \frac{\sqrt{L_1 L_2} j\omega}{R_L + j\omega L_2} I_1$$

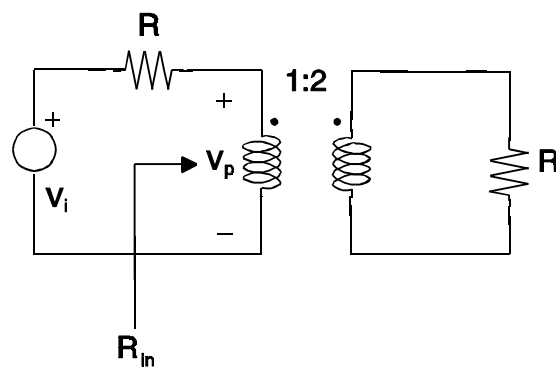


y si, además, se cumple que  $\omega L_2 \gg R_L$ :

$$|I_2| = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} |I_1| = \frac{1}{n} |I_1|$$

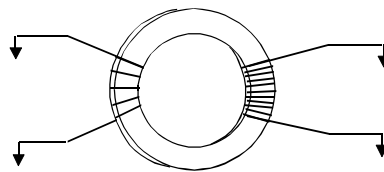
con un desfase entre  $I_2$  e  $I_1$  de  $180^\circ$ . ( $I_2 = -(1/n) I_1$ ).

d) El transformador de la figura cumple las condiciones para ser considerado ideal. Obtener el valor de  $R_m$  y, a partir de él, hallar la relación entre  $v_p(t)$  y  $v_i(t)$ .



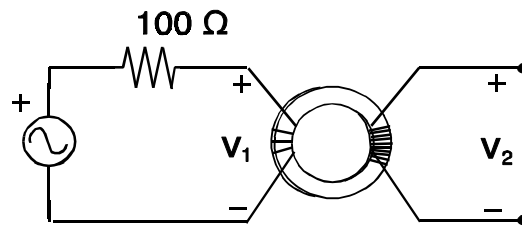
#### 4.10.2 Trabajo de laboratorio

a) Usando un núcleo toroidal e hilo de cobre esmaltado de 0.5 mm, construir un transformador devanando 5 espiras en el primario y 10 espiras en el secundario.



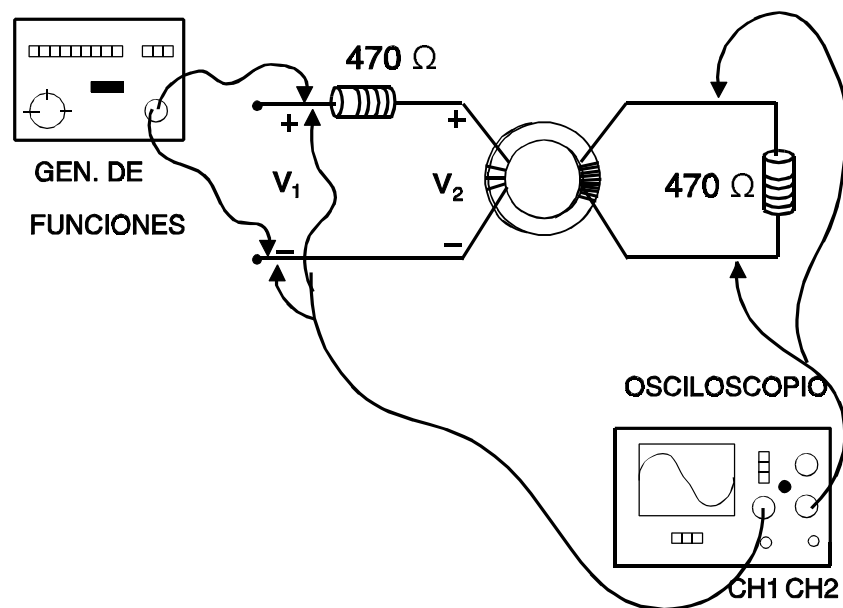
Medir el valor de  $L_1$  y el de  $L_2$  con ayuda de un condensador de valor conocido y sin emplear el medidor de impedancias (la metodología de medida ya ha sido empleada en otro punto de esta práctica).

b) Montar el siguiente circuito:



y medir la relación entre las amplitudes de  $v_2(t)$  y  $v_1(t)$  a la frecuencia de 10 KHz. Aplicando el resultado del apartado 4.10.1.a, calcular el valor del acoplamiento  $M$ . Contrastando este resultado con las medidas de  $L_1$  y  $L_2$  anteriores, decida si puede considerarse que el transformador es perfecto, ( $M^2 = L_1 L_2$ ).

c) Montar el circuito de la figura y comprobar que, a la frecuencia de 500 KHz, se cumplen las previsiones del apartado 4.10.1.d del estudio previo.



Sin modificar la amplitud de la senoide suministrada por el generador de funciones, ir reduciendo de forma gradual el valor de la frecuencia. Anotar el valor de ésta por debajo del cual se considere que

ya no se cumple la relación de amplitudes anterior (transformador no ideal). ¿Cuál es el modelo del transformador cuando trabaja por debajo de esta frecuencia?

¿Cómo podría conseguirse un comportamiento ideal a frecuencias menores?

## 4.11 Práctica. Parte III: receptor de AM de amplificación directa

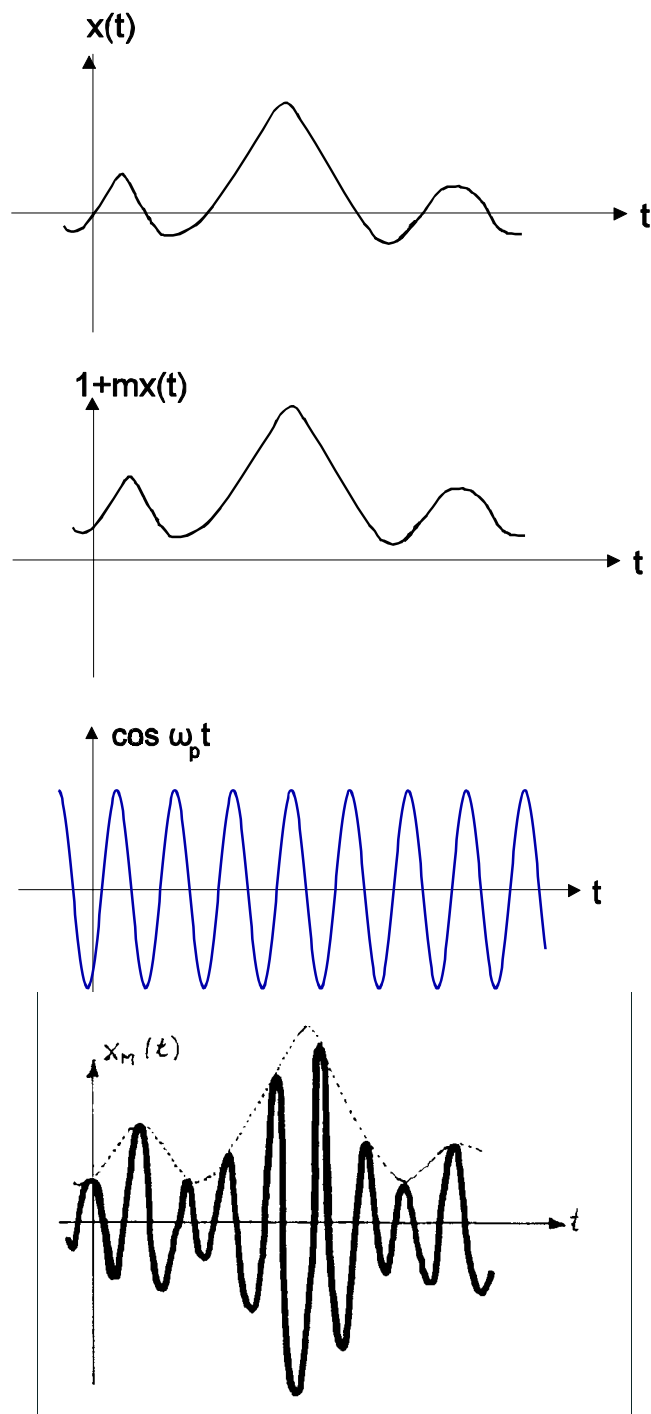
### 4.11.1 Introducción

Esta parte se centra en una aplicación de los circuitos resonantes paralelo, estudiados en la parte I de estos trabajos de laboratorio. Esta aplicación consiste en la realización de un sencillo receptor de AM (modulación de amplitud), equivalente a las antiguas radios de galena. La sencillez y economía del receptor se oponen a su calidad; obviamente hay otras estructuras mejoradas que se escapan a los objetivos del curso. Por el momento, los objetivos son la aplicación de conceptos de análisis de circuitos en régimen permanente senoidal, el conocimiento de nuevos dispositivos y la introducción a las señales moduladas en AM.

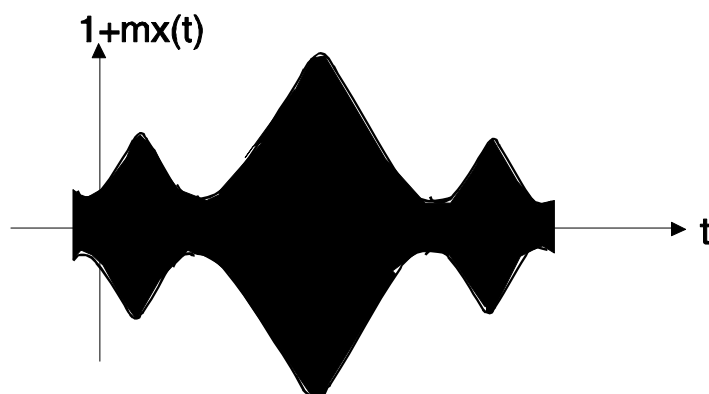
Los conceptos y las pautas para ir construyendo este receptor se irán proporcionando en el propio laboratorio. Como adelanto a ello, la expresión de una señal modulada en AM es del tipo:

$$x_M(t) = A [1 + m x(t)] \cos w_p t$$

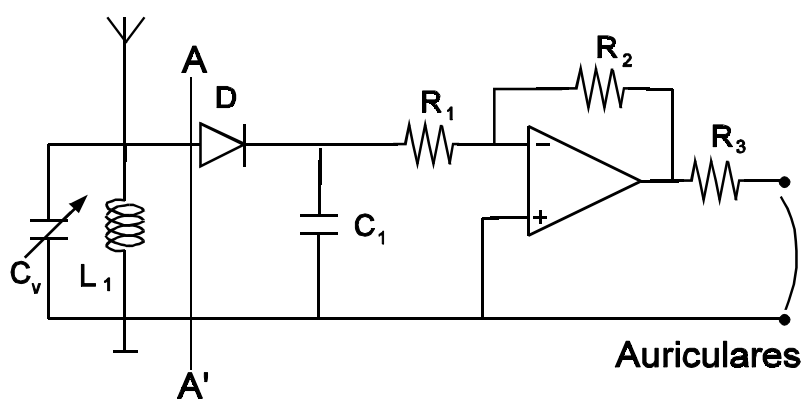
donde  $x(t)$  es la señal moduladora (la información),  $A \cos w_p(t)$  la portadora y  $m$  una constante. La forma temporal de esta señal es la reflejada en la siguiente figura:



La figura anterior no corresponde a la que obtendríamos en un osciloscopio si visualizáramos una señal de radiodifusión modulada en AM. En realidad la frecuencia de la señal portadora es mucho más elevada que las frecuencias que forman la señal moduladora, por lo que la señal visualizada en el osciloscopio no permitiría apreciar simultáneamente el detalle de ambas señales, viéndose algo parecido a la siguiente figura:

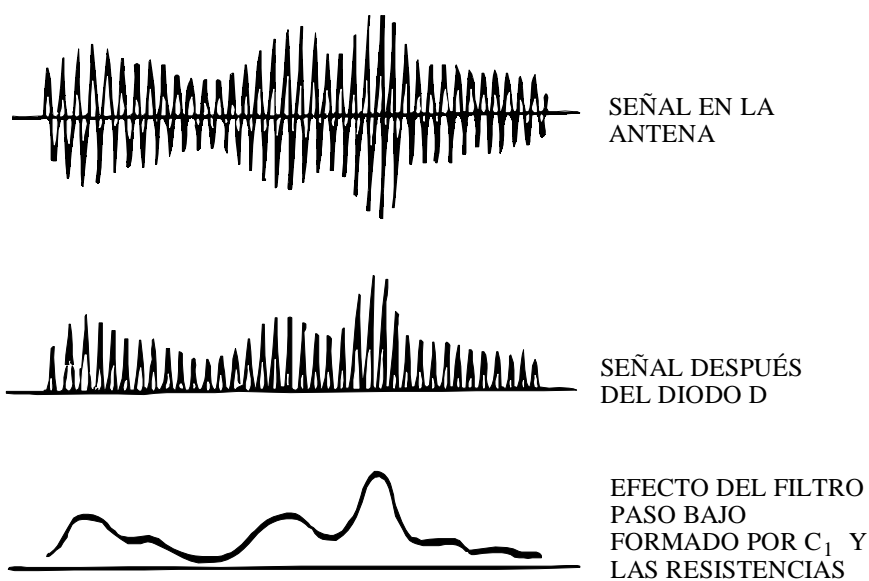


Para recuperar la información contenida en la señal moduladora, recurrimos al circuito de la figura siguiente:



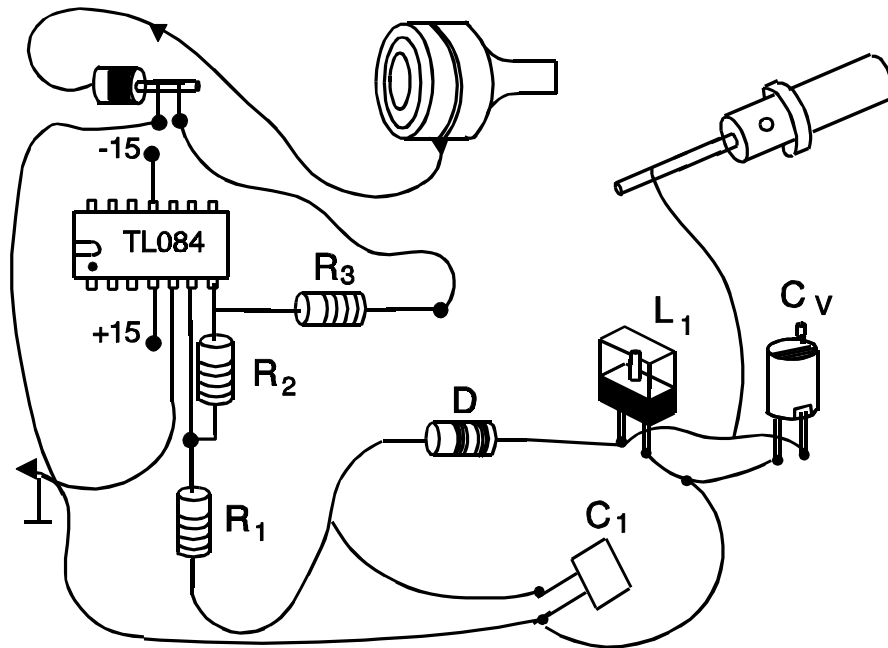
El circuito formado por  $L_1$  y  $C_v$ , ya estudiado en la parte I, se deberá ajustar para obtener un máximo de amplificación a la frecuencia de la portadora ( $\omega_p$ ). La misión del diodo será la de evitar el paso de los semiciclos de la señal de entrada en que la tensión sea negativa, y el circuito RC posterior (la R corresponde a la resistencia de entrada del amplificador inversor) se encargará de atenuar las altas frecuencias (portadora), dejando pasar las de la moduladora (recuérdense las experiencias con circuitos RC trabajando a diferentes frecuencias de anteriores trabajos de laboratorio). En este caso se ha incorporado el amplificador inversor entre el diodo de germanio (¿por qué es preferible un diodo de germanio a uno de silicio en esta aplicación?) y los auriculares por ser éstos de baja impedancia ( $8 \Omega$ ). Utilizando auriculares de alta impedancia se podrían conectar directamente a la salida del diodo, en paralelo con  $C_1$ ; en este caso, al absorber poca corriente, alterarían poco el funcionamiento del circuito.

En la siguiente figura se indican las formas de onda que se visualizarían en las diferentes partes del receptor. La primera corresponde a la señal en bornes del circuito resonante de entrada (señal modulada en AM), la segunda a la que se visualizaría a la salida del diodo de germanio si no hubiera el condensador  $C_1$ , y la tercera a la señal presente a la entrada del amplificador inversor.



## 4.11.2 Trabajo de laboratorio

a) Montar el circuito de la figura, correspondiente a una realización del receptor descrito en el apartado anterior. Como antena se usará un cable "banana-banana". El condensador ajustable corresponde a  $C_v$  (nótese que los tres terminales mecánicos corresponden a dos terminales eléctricos), y puede variarse su capacidad de 15 pF a 100 pF. La bobina del circuito resonante es de  $560 \mu\text{H}$ .



$C_v$ : "trimmer" violeta (grande)

$L_1$ :  $560 \mu\text{H}$

D: 0A91 Germanio

$C_1$ : 12 nF

$R_1$ : 1 k $\Omega$

$R_2$ : 470 k $\Omega$

$R_3$ : 1 k $\Omega$

(realice este circuito sobre la placa de prototipos)

b) En la banda de frecuencias comprendida entre 540 KHz y 1600 KHz se encuentra la banda de radiodifusión comercial en AM. Sintonizado el circuito  $C_v$ - $L_1$ , busque una emisora que pueda oír con

claridad, y visualice las formas de onda de las diferentes partes del circuito. Si no se consigue encontrarla, pruebe de modificar la posición del cable utilizado como antena receptora o de aumentar la amplificación ( $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$ ).

c) Compruebe los efectos de ir modificando la posición del condensador variable (*nota: si en el laboratorio se capta un emisora muy potente en relación al resto -por ejemplo, por estar cercana - puede que sólo se pueda experimentar con ella*)

## Anexo 4.A El decibelio

Si se recurre a la simulación para resolver algunos de los estudios previos de estos trabajos de laboratorio puede encontrarse con que el programa represente la respuesta frecuencial sobre unos ejes logarítmicos, con una unidad en el eje de ordenadas llamada decibelio (dB).

El decibelio ofrece, en algunas aplicaciones, ciertas ventajas respecto a la amplificación (módulo de  $H(j\omega)$ ), ya que, como veremos, es una unidad logarítmica. Gracias a ello, cuando hay varias etapas en cascada es suficiente sumar o restar para conocer la ganancia del conjunto, siempre más sencillo que multiplicar o dividir los valores de la amplificación.

Se define al *decibelio*, abreviadamente *dB*, como diez veces el logaritmo de la relación entre la potencia de salida de una circuito respecto a la de entrada. Si denominamos  $P$  a esta relación, tendremos

$$dB = 10 \log P \quad (A.1)$$

Cuando no trabajamos con la potencia, sino con tensiones y corrientes, se puede rehacer esta definición recordando que

$$P = VI = V^2 / R \quad (A.2)$$

Suponiendo las resistencias normalizadas a la unidad (es decir, que la potencia  $P$  se obtiene a partir de una tensión  $V$  sobre resistencias de  $1 \Omega$ ), y denominando  $V_2$  a la tensión de salida y  $V_1$  a la de entrada tendremos

$$10 \log P = 10 \log V_2^2 - 10 \log V_1^2 = 20 \log V_2 - 20 \log V_1 \quad (A.3)$$

que será la definición que se usará en sucesivos trabajos de laboratorio.

En el caso de la amplificación de un circuito:

$$|H(j\omega)| = \frac{|V_0(j\omega)|}{|V_i(j\omega)|} \quad (A.4)$$

si aplicamos la definición anterior de dB tendremos

$$G(dB) = 20 \log |H(j\omega)| = 20 \log |V_0(j\omega)| - 20 \log |V_i(j\omega)| \quad (A.5)$$

Vemos que la ganancia  $20 \log | H(j\omega) |$ , en dB, es la diferencia entre los dB de la salida menos los de la señal de entrada. Esta ganancia es la que nos representan los programas de simulación en forma de diagramas de Bode, que son una representación de la respuesta en frecuencias con las ordenadas en dB y con un eje de frecuencias escalado logarítmicamente. En caso de que nos interese la relación inversa, tenemos que la amplificación a una determinada frecuencia se puede obtener de la ganancia G como

$$| H(j\omega) | = 10^{\frac{G}{20}} \quad (A.6)$$

## Anexo 4.B Acoplamiento magnético

Supongamos dos bobinas físicamente cercanas, de  $N_1$  y  $N_2$  espiras respectivamente y atravesadas por unas corrientes  $i_1$  e  $i_2$ , tal como muestra la figura:

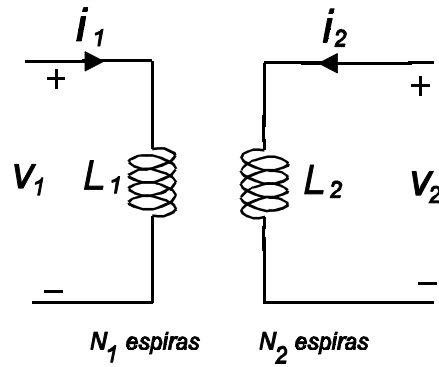


Fig. 4.B.1 Acoplamiento magnético

El flujo producido en la bobina 1 por la corriente  $i_1$  viene dado por

$$\Phi_{11} = K_1 N_1^2 i_1 \quad (\text{B.1})$$

donde  $K_1$  es una constante que depende del material entre los devanados (núcleo) y de la forma geométrica. Con ello, la tensión en bornes de esta bobina debida a la corriente  $i_1$  será

$$v'_1 = \frac{d\Phi_{11}}{dt} = K_1 N_1^2 \frac{di_1}{dt} \quad (\text{B.2})$$

y por comparación con la relación constitutiva de la bobina,

$$v'_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \quad (\text{B.3})$$

vemos que el valor de la *autoinductancia*  $L_1$  es

$$L_1 = K_1 N_1^2 \quad (\text{B.4})$$

Además, la bobina 1 también capta, a través del entrehierro, parte del flujo creado por  $i_2$  en la bobina 2:

$$\Phi_{12} = K_m N_1 N_2 i_2 \quad (\text{B.5})$$

donde  $K_m$  es un coeficiente relacionado con el acoplamiento entre las dos bobinas. Este flujo produce una tensión adicional en la bobina 1 de valor:

$$v''_1 = \frac{d\Phi_{12}}{dt} = K_m N_1 N_2 \frac{di_2}{dt} \quad (\text{B.6})$$

El término  $K_m N_1 N_2$ , que en lo sucesivo denominaremos  $M$ , es la *inductancia mutua*.

Así pues, la tensión  $v_1$  en bornes de la bobina 1 será debida a la superposición de dos términos: la debida a la tensión creada por  $i_1$  sobre ella misma y la debida al flujo captado a través del núcleo y producido por  $i_2$ :

$$v_1 = v'_1 + v''_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad (\text{B.7})$$

Operando de igual forma en la bobina 2, llegamos a

$$v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \quad (\text{B.8})$$

Estas dos últimas ecuaciones las podemos representar en forma circuital, de manera que un análisis por corrientes de malla las reproduzca, tal como se indica en la figura 4.B.2

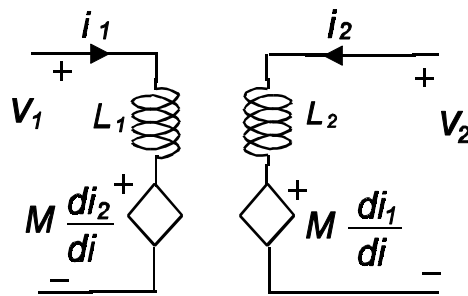


Fig. 4.B.2 Modelo circuital del acoplamiento magnético

Hasta ahora hemos supuesto que las dos tensiones, la propia y la debida al flujo captado del otro devanado, se suman en fase. Ello no tiene por qué ser siempre así: depende del sentido de los arrollamientos en cada devanado. Si uno de ellos se arrollara al revés, entonces la interacción sería substractiva. Para simplificar la representación gráfica de este efecto en el acoplamiento magnético, se usa el “convenio del punto”, que se interpreta de la siguiente forma: si  $i_1$  ( $i_2$ ) entra por un punto, entonces la borna positiva de la fuente controlada que modela el efecto de  $i_1$  ( $i_2$ ) sobre  $v_2$  ( $v_1$ ) coincide con la posición del otro punto. El circuito anterior, correspondería, según el convenio del punto, a la figura siguiente:

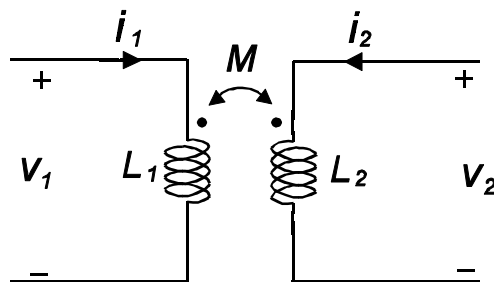


Fig. 4.B.3 Representación mediante el convenio del punto (las flechas pueden no representarse)

Aplicando la propiedad de la derivada de la transformada de Laplace, así como las transformaciones de los elementos de circuito que ya hemos visto, el circuito transformado de un acoplamiento magnético con los dos puntos en el mismo extremo de las bobinas (figura 4.B.3), y sin condiciones iniciales, sería

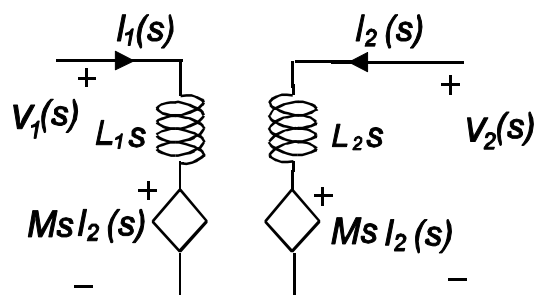


Fig. 4.B.4 Representación mediante elementos de circuito del acoplamiento magnético de la figura anterior

Si, por el contrario, el efecto de los flujos fuera substractiva, se indicaría como en la figura 4.B.5

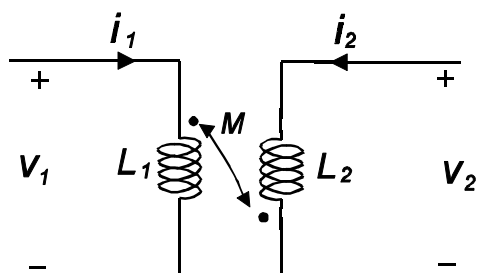


Fig. 4.B.5 Representación con el flujo magnético invertido respecto a la figura 4.B.3

que corresponde al siguiente circuito con fuentes controladas (nótese el cambio de polaridad de las fuentes) :

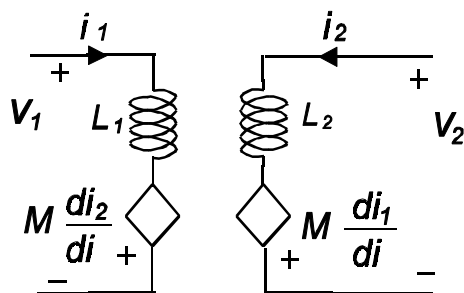


Fig. 4.B.6 Representación con elementos de circuito de la figura anterior

Puede demostrarse (ya que el transformador es un elemento pasivo) que la inductancia mutua  $M$  cumple siempre la relación

$$M \leq \sqrt{L_1 L_2} \quad (\text{B.9})$$

y se define el coeficiente de acoplamiento  $k$  como

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}, \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (\text{B.10})$$

Cuando  $k=1$  se dice que el acoplamiento es perfecto (*transformador perfecto*), y ello sería consecuencia de que no se produzcan pérdidas de flujo en el entrehierro. Esta es una de las condiciones necesarias para obtener el *transformador ideal* que se trabaja en las prácticas de laboratorio. Si  $k=1$ , entonces  $K_m = K_1 = K_2$ , pudiéndose simplificar la siguiente expresión de las relaciones de tensión entre el primario y el secundario del transformador (ver ecuaciones B.1 a B.8):

$$\begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{N_1 (K_1 N_1 \frac{di_1}{dt} + K_m N_2 \frac{di_2}{dt})}{N_2 (K_2 N_2 \frac{di_2}{dt} + K_m N_1 \frac{di_1}{dt})} = \\ &= \frac{N_1}{N_2} = n \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Es decir, la relación de tensiones entre ambos terminales viene dada por la relación de espiras, independientemente de la carga conectada al transformador. La segunda condición del transformador ideal es objeto de análisis en la parte de estudio previo de estas prácticas, y determina la relación entre las corrientes del devanado primario y del secundario:

$$-\frac{i_1}{i_2} = \frac{1}{n} = \{ \text{ecuación B.11} \} = \frac{v_2}{v_1} \quad (\text{B.12})$$

Aquí hemos denotado  $n$  como la relación entre  $N_1$  y  $N_2$  ( $n = N_1 / N_2$ ). En este caso el símbolo del transformador ideal es

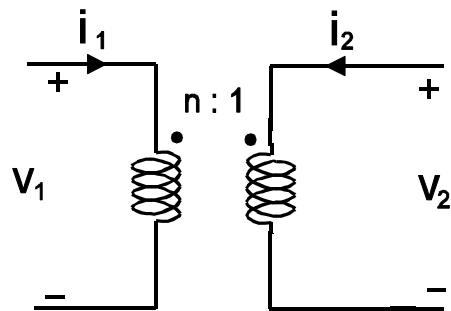


Fig. 4.B.7 Representación del transformador ideal. En la figura se representa que por cada espira del secundario hay  $n$  en el primario del transformador

Si se definiera al revés ( $n = N_2 / N_1$ ), el símbolo sería

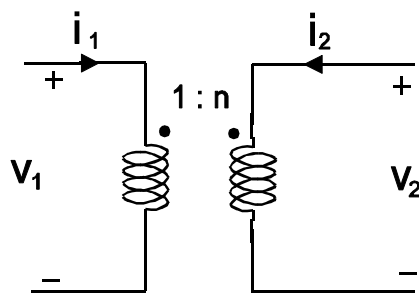


Fig. 4.B.8 Representación con la relación de espiras al revés respecto a la figura anterior: por cada  $n$  en el secundario hay una en el primario. El uso de las dos formas es indistinto

Asimismo es sencillo comprobar que, si los puntos están alternados como en la figura siguiente

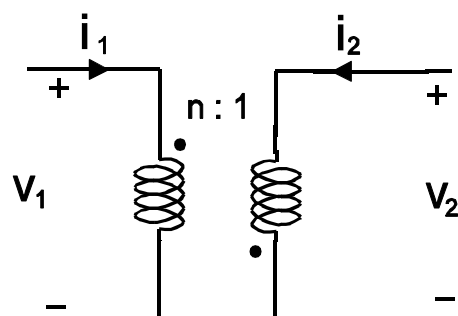


Fig. 4.B.9 Inversión de flujo magnético respecto a la figura 4.B.7

las ecuaciones cambian de signo:

$$\begin{aligned} v_1 &= -n v_2 \\ i_1 &= \frac{1}{n} i_2 \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

El transformador ideal es útil para adaptar impedancias a fin de tener una máxima transferencia de energía entre un generador y una carga. En efecto, sea el circuito de la figura 4.B.10:

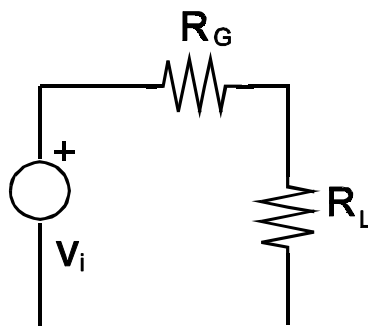


Fig. 4.B.10 Conexión entre un generador con resistencia interna y una carga

La potencia entregada a la carga  $R_L$  por el generador con resistencia  $R_G$  será:

$$\begin{aligned}
 P_L = v_L i &= \left( \frac{v_g}{R_G + R_L} \cdot R_L \right) \cdot \frac{v_g}{R_G + R_L} = \\
 &= \frac{v_g^2}{(R_G + R_L)^2} \cdot R_L
 \end{aligned}
 \tag{B.14}$$

suponiendo fija a  $R_G$  y derivando la potencia respecto a  $R_L$ , se obtiene que el máximo de la potencia transferida ( $P_L$ ) del generador a la carga se produce cuando  $R_L = R_G$ .

Si tenemos una carga  $R_L$  diferente a  $R_G$  y queremos que le llegue la máxima potencia posible, una posibilidad es adaptarla (igualar la resistencia presentada por la carga a la del generador) mediante un transformador ideal mediante un circuito como el de la figura 4.B.11. El objetivo es que  $R_{eq} = R_G$ , con lo que el generador entregará la máxima potencia. Esta potencia llegará a la carga  $R_L$ , ya que el transformador ideal no disipa energía.

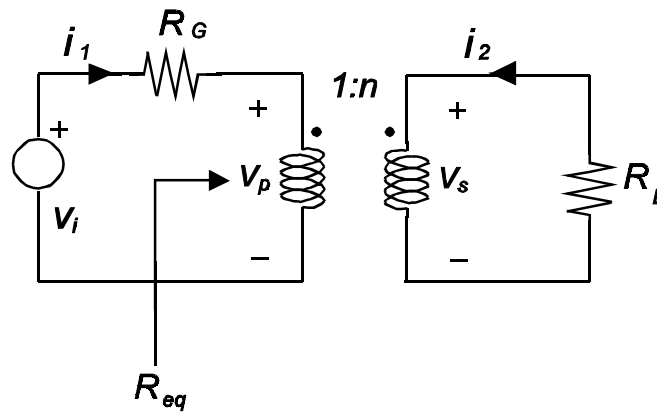


Fig. 4.B.11 Adaptación de impedancias con un transformador ideal

La resistencia equivalente vista desde el primario del transformador,  $R_{eq}$ , viene dada por

$$R_{eq} = \frac{v_p}{i_1} = \frac{n v_s}{-\frac{1}{n} i_2} = \{v_s = -i_2 R_L\} = n^2 R_L
 \tag{B.15}$$

y, para adaptar las resistencias la relación de espiras será de

$$n^2 R_L = R_G \rightarrow n = \sqrt{\frac{R_G}{R_L}} \quad (\text{B.16})$$

## 5 Diseño y medición de filtros analógicos

El objetivo fundamental de este último conjunto de trabajos de laboratorio es la introducción al diseño, montaje y medición de filtros analógicos. Todo ello se desarrolla intercalando algunas aplicaciones de estos filtros.

La visión del filtrado que se ofrece en estos trabajos es complementaria de la que se proporciona en asignaturas de Teoría de Circuitos. En éstas se enfatiza más en los aspectos formales, en el análisis de las características fundamentales de los principales tipos de filtros, y en diferentes formas de representación de la respuesta frecuencial, normalmente limitado a filtros de primer y segundo orden por razones operativas. Una asignatura de laboratorio debe orientarse hacia el montaje y medida de filtros y hacia el diseño práctico, basado en el uso de manuales (tablas) y/o de programas comerciales de CAD de filtros.

Los trabajos de laboratorio se distribuyen en dos partes de diferente duración. La parte I se centra en mediciones de filtros pasivos de segundo orden (filtros paso-banda y de banda eliminada), viéndose los efectos de la capacidad parásita de una bobina, aspecto de este componente no tratado en las prácticas anteriores. Asimismo se ven los efectos de los filtros sobre los armónicos de una señal periódica. A continuación se estudian las limitaciones debidas al producto ganancia-ancho de banda del AO y se concluye esta parte con la aplicación de dos controles de tono (filtros paso-bajo y paso-alto de primer orden) a señales de audiofrecuencia.

La parte II se centra en el diseño práctico de filtros pasivos y activos (tablas y programas de CAD). Esta parte se inicia en un laboratorio de informática donde, después de introducirse el funcionamiento cualitativo de los principales tipos de aproximaciones de filtros y los conceptos de normalización de frecuencias y de impedancias, se presenta el uso del programa Matlab para diseñar filtros. Asimismo se presenta el uso de un programa orientado al diseño de filtros activos y pasivos (*Filter Designer* de MicroSim) que evita los cálculos asociados a la normalización de parámetros, al precio de una menor versatilidad. Al final de cada tema el estudiante irá aplicando lo aprendido al diseño de filtros, que irán siendo verificados con ayuda de un programa de simulación en el propio laboratorio (P Spice).

Las sesiones restantes de la parte II se desarrollan en un laboratorio de electrónica o de comunicaciones, y se centran en la aplicación de todos los conocimientos adquiridos anteriormente. En la última de estas sesiones el profesor se dedicará básicamente a resolver anomalías en el instrumental o en facilitar determinados dispositivos, facilitando así que los estudiantes puedan mostrar mejor los conocimientos y habilidades adquiridos durante el curso.

## 5.1 Especificaciones de la respuesta frecuencial

### 5.1.1 Bases teóricas y definiciones

Un filtro electrónico está constituido por la interconexión de componentes tales como resistencias, condensadores, inductores y componentes activos, con la finalidad de modificar el contenido frecuencial de las señales que se apliquen a su terminal de entrada. La relación entre las señales de entrada y de salida,  $x(t)$  e  $y(t)$  respectivamente, de un filtro viene dada por su función de transferencia  $H(s)$ . Esta función de transferencia estará representada por un cociente de polinomios en  $s$  (variable de Laplace) con coeficientes constantes y reales, tal como:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = H(s) = k \frac{B(s)}{A(s)} = k \frac{s^p + b_{p-1}s^{p-1} + \dots + b_1s + b_0}{s^q + a_{q-1}s^{q-1} + \dots + a_1s + a_0} \quad (5.1)$$

$p$ : orden del polinomio  $B(s)$        $q$ : orden del polinomio  $A(s)$

además se cumple que:  $p \leq q$

A partir de la función de transferencia, la respuesta frecuencial queda determinada por  $H(j\omega)$ , cuya representación en polares viene dada por su módulo y por su fase:

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\angle H(j\omega)} \quad (5.2)$$

La respuesta en régimen permanente a una excitación sinusoidal  $x(t)$  de frecuencia  $\omega_x$  será

$$\begin{aligned} x(t) &= A \cos(\omega_x t + \alpha_x) \\ y(t) &= |H(j\omega_x)| A \cos(\omega_x t + \alpha_x + \angle H(j\omega_x)) \end{aligned} \quad (5.3)$$

y en un caso más general, la respuesta a una señal cualquiera vendrá dada por

$$Y(\omega) = H(j\omega) X(\omega) \quad (5.4)$$

donde  $X(\omega)$  y  $Y(\omega)$  son las transformadas de Fourier de las señales de entrada y de salida respectivamente. Lo habitual es que estas variables de entrada y de salida se correspondan a tensiones eléctricas.

En la respuesta frecuencial de un filtro distinguiremos tres zonas:

- banda de paso: margen de frecuencias mejor transmitidas por el filtro.

- banda atenuada: margen de frecuencias más atenuadas por el filtro.
- banda de transición: margen de frecuencias entre la banda de paso y la banda atenuada.

El comportamiento dentro de dichas bandas queda delimitado por unos márgenes superior e inferior. Dentro de la banda de paso se asume que la máxima ganancia es  $M_p$  y dentro de esta banda la máxima atenuación respecto al máximo es  $a_p$  (en dBs). En cambio la banda atenuada viene determinada por una atenuación mínima  $a_s$  (en dB's) respecto al citado máximo ( $a_s > a_p$ ).

### 5.1.2 Tipos de respuesta frecuencial

- Paso-bajo: las frecuencias superiores a  $f_s$  son atenuadas como mínimo  $a_s$  dBs y las inferiores a  $f_p$  ( $f_p < f_s$ ) son atenuadas como máximo  $a_p$ . En un filtro paso-bajo la banda de paso ocupa las frecuencias de 0 a  $f_p$ , la banda de transición de  $f_p$  a  $f_s$  y la banda atenuada de  $f_s$  a infinito.

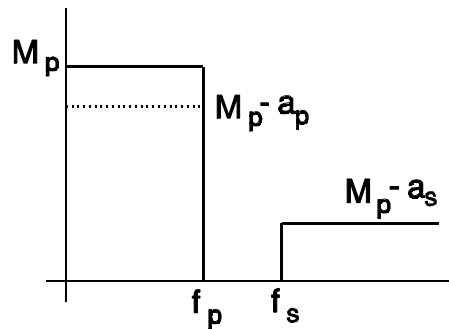


Fig 5.1 Plantilla de un filtro paso-bajo

- Paso-alto: las frecuencias inferiores a  $f_s$  son atenuadas como mínimo  $a_s$  dBs y las superiores a  $f_p$  ( $f_p > f_s$ ) son atenuadas como máximo  $a_p$ . En un filtro paso-alto la banda de paso ocupa las frecuencias de  $f_p$  a infinito, la banda de transición de  $f_s$  a  $f_p$  y la banda atenuada de 0 a  $f_s$ .

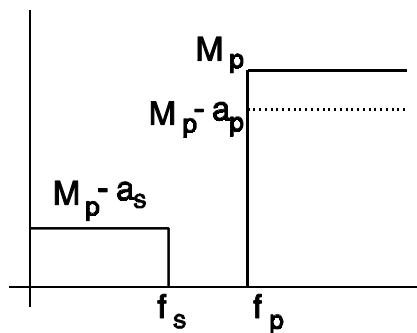


Fig. 5.2 Plantilla de un filtro paso-alto

- Paso-banda: las frecuencias entre  $f_{p1}$  y  $f_{p2}$  ( $f_{p2} > f_{p1}$ ) son atenuadas como máximo  $a_p$  dBs y las frecuencias superiores a  $f_{s2}$  ( $f_{s2} > f_{p2}$ ) e inferiores a  $f_{s1}$  ( $f_{s1} < f_{p1}$ ) son atenuadas como mínimo  $a_s$  dBs. En un filtro paso-banda la banda de paso ocupa las frecuencias entre  $f_{p1}$  y  $f_{p2}$ .

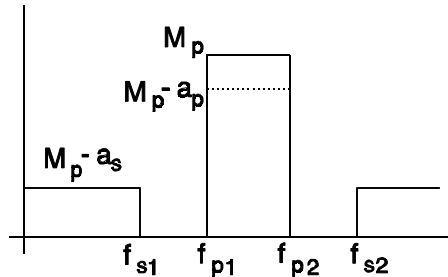


Fig. 5.3 Plantilla de un filtro paso-banda

- Banda eliminada: las frecuencias entre  $f_{s1}$  y  $f_{s2}$  ( $f_{s2} > f_{s1}$ ) son atenuadas como mínimo  $a_s$  dBs y las frecuencias superiores a  $f_{p2}$  ( $f_{p2} > f_{s2}$ ) e inferiores a  $f_{p1}$  ( $f_{p1} < f_{s1}$ ) son atenuadas como máximo  $a_p$  dBs.

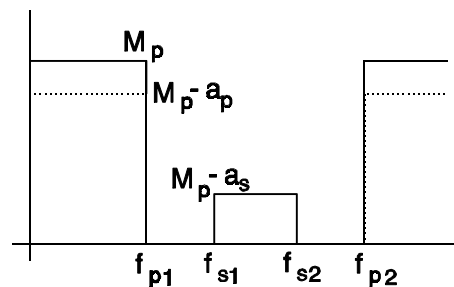


Fig. 5.4 Plantilla de un filtro de banda-eliminada

Nótese que en todos los filtros  $a_s > a_p$ , siendo tanto más selectivo el filtro cuanto mayor sea la diferencia entre ambas atenuaciones. Los dos últimos tipos de filtros, paso-banda y banda eliminada, deben ser, como mínimo, de segundo orden (tienen que contener, al menos dos elementos almacenadores de energía, L o C). Los paso bajo y paso alto pueden realizarse con circuitos de cualquier orden.

### 5.1.3 Frecuencia de corte y ancho de banda

Para determinar cuándo un filtro paso-bajo como el de la figura 5.5 empieza a atenuar significativamente la amplitud de la señal de salida respecto a la de la entrada (tránsito de la banda de paso a la banda de atenuación, o de *stop*), se define una frecuencia denominada *frecuencia de corte*.

El corte se produce cuando la amplificación del filtro ha disminuido en un factor de  $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$

(o en un factor de -3 dB =  $20 \log 0.707$ ), respecto a la amplificación máxima de la banda de paso (en la figura 5.5, para  $\omega = 0$ ).

El motivo de la elección del factor de 0.707 es debido a que la potencia es proporcional al cuadrado de la tensión ( $P = V^2/R$ ). Así, una disminución de 0.707 en la tensión comporta una reducción de la potencia que se disiparía sobre una carga resistiva en un factor de 1/2. A la frecuencia de corte también se la denomina *frecuencia de potencia mitad*. En el caso de un filtro paso bajo como el indicado en la figura 5.5, la frecuencia de corte ( $\omega_c$ ) coincide con el *ancho de banda (BW)* del filtro.

El BW es la banda frecuencial en que la amplificación se mantiene por encima del factor  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Como puede verse en las siguientes figuras, un filtro paso-bajo, al igual que uno paso-alto, tiene una única frecuencia de corte (fin de banda de paso, o de transmisión, en el paso-bajo, e inicio de ella en el paso-alto), mientras que en un filtro paso-banda hay dos frecuencias de corte, definidas también como aquellas en que la amplificación máxima queda disminuida en un factor de 0.707. En este último caso el ancho de banda (BW) es la diferencia entre estas dos frecuencias.

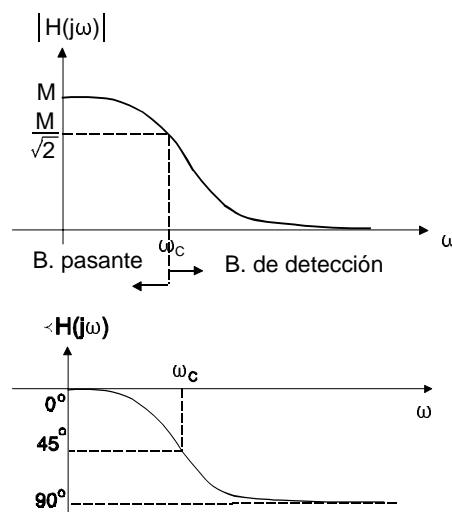


Fig. 5.5 Curvas de amplificación y desfase de un filtro paso bajo de primer orden

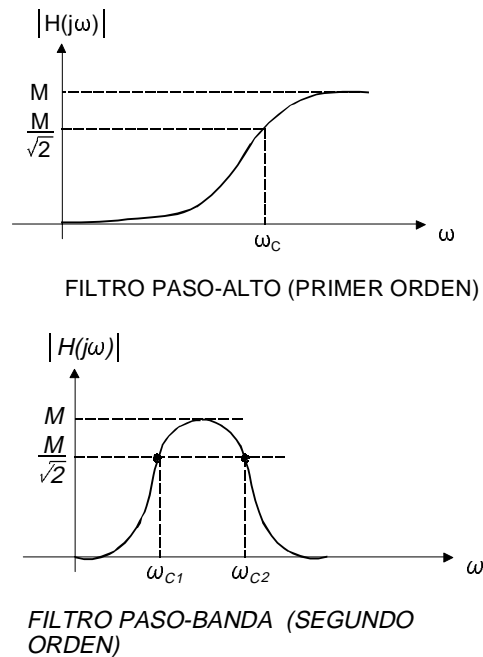


Fig. 5.6 Curvas de amplificación de un filtro paso-alto y de un paso-banda

## 5.2 Funciones de red características de filtros de primer y segundo orden

La forma general de las funciones de transferencia más elementales asociadas a las respuestas frecuenciales del apartado 5.1.2 es, para filtros de primer orden:

- Paso-bajo:

$$H(s) = \frac{K}{s + p} \quad (5.5)$$

- Paso-alto:

$$H(s) = \frac{Ks}{s + p} \quad (5.6)$$

En los dos casos la frecuencia de corte viene dada por:  $\omega = p$ , como puede comprobarse aplicando la metodología de la práctica 4 (RPS). Concretamente si prefiere hacerlo se forma gráfica, siga el apartado 4.3. En el caso del paso-bajo la amplificación a  $\omega = p$  será  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  veces inferior a la

amplificación a frecuencia 0. En el paso-alto esta atenuación se producirá respecto a la amplificación a frecuencia infinita.

Y, para filtros de segundo orden, las funciones de transferencia son:

- Paso-bajo:

$$H(s) = \frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (5.7)$$

El comportamiento de este filtro, cuando  $\zeta$  es muy pequeño, puede llegar a confundirse con el de un filtro paso-banda. En este caso, la *frecuencia de resonancia*  $\omega_r$  (frecuencia a la cual la amplificación del filtro es máxima) es:

$$|H(j\omega_r)| \approx \frac{1}{2\zeta} \quad (5.8)$$

- Paso-banda:

$$H(s) = \frac{Ks}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (5.9)$$

La frecuencia de resonancia de este filtro coincide con  $\omega_0$  ( $\omega_r = \omega_0$ ). Puede comprobarse en RPS, haciendo el cambio  $s = j\omega$  y hallando el máximo de  $|H(j\omega)|$  en función de  $\omega$ . Las frecuencias de corte son, si el coeficiente de amortiguamiento  $\zeta$  es muy pequeño:

$$\begin{aligned} \omega_{c1} &\approx \omega_0 - \zeta\omega_0 \\ \omega_{c2} &\approx \omega_0 + \zeta\omega_0 \end{aligned} \quad (5.10)$$

y la diferencia de ellas, el ancho de banda, sería

$$BW \approx 2\zeta\omega_0 \quad (5.11)$$

En ocasiones se usa el *ancho de banda relativo* ( $Q$ ) para especificar filtros paso banda. Viene definido por:

$$Q = \frac{\omega_0}{BW} \quad (5.12)$$

- Paso-alto:

$$H(s) = \frac{Ks^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (5.13)$$

## 5.3 Aproximaciones paso-bajo

### 5.3.1 Introducción

Los filtros ideales, con amplificación constante en la banda de paso, cero en la atenuada y con banda de transición nula (pendiente infinita entre las bandas de paso y atenuada) no son realizables con componentes analógicos<sup>1</sup>. Por ello, el diseño de un filtro de un orden cualquiera se inicia con la búsqueda de una función matemática que aproxime el comportamiento ideal deseado. Generalmente las aproximaciones se plantean para filtros paso-bajo normalizados con frecuencia de corte unitaria. Posteriormente se verá que mediante transformaciones y desnormalizaciones se acabará obteniendo las aproximaciones para otros tipos de respuesta frecuencial. Las aproximaciones que se verán son: Butterworth, Chebyshev, Chebyshev inverso y Elíptico (o Cauer). Sus expresiones exactas no tienen mayor interés para la parte experimental de esta práctica, si bien se detallan algunas para el lector interesado.

### 5.3.2 Butterworth

La respuesta frecuencial está aplanada alrededor de la frecuencia cero. De hecho sus derivadas en dicha frecuencia son nulas y por ello se dice que tiene un comportamiento maximalmente plano. Este comportamiento plano aproxima al caso ideal pero en cambio la transición de banda de paso a banda atenuada es poco brusca. La expresión de la respuesta frecuencial para el caso paso-bajo con frecuencia de corte  $\omega_p$  y orden  $N$  es

$$H(s)H(-s)|_{s=j\omega} = |H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{2N}} \quad (5.14)$$

cuyos polos se obtienen de

$$s_k = \omega_p e^{\frac{j(2k + N - 1)\pi}{2N}} \quad \text{siendo } k = 1, 2, \dots, N \quad (5.15)$$

Gráficamente, estos polos se sitúan en el plano  $S$  sobre una circunferencia centrada en el origen y de radio  $\omega_p$ . Respecto a los ceros, todos están en infinito (“no hay”).

---

<sup>1</sup>

Bajo ciertas condiciones, muy restrictivas, pueden realizarse filtros ideales con ayuda de dispositivos de cálculo digital, como los microprocesadores o los procesadores digitales de señal.

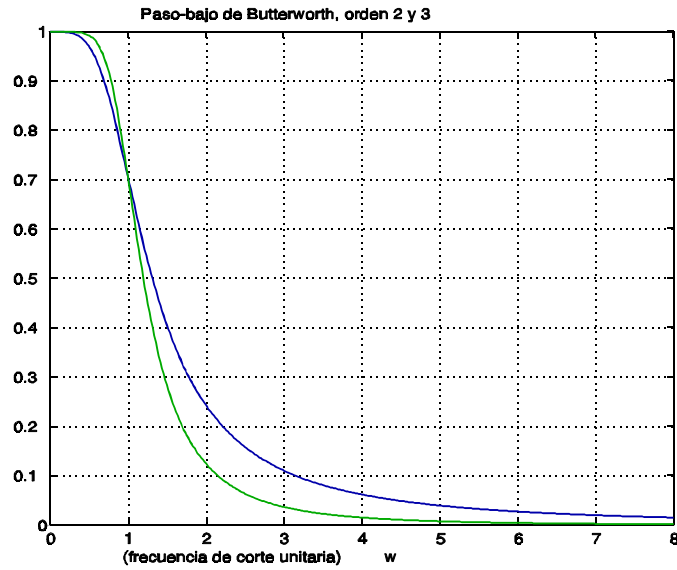


Fig. 5.7 Curvas de amplificación de un filtro de Butterworth de orden 2 y de uno de orden 3. A mayor orden, mayor pendiente en la banda de transición

### 5.3.3 Chebyshev

En este tipo de filtro la transición de banda de paso a banda atenuada es más brusca que en el caso del filtro de Butterworth, pero en contrapartida presenta un rizado de amplitud en la banda de paso. La respuesta frecuencial corresponde a la expresión

$$H(s)H(-s)|_{s=j\omega} = |H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_N^2\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)} \quad (5.16)$$

donde  $T_N()$  son los polinomios de Chebyshev, que cumplen

$$\begin{aligned} |T_N\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)| &\leq 1 \quad \text{si } \left|\frac{\omega}{\omega_p}\right| \leq 1 \\ |T_N\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)| &> 1 \quad \text{si } \left|\frac{\omega}{\omega_p}\right| > 1 \end{aligned} \quad (5.17)$$

En el plano S, los polos se distribuyen alrededor de una elipse. Respecto a los ceros, todos están en infinito.

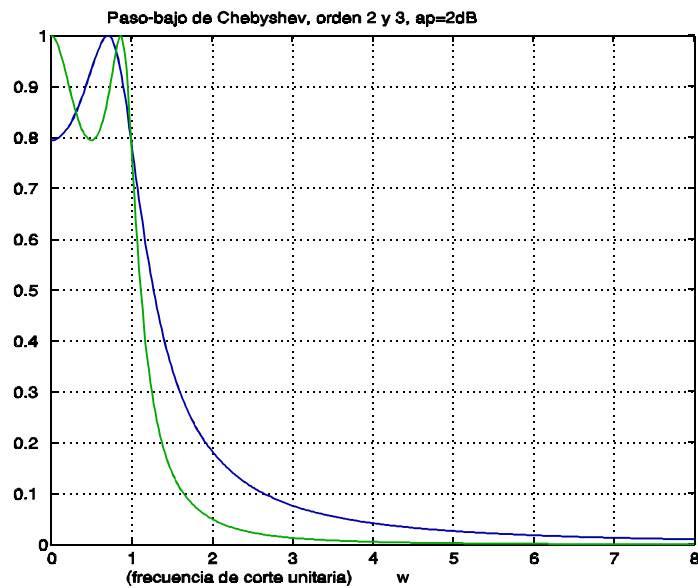


Fig. 5.8 Curvas de amplificación de filtros de Chebyshev de segundo y tercer órdenes

### 5.3.4 Chebyshev inverso

Presenta comportamiento plano en la banda de paso, pero con rizado en la banda eliminada. La expresión de la respuesta frecuencial es

$$H(s)H(-s)|_{s=j\omega} = |H(j\omega)|^2 = \frac{\varepsilon^2 T_N\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}{1 + \varepsilon^2 T_N\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2} \quad (5.18)$$

Los ceros son finitos y corresponden a frecuencias de la banda eliminada.

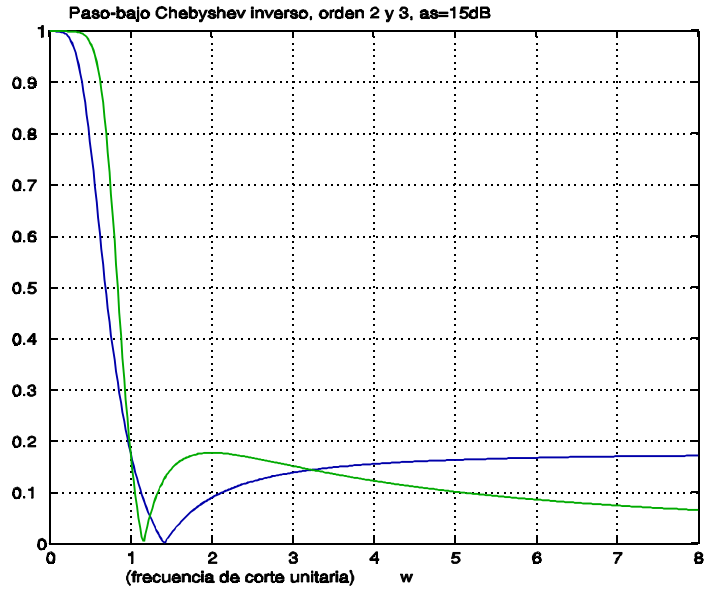


Fig. 5.9 Curvas de amplificación de filtros de Chebysche inverso

### 5.3.5 Elíptico o de Cauer

Presenta rizado tanto en la banda de paso como en la banda eliminada. Es el filtro que presenta una transición más brusca de banda de paso a banda atenuada. No existe una expresión matemática cerrada de su respuesta frecuencial.

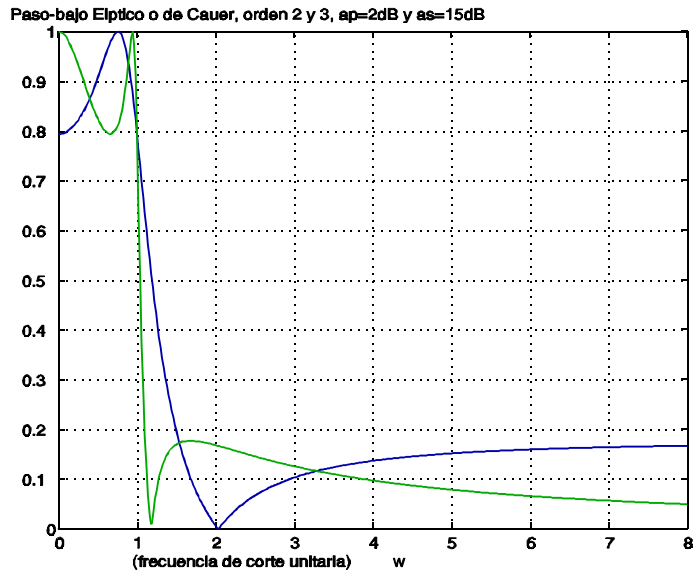


Fig. 5.10 Filtros elípticos

### 5.3.6 Instrucciones Matlab relacionadas

En la siguiente tabla se resumen las principales instrucciones del programa Matlab orientadas al diseño de filtros analógicos. El Matlab (cuyo nombre viene de MATrix LABoratory) es un programa de análisis y diseño de sistemas muy útil en ingeniería, y cuyo uso en sentido amplio escapa de los objetivos del presente curso. Por el momento nos basta con conocer algunas instrucciones que ya se trabajarán en un laboratorio informático en la parte experimental de esta práctica. Por otro lado, la concisión explicativa de la tabla es intencionada: el propio programa lleva incorporadas potentes ayudas en línea, de modo que, una vez dentro de él (proceso que dependerá de la versión y del disco físico donde se haya instalado) el usuario podrá ver detalles de cada instrucción. Por ejemplo, para ver más detalles del prototipo de Butterworth bastará con teclear una ayuda del nombre de la instrucción: en este caso "help buttap". Indirectamente, esta parte de la práctica empezará a familiarizar al estudiante con este programa, de modo que pueda irse adentrando en él en diferentes cursos de forma gradual (dada la cantidad de prestaciones que ofrece).

Prototipo paso-bajo	Instrucción Matlab
Butterworth	[z,p,k] = buttap(N)
Chebyshev	[z,p,k] = cheb1ap(N,ap)
Chebyshev inverso	[z,p,k] = cheb2ap(N,as)
Elíptico	[z,p,k] = ellipap(N,ap,as)
<p>- N: orden del filtro.</p> <p>- ap: atenuación máxima en la banda de paso. En los filtros de Chebyshev y Elíptico coincide con la amplitud del rizado (en dBs).</p> <p>- as: atenuación mínima en la banda eliminada (en dBs).</p>	

Cómo dibujar la respuesta frecuencial	Instrucciones Matlab
Con ejes logarítmicos (diagrama de Bode) y margen de frecuencias elegido automáticamente por Matlab.	bode(num,den)
Con ejes logarítmicos, pero eligiendo el margen de frecuencias.	w = [inicio:intervalo:fin] bode(num,den,w)
Eligiendo el margen de frecuencias y con ejes lineales.	w = [inicio:intervalo:fin] h = freqs(num,den,w) modulo = abs(h) fase = angle(h) plot(w,modulo) plot(w,fase)

## 5.4 Normalización de parámetros

### 5.4.1 Objetivos

- Evitar desbordamientos de la capacidad de cálculo de los ordenadores.
- Evitar errores por truncamiento y redondeo.
- Facilitar la elaboración de tablas y programas para el diseño de filtros.

### 5.4.2 Normalización de frecuencias

Si aplicamos la transformación

$$\omega_n = \frac{\omega}{\Omega_0} \quad (5.19)$$

se produce una expansión del eje de frecuencias si  $\Omega_0 < 1$  y una compresión si  $\Omega_0 > 1$ . Por ejemplo, si  $\omega_c$  es la frecuencia de corte de un filtro, siendo  $\omega_c = 1000$ , y se escoge un valor para la normalización de  $\Omega_0 = 1000$ , la frecuencia de corte referida a una frecuencia normalizada ( $\omega_n$ ) será de  $1000/1000 = 1$ . Nótese que  $\omega_n$  es adimensional.

Generalizando la igualdad anterior, tenemos

$$s_n = \frac{s}{\Omega_0} \quad (s = j\omega) \quad (5.20)$$

donde  $\Omega_0$  es la frecuencia de normalización.

### 5.4.3 Normalización de impedancias

Tomando como referencia para la normalización una resistencia  $R_0$ , las impedancias normalizadas de un resistor  $R$ , un inductor  $L$  y un condensador  $C$  son, respectivamente:

$$\begin{aligned} \frac{Z_R}{R_0} &= \frac{R}{R_0} = R_n \quad \left[ \frac{\text{ohms}}{\text{ohms}} \right] \\ \frac{Z_L}{R_0} &= \frac{Ls}{R_0} = \frac{L\Omega_0}{R_0} s_n \quad \left[ \frac{\text{ohms}}{\text{ohms}} \right] \\ \frac{Z_C}{R_0} &= \frac{1}{Cs} \frac{1}{R_0} = \frac{1}{C\Omega_0 R_0} \frac{1}{s_n} \quad \left[ \frac{\text{ohms}}{\text{ohms}} \right] \end{aligned} \quad (5.21)$$

lo cual permite la siguientes correspondencias:

$$R_n = \frac{R}{R_0} \quad L_n = L \frac{\Omega_0}{R_0} \quad C_n = C \Omega_0 R_0 \quad (5.22)$$

siendo así las impedancias normalizadas en impedancia y en frecuencia:

$$\text{resistor: } R_n \quad \text{inductor: } L_n s_n \quad \text{condensador: } \frac{1}{C_n s_n}$$

#### 5.4.4 Ejemplo de aplicación

Se desea diseñar un filtro paso-bajo de segundo orden con respuesta lo mas plana posible en las bandas de paso y atenuada, con una frecuencia de corte de 10 KHz y usando la estructura circuital de filtro activo de Sallen-Key (ver apartado 5.5.2)

Paso 1. Obtener la función de transferencia del filtro. Haciendo uso del programa Matlab (también se puede encontrar en tablas impresas) se ha obtenido que el polinomio de Butterworth de segundo orden es

$$s^2 + \sqrt{2}s + 1$$

y por tanto, la función de transferencia de un filtro de Butterworth de segundo orden con frecuencia de corte unitaria (prototipo normalizado) es:

$$H(s) = \frac{A}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

Paso 2. Hallar la H(s) del circuito con el que se desea realizar el filtro, siendo en este caso el resultado:

$$H(s) = \frac{\frac{k}{R^2 C^2}}{s^2 + s \frac{3-k}{RC} + \frac{1}{R^2 C^2}}$$

(Se entrará en más detalle de esta función de red en el apartado 5.5.2. De momento nos basta con conocerla)

Paso 3. Identificar el denominador de H(s) con los coeficientes del prototipo normalizado:

$$\frac{3-k}{R_n C_n} = 1.4142 \quad \frac{1}{R_n^2 C_n^2} = 1$$

Por ejemplo elegimos  $R_n = 1$ ,  $C_n = 1$ .

Paso 4. Como los coeficientes 1 y 1.4142 están normalizados, los valores de las resistencias y condensadores también lo están. Elegir, a conveniencia, un valor de  $R_0$  para desnormalizar. El valor arbitrario de  $R_0$  da un orden de magnitud de los valores desnormalizados.

Si tomamos  $R_0 = 1 \text{ K}\Omega$  entonces (ecuación 5.22):

$$R_n = \frac{R}{R_0} \Rightarrow R = R_0 = 1 \text{ K}\Omega$$

$$C_n = C\Omega_0 R_0 \Rightarrow C = \frac{C_n}{\Omega_0 R_0} = \frac{10^{-3}}{\Omega_0}$$

(si salieran valores de R impracticables, se revisaría la elección de  $R_0$ ).

El valor de la frecuencia de normalización  $\Omega_0$  lo elegimos de modo que la frecuencia de corte  $\omega_c$ , unitaria en el prototipo, se traslade al valor deseado de  $2\pi \cdot 10^4$ . Por tanto:

$$\omega = \omega_n \Omega_0 = 2\pi \cdot 10^4 \Rightarrow \Omega_0 = 2\pi \cdot 10^4$$

Paso 5. Finalmente los valores de los componentes del filtro son

$$C = \frac{10^{-3}}{2\pi \cdot 10^4} = 15.9 \text{ nF}$$

$$R = 1 \text{ K}\Omega$$

$$k = 3 - 1.4142 R_n C_n = 3 - 1.4142 = 1.586$$

#### 5.4.5 Ejercicio propuesto

a) Usando la estructura circuital del ejemplo anterior (Sallen-Key), diseñar, con ayuda del Matlab, un filtro paso-bajo de segundo orden con una respuesta del tipo Chebyshev, con un máximo rizado en la banda de paso de 2 dB y una frecuencia de corte de 5 KHz.

b) Simular el comportamiento frecuencial del circuito obtenido.

## 5.5 Transformación de frecuencias

### 5.5.1 Objetivos

Es fácil encontrar manuales donde estén tabulados filtros pasivos de tipo paso-bajo, con impedancias de entrada y de salida adaptadas a valores normalizados de la resistencia del generador y de la carga. Sin embargo, no ocurre lo mismo con filtros de tipo paso-alto, paso-banda y de banda eliminada. Ello es debido a que el diseño de estos últimos tipos de filtros puede hacerse a partir de un diseño previo de un filtro paso-bajo, transformándose posteriormente sus características frecuenciales.

Antes de entrar en detalle de cómo se aplican estas transformaciones, conviene remarcar que tanto en la representación matemática en el dominio frecuencial de señales periódicas (usando series exponenciales de Fourier) como en la de señales no periódicas (transformada de Fourier) aparecen frecuencias negativas. Nuestro objetivo es diseñar filtros con el fin de que procesen señales. Por ello adecuaremos la representación frecuencial del filtro a la de la señal que pretendemos procesar: si esta señal se representa desde  $\omega = 0$  hasta  $\omega = \infty$ , será suficiente representar la curva de amplificación del filtro en el mismo margen de frecuencias. Sin embargo, si la representación matemática de la señal incluye frecuencias negativas, la representación frecuencial del filtro que la va a procesar debe ser acorde a este margen de frecuencias.

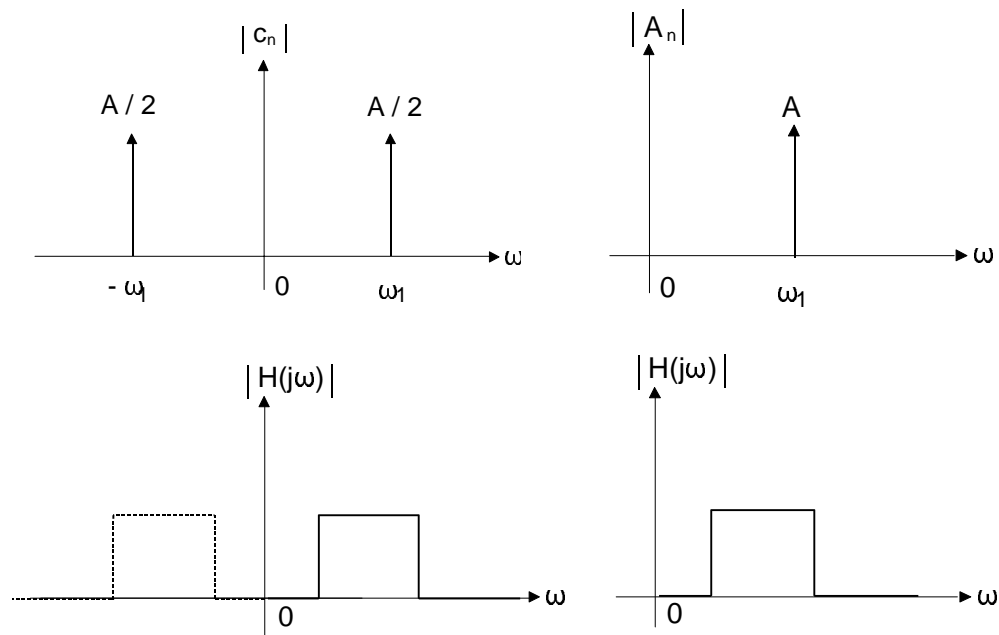


Fig. 5.11 Representaciones en frecuencias bilateral (izquierda) y unilateral (derecha). Las dos figuras superiores son la representación de una misma senoide de amplitud  $A$

Así, si tenemos una señal  $v(t) = A \cos \omega_1 t$ , la representación de su espectro puede cambiar (figura



Si el filtro paso-bajo ha sido normalizado a  $\Omega_1 = -1$  y  $\Omega_2 = 1$ , se obtiene:

$$X(\omega_1) = -1$$

$$X(\omega_2) = +1$$

es decir, la banda de paso del filtro paso-bajo, comprendida entre  $\Omega = 1$  y  $\Omega = -1$  (normalizado), se traslada a la banda de frecuencias entre  $\omega_2$  y  $\omega_1$ .

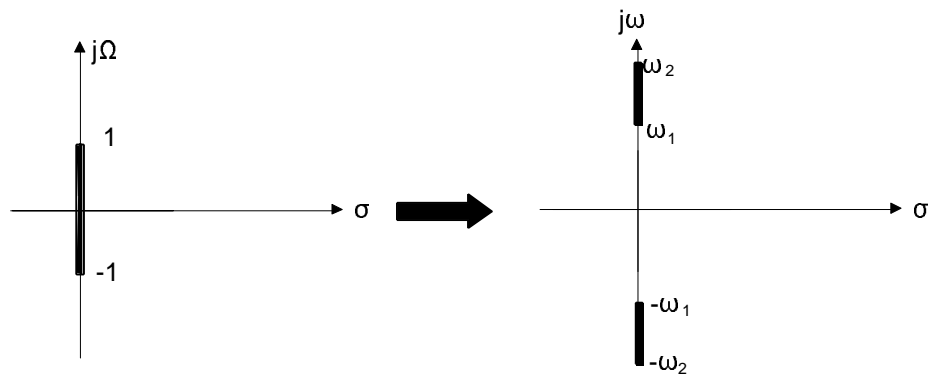


Fig. 5.13 Otra representación de la transformación de frecuencias entre un filtro paso bajo y un paso banda

Una vez obtenida la función de red normalizada en frecuencias del filtro paso-bajo,  $H(j\Omega)$ , una posibilidad sería hacer la sustitución  $X(\omega) = \Omega$  y para obtener la nueva función de red  $H'(j\omega)$  del filtro paso-banda. Ello es un método de diseño válido, pero es simplificable si directamente se considera el efecto de la transformación de frecuencias sobre los elementos del circuito que dependen de ella: los inductores y los condensadores.

### Transformación de la impedancia de una bobina

La impedancia de una bobina correspondiente a una realización de un filtro paso-bajo a frecuencia normalizada es:  $Z_L(j\Omega) = j\Omega L$ . Aplicando la transformación anterior (5.23) se obtiene

$$j\Omega L = j \frac{1}{BW} \frac{\omega^2 - \omega_o^2}{\omega} L = j \frac{L\omega}{BW} - j \frac{\omega_o^2 L}{BW} \frac{1}{\omega} \quad (5.25)$$

lo que es equivalente a transformar el inductor  $L$  en el siguiente circuito resonante serie:

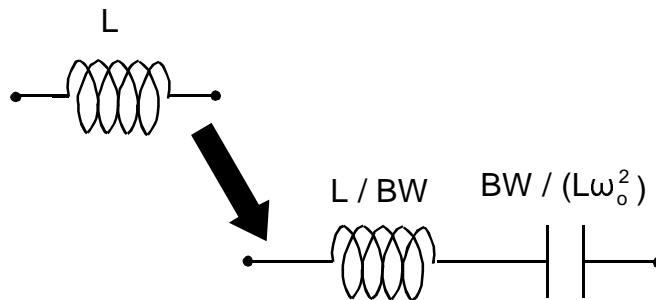


Fig. 5.14 Transformación de elementos. Una bobina del filtro paso-bajo se convierte en un circuito resonante serie LC en su equivalente paso-banda

### Transformación de la impedancia de un condensador

De modo similar al de la bobina, se puede comprobar que la impedancia  $Z_c(j\omega)$  de un condensador del filtro paso-bajo se transforma en el equivalente paralelo de las impedancias de un inductor y de un condensador, de valores:

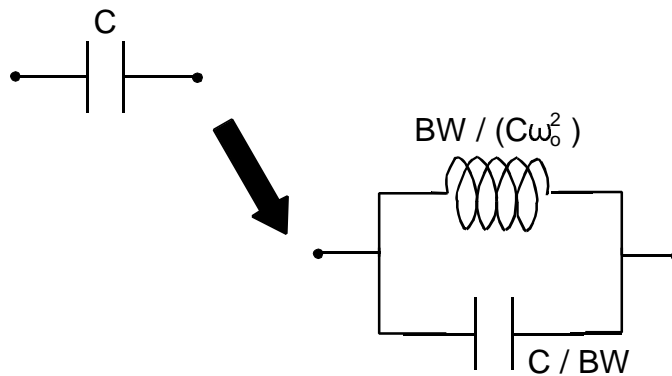


Fig. 5.15 Transformación del condensador

Con estas transformaciones un circuito como el de la figura 5.16 (a) pasa a tener la estructura de la figura 5.16 (b).

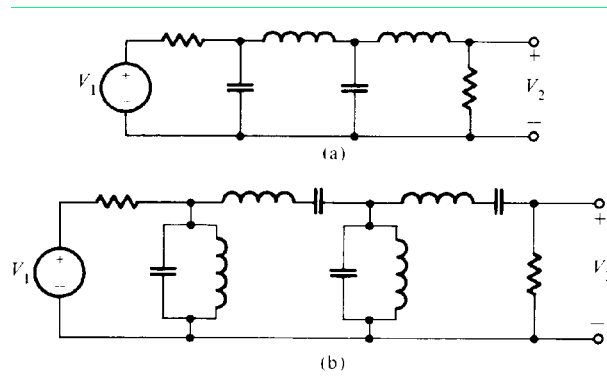


Fig. 5.16 Filtro paso-bajo (a) y transformación en paso-banda (b)

### 5.5.3 Transformación de paso-bajo a paso-alto

Partiendo, al igual que en apartado anterior, de un filtro paso-bajo con frecuencia de corte normalizada a la unidad, la transformación:

$$\Omega = X(\omega) = -\frac{\omega_0}{\omega} \quad (5.26)$$

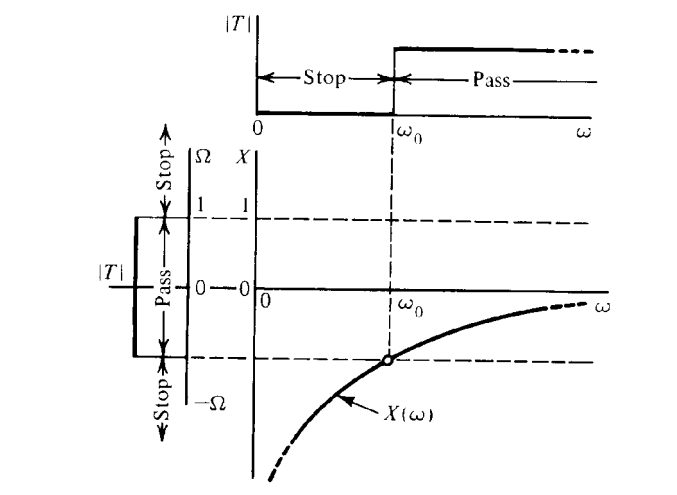


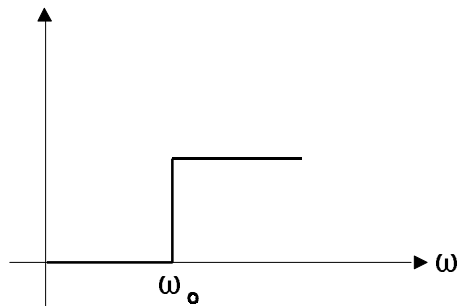
Fig. 5.17 Transformación de paso-bajo a paso-alto

tiene el efecto de invertir el eje de frecuencias, convirtiéndose

$$\Omega=0 \text{ en } \omega=\infty$$

$$\Omega=\infty \text{ en } \omega=0$$

Además, la frecuencia de corte normalizada, de valor 1, del filtro paso-bajo se transforma en  $\omega_0$ .



*Fig. 5.18 Filtro paso alto obtenido por transformación de un paso bajo con frecuencia de corte normalizada a  $\Omega = 1$*

Con esta transformación, la impedancia de una bobina en la realización del filtro paso-bajo a frecuencia normalizada  $\Omega$  pasa a ser la impedancia de un condensador en el paso-alto:

$$jL\Omega \Rightarrow \frac{-jL\omega_0}{\omega} \quad (5.27)$$

y la de un condensador se convierte en la de un inductor:

$$\frac{1}{jC\Omega} \Rightarrow \frac{j\omega}{C\omega_0} \quad (5.28)$$

tal como se representa en la figura 5.19.

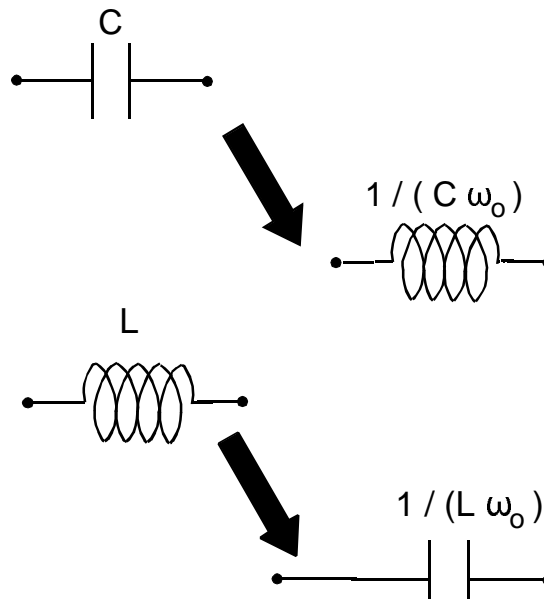


Fig. 5.19 Transformación de elementos para pasar de un filtro paso bajo a un paso alto

#### 5.5.4 Transformación de paso-bajo a banda-eliminada

En este caso la transformación es

$$X(\omega) = BW \frac{\omega}{-\omega^2 + \omega_0^2} \quad (5.29)$$

donde

$$\omega_0^2 = \omega_2 \omega_1 \quad \text{y} \quad BW = \omega_2 - \omega_1 \quad (5.30)$$

igual que en la transformación a un paso-banda.

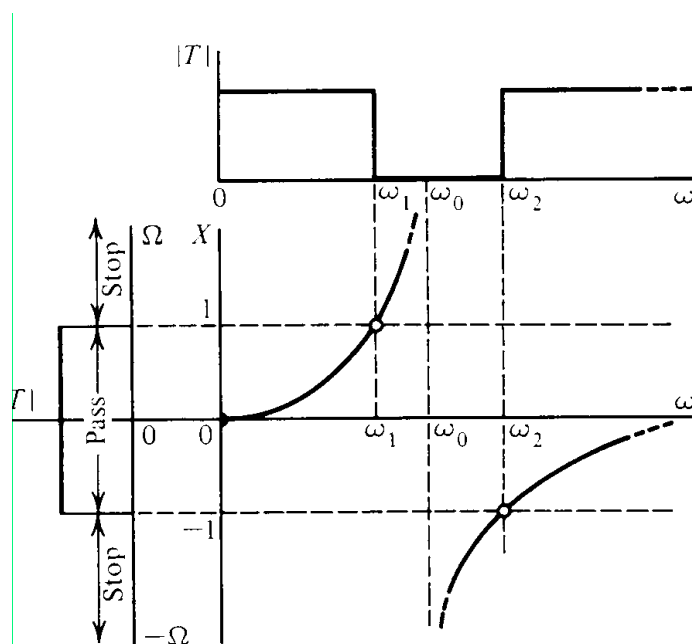


Fig. 5.20 Transformación de un filtro paso bajo a uno de banda eliminada

Aplicando la relación anterior (5.29) las impedancias del filtro paso-bajo se transforman en

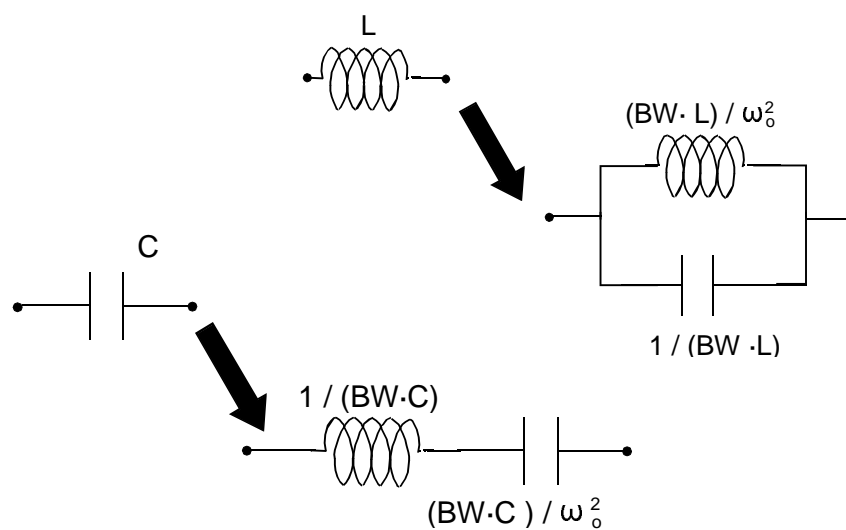


Fig. 5.21 Transformación de elementos entre un filtro paso bajo y uno de banda eliminada

### 5.5.5 Instrucciones Matlab relacionadas

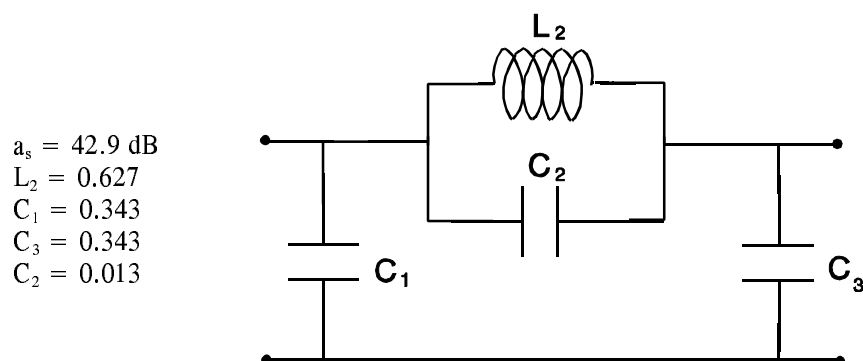
La siguiente tabla recoge las principales instrucciones en Matlab para transformar el prototipo paso bajo que se haya obtenido con las instrucciones del apartado 5.3.6.

Transformación	Instrucción Matlab
paso-bajo a paso-bajo	<code>[num,den] = lp2lp(num,denp,ω<sub>0</sub>)</code>
paso-bajo a paso-alto	<code>[num,den] = lp2hp(num,denp,ω<sub>0</sub>)</code>
paso-bajo a paso-banda	<code>[num,den] = lp2bp(num,denp,ω<sub>0</sub>,BW)</code>
paso-bajo a banda-eliminada	<code>[num,den] = lp2bs(num,denp,ω<sub>0</sub>,BW)</code>
<p>- num y denp: numerador y denominador del prototipo paso-bajo.</p> <p>- num y den: numerador y denominador después de la transformación.</p> <p>- ω<sub>0</sub> y BW: frecuencia central y ancho de banda del filtro paso-banda o del banda-eliminada.</p>	

### 5.5.6 Ejemplo de aplicación

Se desea diseñar un filtro paso-banda con las impedancias de entrada y de salida adaptadas a 50 Ω, con un ancho de banda comprendido entre 5 MHz y 7 MHz. La atenuación respecto a la banda de paso debe ser superior a 40 dB.

Paso 1. Se ha obtenido (de unas tablas normalizadas) un filtro paso-bajo que cumple con las características de atenuación, con una frecuencia de corte unitaria y que debe ir insertado entre unas resistencias de generador y de carga de valor unitario. El filtro elegido es un filtro elíptico de cuarto orden, cuyo esquema circuital es:



Paso 2. Desnormalizar la impedancia de los elementos ( $R_0 = 50 \Omega$ , valor impuesto en el enunciado), manteniendo la frecuencia de corte normalizada ( $\Omega_0 = 1$ ).

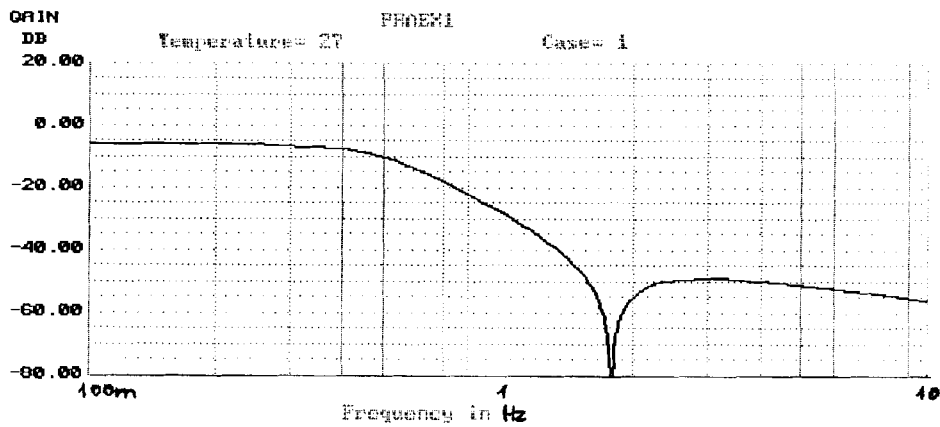
$$C = \frac{C_n}{\Omega_0 R_0} \Rightarrow C = \frac{C_n}{R_0}$$

$$L = \frac{L_n R_0}{\Omega_0} \Rightarrow L = L_n R_0$$

Con ello, los valores de los elementos son

$$\begin{aligned} L_2 &= 31.5 \text{ H} \\ C_1 &= 6.86 \text{ mF} \\ C_3 &= 6.86 \text{ mF} \\ C_2 &= 0.260 \text{ mF} \end{aligned}$$

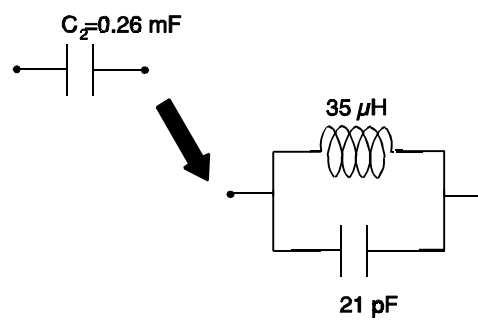
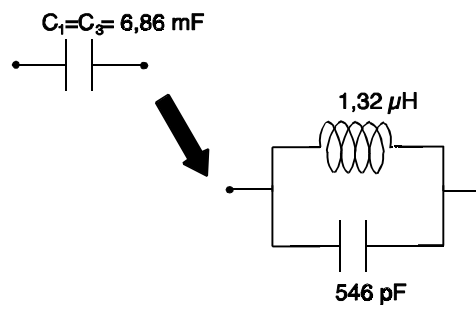
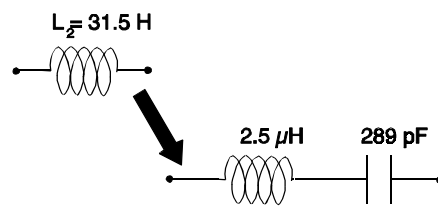
Paso 3. Verificar el diseño vía simulación.



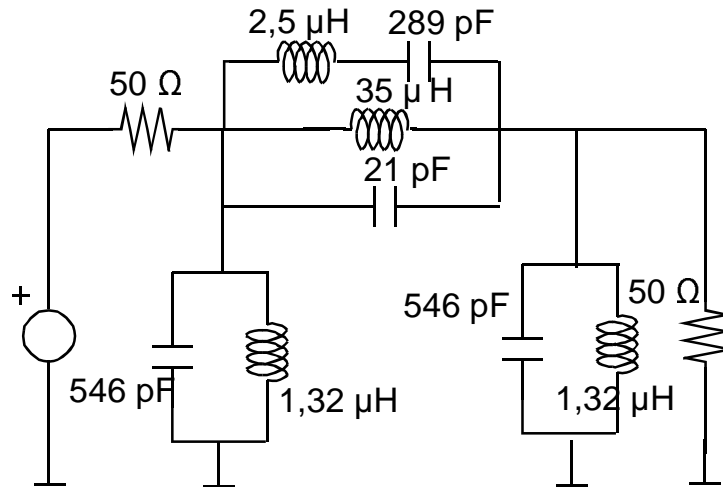
Paso 4. Calcular BW y  $\omega_0$ , y transformar los elementos.

$$BW = 2\pi(7 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^6) = 12.57 \cdot 10^6$$

$$\omega_0 = \sqrt{(2\pi 7 \cdot 10^6)(2\pi 5 \cdot 10^6)} = 37.17 \cdot 10^6$$

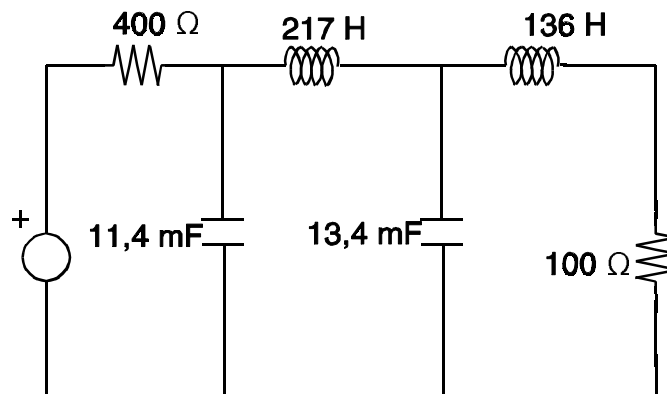


Paso 5. Verificar por simulación el circuito resultante, montarlo y efectuar las medidas de laboratorio.



### 5.5.7 Ejercicio propuesto

El siguiente circuito corresponde a un filtro paso-bajo con una frecuencia de corte unitaria.



Se desea transformarlo en un filtro paso-banda con banda de paso entre las frecuencias  $\omega_1 = 10^5$  y  $\omega_2 = 4 \cdot 10^5$ .

- Obtener los valores de las bobinas y de los condensadores del filtro paso-banda.
- Simular su respuesta frecuencial.

## 5.6 Realizaciones circuitales

### 5.6.1 Filtros pasivos (LC)

Se emplean especialmente a frecuencias elevadas, a las cuales los filtros activos o no son válidos o bien son caros por limitaciones en la respuesta frecuencial de los componentes. Por otro lado, si su uso es posible a frecuencias bajas pueden reducir el coste de los equipos. Se asume que el filtro LC ha de ir insertado entre una resistencia de carga y una resistencia de generador. De este modo, en la banda de paso el acoplamiento que produce del filtro entre el generador y la carga ha de ser máximo para tener máxima transferencia de potencia (adaptación de impedancias). En el apartado 5.7 veremos una forma de diseño apoyada en un programa de CAD.

### 5.6.2 Filtros activos (AO+red RC)

Los filtros activos de orden N están constituidos por la interconexión de etapas más elementales de segundo y de primer orden, cada una de ellas implementadas con un amplificador operacional y los resistores y condensadores que sean necesarios. La conexión en cascada de M de estas células elementales implica la multiplicación de las funciones de transferencia correspondientes (ver práctica 1).

$$H_T(s) = H_1(s)H_2(s) \dots H_M(s) \quad (5.31)$$

Cada una de las M células elementales será, normalmente, de primer o segundo orden. Para el caso de primer orden la representamos mediante la función de transferencia:

$$\frac{k_1 s + k_0}{s + \omega_0} \quad (5.32)$$

y para el segundo orden (*biquad*) se representa como

$$\frac{k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2} \quad (5.33)$$

Básicamente se emplean dos tipos distintos de estructuras circuitales para la realización de tales células de segundo orden: múltiples realimentaciones (Rauch) y Sallen-Key.

#### 5.6.2.1 Múltiples realimentaciones

Este tipo de circuitos son buenos en cuanto a insensibilidad a variaciones de componentes (robustez), pero en cambio para circuitos de elevado Q la dispersión de valores de componentes es grande. El esquema general de estos circuitos es

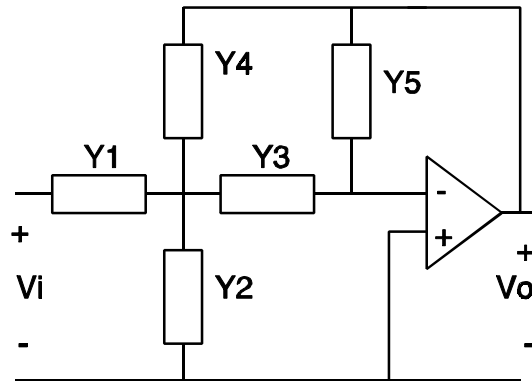


Fig. 5.22 Estructura de Rauch

y su función de transferencia:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = H(s) = -\frac{Y_1 Y_3}{(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) Y_5 + Y_3 Y_4} \quad (5.34)$$

donde  $Y_i$  es la admitancia de cada elemento circuital. Particularizando dichos elementos se obtienen los diferentes comportamientos frecuenciales:

- paso-bajo:

$$Y_1 = \frac{1}{R} \quad Y_2 = C_2 s \quad Y_3 = \frac{1}{R} \quad Y_4 = \frac{1}{R} \quad Y_5 = C_5 s \quad (5.35)$$

$$H(s) = -\frac{1}{R^2 C_2 C_5} \frac{1}{s^2 + \frac{3}{RC_2} s + \frac{1}{R^2 C_2 C_5}} \quad (5.36)$$

- paso-alto:

$$Y_1 = Cs \quad Y_2 = \frac{1}{R_2} \quad Y_3 = Cs \quad Y_4 = Cs \quad Y_5 = \frac{1}{R_5} \quad (5.37)$$

$$H(s) = -\frac{s^2}{s^2 + \frac{3}{R_5 C} s + \frac{1}{R^2 R_5 C^2}} \quad (5.38)$$

- paso-banda:

$$Y_1 = \frac{1}{R_1} \quad Y_2 = \frac{1}{R_2} \quad Y_3 = Cs \quad Y_4 = Cs \quad Y_5 = \frac{1}{R_5} \quad (5.39)$$

$$H(s) = -\frac{R_5}{2R_1} \frac{\frac{2}{R_5 C} s}{s^2 + \frac{2}{R_5 C} s + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \frac{1}{R_5 C^2}} \quad (5.40)$$

Una estructura que también se emplea es la apuntada en la siguiente figura, que corresponde a un filtro *biquad*, con el cual es posible obtener funciones de transferencia de segundo orden con ceros finitos (necesarias para implementar filtros de Chebyshev inverso y Elípticos).

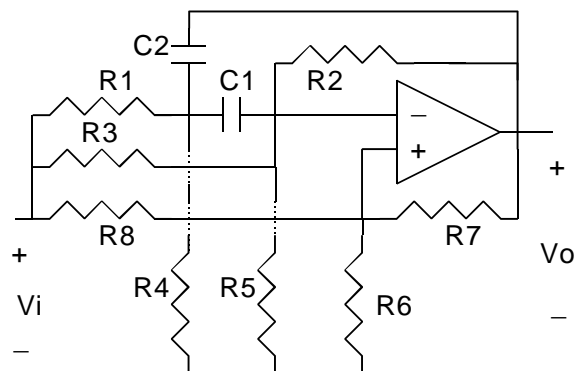


Fig. 5.23 Estructura biquad

### 5.6.2.2 Sallen-Key

Con este tipo de filtros se pueden obtener filtros con un ancho de banda más estrecho. La dispersión de valores de componentes es menor, pero en cambio son más sensibles a su tolerancia. Debido a esta sensibilidad, en ciertos casos pueden comportarse como circuitos inestables (recuérdese el apartado 3.11). El esquema general de un filtro de Sallen-Key es

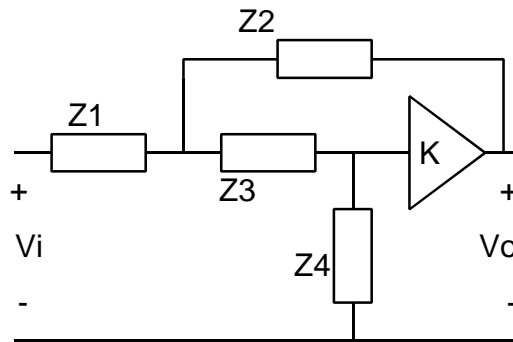


Fig. 5.24 Estructura de Sallen-Key

donde K es una amplificación. Este bloque amplificador puede ser implementado con un amplificador no inversor (práctica 1). La función de transferencia que se obtiene es

$$H(s) = \frac{k Z_2 Z_4}{Z_1 (Z_3 + (1 - k) Z_4) + Z_2 (Z_1 + Z_3 + Z_4)} \quad (5.41)$$

y, concretando la realización de cada impedancia, se obtienen toda una serie de comportamientos frecuenciales:

- paso-bajo:

$$Z_1 = R \quad Z_2 = \frac{1}{Cs} \quad Z_3 = R \quad Z_4 = \frac{1}{Cs} \quad (5.42)$$

$$H(s) = k \frac{1}{s^2 + \frac{(3-k)}{RC} s + \frac{1}{R^2 C^2}} \quad (5.43)$$

- paso-alto:

$$Z_1 = \frac{1}{Cs} \quad Z_2 = R \quad Z_3 = \frac{1}{Cs} \quad Z_4 = R \quad (5.44)$$

$$H(s) = k \frac{s^2}{s^2 + \frac{(3-k)s}{RC} + \frac{1}{R^2C^2}} \quad (5.45)$$

- paso-banda:

$$Z_1 = R \quad Z_2 = R \quad Z_3 = \frac{1}{Cs} \quad Z_4 = \left(\frac{1}{R} + Cs\right)^{-1} \quad (5.46)$$

$$H(s) = \frac{k}{5-k} \frac{\frac{5-k}{RC}s}{s^2 + \frac{(5-k)s}{RC} + \frac{2}{R^2C^2}} \quad (5.47)$$

### 5.7 Instrucciones del *software* Filter Designer de Microsim

En las siguientes tablas se resumen las principales instrucciones del programa de diseño de filtros Filter Design de Microsim, con un breve comentario.

File	
<p>- Permite guardar y recuperar los diseños realizados.</p> <p>- Es posible guardar un fichero netlist del circuito (*.cir) que es compatible con el simulador Pspice.</p>	

Specify	Low Pass
	High Pass
	Band Pass
	Band Reject

- Una vez seleccionado el tipo de respuesta frecuencial (paso-bajo, paso-alto, paso-banda o banda eliminada) se accede a un menú en el que se selecciona la aproximación deseada (Butterworth, Chebychev, Chebychev inverso, o Elíptico).
- Dependiendo de si en el menú de < Preferences > se ha indicado < Stop Band > o < Order > , la especificación del filtro será por bandas de frecuencias o por orden.

Coefficients	s biquads
	s poles & zeros
	s polynomial
<p>- Se puede acceder a la función de transferencia que cumple las especificaciones dadas en &lt; Specify &gt; . Este función de transferencia nos será dada en forma de cociente de polinomios &lt; s polynomial &gt; , en forma de diagrama de polos y ceros &lt; s poles &amp; zeros &gt; o bien la descomposición en células de primer y segundo orden &lt; s biquads &gt; .</p>	

Circuits	RC Biquads	Basic MLF
		Sallen Key
	LC Ladders	Doubly Terminated
		Singly Terminated
<p>- Para filtros activos acceder al menú &lt; RC biquads &gt; y seleccionar la estructura circuital. Posteriormente el comando &lt; Round &gt; permite elegir la tolerancia de resistencias y condensadores. También es posible el valor de componentes con &lt; Resize &gt; .</p> <p>- Si se desea un filtro pasivo seleccionar &lt; LC Ladders &gt; , con las opciones de filtro con resistencias de carga y de generador iguales (&lt; Doubly Terminated &gt; ) o con sólo resistencia en un extremo (&lt; Singly Terminated &gt; ). Se puede elegir entre filtro pasivo con mínimo número de inductores o bien de condensadores.</p>		

Plots	Bode
	Pole-Zero
	Time Domain
<p>- Permite dibujar la respuesta frecuencial del filtro diseñado en forma de diagrama de Bode, con la opción &lt; Bode &gt; .</p> <p>- El diagrama de polos y ceros &lt; Pole-zero &gt; , la respuesta impulsional y la respuesta al escalón &lt; Time-Domain &gt; también pueden ser visualizados.</p>	

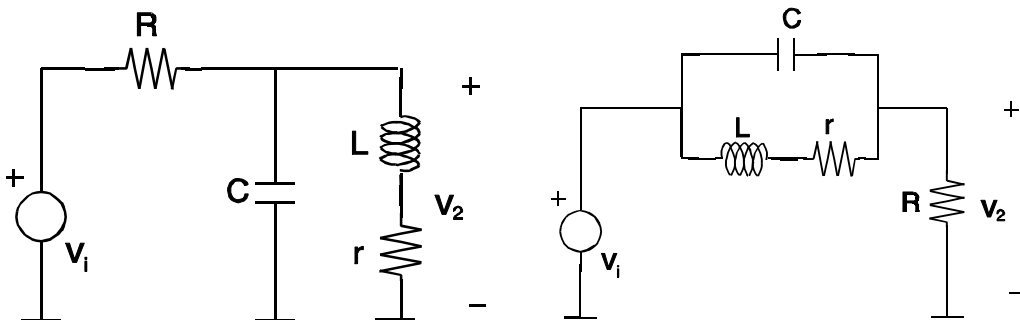
Preferences	
<p>- Este menu permite elegir algunas de las características que después afectarán al modo de especificar los filtros a diseñar.</p>	

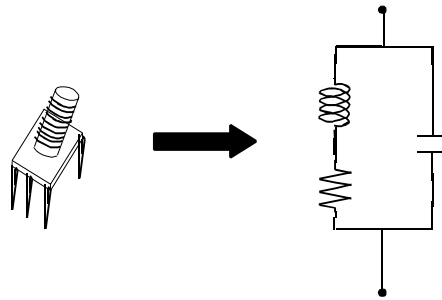
## 5.8 Práctica. Parte I: experimentación de filtros

### 5.8.1 Estudio previo

#### 5.8.1.1 Filtros pasivos. Efectos parásitos en la bobina

Los dos circuitos siguientes corresponden a dos filtros pasivos en los que se ha considerado la capacidad parásita de la bobina ( $C$ ) y la resistencia de pérdidas<sup>1</sup> del hilo ( $r$ ):





a) Comprobar que las funciones de transferencia son

$$\frac{V_2(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{RC} \frac{s + \frac{r}{L}}{s^2 + \left(\frac{r}{L} + \frac{1}{RC}\right)s + \frac{R+r}{RLC}}$$

para un caso, y

$$\frac{V_2(s)}{V_i(s)} = \frac{s^2 + \frac{r}{L}s + \frac{1}{LC}}{s^2 + \left(\frac{r}{L} + \frac{1}{RC}\right)s + \frac{R+r}{RLC}}$$

para el otro.

b) Esbozar, en una misma gráfica, las curvas de amplificación para  $r = 0$  y para  $r \neq 0$  (manteniendo  $r \ll R$  en este caso), concretando los valores de la amplificación para  $\omega = 0$ ,  $\omega = \infty$  y  $\omega = \omega_0$  (frecuencia natural o propia).

(1) La resistencia de un conductor, acorde a la conocida relación:  $R = \rho (l/S)$ , siendo  $\rho$  la resistividad,  $l$  la longitud y  $S$  la sección del hilo, es un parámetro que depende de la frecuencia. A frecuencia cero los electrones circulan uniformemente por todo el conductor, con lo que la sección efectiva coincide con la real. A medida que aumenta la frecuencia, los electrones tienden a irse concentrando hacia el exterior del conductor (efecto pelicular o *skin*), con lo que la sección útil o efectiva disminuye, aumentando consecuentemente la resistencia. Por este motivo una medida directa con el óhmetro, la cual se efectúa en c.c., sólo da una idea del orden de magnitud, pero no es representativa del valor de la resistencia a frecuencias más elevadas, que es la que normalmente interesará al diseñar filtros.

Nótese que si  $r = 0$ , la *frecuencia de resonancia* (frecuencia para la cual se obtiene una máxima amplificación) del filtro pasa-banda y el *cero de transmisión* (frecuencia para la cual la señal de entrada no se "transmite" a la salida) del filtro de banda eliminada (también llamado filtro *notch*), coinciden

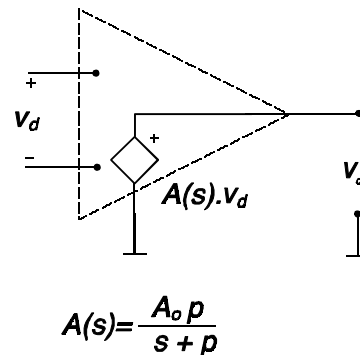
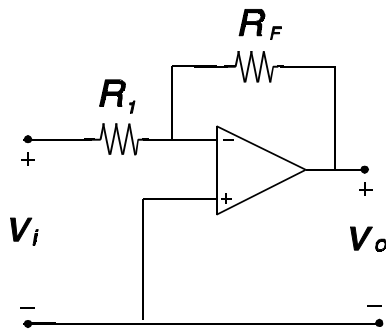
$$\text{con } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} .$$

Comparando el denominador de ambas funciones de transferencia con la forma canónica de un sistema de segundo orden (para  $r = 0$ ), ¿cuál es el parámetro que queda modificado al variar el valor de la resistencia  $R$ ?

c) Esbozar las curvas de amplificación de los dos circuitos si la bobina no presenta resistencia de pérdidas ni capacidad parásita (bobina ideal).

### 5.8.1.2 Respuesta frecuencial del amplificador operacional

a) Obtener la relación entre  $V_o(s)$  y  $V_i(s)$  en el circuito de la figura, considerando el modelo con un polo del amplificador operacional representado en la figura de la derecha (en este modelo se introduce el efecto de la respuesta en frecuencia del amplificador operacional, no considerado en la práctica 1). Con este modelo no es útil el método del cortocircuito virtual; se sugiere hacerlo por corrientes de malla.



b) Dibujar esquemáticamente las funciones módulo y fase (curvas de amplificación y desfase) de la  $H(j\omega)$  obtenida, indicando los resultados en función de los parámetros  $R_1$ ,  $R_F$ ,  $A_0$  y  $p$ .

- ¿Qué tipo de filtro se obtiene?

- Obtener algún tipo de relación entre la amplificación del amplificador inversor y el ancho de banda del mismo.

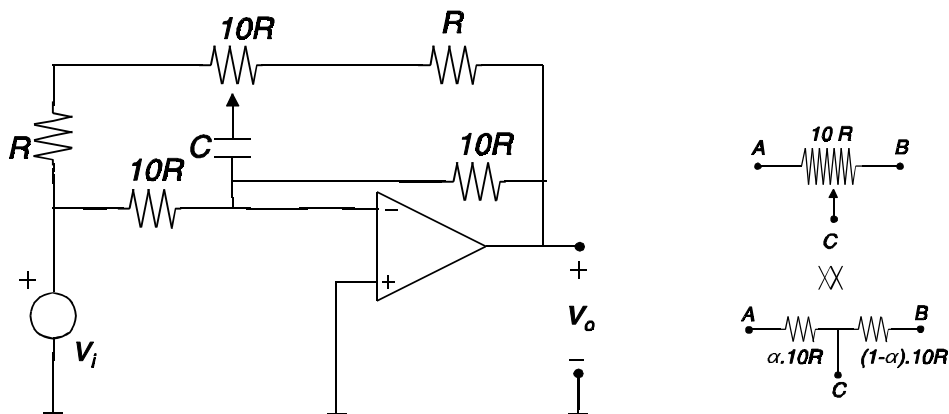
- Discutir la conveniencia o no de un AO con un valor elevado del producto  $A_0 p$ .

c) Considerando que el AO sea del tipo LM324<sup>2</sup>, y para valores de  $R_1 = 1\text{ K}\Omega$  y  $R_F = 10\text{ K}\Omega$  y  $100\text{ K}\Omega$ , calcular la frecuencia de corte (máxima amplificación  $\times 0.707$ ) del amplificador inversor.

- Repetir lo anterior, considerando que el AO sea el TL084.
- Comparar los resultados y sacar conclusiones.

### 5.8.1.3 Control de tono (activo)

Analizar el siguiente circuito y obtener  $H(s) = V_o(s) / V_i(s)$ :



Mediante un análisis asintótico (evaluando sólo las frecuencias  $0$  e  $\infty$ ) del circuito determinar cualitativamente la forma de la respuesta frecuencial.

2

Para obtener el valor del primer polo de los amplificadores operacionales contenidos en los circuitos integrados LM324 y TL084, recurra a la información del anexo 1.B de los primeros trabajos de laboratorio (aplicaciones básicas del amplificador operacional).

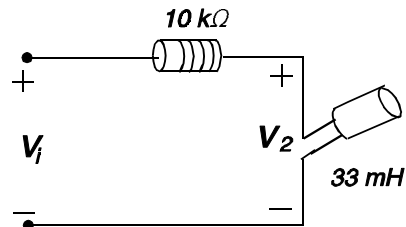
Note que es fácil comprobar que, en régimen permanente senoidal ( $s = j\omega$ ) y para  $\omega = A_0 p$ , siendo  $A_0$  un valor muy elevado, el módulo de  $A(s)$  es prácticamente unitario. Como consecuencia de ello se define a la frecuencia  $f = \omega / (2\pi) = A_0 p / (2\pi) = f_t$  como el producto ganancia  $\cdot$  ancho de banda (o ancho de banda a ganancia unitaria, *unity-gain bandwidth*), expresado en MHz en las tablas de los fabricantes de amplificadores operacionales (en algunas tablas se denota  $A_0$  como  $A_{VD}$ ).

Cuidar las unidades: si  $\omega = A_0 p$ , siendo  $A_0$  adimensional (amplificación de tensión), las unidades de  $p$  serán  $\text{rad} / \text{s}$ . Como la tablas dan el valor del producto ganancia  $\cdot$  ancho de banda (producto GB) en MHz, deberá calcular el polo  $p$  como:  $p = 2\pi (\text{GB} / A_0)$

## 5.8.2 Trabajo de laboratorio

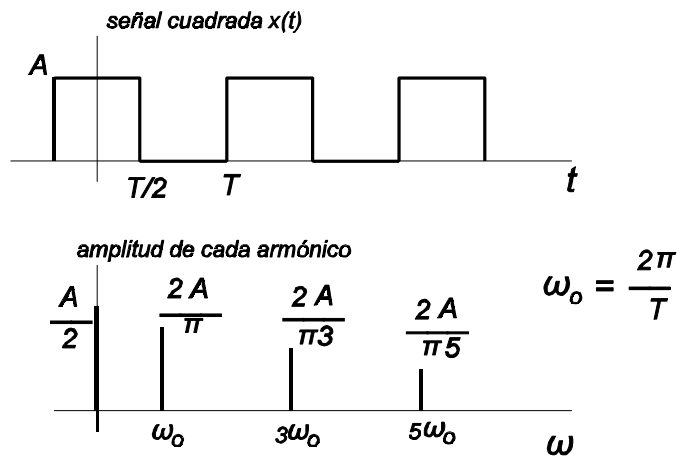
### 5.8.2.1 Filtros pasivos

a) Construir el circuito de la figura y comprobar a qué tipo de filtro corresponde.



b) Excitando la entrada  $V_i$  con una señal senoidal y modificando su frecuencia, medir el ancho de banda (BW) y la frecuencia de resonancia ( $f_r$ ) y, a partir de ella, determinar el valor de la capacidad parásita  $C$  (apartado 5.8.1.1). En función del valor obtenido de  $C$  y de su experiencia previa en prácticas anteriores, discuta la validez de esta medida. ¿Cómo podría mejorarla?

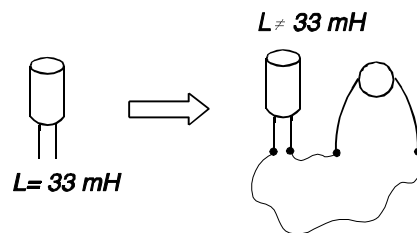
c) El cálculo de la serie de Fourier de una señal cuadrada como la de la figura a) nos da un espectro de amplitud como en la figura b), donde cada raya representa un armónico (senoide) de la frecuencia indicada. El primero de ellos (para una frecuencia diferente de cero) es el armónico fundamental.



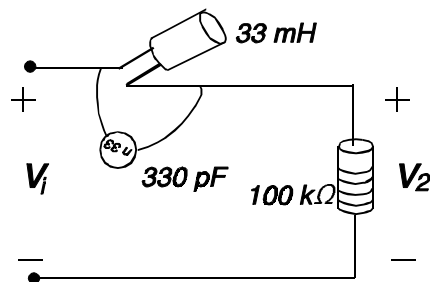
Observar la salida del circuito cuando la entrada es una señal cuadrada cuyo armónico fundamental coincide con  $f_r$ , y compararla con una señal senoidal. ¿Por qué no son exactamente iguales?

d) Cambiar la resistencia de  $10\text{ k}\Omega$  por otra de  $100\text{ k}\Omega$ . Medir el nuevo valor del BW y repetir la experiencia del apartado c. Razonar los resultados obtenidos y, considerando los resultados del apartado 5.8.1.1 b) del estudio previo, relacionar cualitativamente el efecto de variar el coeficiente de amortiguamiento  $\zeta$  con el BW del filtro.

e) El circuito anterior no es una solución de diseño correcta por usar un efecto parásito del que no se puede asegurar la repetibilidad al cambiar el componente. En la memoria de la práctica rediseña, para el mismo valor de la frecuencia de resonancia, un circuito LC que pueda sustituir la bobina de  $33\text{ mH}$  utilizada en este apartado. Una vez diseñado este circuito evalúe si el ancho de banda puede variar respecto al obtenido anteriormente.



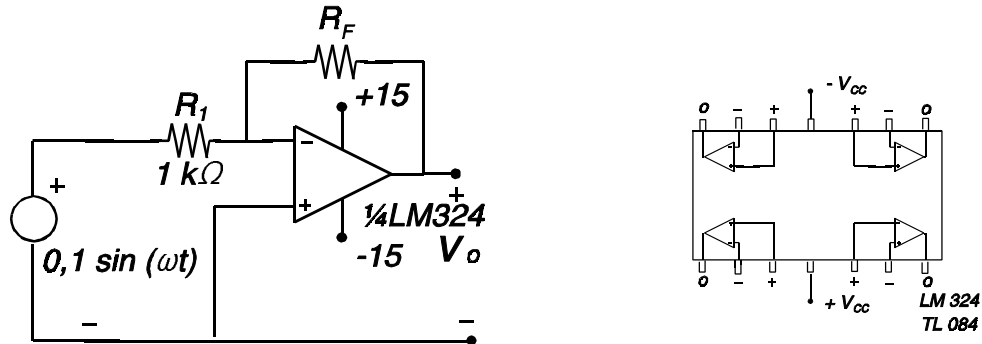
f) Montar el siguiente circuito y comprobar el tipo de filtrado que se obtiene. ¿Puede sugerir alguna utilidad de este tipo de filtro?



Razonar por qué a la frecuencia en que se produce el cero de transmisión no se anula totalmente  $v_2$ , tal como sería de esperar idealmente.

### 5.8.2.2 Filtro R

Montar el siguiente circuito:

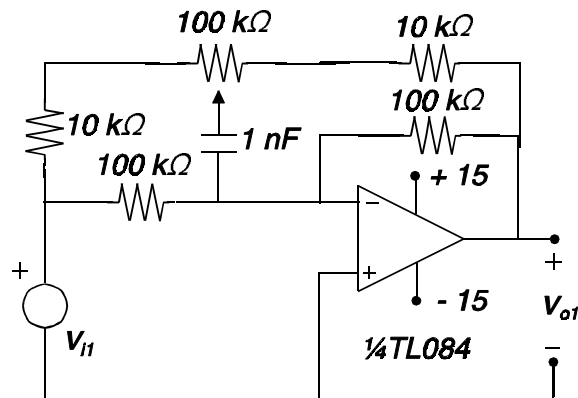


- Para valores de  $R_F$  de  $10\text{ k}\Omega$  y  $100\text{ k}\Omega$ , medir la frecuencia de corte. Calcular el valor del producto  $A_o p$ .
- Repetir el estudio anterior habiendo sustituido previamente el AO LM324 por otro del tipo TL084. Comparar los resultados obtenidos.

### 5.8.2.3 Control de tono

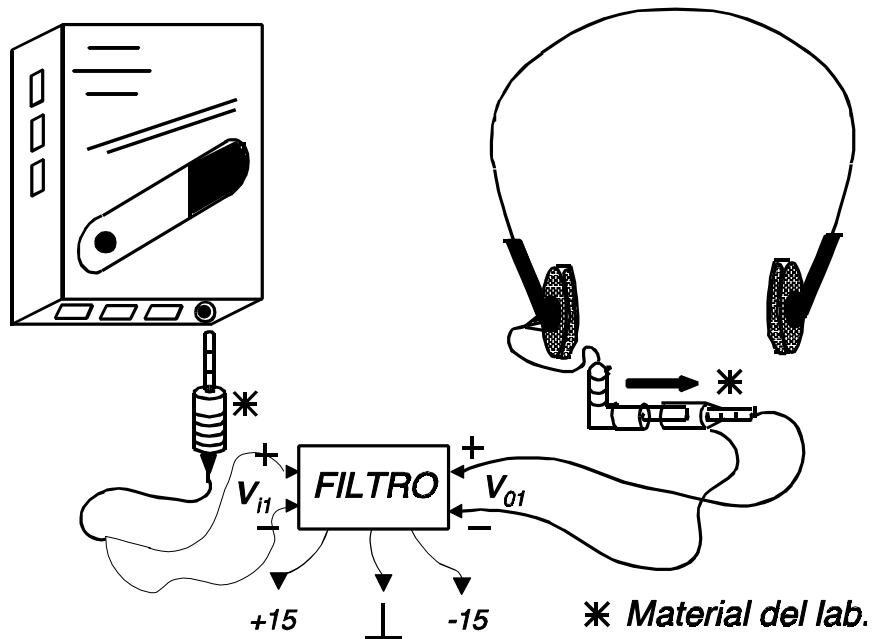
Para comprobar el funcionamiento de los siguientes circuitos será necesario disponer de un receptor de radio o de un magnetófono tipo *walkman* y de unos auriculares (traer al laboratorio, en este caso, una cinta con la música que se prefiera).

- Montar el siguiente circuito, consistente en un control de tono para frecuencias altas y comprobar su funcionamiento:

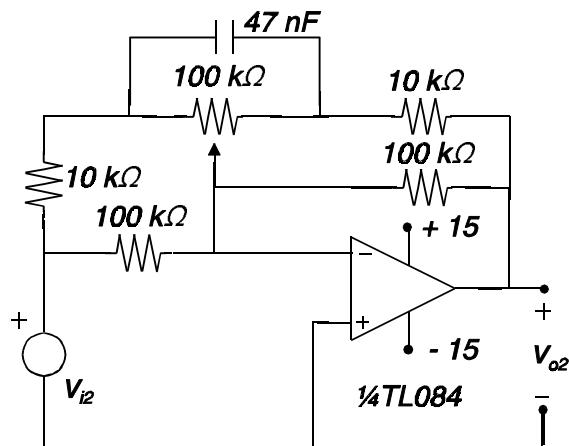


a.1) Entrando al circuito una señal sinusoidal (de una amplitud que no sature al AO) y comprobando con el osciloscopio el efecto del potenciómetro a 100 Hz y a 5 KHz.

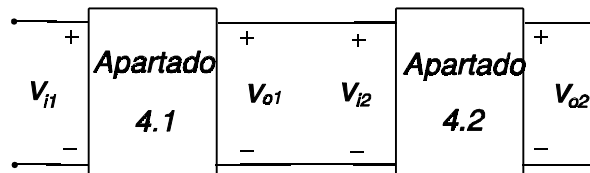
a.2) Conectando la entrada del filtro a la salida del *walkman*, tal como se indica en la figura.



b) Sin retirar de la placa el montaje anterior, repetir el mismo estudio para este otro circuito (control de tono a frecuencias bajas).



c) *Optativo*: Conectar en cascada los dos circuitos anteriores (apartados a y b). Poner la salida del *walkman* a la entrada del circuito y, mediante los auriculares, comprobar el efecto de cada potenciómetro. Pruebe de hacer las funciones de *loudness* (realce de las bajas frecuencias) y de "presencia" (realce de las frecuencias de la voz humana, aproximadamente de 200 Hz a 5 KHz) que incorporan algunos equipos de audio comerciales.



## 5.9 Práctica. Parte II: diseño de filtros (CAD)

Para efectuar el estudio previo de este último trabajo de laboratorio, el alumno puede optar por el método de diseño que crea más oportuno. Todo el material necesario para efectuar los diferentes apartados del estudio previo se encuentra en las notas facilitadas en los apartados de bases teóricas de esta práctica, y ha sido experimentado en un laboratorio de informática (programas PSpice, Matlab y Filter Design).

### 5.9.1 Estudio previo

- Diseñar un filtro LC elíptico paso-bajo y de tercer orden de modo que haya una diferencia de unos 40 dB entre la banda de paso y la banda atenuada. La banda de transición debe situarse alrededor de los 50 KHz. Las resistencias de entrada y de salida del filtro deben ser de 50  $\Omega$ . (Usar el Filter Design)
- Diseñar un filtro pasa-banda por transformación de frecuencias del filtro paso-bajo diseñado en el apartado anterior. Se desea una frecuencia central de 1 MHz y un ancho de banda de 200 KHz. (Hacerlo a mano, comprobando el resultado obtenido usando el Pspice).
- Diseñar un filtro activo paso-alto, con una frecuencia de corte cercana a los 3 KHz y procurando que la transición de la banda atenuada a la de paso sea abrupta. Como máximo pueden usarse dos amplificadores operacionales. (Puede resolverse de dos formas: usando el Filter Design, o bien obteniendo la función de transferencia del filtro con el Matlab y conectando en cascada filtros de los presentados en las bases teóricas - Rauch o Sallen-Key - para implementar dicha función. También en el CD -Rom pueden encontrarse otras estructuras de filtros válidas para implementarla).

d) Para hacer este apartado, optativo, deberán consultarse catálogos de fabricantes en la biblioteca o en algún laboratorio, así como leer la publicidad de alguna revista del sector electrónico-.

Dar la referencia de un AO mejor (justificando la razón de la mejora) que los dos utilizados durante el curso, y averiguar donde es posible comprar una unidad. ¿Y mil unidades ?

Preparar las realizaciones circuitales de cada uno de los filtros anteriores (número de espiras, tipo de amplificador operacional, valores de resistencias y condensadores, simulaciones, etc.) para la parte experimental.

### **5.9.2 Trabajo de laboratorio**

Comprobar en el laboratorio el funcionamiento de los filtros diseñados en el apartado anterior 5.9.1. Puede disponerse de todo el material del laboratorio y de la documentación que se crea conveniente.

## Apéndice A: Análisis sistemático de circuitos

Conocer la metodología de análisis sistemático de circuitos permite que a la vista de un circuito se pueda hacer un planteamiento ordenado de  $n$  ecuaciones de Kirchhoff a partir de la previa definición de  $n$  variables (tensiones o corrientes, según el tipo de análisis), de modo que se acabe obteniendo un sistema de ecuaciones simultáneas en forma matricial resoluble por alguno de los métodos existentes para ello (por ejemplo Cramer o Gauss).

### A.1 Definiciones

En primer lugar es necesario conocer ciertos términos básicos en la descripción de un circuito. Un circuito está constituido por la interconexión de componentes. La siguiente terminología es importante:

- El punto de un circuito en el que se conectan dos o más elementos se denomina *nodo*.
- Cualquier elemento de dos terminales constituye una *rama*. Cada rama conecta dos nodos.
- El camino cerrado que se obtiene al recorrer una serie de ramas es un *bucle*.
- Una *mall*a es un tipo particular de bucle que no contiene ninguna rama en su interior.

En síntesis, la metodología del análisis sistemático es:

- 1) Definir unas variables tensión (método de las tensiones de nodo) o corriente (métodos de las corrientes de malla) en cada nodo y en cada malla, respectivamente.
- 2) Plantear de forma matricial las ecuaciones de Kirchhoff, KVL o KCL, según el método elegido, de forma que se acabe llegando a un sistema de ecuaciones simultáneas. Recordemos que las leyes KVL y KCL son:
  - Ley de voltajes de Kirchhoff (KVL): establece que la suma de todos los voltajes de rama a lo largo de cualquier bucle de una red es cero en todo instante de tiempo.

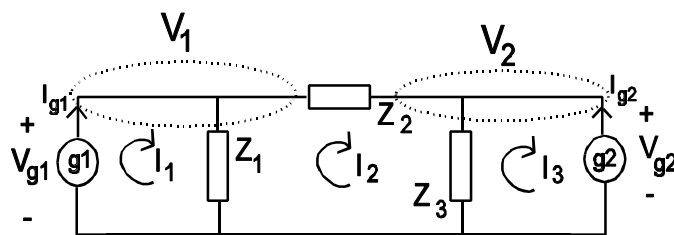
- Ley de corrientes de Kirchhoff (KCL): establece que la suma de todas las corrientes que confluyen en un nodo es cero en todo instante de tiempo.

3) El sistema de ecuaciones ha de ser resoluble por alguno de los métodos existentes, siendo recomendable el método de Cramer.

(El planteamiento de KVL implica que se está aplicando el método sistemático de corrientes de malla, y el KCL, el de tensiones de nodo.)

## A.2 Corrientes de malla

En primer lugar se define una variable corriente para cada malla del circuito y se aplica KVL. Por tanto, si se tienen  $n$  mallas ello implica  $n$  variables corrientes definidas y  $n$  ecuaciones de Kirchhoff planteadas. Por ejemplo, supongamos el circuito siguiente:



donde los elementos de circuito están determinados por sus impedancias  $Z_1$ ,  $Z_2$  y  $Z_3$ , o bien podrían estarlo por sus correspondientes admitancias  $Y_1$ ,  $Y_2$  y  $Y_3$ . Además, el circuito incorpora dos generadores independientes  $g_1$  y  $g_2$ , que serán de tensión o de corriente. Si se aplica la sistemática del método de corrientes de malla, y suponiendo que los generadores son de tensión, se procederá así:

- 1) Identificar cada una de las mallas y definir una corriente (en sentido horario) para cada una de ella:  $I_1$ ,  $I_2$ , y  $I_3$ .
- 2) Plantear KVL a cada una de las mallas. Para el ejemplo, el conjunto de ecuaciones obtenido es:

$$\begin{aligned}
 0 &= -V_{g1} + Z_1(I_1 - I_2) \\
 0 &= Z_1(I_2 - I_1) + Z_2 I_2 - Z_3(I_3 - I_2) \\
 0 &= V_{g2} + Z_3(I_3 - I_2)
 \end{aligned}$$

que escrito en forma matricial corresponde a

$$\begin{bmatrix} V_{g1} \\ 0 \\ -V_{g2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & -Z_1 & 0 \\ -Z_1 & Z_1 + Z_2 + Z_3 & -Z_3 \\ 0 & -Z_3 & Z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

Si los generadores son de tensión entonces las tensiones  $V_{g1}$  y  $V_{g2}$  son conocidas y, por tanto, el sistema anteriormente obtenido es directamente resoluble aplicando el método de Cramer.

Si uno de los generadores, por ejemplo el  $g1$ , es de corriente y el  $g2$  de tensión será necesario un reordenamiento de las ecuaciones, ya que en este caso la corriente  $I_{g1}$  es conocida, pero  $V_{g1}$  es una incógnita. Una adecuada reformulación del sistema de ecuaciones conducirá a:

$$\begin{bmatrix} -Z_1 I_{g1} \\ Z_1 I_{g1} \\ -V_{g2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -Z_1 & 0 \\ 0 & Z_1 + Z_2 + Z_3 & -Z_3 \\ 0 & -Z_3 & Z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{g1} \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

### A.3 Tensiones de nodo

La metodología será:

- 1) Identificar cada uno de los nodos y definir una tensión (respecto a un nodo de referencia) para cada uno de ellos.
- 2) Plantear KCL a cada uno de los nodos. En el caso del ejemplo anterior, y teniendo en cuenta que

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} \quad Y_2 = \frac{1}{Z_2} \quad Y_3 = \frac{1}{Z_3}$$

el sistema de ecuaciones obtenido es

$$\begin{bmatrix} I_{g1} \\ I_{g2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ -Y_2 & Y_2 + Y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

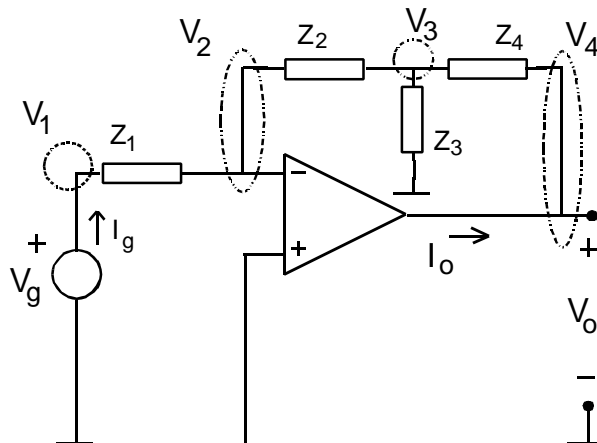
Si los generadores  $g_1$  y  $g_2$  son de corriente,  $I_{g1}$  y  $I_{g2}$  están fijados y  $V_{g1}$  y  $V_{g2}$  son las incógnitas. Con ello el sistema ya es directamente resoluble (2 ecuaciones y 2 incógnitas).

#### A.4 Análisis sistemático de circuitos con amplificadores operacionales

El método apropiado que se debe aplicar es el de tensiones de nodo, pero con dos particularidades:

- 1) En la formulación de las ecuaciones aparece la corriente de salida de cada amplificador operacional.
- 2) La aplicación del cortocircuito virtual elimina una de las variables (una por cada amplificador), ya que introduce una información adicional en forma de ecuación más directa: la tensión en las bornas inversora y no inversora del AO es la misma.

Por ejemplo, para el circuito de la siguiente figura:



en el cual los elementos también pueden ser caracterizados por su admitancia, de la forma

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} \quad Y_2 = \frac{1}{Z_2} \quad Y_3 = \frac{1}{Z_3} \quad Y_4 = \frac{1}{Z_4}$$

la aplicación del método de tensiones de nodo conduce a

$$\begin{bmatrix} I_g \\ 0 \\ 0 \\ I_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 & -Y_1 & 0 & 0 \\ -Y_2 & Y_1+Y_2 & -Y_2 & 0 \\ 0 & -Y_2 & Y_2+Y_3+Y_4 & -Y_4 \\ 0 & 0 & -Y_4 & Y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

$$V_4 = V_o$$

$$V_1 = V_g$$

Además, por cortocircuito virtual  $V_2 = 0$ . Por tanto, se tiene un sistema con cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas ( $I_g$ ,  $I_o$ ,  $V_3$ , y  $V_4$ ). Reorganizando el sistema matricial tenemos

$$\begin{bmatrix} -Y_1 V_g \\ Y_2 V_g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Y_2 & 0 \\ 0 & 0 & Y_2+Y_3+Y_4 & -Y_4 \\ 0 & -1 & -Y_4 & Y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_g \\ I_o \\ V_3 \\ V_o \end{bmatrix}$$

Finalmente, puesto que las variables  $I_g$  y  $I_o$  aparecen cada una de ellas en una sola ecuación, se pueden eliminar dichas ecuaciones, con lo que se reduce en dos órdenes al sistema. Así pues:

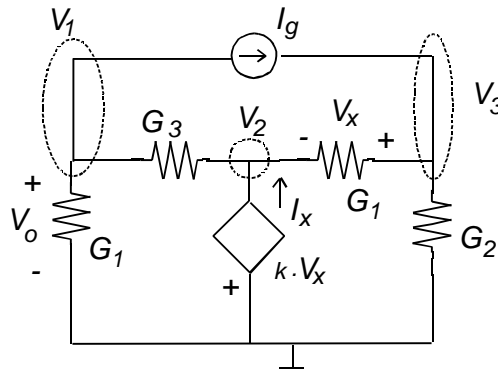
$$\begin{bmatrix} Y_2 V_g \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_2 & 0 \\ Y_2+Y_3+Y_4 & -Y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ V_o \end{bmatrix}$$

El valor de  $I_g$  es inmediato ya que se conocen  $Y_1$  y  $V_g$ . Y una vez determinados  $V_3$  y  $V_o$ , el valor de

$I_0$  es fácil de obtener.

### A.5 Análisis sistemático de circuitos que incorporen generadores dependientes

Sea el circuito siguiente:



El planteamiento del método sistemático de tensiones de nodo conduce a

$$\begin{bmatrix} -I_g \\ I_x \\ I_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 + G_3 & -G_3 & 0 \\ -G_3 & G_1 + G_3 & G_1 \\ 0 & -G_1 & G_1 + G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

La fuente dependiente impone una relación entre la tensión de nodo  $V_2$  y la tensión  $V_x$ , que no es más que  $V_3 - V_2$ . Es decir, que se tienen las relaciones:

$$V_2 = -k V_x$$

$$V_x = V_3 - V_2$$

de las que se obtiene

$$V_3 = \frac{V_2(k-1)}{k}$$

y por tanto  $V_3$  puede ser substituida por una expresión en función de  $V_2$ . A cambio de esta nueva ecuación, no se considera la ecuación en la que participa la incógnita  $I_x$ , quedando un sistema homogéneo de un orden inferior. Su expresión matricial es

$$\begin{bmatrix} -I_g \\ I_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 + G_3 & -G_3 \\ 0 & -G_1 + (G_1 + G_2) \frac{(k-1)}{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Determinados  $V_1$  y  $V_2$ , es inmediato obtener, si se desea, el valor de  $I_x$ .

## Apéndice B: Modelo de informe de laboratorio

En las siguientes líneas se propone un esqueleto con el que cumplimentar las memorias de las prácticas, que en realidad es un híbrido de la visión académica y de los informes de laboratorios de empresas. Es un modelo por exceso, que se presenta con la intención de que pueda servir de referencia para confeccionar otros.

TÍTULO DEL TRABAJO: *(Título de la práctica)*

AUTOR: *(Alumno)*

COAUTORES: *(Otro/s alumno/s del grupo de trabajo)*

SUPERVISOR: *(Profesor/es)*

FECHA EXPERIMENTACIÓN:

FECHA INFORME: *(Importante distinguir entre ambas fechas, la separación temporal entre ellas es un indicador de posibles olvidos de resultados).*

Índice del trabajo:

1. OBJETIVOS DEL TRABAJO *(¿Qué se pretende hacer?)*
2. METODOLOGÍA EMPLEADA *(¿Cómo se ha planificado hacerlo?)*

### 3. RESUMEN DE RESULTADOS DEL ESTUDIO PREVIO

*(Se trata de un resumen de los resultados, fácil de manejar durante el trabajo de laboratorio sin que el puesto de trabajo quede lleno de papeles. El detalle del estudio ya se incluirá como un anexo en la memoria final)*

---

LOS PUNTOS 1, 2 Y 3 SE DEBEN PREPARAR PREVIAMENTE A LA CLASE DE LABORATORIO, FRUTO DE LA RESOLUCIÓN DE LOS ESTUDIOS PREVIOS Y DE LA LECTURA DEL TRABAJO DE LABORATORIO

---

4. EQUIPO EMPLEADO. ESTADO DEL MISMO. PUESTO DE TRABAJO

*(El estado de conservación o de mantenimiento de los equipos de medida puede influir en los resultados. Por otro lado, conviene anotar el fabricante y la referencia de cada equipo empleado, a fin de facilitar que otra persona pueda reproducir con idéntico resultados el mismo experimento)*

5. RESULTADOS GRÁFICOS. TABLAS DE VALORES

*(Este apartado debe ser de lectura fácil y directa, sin textos engorrosos que no aporten nada. No se trata de describir el proceso de medición como si se tratara de una novela narrativa)*

6. ANOMALÍAS Y PROBLEMAS ENCONTRADOS

*(Si se han presentado anomalías, como sería el caso de usar componentes diferentes a los especificados, o algún equipo de medida que haya mostrado disfunciones, detallarlos aquí)*

7. MÁRGENES DE ERROR

*(No se trata de hacer un estudio exhaustivo de errores de medida, ya que ello conllevaría una dispersión de trabajo que podría ser pernicioso. Simplemente, se pide al estudiante que haga una estimación subjetiva de la fidelidad de las medidas efectuadas. En informes para empresas este apartado es más relevante)*

8. RESPUESTA A LAS CUESTIONES PLANTEADAS EN EL ENUNCIADO. ANÁLISIS DE RESULTADOS. DISCUSIÓN

*(Si en el texto de la práctica se van haciendo preguntas, este es el apartado para responderlas. Las respuestas deben ser claras y concisas)*

9. RECOMENDACIONES / SUGERENCIAS

*(Apartado de aportación personal, y claramente optativo, en el que se indican posibilidades de mejora -en calidad o en tiempo- de la práctica)*

10. PRODUCCIÓN / MANTENIMIENTO. (Optativo)

*(Si se estuviera trabajando en una empresa, una vez experimentado el circuito, se deberían dar consignas para que una persona profesionalmente menos cualificada pudiera validar si los equipos que salen de la línea de producción cumplen con las especificaciones. Puede probarse de escribir estas consignas -pocas y claras- en este apartado)*

11. ANEXOS: **ESTUDIO PREVIO**

## Apéndice C: Material necesario para las prácticas del curso

Entre paréntesis se indica la cantidad de piezas de cada componente.

1. Placa de prototipos (*protoboard*) doble, con hembras banana de 4 mm (Ariston-MB31) (1)

2. Cables y conectores:

- Coaxial de 50  $\Omega$ :

BNC-BNC (2)

BNC-banana de 4mm (4)

- Cable de un solo conductor (1 m), con bananas (de 4mm) en los extremos. Dos (2) de cada color: rojo, negro, y amarillo

- Cablecillos para las conexiones de la placa *protoboard* (*bolsas de hilo de 0.5 mm cortado a diferentes medidas o rollos para cortar*)

- Conector en "T" de BNC (1)

- Cocodrilos (AK10) con funda aislante y conexión a banana (de 4mm) (*3 rojos y 3 negros*)

3. Resistencias de 1/4 W:

1 / 1.2 / 1.5 / 1.8 / 2 / 2.2 / 2.7 / 3.3 / 3.9 / 4.7 / 5.6 / 6.8 / 8.2

x 100  $\Omega$ , x 1 K $\Omega$ , x 10 K $\Omega$ , x 100 K $\Omega$ , x 1 M $\Omega$  (*5 de cada valor*)

4. Potenciómetros horizontales pequeños de circuito impreso (lineales):

1 K $\Omega$ , 10 K $\Omega$ , 47 K $\Omega$ , 100 K $\Omega$ , 500 K $\Omega$ , 1 M $\Omega$  (2 de cada valor)

5. Condensadores:

- de pF: 10 pF, 22 pF, 47 pF, 100 pF, 220 pF, 330 pF, 470 pF, 560 pF, 680 pF
- de nF: 1 nF, 1.5 nF, 2.2 nF, 3.3 nF, 4.7 nF, 5.6 nF, 6.8 nF, 10 nF, 15 nF, 22 nF, 33 nF, 47 nF, 68 nF, 100 nF, 220 nF, 330 nF, 470 nF
- de  $\mu$ F: 1  $\mu$ F, 10  $\mu$ F, 47  $\mu$ F

(3 de cada valor)

*Trimmers*: violeta, de 13 a 140 pF (2)

6. Bobinas:

- 33 mH, 2.2  $\mu$ H, 560  $\mu$ H (1 de cada)
- Conjunto forma bobina Ariston-FO-200 (2)

7. Otros componentes:

- Circuito integrado LM324 (2)
- Circuito integrado TLO84 (2)
- Diodos led (rojo (2), verde (2))
- NTC K164, de 47 K $\Omega$  (2)
- Diodo de germanio OA-91 (1)
- Transistor BC107B (3)
- Núcleo toroidal Ariston NTF20 (de color naranja) (1)

8. Herramientas:

- Destornilladores: - pequeño (1)
  - de plástico, para ajuste de bobinas (1)
- Alicates de corte (tipo sencillo) (1)
- Mechero (1)
- Lima de uñas (1)

9. Recomendado:

- Caja con compartimentos
- Soldador de 30 W y estaño

## Bibliografía

THOMAS, R.E; ROSA, A.J. *The Analysis and Design of Linear Circuits*. N.J., Prentice-Hall, 1998.

GOODY, R.W. *MicroSim Pspice for Windows*. N.J., Prentice-Hall, 1998.

MicroSim Filter Designer, Irvine, MicroSim Corp., 1996.

BIONDO, G.; SACCHI, E. *Manual de electrónica y comunicaciones*. Omega, 1989.

HARDY, J.K. *Electronic Communication Technology*. Prentice-Hall, 1986.

HANSELMAN, D.; LITTLEFIELD, B. *The Student Edition of Matlab*. Prentice-Hall, 1992.

JHONSON, D.E. et al. *A Handbook of Active Filters*. Prentice-Hall, 1980.

MIRO, J.M; PUERTA, A.; MIGUEL, J.M., SANS, M. *Análisis y diseño de circuitos con PC*. Barcelona, Marcombo, 1989.

PHILIPS Data Handbooks (<http://www.semiconductors.philips.com>)

TEXAS INSTRUMENTS Data Handbooks (<http://www.ti.com>)

TEXAS INSTRUMENTS, "Mixed -Signal & Analog". CD-ROM. Septiembre 1996.



# LM124, LM124A, LM224, LM224A LM324, LM324A, LM324Y, LM2902, LM2902Q QUADRUPLE OPERATIONAL AMPLIFIERS

SLOS066E—SEPTEMBER 1975—REVISED FEBRUARY 1997

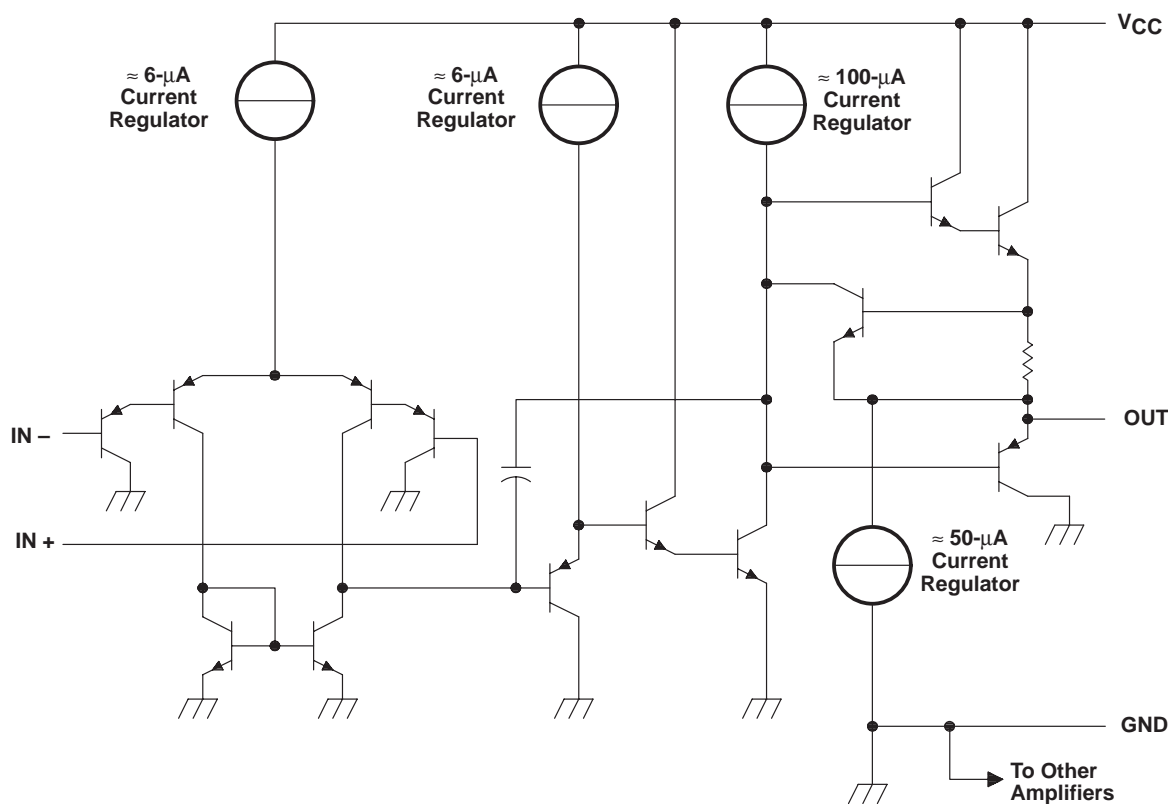
## AVAILABLE OPTIONS

T <sub>A</sub>	V <sub>I</sub> Omax AT 25°C	PACKAGED DEVICES							CHIP FORM (Y)
		SMALL OUTLINE (D)†	VERY SMALL OUTLINE (DB)‡	CHIP CARRIER (FK)	CERAMIC DIP (J)	PLASTIC DIP (N)	TSSOP (PW)‡	FLAT PACK (W)	
0°C to 70°C	7 mV	LM324D	LM324DBLE	—	—	LM324N	LM324PWLE	—	LM324Y
	3 mV	LM324AD	—	—	—	LM324AN	LM324APWLE	—	
-25°C to 85°C	5 mV	LM224D	—	—	—	LM224N	—	—	—
	3 mV	LM224AD	—	—	—	LM224AN	—	—	
-40°C to 125°C	7 mV	LM2902D	LM2902DBLE	—	—	LM2902N	LM2902PWLE	—	—
		LM2902QD	—	—	—	LM2902QN	—	—	
-55°C to 125°C	5 mV	—	—	LM124FK	LM124J	—	—	LM124W	—
	2 mV	—	—	LM124AFK	LM124AJ	—	—	—	

† The D package is available taped and reeled. Add the suffix R to the device type (e.g., LM324DR).

‡ The DB and PW packages are only available left-end taped and reeled.

## schematic (each amplifier)



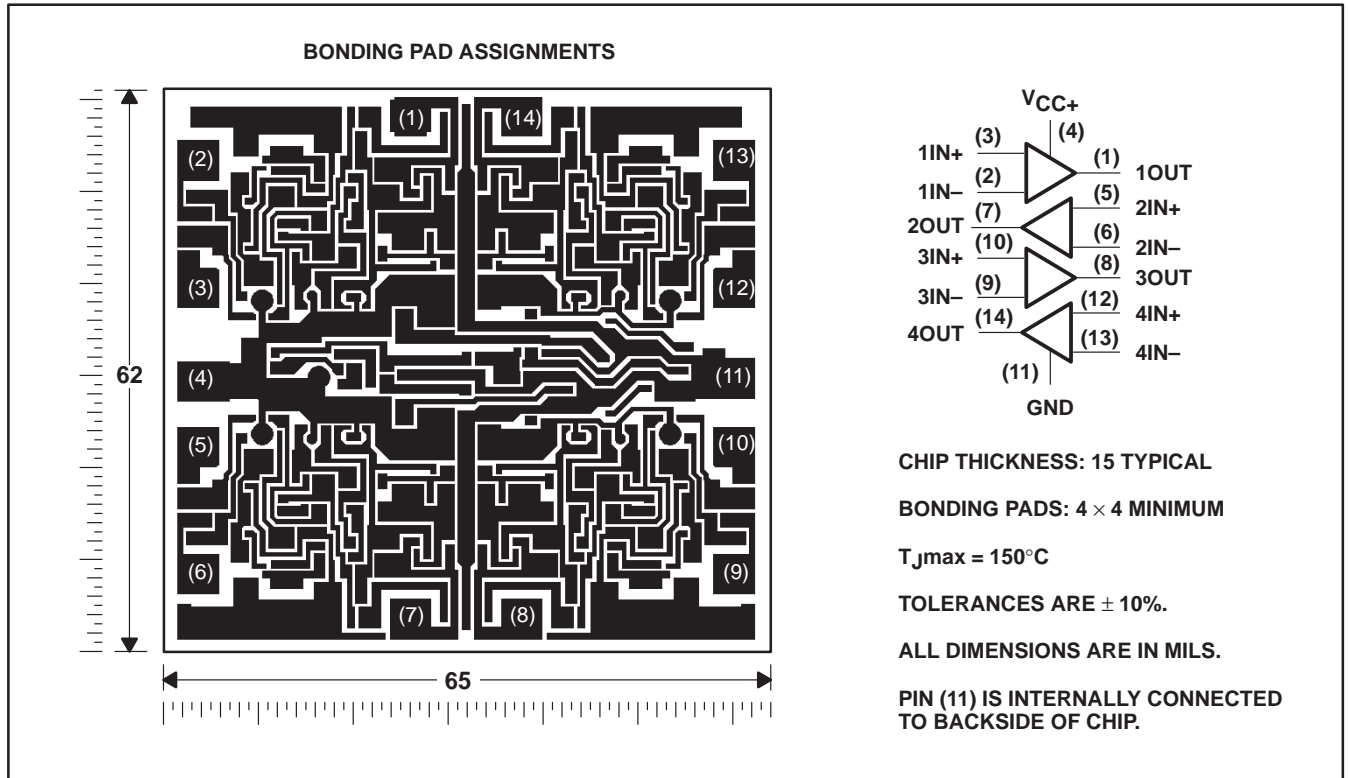
COMPONENT COUNT (total device)	
Epi-FET	1
Transistors	95
Diodes	4
Resistors	11
Capacitors	4

LM124, LM124A, LM224, LM224A  
 LM324, LM324A, LM324Y, LM2902, LM2902Q  
**QUADRUPLE OPERATIONAL AMPLIFIERS**

SLOS066E—SEPTEMBER 1975—REVISED FEBRUARY 1997

**LM324Y chip information**

This chip, when properly assembled, displays characteristics similar to the LM324. Thermal compression or ultrasonic bonding may be used on the doped-aluminum bonding pads. Chips may be mounted with conductive epoxy or a gold-silicon preform.



**LM124, LM124A, LM224, LM224A  
LM324, LM324A, LM324Y, LM2902, LM2902Q  
QUADRUPLE OPERATIONAL AMPLIFIERS**

SLOS066E– SEPTEMBER 1975 – REVISED FEBRUARY 1997

**absolute maximum ratings over operating free-air temperature range (unless otherwise noted)†**

		LM124, LM124A LM224, LM224A LM324, LM324A	LM2902, LM2902Q	UNIT	
Supply voltage, $V_{CC}$ (see Note 1)		32	26	V	
Differential input voltage, $V_{ID}$ (see Note 2)		$\pm 32$	$\pm 26$	V	
Input voltage, $V_I$ (either input)		-0.3 to 32	-0.3 to 26	V	
Duration of output short circuit (one amplifier) to ground at (or below) $T_A = 25^\circ\text{C}$ , $V_{CC} \leq 15\text{ V}$ (see Note 3)		unlimited	unlimited		
Continuous total dissipation		See Dissipation Rating Table			
Operating free-air temperature range, $T_A$	LM124, LM124A	-55 to 125		°C	
	LM224, LM224A	-25 to 85			
	LM324, LM324A	0 to 70			
	LM2902, LM2902Q		-40 to 125		
Storage temperature range		-65 to 150	-65 to 150	°C	
Case temperature for 60 seconds		FK package	260	°C	
Lead temperature 1,6 mm (1/16 inch) from case for 60 seconds		J or W package	300	300	°C
Lead temperature 1,6 mm (1/16 inch) from case for 10 seconds		D, DB, N, or PW package	260	260	°C

† Stresses beyond those listed under “absolute maximum ratings” may cause permanent damage to the device. These are stress ratings only, and functional operation of the device at these or any other conditions beyond those indicated under “recommended operating conditions” is not implied. Exposure to absolute-maximum-rated conditions for extended periods may affect device reliability.

- NOTES: 1. All voltage values (except differential voltages and  $V_{CC}$  specified for the measurement of  $I_{OS}$ ) are with respect to the network GND.  
2. Differential voltages are at  $IN+$  with respect to  $IN-$ .  
3. Short circuits from outputs to  $V_{CC}$  can cause excessive heating and eventual destruction.

**DISSIPATION RATING TABLE**

PACKAGE	$T_A \leq 25^\circ\text{C}$ POWER RATING	DERATING FACTOR	DERATE ABOVE $T_A$	$T_A = 70^\circ\text{C}$ POWER RATING	$T_A = 85^\circ\text{C}$ POWER RATING	$T_A = 125^\circ\text{C}$ POWER RATING
D	900 mW	7.6 mW/°C	32°C	611 mW	497 mW	N/A
DB	775 mW	6.2 mW/°C	25°C	496 mW	403 mW	N/A
FK	900 mW	11.0 mW/°C	68°C	878 mW	713 mW	273 mW
J (LM124_)	900 mW	11.0 mW/°C	68°C	878 mW	713 mW	273 mW
J (all others)	900 mW	8.2 mW/°C	40°C	654 mW	531 mW	N/A
N	900 mW	9.2 mW/°C	52°C	734 mW	596 mW	N/A
PW	700 mW	5.6 mW/°C	25°C	448 mW	364 mW	N/A
W	900 mW	8.0 mW/°C	37°C	636 mW	516 mW	196 mW



electrical characteristics at specified free-air temperature,  $V_{CC} = 5\text{ V}$  (unless otherwise noted)

PARAMETER	TEST CONDITIONS†	$T_A$ ‡	LM124, LM224			LM324			LM2902, LM2902Q			UNIT	
			MIN	TYP§	MAX	MIN	TYP§	MAX	MIN	TYP§	MAX		
$V_{IO}$	Input offset voltage	$V_{CC} = 5\text{ V to MAX}$ , $V_{IC} = V_{ICRmin}$ , $V_O = 1.4\text{ V}$	25°C	3	5		3	7		3	7	mV	
			Full range		7			9			10		
$I_{IO}$	Input offset current	$V_O = 1.4\text{ V}$	25°C	2	30		2	50		2	50	nA	
			Full range		100			150			300		
$I_{IB}$	Input bias current	$V_O = 1.4\text{ V}$	25°C	-20	-150		-20	-250		-20	-250	nA	
			Full range		-300			-500			-500		
$V_{ICR}$	Common-mode input voltage range	$V_{CC} = 5\text{ V to MAX}$	25°C	0 to $V_{CC} - 1.5$		0 to $V_{CC} - 1.5$			0 to $V_{CC} - 1.5$			V	
			Full range	0 to $V_{CC} - 2$		0 to $V_{CC} - 2$			0 to $V_{CC} - 2$				
$V_{OH}$	High-level output voltage	$R_L = 2\text{ k}\Omega$	25°C	$V_{CC} - 1.5$		$V_{CC} - 1.5$						V	
			25°C						$V_{CC} - 1.5$				
			Full range	26		26			22				
			Full range	27	28	27	28		23	24			
$V_{OL}$	Low-level output voltage	$R_L \leq 10\text{ k}\Omega$	Full range		5	20		5	20		5	20	mV
$A_{VD}$	Large-signal differential voltage amplification	$V_{CC} = 15\text{ V}$ , $V_O = 1\text{ V to }11\text{ V}$ , $R_L \geq 2\text{ k}\Omega$	25°C	50	100		25	100			100	V/mV	
			Full range		25			15			15		
CMRR	Common-mode rejection ratio	$V_{IC} = V_{ICRmin}$	25°C	70	80		65	80		50	80	dB	
$k_{SVR}$	Supply-voltage rejection ratio ( $\Delta V_{CC}/\Delta V_{IO}$ )		25°C	65	100		65	100		50	100	dB	
$V_{O1}/V_{O2}$	Crosstalk attenuation	$f = 1\text{ kHz to }20\text{ kHz}$	25°C		120			120			120	dB	
$I_O$	Output current	$V_{CC} = 15\text{ V}$ , $V_O = 0$	25°C	-20	-30	-60	-20	-30	-60	-20	-30	-60	mA
			Full range		-10			-10			-10		
			25°C	10	20		10	20		10	20		
			Full range		5			5			5		
$I_{OS}$	Short-circuit output current	$V_{CC}$ at 5 V, GND at -5 V	25°C		$\pm 40$	$\pm 60$		$\pm 40$	$\pm 60$		$\pm 40$	$\pm 60$	mA
$I_{CC}$	Supply current (four amplifiers)	$V_O = 2.5\text{ V}$ , $V_{CC} = \text{MAX}$ , $V_O = 0.5 V_{CC}$ , No load	Full range		0.7	1.2		0.7	1.2		0.7	1.2	mA
						1.4	3		1.4	3		1.4	

† All characteristics are measured under open-loop conditions with zero common-mode input voltage unless otherwise specified. MAX  $V_{CC}$  for testing purposes is 26 V for LM2902 and LM2902Q, 30 V for the others.

‡ Full range is -55°C to 125°C for LM124, -25°C to 85°C for LM224, 0°C to 70°C for LM324, and -40°C to 125°C for LM2902 and LM2902Q.

§ All typical values are at  $T_A = 25^\circ\text{C}$ .

electrical characteristics at specified free-air temperature,  $V_{CC} = 5\text{ V}$  (unless otherwise noted)

PARAMETER	TEST CONDITIONS†	$T_A$ ‡	LM124A			LM224A			LM324A			UNIT
			MIN	TYP§	MAX	MIN	TYP§	MAX	MIN	TYP§	MAX	
$V_{IO}$ Input offset voltage	$V_{CC} = 5\text{ V to }30\text{ V}$ , $V_{IC} = V_{ICRmin}$ , $V_O = 1.4\text{ V}$	25°C			2		2	3		2	3	mV
		Full range			4		4			5		
$I_{IO}$ Input offset current	$V_O = 1.4\text{ V}$	25°C			10		2	15	2	30		nA
		Full range			30		30			75		
$I_{IB}$ Input bias current	$V_O = 1.4\text{ V}$	25°C			-50		-15	-80		-15	-100	nA
		Full range			-100		-100			-200		
$V_{ICR}$ Common-mode input voltage range	$V_{CC} = 30\text{ V}$	25°C	0 to			0 to			0 to		V	
		Full range	$V_{CC}-1.5$			$V_{CC}-1.5$			$V_{CC}-1.5$			
$V_{OH}$ High-level output voltage	$R_L = 2\text{ k}\Omega$	25°C	$V_{CC}-1.5$			$V_{CC}-1.5$			$V_{CC}-1.5$		V	
	$V_{CC} = 30\text{ V}$ , $R_L = 2\text{ k}\Omega$	Full range	26			26			26			
	$V_{CC} = 30\text{ V}$ , $R_L \geq 10\text{ k}\Omega$	Full range	27			27	28		27	28		
$V_{OL}$ Low-level output voltage	$R_L \leq 10\text{ k}\Omega$	Full range			20		5	20		5	20	mV
$A_{VD}$ Large-signal differential voltage amplification	$V_{CC} = 15\text{ V}$ , $V_O = 1\text{ V to }11\text{ V}$ , $R_L \geq 2\text{ k}\Omega$	Full range	25			25			15			V/mV
CMRR Common-mode rejection ratio	$V_{IC} = V_{ICRmin}$	25°C	70			70	80		65	80		dB
$k_{SVR}$ Supply-voltage rejection ratio ( $\Delta V_{CC}/\Delta V_{IO}$ )		25°C	65			65	100		65	100		dB
$V_{O1}/V_{O2}$ Crosstalk attenuation	$f = 1\text{ kHz to }20\text{ kHz}$	25°C		120			120			120		dB
$I_O$ Output current	$V_{CC} = 15\text{ V}$ , $V_{ID} = 1\text{ V}$ , $V_O = 0$	25°C	-20			-20	-30	-60	-20	-30	-60	mA
		Full range	-10			-10			-10			
	$V_{CC} = 15\text{ V}$ , $V_{ID} = -1\text{ V}$ , $V_O = 15\text{ V}$	25°C	10			10	20		10	20		
		Full range	5			5			5			
$I_{OS}$ Short-circuit output current	$V_{CC}$ at 5 V, $V_O = 0$ , GND at -5 V	25°C		$\pm 40$	$\pm 60$		$\pm 40$	$\pm 60$		$\pm 40$	$\pm 60$	mA
		Full range		0.7	1.2		0.7	1.2		0.7	1.2	
$I_{CC}$ Supply current (four amplifiers)	$V_O = 2.5\text{ V}$ , No load $V_{CC} = 30\text{ V}$ , $V_O = 15\text{ V}$ , No load	Full range		0.7	1.2		0.7	1.2		0.7	1.2	mA
		Full range		1.4	3		1.4	3		1.4	3	

† All characteristics are measured under open-loop conditions with zero common-mode input voltage unless otherwise specified.

‡ Full range is -55°C to 125°C for LM124A, -25°C to 85°C for LM224A, and 0°C to 70°C for LM324A.

§ All typical values are at  $T_A = 25^\circ\text{C}$ .

LM124, LM124A, LM224, LM224A  
LM324, LM324A, LM324Y, LM2902, LM2902Q  
QUADRUPLE OPERATIONAL AMPLIFIERS

SLOS066E – SEPTEMBER 1975 – REVISED FEBRUARY 1997

electrical characteristics,  $V_{CC} = 5\text{ V}$ ,  $T_A = 25^\circ\text{C}$  (unless otherwise noted)

PARAMETER	TEST CONDITIONST	LM324Y			UNIT
		MIN	TYP	MAX	
$V_{IO}$ Input offset voltage	$V_{CC} = 5\text{ V to MAX}, V_{IC} = V_{ICRmin}, V_O = 1.4\text{ V}$		3	7	mV
$I_{IO}$ Input offset current			2	50	nA
$I_{IB}$ Input bias current			-20	-250	nA
$V_{ICR}$ Common-mode input voltage range	$V_{CC} = 5\text{ V to MAX}$	0 to $V_{CC}-1.5$			V
$V_{OH}$ High-level output voltage	$R_L = 10\text{ k}\Omega$	$V_{CC}-1.5$			V
$V_{OL}$ Low-level output voltage	$R_L \leq 10\text{ k}\Omega$		5	20	mV
$A_{VD}$ Large-signal differential voltage amplification	$V_{CC} = 15\text{ V}, V_O = 1\text{ V to }11\text{ V}, R_L \geq 2\text{ k}\Omega$	15	100		V/mV
CMRR Common-mode rejection ratio	$V_{IC} = V_{ICRmin}$	65	80		dB
$k_{SVR}$ Supply-voltage rejection ratio ( $\Delta V_{CC}\pm/\Delta V_{IO}$ )		65	100		dB
$I_O$ Output current	$V_{CC} = 15\text{ V}, V_{ID} = 1\text{ V}, V_O = 0$	-20	-30	-60	mA
	$V_{CC} = 15\text{ V}, V_{ID} = -1\text{ V}, V_O = 15\text{ V}$	10	20		
	$V_{ID} = 1\text{ V}, V_O = 200\text{ mV}$	12	30		
$I_{OS}$ Short-circuit output current	$V_{CC}$ at 5 V, GND at -5 V, $V_O = 0$		$\pm 40$	$\pm 60$	mA
$I_{CC}$ Supply current (four amplifiers)	$V_O = 2.5 V_{CC},$ No load		0.7	1.2	mA
	$V_{CC} = \text{MAX}, V_O = 0.5 V_{CC},$ No load		1.1	3	

† All characteristics are measured under open-loop conditions with zero common-mode input voltage unless otherwise specified. MAX  $V_{CC}$  for testing purposes is 30 V.



## IMPORTANT NOTICE

Texas Instruments and its subsidiaries (TI) reserve the right to make changes to their products or to discontinue any product or service without notice, and advise customers to obtain the latest version of relevant information to verify, before placing orders, that information being relied on is current and complete. All products are sold subject to the terms and conditions of sale supplied at the time of order acknowledgement, including those pertaining to warranty, patent infringement, and limitation of liability.

TI warrants performance of its semiconductor products to the specifications applicable at the time of sale in accordance with TI's standard warranty. Testing and other quality control techniques are utilized to the extent TI deems necessary to support this warranty. Specific testing of all parameters of each device is not necessarily performed, except those mandated by government requirements.

CERTAIN APPLICATIONS USING SEMICONDUCTOR PRODUCTS MAY INVOLVE POTENTIAL RISKS OF DEATH, PERSONAL INJURY, OR SEVERE PROPERTY OR ENVIRONMENTAL DAMAGE ("CRITICAL APPLICATIONS"). TI SEMICONDUCTOR PRODUCTS ARE NOT DESIGNED, AUTHORIZED, OR WARRANTED TO BE SUITABLE FOR USE IN LIFE-SUPPORT DEVICES OR SYSTEMS OR OTHER CRITICAL APPLICATIONS. INCLUSION OF TI PRODUCTS IN SUCH APPLICATIONS IS UNDERSTOOD TO BE FULLY AT THE CUSTOMER'S RISK.

In order to minimize risks associated with the customer's applications, adequate design and operating safeguards must be provided by the customer to minimize inherent or procedural hazards.

TI assumes no liability for applications assistance or customer product design. TI does not warrant or represent that any license, either express or implied, is granted under any patent right, copyright, mask work right, or other intellectual property right of TI covering or relating to any combination, machine, or process in which such semiconductor products or services might be or are used. TI's publication of information regarding any third party's products or services does not constitute TI's approval, warranty or endorsement thereof.

# TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS

SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

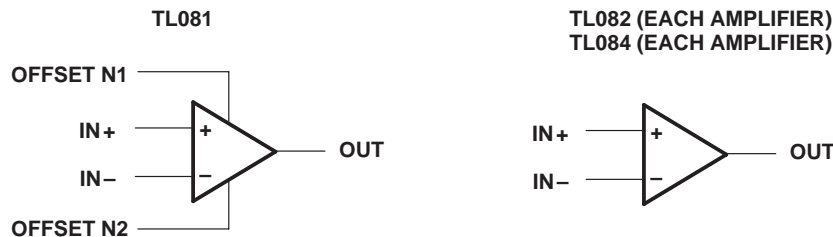
- Low Power Consumption
- Wide Common-Mode and Differential Voltage Ranges
- Low Input Bias and Offset Currents
- Output Short-Circuit Protection
- Low Total Harmonic Distortion . . . 0.003% Typ
- High Input Impedance . . . JFET-Input Stage
- Latch-Up-Free Operation
- High Slew Rate . . . 13 V/ $\mu$ s Typ
- Common-Mode Input Voltage Range Includes  $V_{CC+}$

## description

The TL08x JFET-input operational amplifier family is designed to offer a wider selection than any previously developed operational amplifier family. Each of these JFET-input operational amplifiers incorporates well-matched, high-voltage JFET and bipolar transistors in a monolithic integrated circuit. The devices feature high slew rates, low input bias and offset currents, and low offset voltage temperature coefficient. Offset adjustment and external compensation options are available within the TL08x family.

The C-suffix devices are characterized for operation from 0°C to 70°C. The I-suffix devices are characterized for operation from –40°C to 85°C. The Q-suffix devices are characterized for operation from –40°C to 125°C. The M-suffix devices are characterized for operation over the full military temperature range of –55°C to 125°C.

## symbols



Please be aware that an important notice concerning availability, standard warranty, and use in critical applications of Texas Instruments semiconductor products and disclaimers thereto appears at the end of this data sheet.

PRODUCTION DATA information is current as of publication date. Products conform to specifications per the terms of Texas Instruments standard warranty. Production processing does not necessarily include testing of all parameters.

 **TEXAS  
INSTRUMENTS**

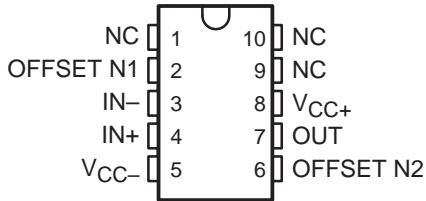
POST OFFICE BOX 655303 • DALLAS, TEXAS 75265

Copyright © 1999, Texas Instruments Incorporated  
On products compliant to MIL-PRF-38535, all parameters are tested unless otherwise noted. On all other products, production processing does not necessarily include testing of all parameters.

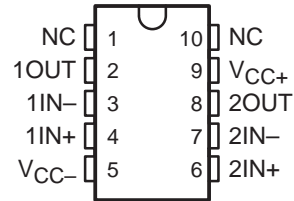
**TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS**

SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

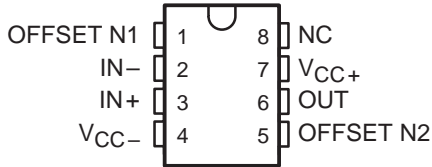
**TL081M  
U PACKAGE  
(TOP VIEW)**



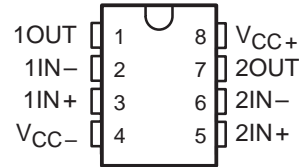
**TL082M  
U PACKAGE  
(TOP VIEW)**



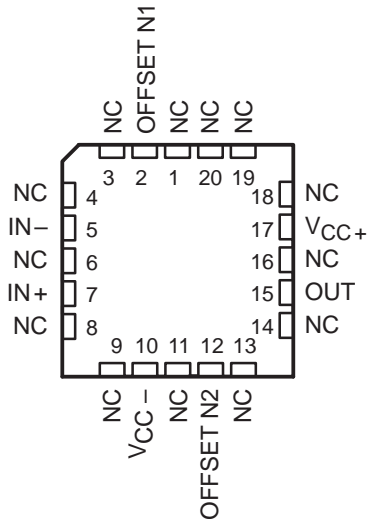
**TL081, TL081A, TL081B  
D, JG, P, OR PW PACKAGE  
(TOP VIEW)**



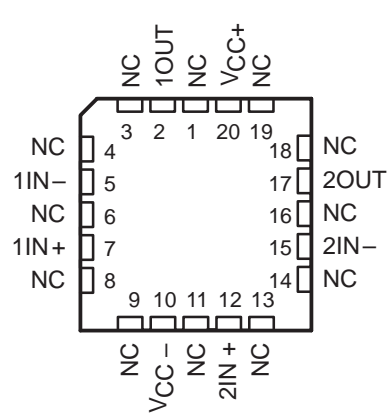
**TL082, TL082A, TL082B  
D, JG, P, OR PW PACKAGE  
(TOP VIEW)**



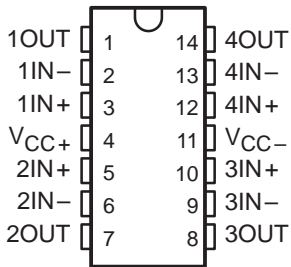
**TL081M . . . FK PACKAGE  
(TOP VIEW)**



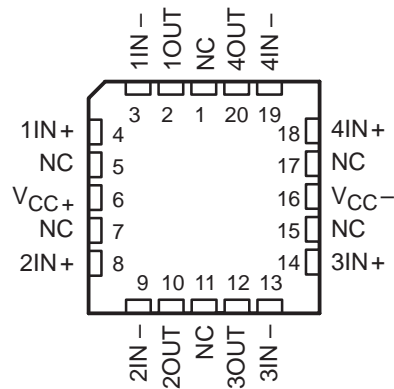
**TL082M . . . FK PACKAGE  
(TOP VIEW)**



**TL084, TL084A, TL084B  
D, J, N, PW, OR W PACKAGE  
(TOP VIEW)**



**TL084M . . . FK PACKAGE  
(TOP VIEW)**



NC – No internal connection

AVAILABLE OPTIONS

T <sub>A</sub>	V <sub>IOMax</sub> AT 25°C	PACKAGED DEVICES										CHIP FORM (Y)	
		SMALL OUTLINE (D008)	SMALL OUTLINE (D014)	CHIP CARRIER (FK)	CERAMIC DIP (J)	CERAMIC DIP (JG)	PLASTIC DIP (N)	PLASTIC DIP (P)	TSSOP (PW)	FLAT PACK (U)	FLAT PACK (W)		
0°C to 70°C	15 mV 6 mV 3 mV	TL081CD TL081ACD TL081BCD	—	—	—	—	—	—	TL081CP TL081ACP TL081BCP	TL081CPW	—	—	—
	15 mV 6 mV 3 mV	TL082CD TL082ACD TL082BCD	—	—	—	—	—	—	TL082CP TL082ACP TL082BCP	TL082CPW	—	—	TL082Y
	15 mV 6 mV 3 mV	—	TL084CD TL084ACD TL084BCD	—	—	—	—	TL084CN TL084ACN TL084BCN	—	TL084CPW	—	—	TL084Y
-40°C to 85°C	6 mV 6 mV 6 mV	TL081ID TL082ID TL084ID	—	—	—	—	—	—	TL081IP TL082IP	—	—	—	—
-40°C to 125°C	9 mV	—	TL084QD	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
-55°C to 125°C	6 mV 6 mV 9 mV	—	—	TL081MFK TL082MFK TL084MFK	—	TL081MJG TL082MJG	—	—	—	—	TL081MU TL082MU	—	—
					TL084MJ							TL084MW	

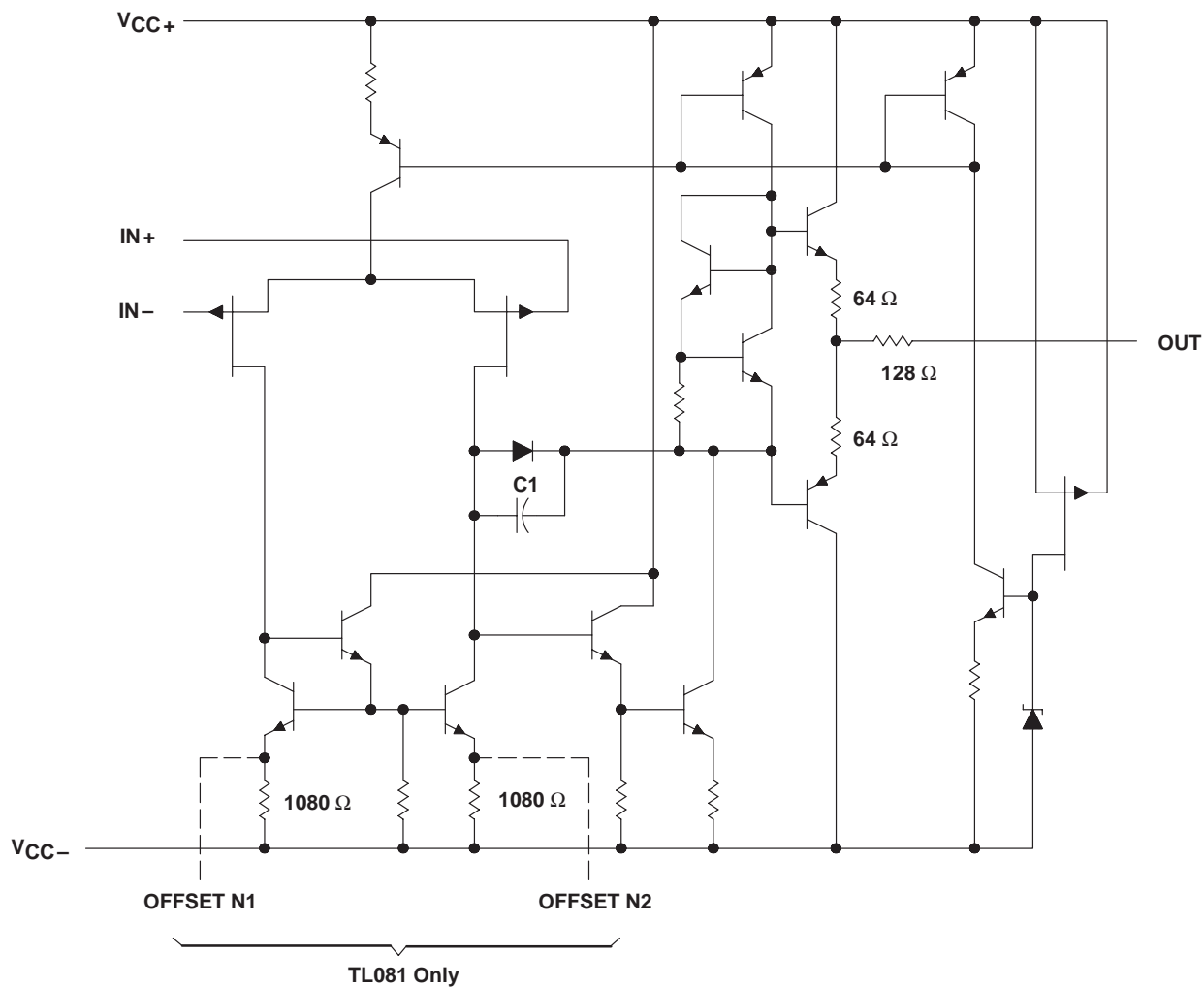
The D package is available taped and reeled. Add R suffix to the device type (e.g., TL081CDR).

TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
 TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
**JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS**  
 SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
 TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
**JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS**

SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

**schematic (each amplifier)**



Component values shown are nominal.



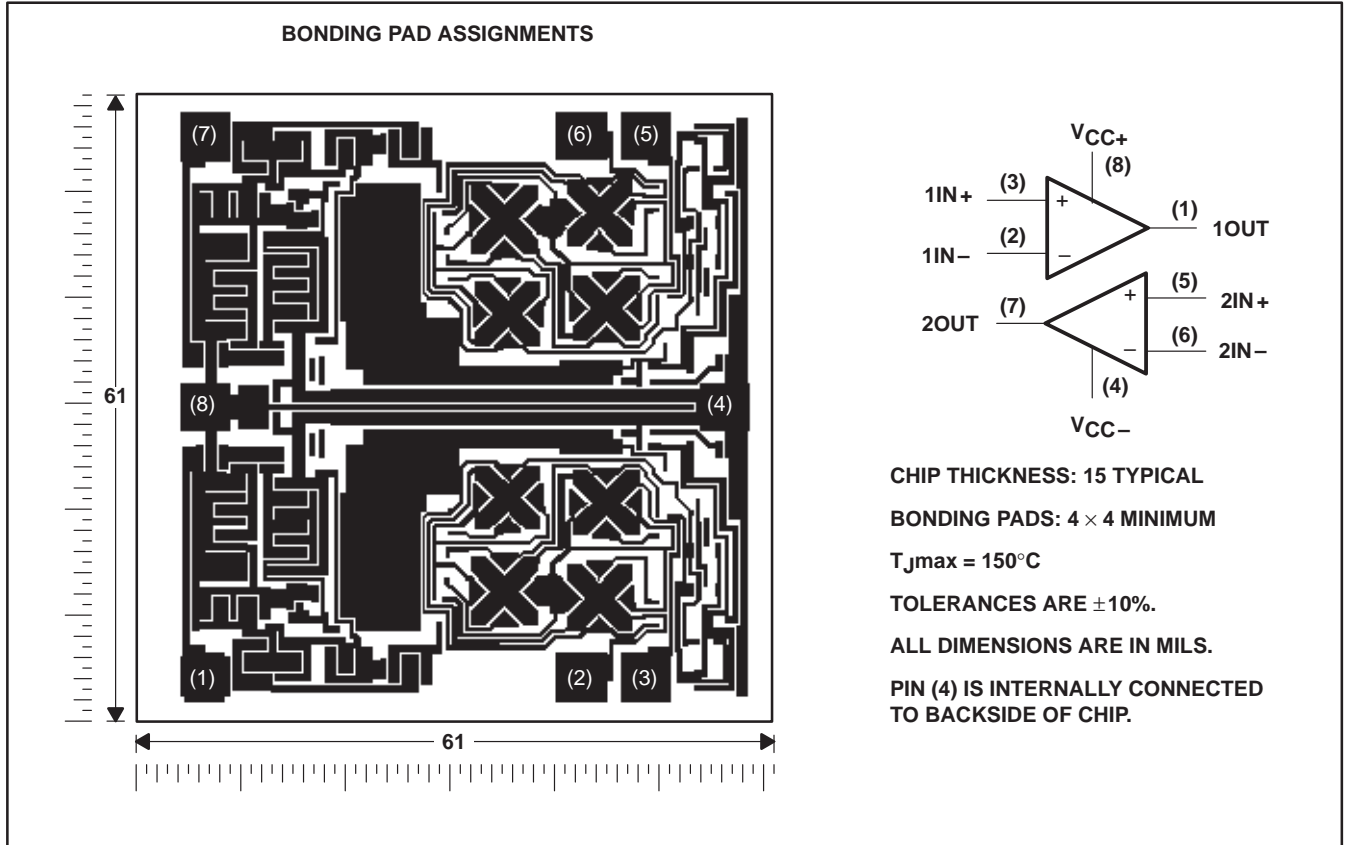
POST OFFICE BOX 655303 • DALLAS, TEXAS 75265

TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
 TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
**JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS**

SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

**TL082Y chip information**

These chips, when properly assembled, display characteristics similar to the TL082. Thermal compression or ultrasonic bonding may be used on the doped-aluminum bonding pads. Chips may be mounted with conductive epoxy or a gold-silicon preform.

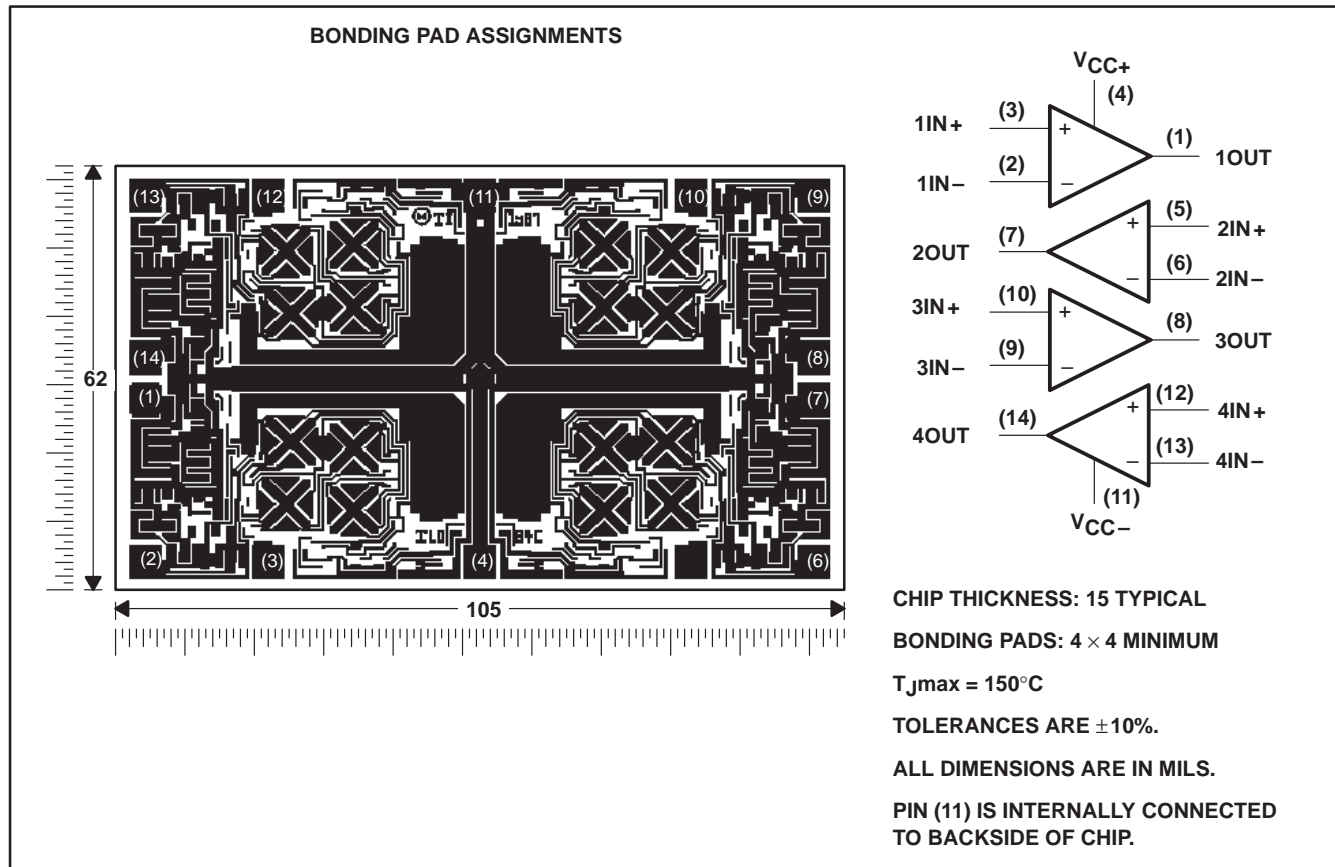


**TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS**

SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

**TL084Y chip information**

These chips, when properly assembled, display characteristics similar to the TL084. Thermal compression or ultrasonic bonding may be used on the doped-aluminum bonding pads. Chips may be mounted with conductive epoxy or a gold-silicon preform.



**TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS**

SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

**absolute maximum ratings over operating free-air temperature range (unless otherwise noted)†**

	TL08_C TL08_AC TL08_BC	TL08_I	TL084Q	TL08_M	UNIT
Supply voltage, $V_{CC+}$ (see Note 1)	18	18	18	18	V
Supply voltage $V_{CC-}$ (see Note 1)	-18	-18	-18	-18	V
Differential input voltage, $V_{ID}$ (see Note 2)	$\pm 30$	$\pm 30$	$\pm 30$	$\pm 30$	V
Input voltage, $V_I$ (see Notes 1 and 3)	$\pm 15$	$\pm 15$	$\pm 15$	$\pm 15$	V
Duration of output short circuit (see Note 4)	unlimited	unlimited	unlimited	unlimited	
Continuous total power dissipation	See Dissipation Rating Table				
Operating free-air temperature range, $T_A$	0 to 70	-40 to 85	-40 to 125	-55 to 125	°C
Storage temperature range, $T_{stg}$	-65 to 150	-65 to 150	-65 to 150	-65 to 150	°C
Case temperature for 60 seconds, $T_C$	FK package			260	°C
Lead temperature 1,6 mm (1/16 inch) from case for 60 seconds	J or JG package			300	°C
Lead temperature 1,6 mm (1/16 inch) from case for 10 seconds	D, N, P, or PW package	260	260	260	°C

† Stresses beyond those listed under "absolute maximum ratings" may cause permanent damage to the device. These are stress ratings only, and functional operation of the device at these or any other conditions beyond those indicated under "recommended operating conditions" is not implied. Exposure to absolute-maximum-rated conditions for extended periods may affect device reliability.

- NOTES:
1. All voltage values, except differential voltages, are with respect to the midpoint between  $V_{CC+}$  and  $V_{CC-}$ .
  2. Differential voltages are at  $IN+$  with respect to  $IN-$ .
  3. The magnitude of the input voltage must never exceed the magnitude of the supply voltage or 15 V, whichever is less.
  4. The output may be shorted to ground or to either supply. Temperature and/or supply voltages must be limited to ensure that the dissipation rating is not exceeded.

**DISSIPATION RATING TABLE**

PACKAGE	$T_A \leq 25^\circ\text{C}$ POWER RATING	DERATING FACTOR	DERATE ABOVE $T_A$	$T_A = 70^\circ\text{C}$ POWER RATING	$T_A = 85^\circ\text{C}$ POWER RATING	$T_A = 125^\circ\text{C}$ POWER RATING
D (8 pin)	680 mW	5.8 mW/°C	32°C	460 mW	373 mW	N/A
D (14 pin)	680 mW	7.6 mW/°C	60°C	604 mW	490 mW	186 mW
FK	680 mW	11.0 mW/°C	88°C	680 mW	680 mW	273 mW
J	680 mW	11.0 mW/°C	88°C	680 mW	680 mW	273 mW
JG	680 mW	8.4 mW/°C	69°C	672 mW	546 mW	210 mW
N	680 mW	9.2 mW/°C	76°C	680 mW	597 mW	N/A
P	680 mW	8.0 mW/°C	65°C	640 mW	520 mW	N/A
PW (8 pin)	525 mW	4.2 mW/°C	25°C	336 mW	N/A	N/A
PW (14 pin)	700 mW	5.6 mW/°C	25°C	448 mW	N/A	N/A
U	675 mW	5.4 mW/°C	25°C	432 mW	351 mW	135 mW
W	680 mW	8.0 mW/°C	65°C	640 mW	520 mW	200 mW



electrical characteristics,  $V_{CC\pm} = \pm 15\text{ V}$  (unless otherwise noted)

PARAMETER	TEST CONDITIONS	$T_A$ †	TL081C TL082C TL084C			TL081AC TL082AC TL084AC			TL081BC TL082BC TL084BC			TL081I TL082I TL084I			UNIT
			MIN	TYP	MAX	MIN	TYP	MAX	MIN	TYP	MAX	MIN	TYP	MAX	
$V_{IO}$ Input offset voltage	$V_O = 0$ $R_S = 50\ \Omega$	25°C	3	15		3	6		2	3		3	6	mV	
		Full range		20			7.5			5			9		
$\alpha_{VIO}$ Temperature coefficient of input offset voltage	$V_O = 0$ $R_S = 50\ \Omega$	Full range		18			18			18			18	$\mu\text{V}/^\circ\text{C}$	
$I_{IO}$ Input offset current‡	$V_O = 0$	25°C	5	200		5	100		5	100		5	100	pA	
		Full range		2			2			2			10	nA	
$I_{IB}$ Input bias current‡	$V_O = 0$	25°C	30	400		30	200		30	200		30	200	pA	
		Full range		10			7			7			20	nA	
$V_{ICR}$ Common-mode input voltage range		25°C	$\pm 11$	-12 to 15		$\pm 11$	-12 to 15		$\pm 11$	-12 to 15		$\pm 11$	-12 to 15	V	
$V_{OM}$ Maximum peak output voltage swing	$R_L = 10\ \text{k}\Omega$	25°C	$\pm 12$	$\pm 13.5$		$\pm 12$	$\pm 13.5$		$\pm 12$	$\pm 13.5$		$\pm 12$	$\pm 13.5$	V	
	$R_L \geq 10\ \text{k}\Omega$	Full range	$\pm 12$			$\pm 12$			$\pm 12$			$\pm 12$			
	$R_L \geq 2\ \text{k}\Omega$		$\pm 10$	$\pm 12$		$\pm 10$	$\pm 12$		$\pm 10$	$\pm 12$		$\pm 10$	$\pm 12$		
$A_{VD}$ Large-signal differential voltage amplification	$V_O = \pm 10\ \text{V}$ , $R_L \geq 2\ \text{k}\Omega$	25°C	25	200		50	200		50	200		50	200	V/mV	
	$V_O = \pm 10\ \text{V}$ , $R_L \geq 2\ \text{k}\Omega$	Full range	15			25			25			25			
$B_1$ Unity-gain bandwidth		25°C		3			3			3			3	MHz	
$r_i$ Input resistance		25°C		$10^{12}$			$10^{12}$			$10^{12}$			$10^{12}$	$\Omega$	
CMRR Common-mode rejection ratio	$V_{IC} = V_{ICRmin}$ , $V_O = 0$ , $R_S = 50\ \Omega$	25°C	70	86		75	86		75	86		75	86	dB	
$k_{SVR}$ Supply voltage rejection ratio ( $\Delta V_{CC\pm} / \Delta V_{IO}$ )	$V_{CC} = \pm 15\ \text{V}$ to $\pm 9\ \text{V}$ , $V_O = 0$ , $R_S = 50\ \Omega$	25°C	70	86		80	86		80	86		80	86	dB	
$I_{CC}$ Supply current (per amplifier)	$V_O = 0$ , No load	25°C		1.4	2.8		1.4	2.8		1.4	2.8		1.4	2.8	mA
$V_{O1}/V_{O2}$ Crosstalk attenuation	$A_{VD} = 100$	25°C		120			120			120			120	dB	

† All characteristics are measured under open-loop conditions with zero common-mode voltage unless otherwise specified. Full range for  $T_A$  is 0°C to 70°C for TL08\_C, TL08\_AC, TL08\_BC and -40°C to 85°C for TL08\_I.

‡ Input bias currents of a FET-input operational amplifier are normal junction reverse currents, which are temperature sensitive as shown in Figure 17. Pulse techniques must be used that maintain the junction temperature as close to the ambient temperature as possible.

**TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS**

SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

**electrical characteristics,  $V_{CC\pm} = \pm 15\text{ V}$  (unless otherwise noted)**

PARAMETER	TEST CONDITION <sup>†</sup>	$T_A$	TL081M, TL082M			TL084Q, TL084M			UNIT
			MIN	TYP	MAX	MIN	TYP	MAX	
$V_{IO}$ Input offset voltage	$V_O = 0, R_S = 50\ \Omega$	25°C	3	6		3	9	mV	
		Full range			9		15		
$\alpha_{VIO}$ Temperature coefficient of input offset voltage	$V_O = 0, R_S = 50\ \Omega$	Full range	18			18			$\mu\text{V}/^\circ\text{C}$
$I_{IO}$ Input offset current <sup>‡</sup>	$V_O = 0$	25°C	5	100		5	100	pA	
		125°C	20			20			nA
$I_{IB}$ Input bias current <sup>‡</sup>	$V_O = 0$	25°C	30	200		30	200	pA	
		125°C	50			50			nA
$V_{ICR}$ Common-mode input voltage range		25°C	$\pm 11$	$\pm 12$ to 15		$\pm 11$	$\pm 12$ to 15	V	
$V_{OM}$ Maximum peak output voltage swing	$R_L = 10\ \text{k}\Omega$	25°C	$\pm 12$	$\pm 13.5$		$\pm 12$	$\pm 13.5$	V	
	$R_L \geq 10\ \text{k}\Omega$	Full range	$\pm 12$		$\pm 12$				
	$R_L \geq 2\ \text{k}\Omega$		$\pm 10$	$\pm 12$	$\pm 10$	$\pm 12$			
$A_{VD}$ Large-signal differential voltage amplification	$V_O = \pm 10\ \text{V}, R_L \geq 2\ \text{k}\Omega$	25°C	25	200		25	200	V/mV	
	$V_O = \pm 10\ \text{V}, R_L \geq 2\ \text{k}\Omega$	Full range	15		15				
$B_1$ Unity-gain bandwidth		25°C	3			3			MHz
$r_i$ Input resistance		25°C	$10^{12}$			$10^{12}$			$\Omega$
CMRR Common-mode rejection ratio	$V_{IC} = V_{ICR\text{min}}, V_O = 0, R_S = 50\ \Omega$	25°C	80	86		80	86	dB	
$k_{SVR}$ Supply voltage rejection ratio ( $\Delta V_{CC\pm}/\Delta V_{IO}$ )	$V_{CC} = \pm 15\ \text{V to } \pm 9\ \text{V}, V_O = 0, R_S = 50\ \Omega$	25°C	80	86		80	86	dB	
$I_{CC}$ Supply current (per amplifier)	$V_O = 0, \text{ No load}$	25°C	1.4	2.8		1.4	2.8	mA	
$V_{O1}/V_{O2}$ Crosstalk attenuation	$A_{VD} = 100$	25°C	120			120			dB

<sup>†</sup> All characteristics are measured under open-loop conditions with zero common-mode input voltage unless otherwise specified.

<sup>‡</sup> Input bias currents of a FET-input operational amplifier are normal junction reverse currents, which are temperature sensitive as shown in Figure 17. Pulse techniques must be used that maintain the junction temperatures as close to the ambient temperature as is possible.

**operating characteristics,  $V_{CC\pm} = \pm 15\ \text{V}, T_A = 25^\circ\text{C}$  (unless otherwise noted)**

PARAMETER	TEST CONDITIONS	MIN	TYP	MAX	UNIT	
SR Slew rate at unity gain	$V_I = 10\ \text{V}, R_L = 2\ \text{k}\Omega, C_L = 100\ \text{pF}, \text{ See Figure 1}$	8*	13		V/ $\mu\text{s}$	
	$V_I = 10\ \text{V}, R_L = 2\ \text{k}\Omega, C_L = 100\ \text{pF}, T_A = -55^\circ\text{C to } 125^\circ\text{C}, \text{ See Figure 1}$	5*				
$t_r$ Rise time	$V_I = 20\ \text{mV}, R_L = 2\ \text{k}\Omega, C_L = 100\ \text{pF}, \text{ See Figure 1}$	0.05			$\mu\text{s}$	
Overshoot factor		20%				
$V_n$ Equivalent input noise voltage	$R_S = 20\ \Omega$	$f = 1\ \text{kHz}$			18	nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$
		$f = 10\ \text{Hz to } 10\ \text{kHz}$			4	$\mu\text{V}$
$I_n$ Equivalent input noise current	$R_S = 20\ \Omega, f = 1\ \text{kHz}$	0.01			pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$	
THD Total harmonic distortion	$V_{I\text{rms}} = 6\ \text{V}, f = 1\ \text{kHz}$	$A_{VD} = 1,$	$R_S \leq 1\ \text{k}\Omega,$	$R_L \geq 2\ \text{k}\Omega,$	0.003%	

\*On products compliant to MIL-PRF-38535, this parameter is not production tested.



**TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS**

SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

**electrical characteristics,  $V_{CC\pm} = \pm 15\text{ V}$ ,  $T_A = 25^\circ\text{C}$  (unless otherwise noted)**

PARAMETER	TEST CONDITIONS†	TL082Y, TL084Y			UNIT
		MIN	TYP	MAX	
$V_{IO}$ Input offset voltage	$V_O = 0$ , $R_S = 50\ \Omega$		3	15	mV
$\alpha V_{IO}$ Temperature coefficient of input offset voltage	$V_O = 0$ , $R_S = 50\ \Omega$		18		$\mu\text{V}/^\circ\text{C}$
$I_{IO}$ Input offset current‡	$V_O = 0$ ,		5	200	pA
$I_{IB}$ Input bias current‡	$V_O = 0$ ,		30	400	pA
$V_{ICR}$ Common-mode input voltage range		$\pm 11$	-12 to 15		V
$V_{OM}$ Maximum peak output voltage swing	$R_L = 10\ \text{k}\Omega$ ,	$\pm 12$	$\pm 13.5$		V
$A_{VD}$ Large-signal differential voltage amplification	$V_O = \pm 10\ \text{V}$ , $R_L \geq 2\ \text{k}\Omega$	25	200		V/mV
$B_1$ Unity-gain bandwidth			3		MHz
$r_i$ Input resistance			$10^{12}$		$\Omega$
CMRR Common-mode rejection ratio	$V_{IC} = V_{ICRmin}$ , $V_O = 0$ , $R_S = 50\ \Omega$	70 70	86 86		dB
kSVR Supply voltage rejection ratio ( $\Delta V_{CC\pm} / \Delta V_{IO}$ )	$V_{CC} = \pm 15\ \text{V}$ to $\pm 9\ \text{V}$ , $V_O = 0$ , $R_S = 50\ \Omega$	70 70	86 86		dB
$I_{CC}$ Supply current (per amplifier)	$V_O = 0$ , No load		1.4	2.8	mA
$V_{O1}/V_{O2}$ Crosstalk attenuation	$A_{VD} = 100$		120		dB

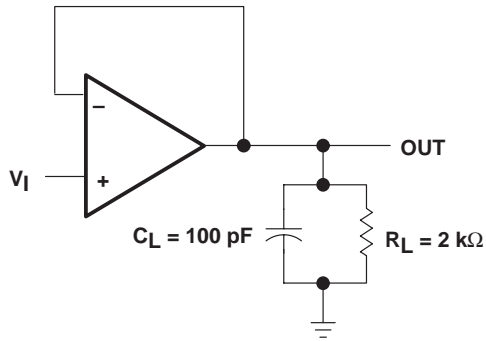
† All characteristics are measured under open-loop conditions with zero common-mode voltage unless otherwise specified.

‡ Input bias currents of a FET-input operational amplifier are normal junction reverse currents, which are temperature sensitive as shown in Figure 17. Pulse techniques must be used that maintain the junction temperature as close to the ambient temperature as possible.

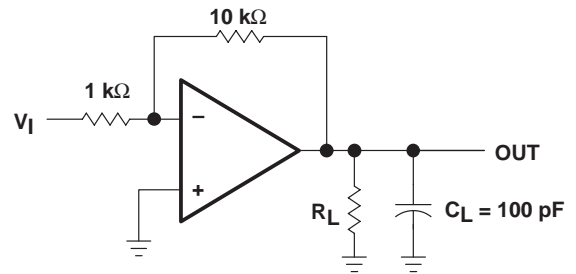
**operating characteristics,  $V_{CC\pm} = \pm 15\ \text{V}$ ,  $T_A = 25^\circ\text{C}$**

PARAMETER	TEST CONDITIONS			MIN	TYP	MAX	UNIT
SR Slew rate at unity gain	$V_I = 10\ \text{V}$ ,	$R_L = 2\ \text{k}\Omega$ ,	$C_L = 100\ \text{pF}$ , See Figure 1	8	13		$\text{V}/\mu\text{s}$
$t_r$ Rise time	$V_I = 20\ \text{mV}$ ,	$R_L = 2\ \text{k}\Omega$ ,	$C_L = 100\ \text{pF}$ , See Figure 1		0.05		$\mu\text{s}$
Overshoot factor					20%		
$V_n$ Equivalent input noise voltage	$R_S = 20\ \Omega$	f = 1 kHz			18		$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
		f = 10 Hz to 10 kHz			4		$\mu\text{V}$
$I_n$ Equivalent input noise current	$R_S = 20\ \Omega$ ,	f = 1 kHz			0.01		$\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$
THD Total harmonic distortion	$V_{I\text{rms}} = 6\ \text{V}$ , f = 1 kHz	$A_{VD} = 1$ ,	$R_S \leq 1\ \text{k}\Omega$ , $R_L \geq 2\ \text{k}\Omega$ ,		0.003%		

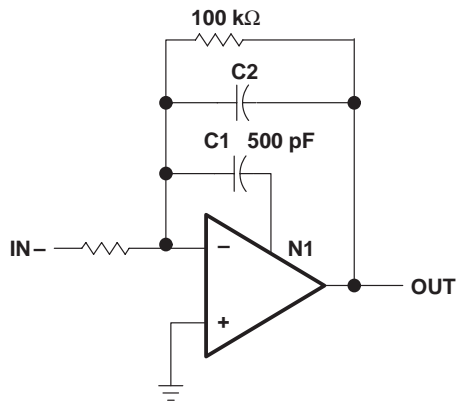
**PARAMETER MEASUREMENT INFORMATION**



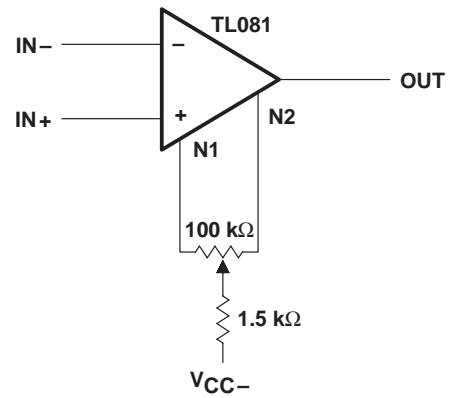
**Figure 1**



**Figure 2**



**Figure 3**



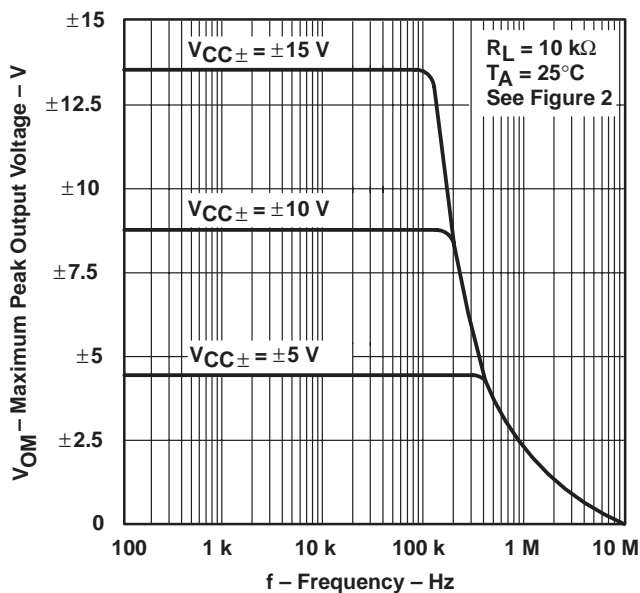
**Figure 4**

**TYPICAL CHARACTERISTICS**

**Table of Graphs**

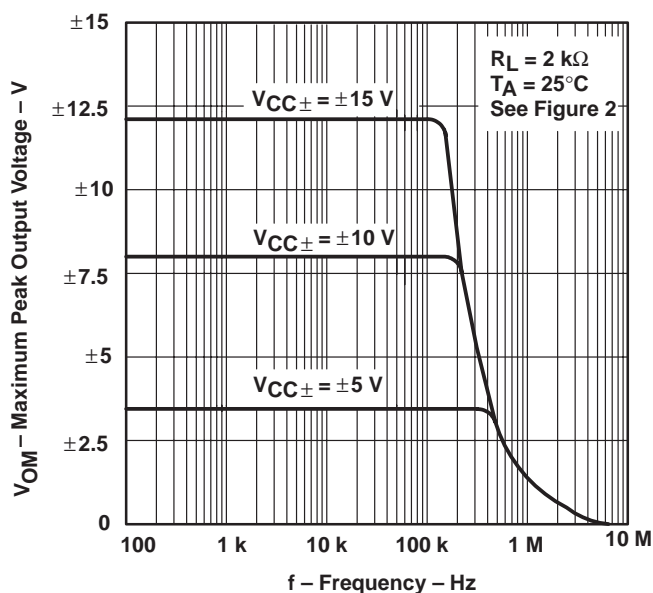
		FIGURE
V <sub>OM</sub>	Maximum peak output voltage	vs Frequency
		vs Free-air temperature
		vs Load resistance
		vs Supply voltage
A <sub>VD</sub>	Large-signal differential voltage amplification	5, 6, 7
	Differential voltage amplification	8, 9, 10
P <sub>D</sub>	Total power dissipation	11
I <sub>CC</sub>	Supply current	12
I <sub>IB</sub>	Input bias current	13
	Large-signal pulse response	14
V <sub>O</sub>	Output voltage	15
CMRR	Common-mode rejection ratio	16
V <sub>n</sub>	Equivalent input noise voltage	17
THD	Total harmonic distortion	18

**MAXIMUM PEAK OUTPUT VOLTAGE  
 vs  
 FREQUENCY**



**Figure 5**

**MAXIMUM PEAK OUTPUT VOLTAGE  
 vs  
 FREQUENCY**



**Figure 6**

TYPICAL CHARACTERISTICS†

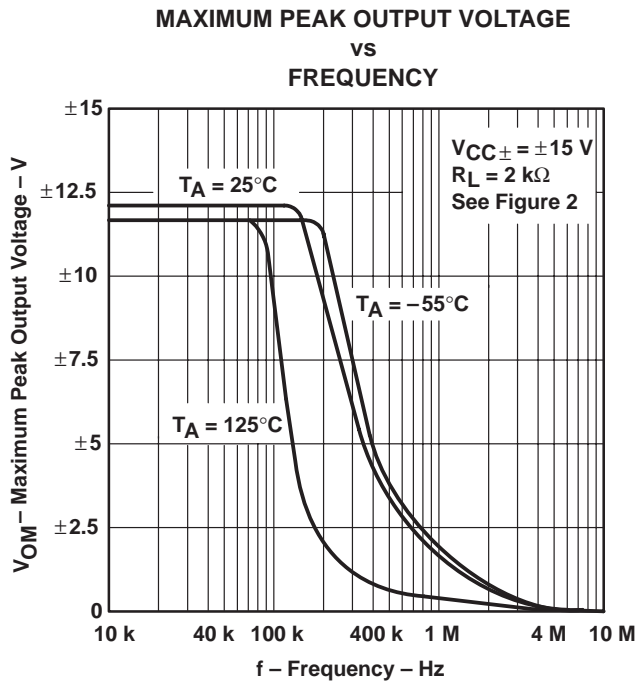


Figure 7

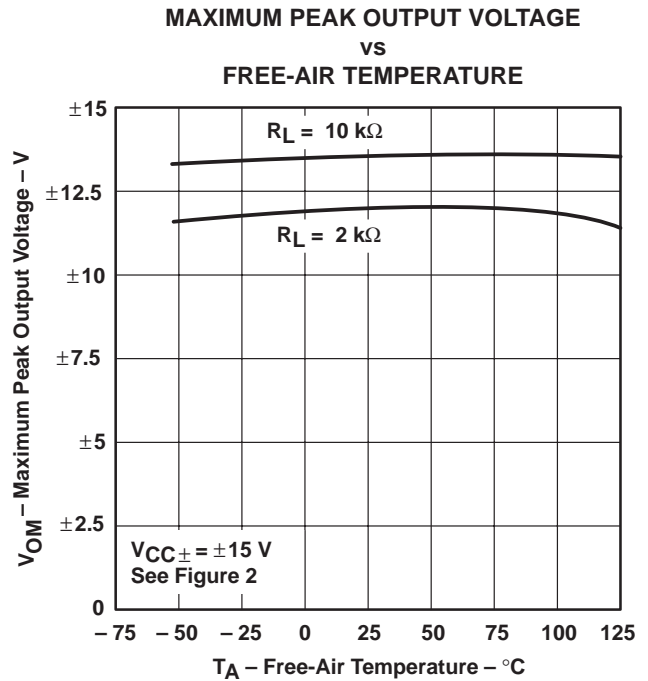


Figure 8

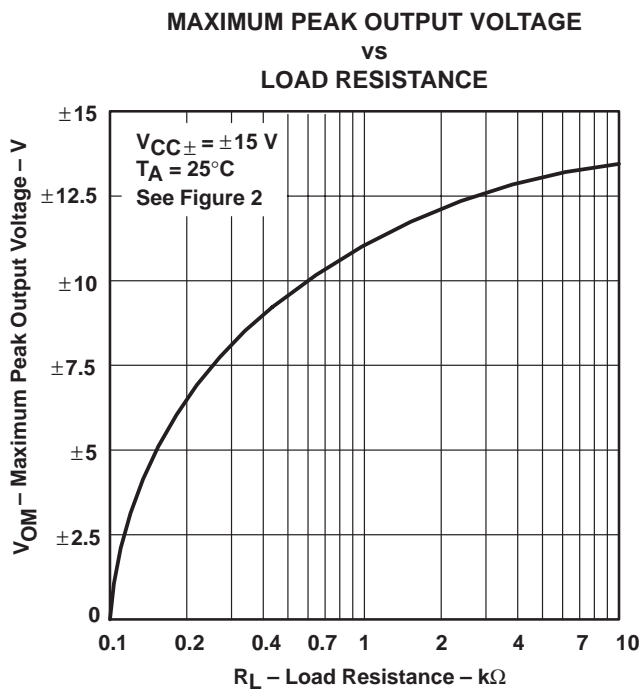


Figure 9

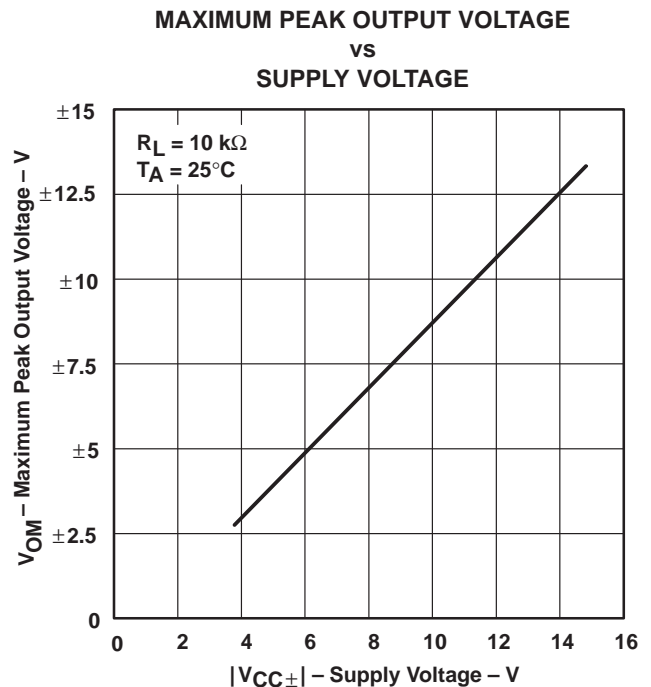


Figure 10

† Data at high and low temperatures are applicable only within the rated operating free-air temperature ranges of the various devices.

TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
 TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
**JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS**

SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

**TYPICAL CHARACTERISTICS†**

**LARGE-SIGNAL  
 DIFFERENTIAL VOLTAGE AMPLIFICATION  
 vs  
 FREE-AIR TEMPERATURE**

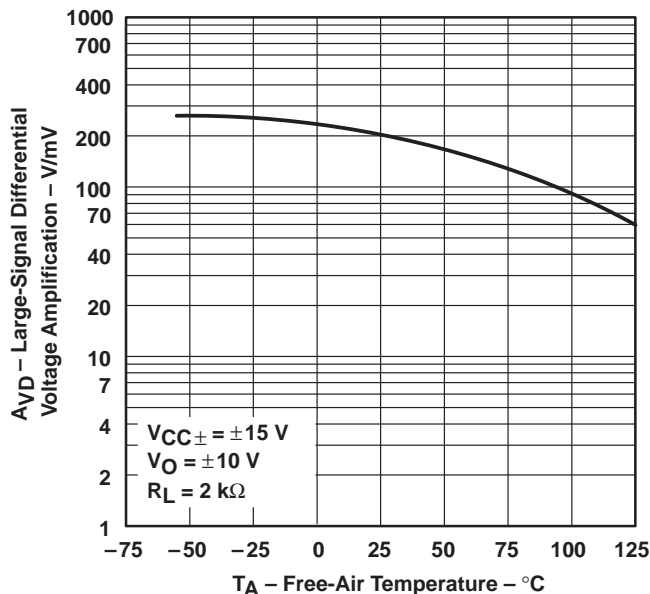


Figure 11

**LARGE-SIGNAL  
 DIFFERENTIAL VOLTAGE AMPLIFICATION  
 vs  
 FREQUENCY**

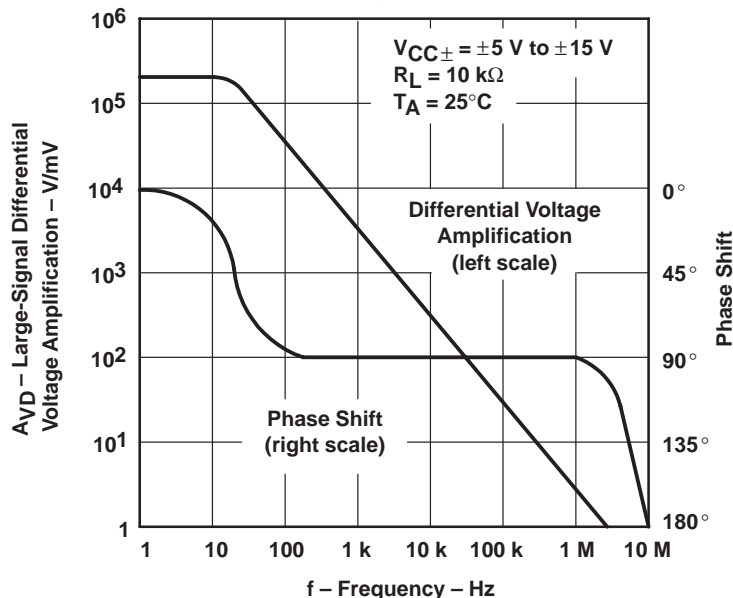


Figure 12

† Data at high and low temperatures are applicable only within the rated operating free-air temperature ranges of the various devices.

TYPICAL CHARACTERISTICS†

DIFFERENTIAL VOLTAGE AMPLIFICATION  
 vs  
 FREQUENCY WITH FEED-FORWARD COMPENSATION

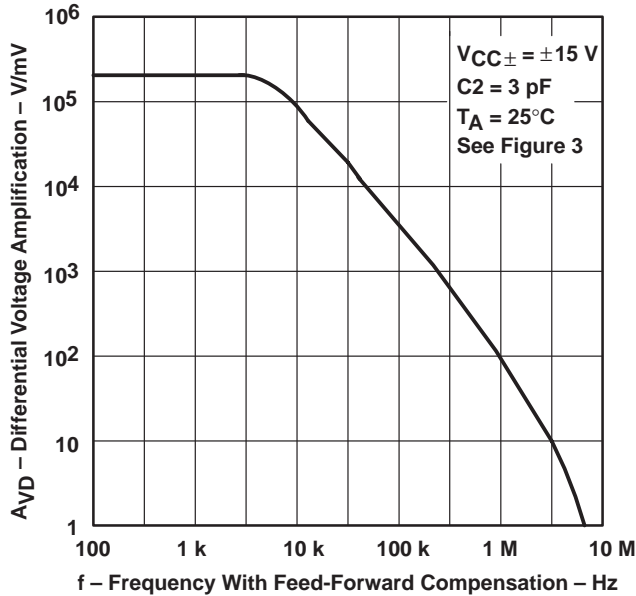


Figure 13

TOTAL POWER DISSIPATION  
 vs  
 FREE-AIR TEMPERATURE

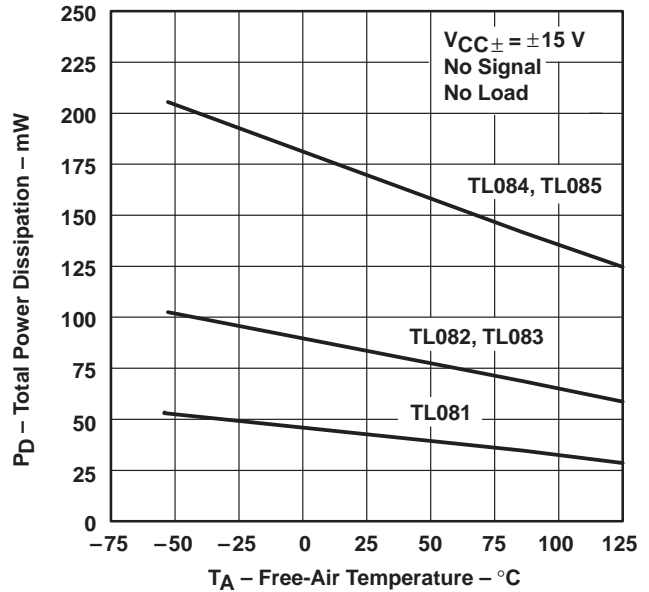


Figure 14

SUPPLY CURRENT PER AMPLIFIER  
 vs  
 FREE-AIR TEMPERATURE

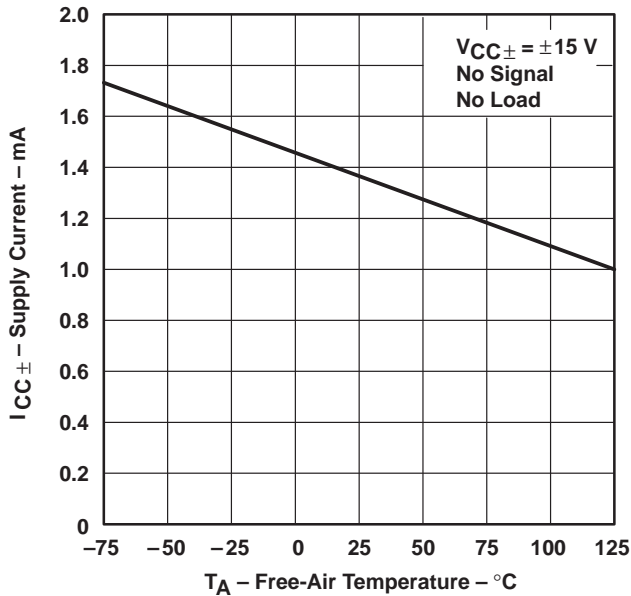


Figure 15

SUPPLY CURRENT  
 vs  
 SUPPLY VOLTAGE

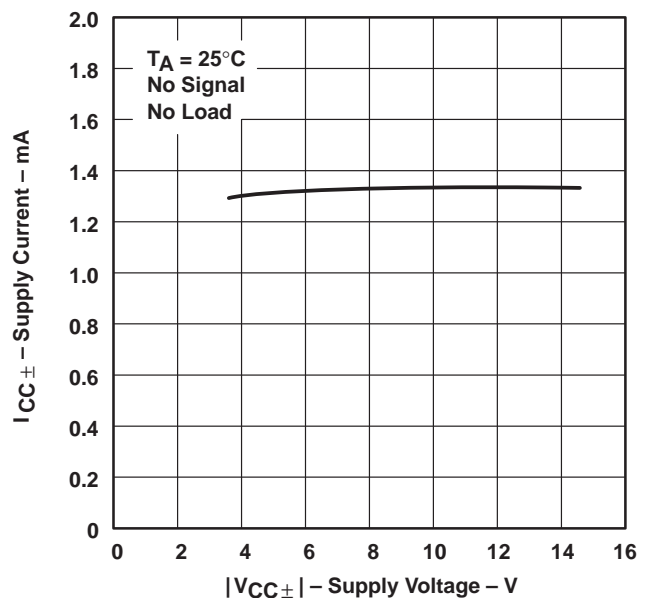


Figure 16

† Data at high and low temperatures are applicable only within the rated operating free-air temperature ranges of the various devices.

**TYPICAL CHARACTERISTICS†**

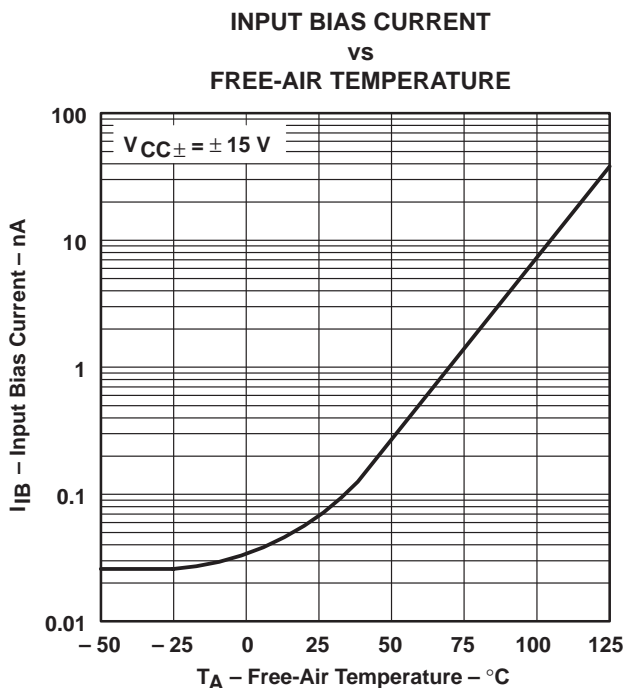


Figure 17

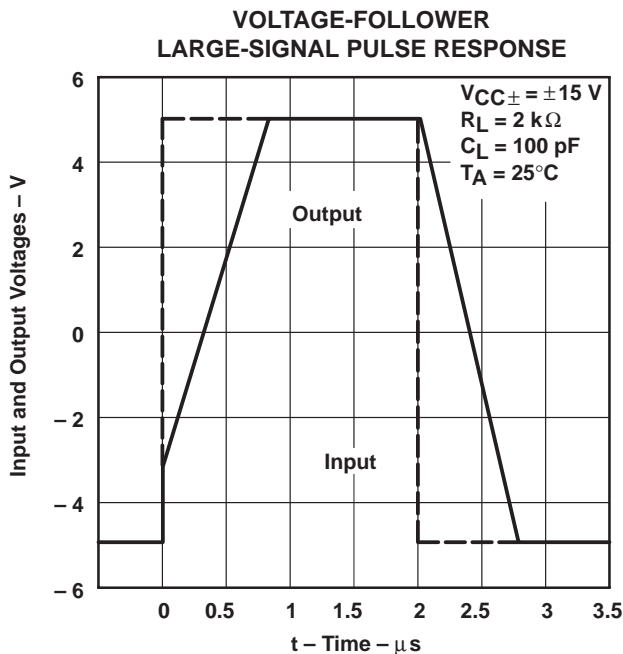


Figure 18

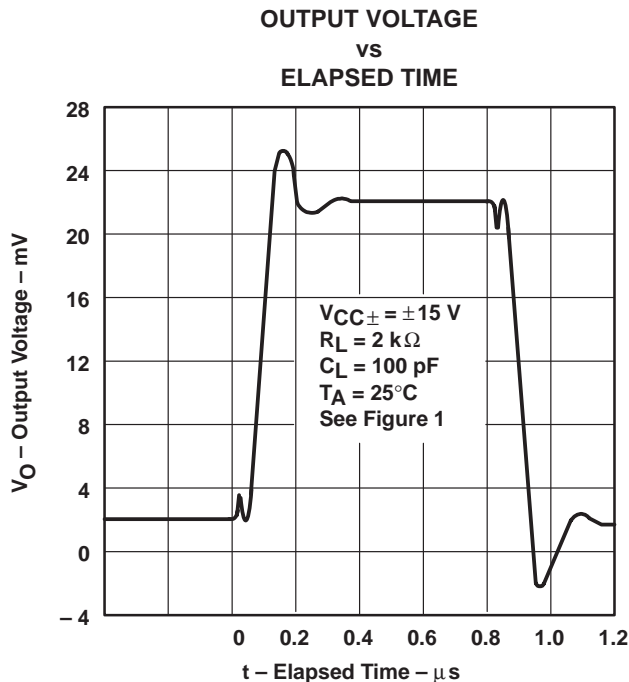


Figure 19

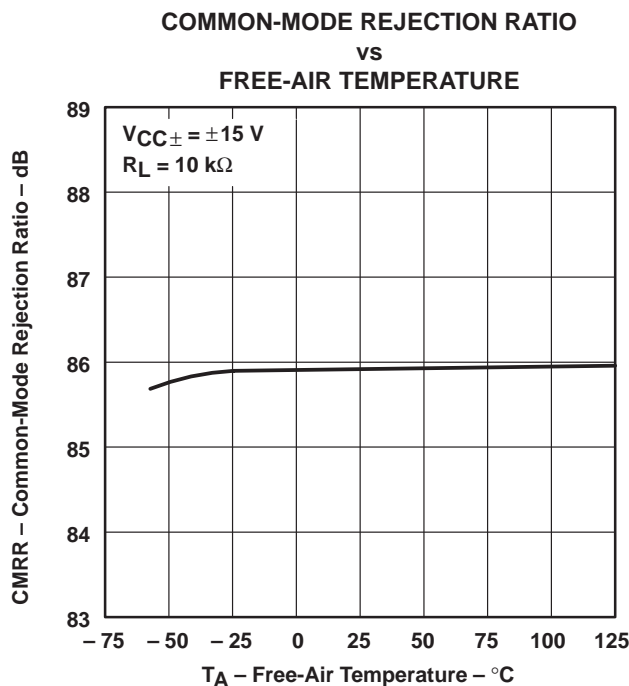
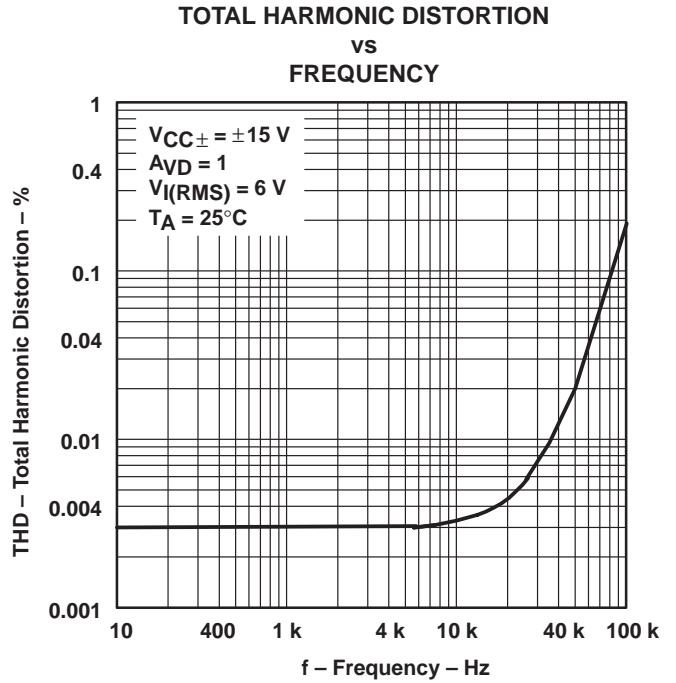
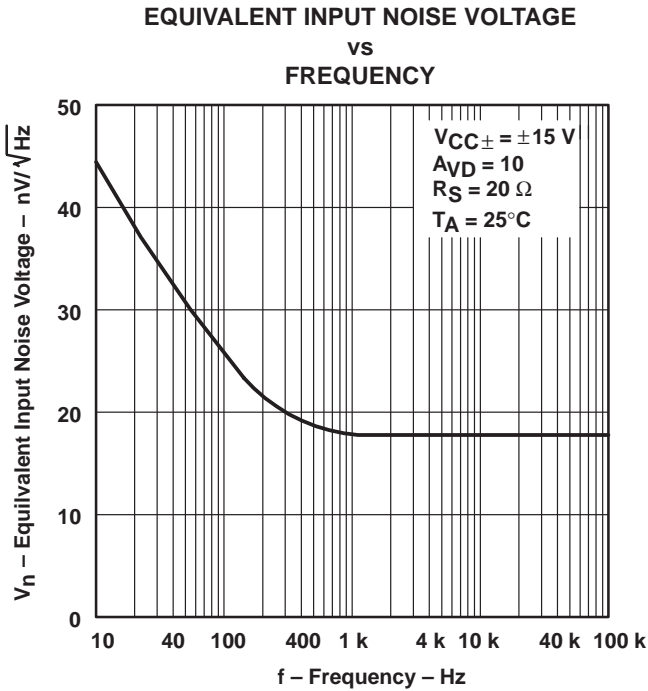


Figure 20

† Data at high and low temperatures are applicable only within the rated operating free-air temperature ranges of the various devices.

TYPICAL CHARACTERISTICS†



† Data at high and low temperatures are applicable only within the rated operating free-air temperature ranges of the various devices.

APPLICATION INFORMATION

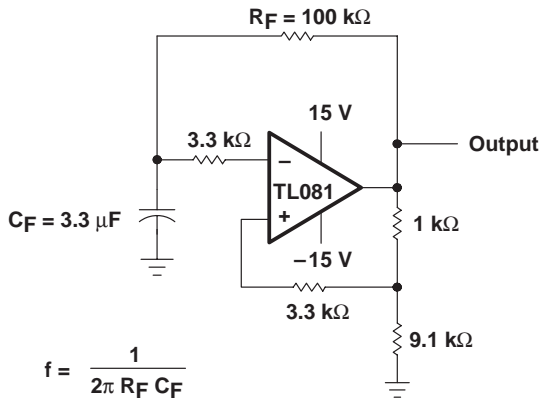


Figure 23

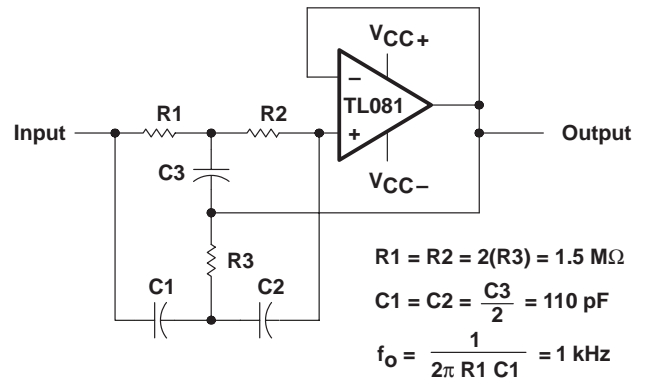
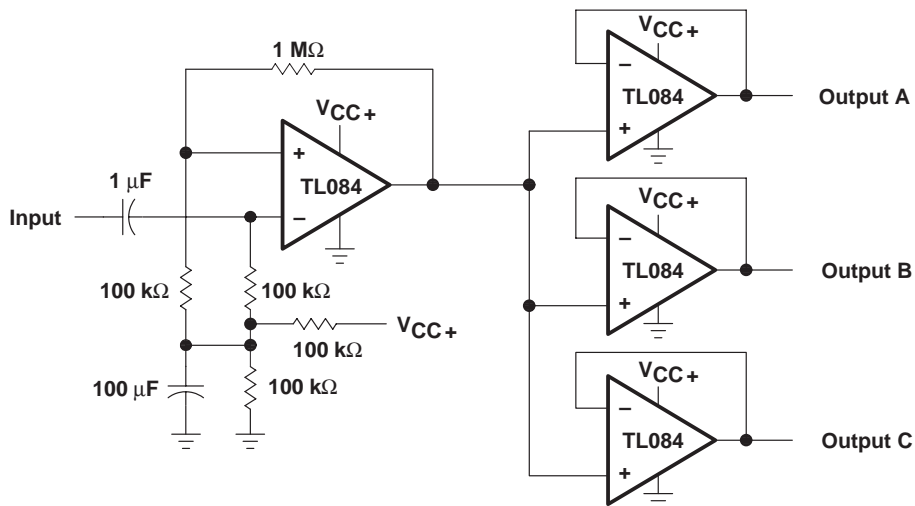
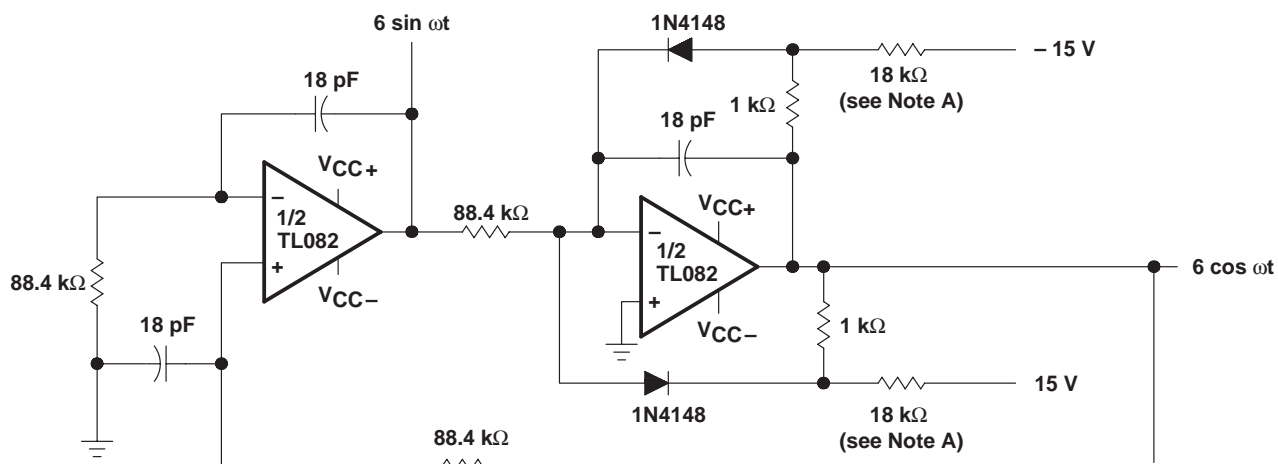


Figure 24

**APPLICATION INFORMATION**



**Figure 25. Audio-Distribution Amplifier**



NOTE A: These resistor values may be adjusted for a symmetrical output.

**Figure 26. 100-KHz Quadrature Oscillator**

APPLICATION INFORMATION

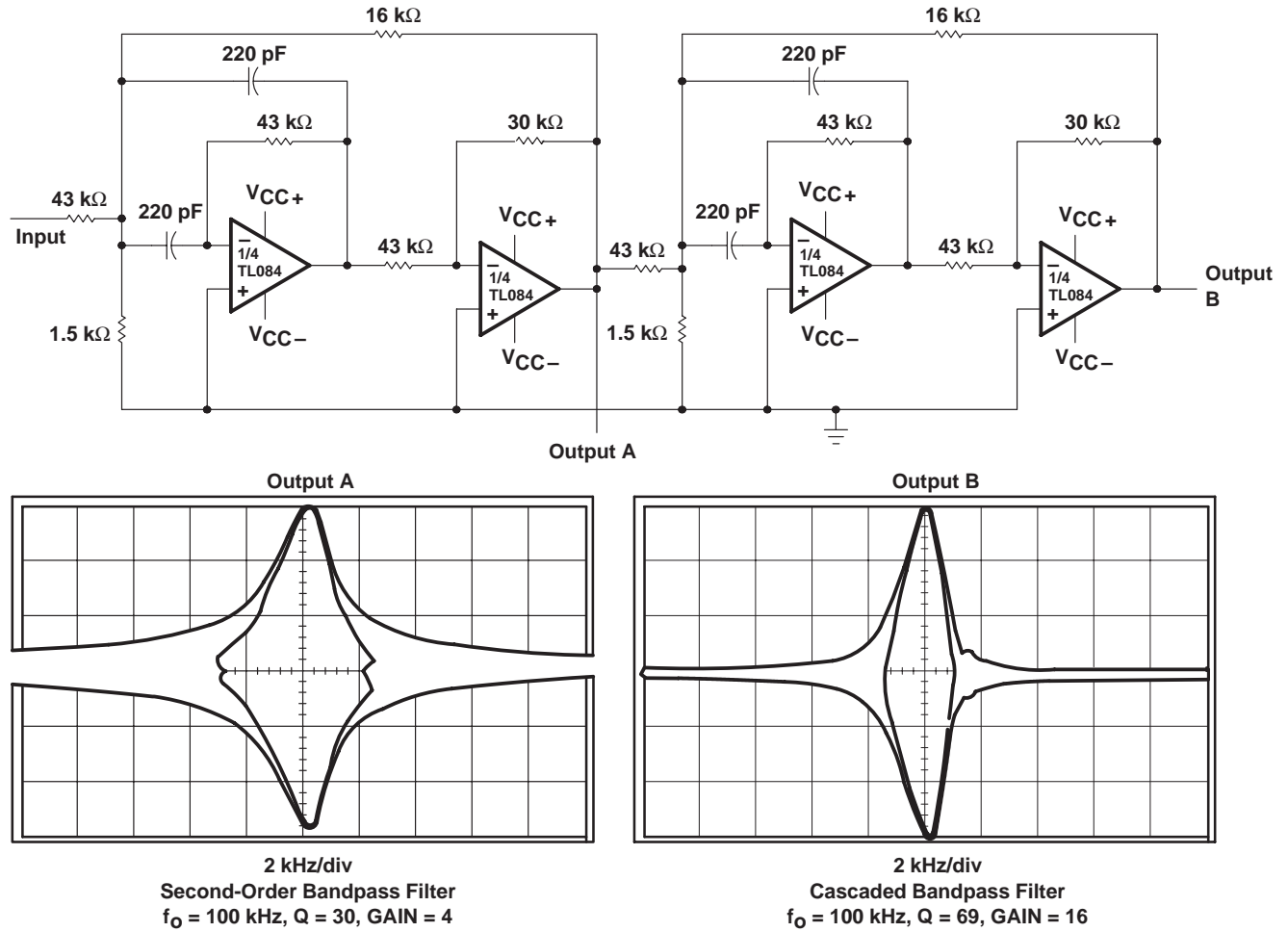


Figure 27. Positive-Feedback Bandpass Filter

TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
 TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
**JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS**

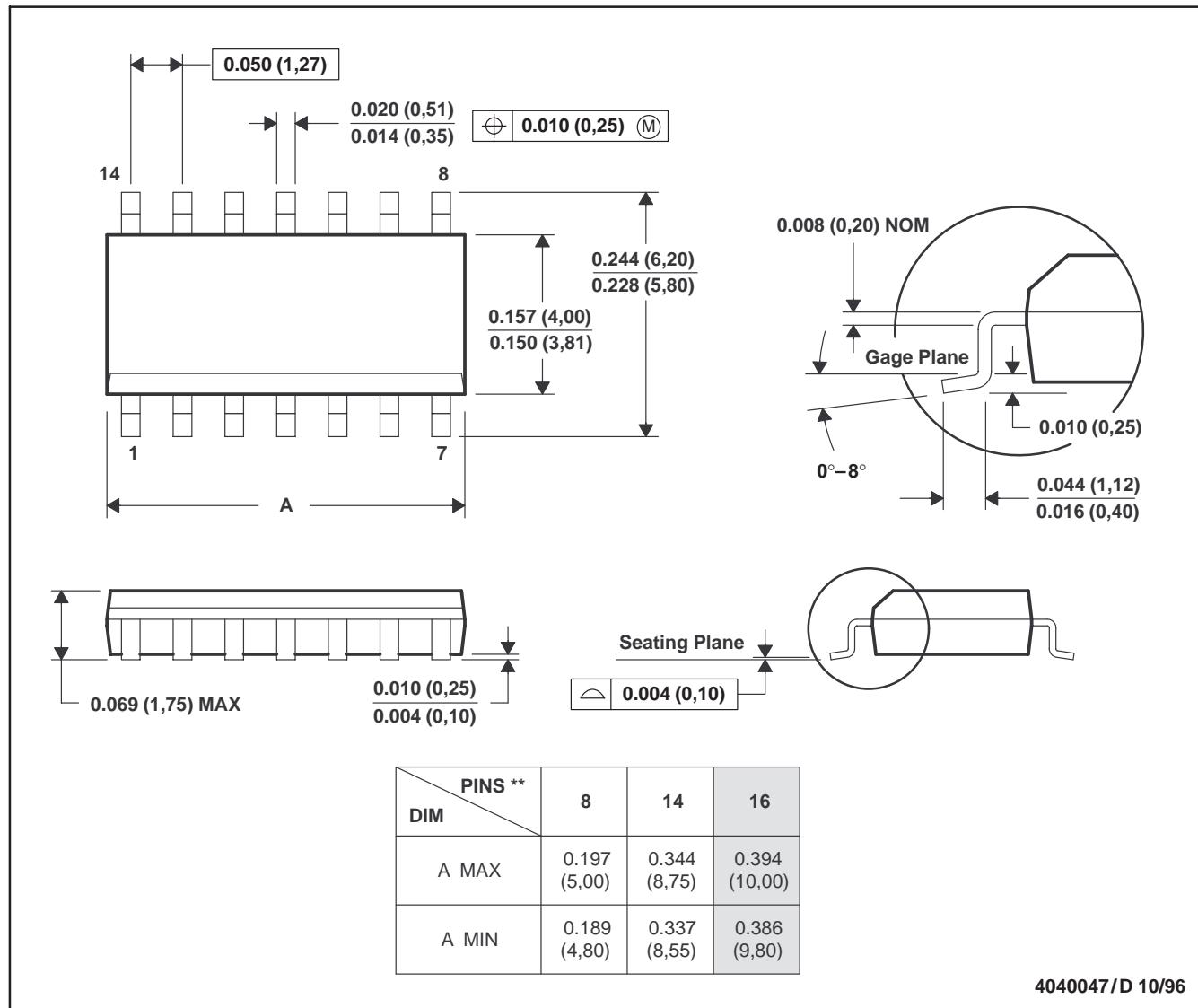
SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

**MECHANICAL DATA**

**D (R-PDSO-G\*\*)**

**PLASTIC SMALL-OUTLINE PACKAGE**

14 PIN SHOWN



- NOTES: A. All linear dimensions are in inches (millimeters).  
 B. This drawing is subject to change without notice.  
 C. Body dimensions do not include mold flash or protrusion, not to exceed 0.006 (0,15).  
 D. Falls within JEDEC MS-012

TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
 TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
 JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS

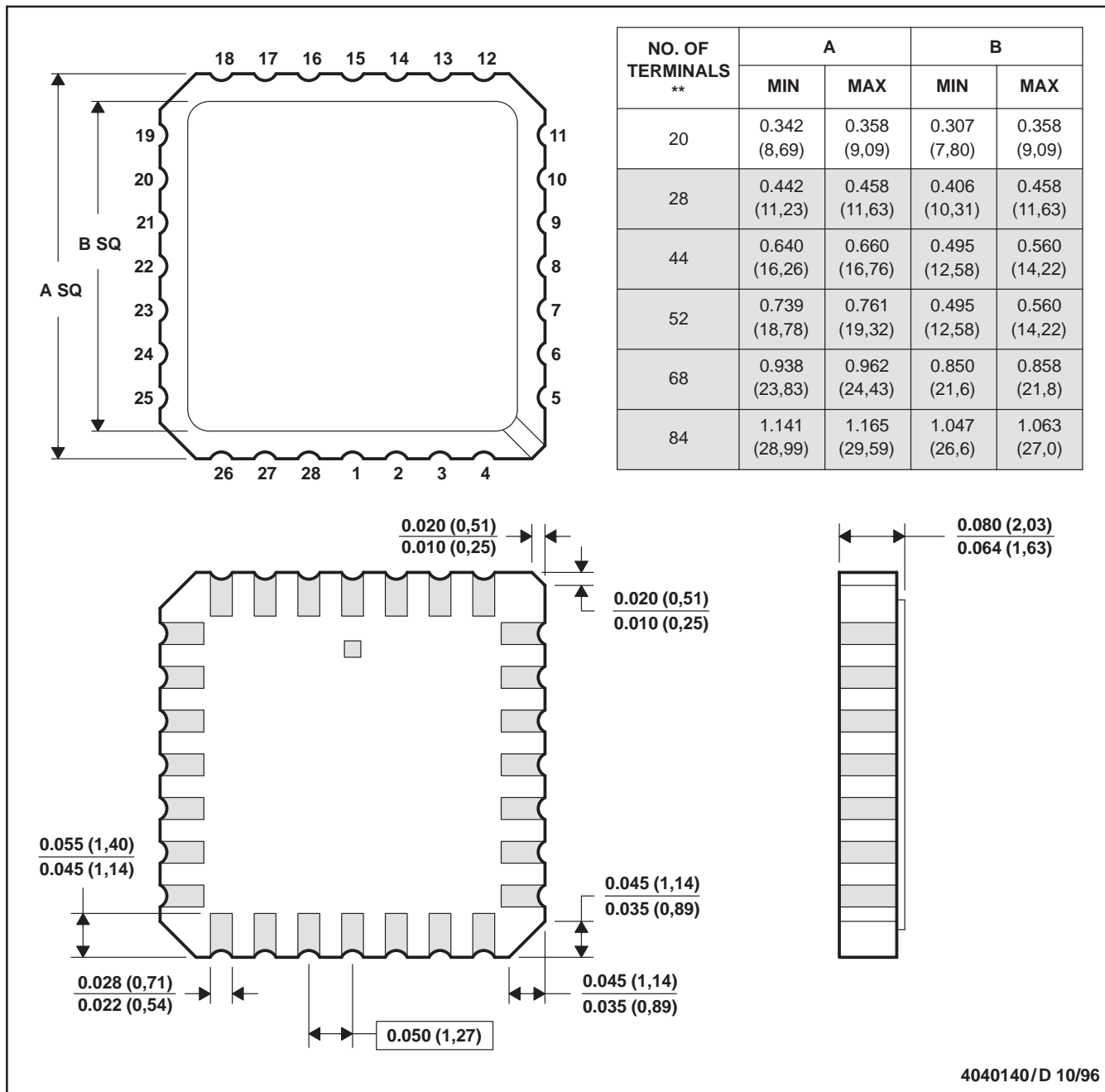
SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

MECHANICAL DATA

FK (S-CQCC-N\*\*)

LEADLESS CERAMIC CHIP CARRIER

28 TERMINAL SHOWN



4040140/D 10/96

- NOTES: A. All linear dimensions are in inches (millimeters).  
 B. This drawing is subject to change without notice.  
 C. This package can be hermetically sealed with a metal lid.  
 D. The terminals are gold plated.  
 E. Falls within JEDEC MS-004

TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
 TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
**JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS**

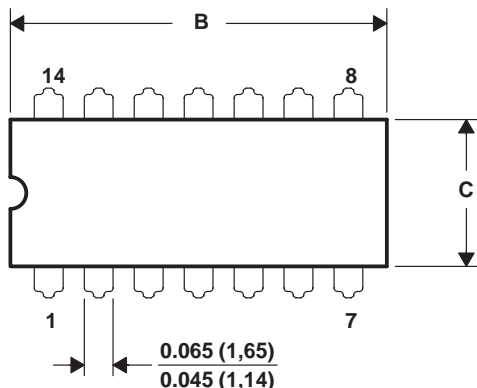
SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

**MECHANICAL DATA**

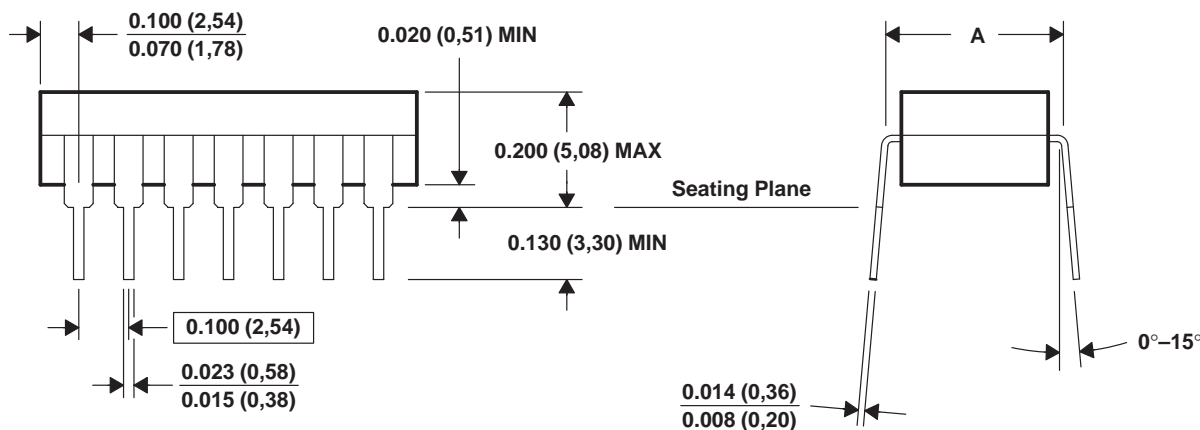
**J (R-GDIP-T\*\*)**

**CERAMIC DUAL-IN-LINE PACKAGE**

14 PIN SHOWN



DIM \ PINS **	14	16	18	20
	A MAX	0.310 (7,87)	0.310 (7,87)	0.310 (7,87)
A MIN	0.290 (7,37)	0.290 (7,37)	0.290 (7,37)	0.290 (7,37)
B MAX	0.785 (19,94)	0.785 (19,94)	0.910 (23,10)	0.975 (24,77)
B MIN	0.755 (19,18)	0.755 (19,18)	—	0.930 (23,62)
C MAX	0.300 (7,62)	0.300 (7,62)	0.300 (7,62)	0.300 (7,62)
C MIN	0.245 (6,22)	0.245 (6,22)	0.245 (6,22)	0.245 (6,22)



4040083/D 08/98

- NOTES: A. All linear dimensions are in inches (millimeters).  
 B. This drawing is subject to change without notice.  
 C. This package can be hermetically sealed with a ceramic lid using glass frit.  
 D. Index point is provided on cap for terminal identification only on press ceramic glass frit seal only.  
 E. Falls within MIL STD 1835 GDIP1-T14, GDIP1-T16, GDIP1-T18, GDIP1-T20, and GDIP1-T22.



POST OFFICE BOX 655303 • DALLAS, TEXAS 75265

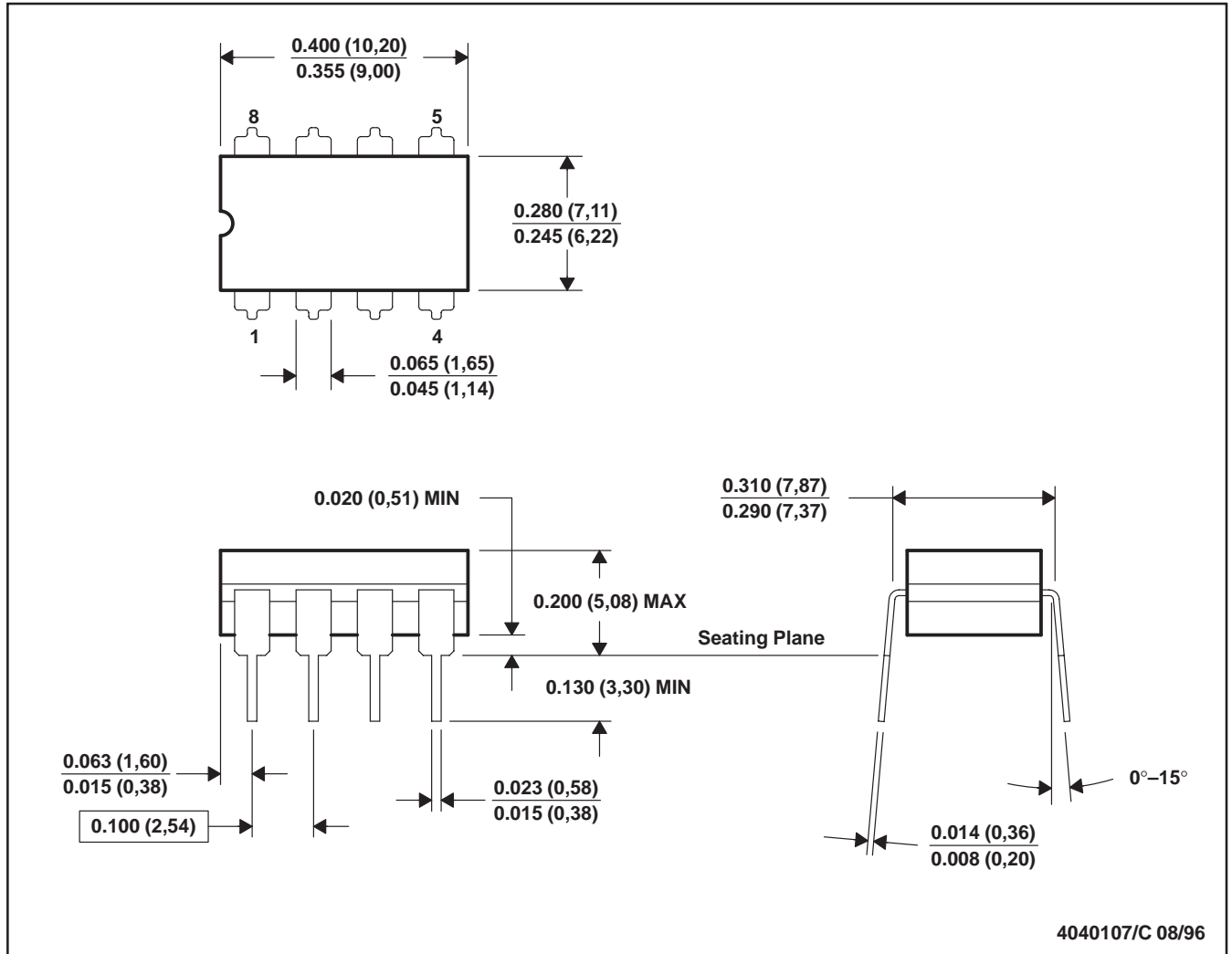
TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
 TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
 JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS

SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

MECHANICAL DATA

JG (R-GDIP-T8)

CERAMIC DUAL-IN-LINE PACKAGE



- NOTES: A. All linear dimensions are in inches (millimeters).  
 B. This drawing is subject to change without notice.  
 C. This package can be hermetically sealed with a ceramic lid using glass frit.  
 D. Index point is provided on cap for terminal identification only on press ceramic glass frit seal only.  
 E. Falls within MIL-STD-1835 GDIP1-T8

TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
 TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
**JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS**

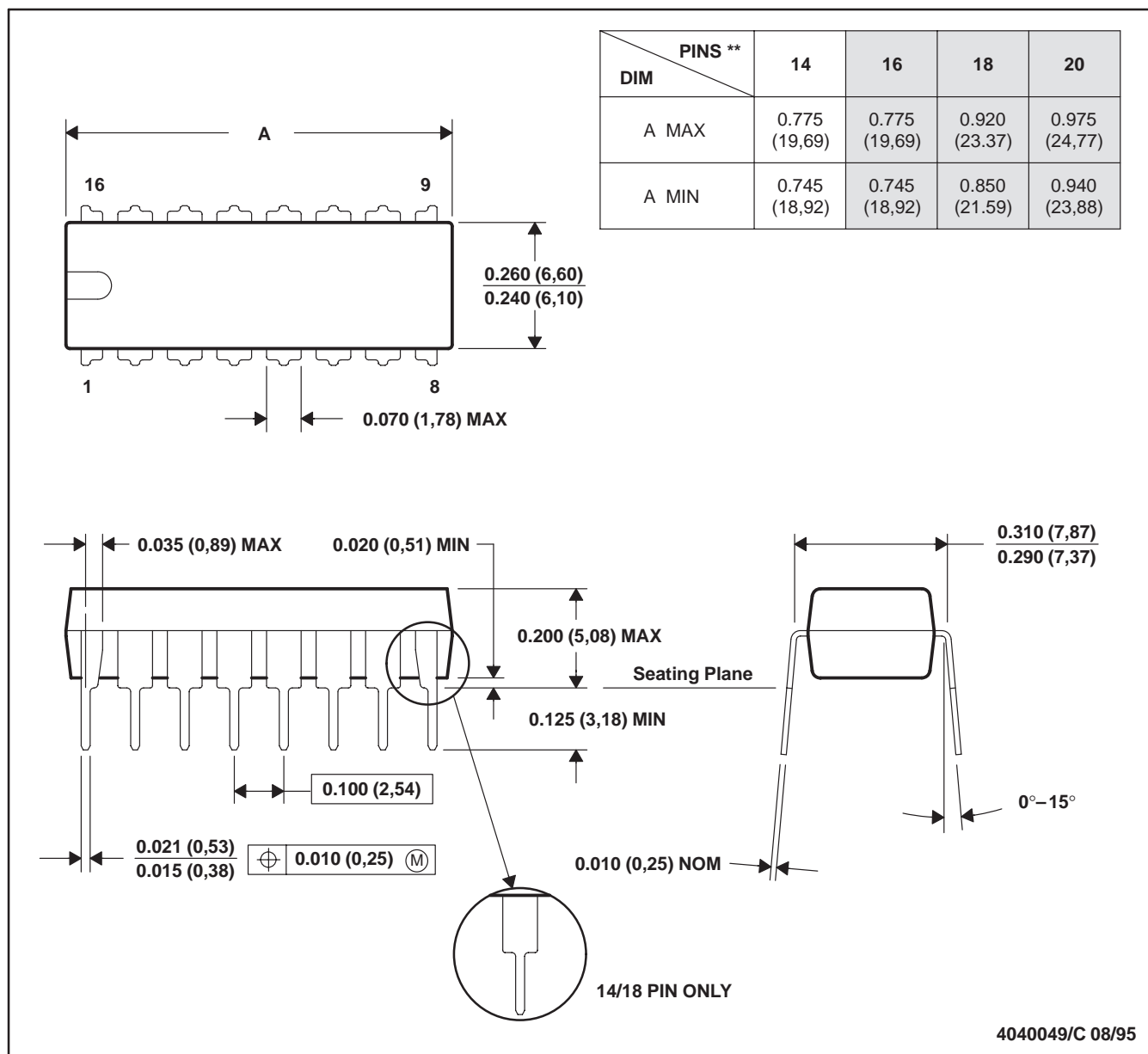
SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

**MECHANICAL DATA**

**N (R-PDIP-T\*\*)**

**PLASTIC DUAL-IN-LINE PACKAGE**

16 PIN SHOWN

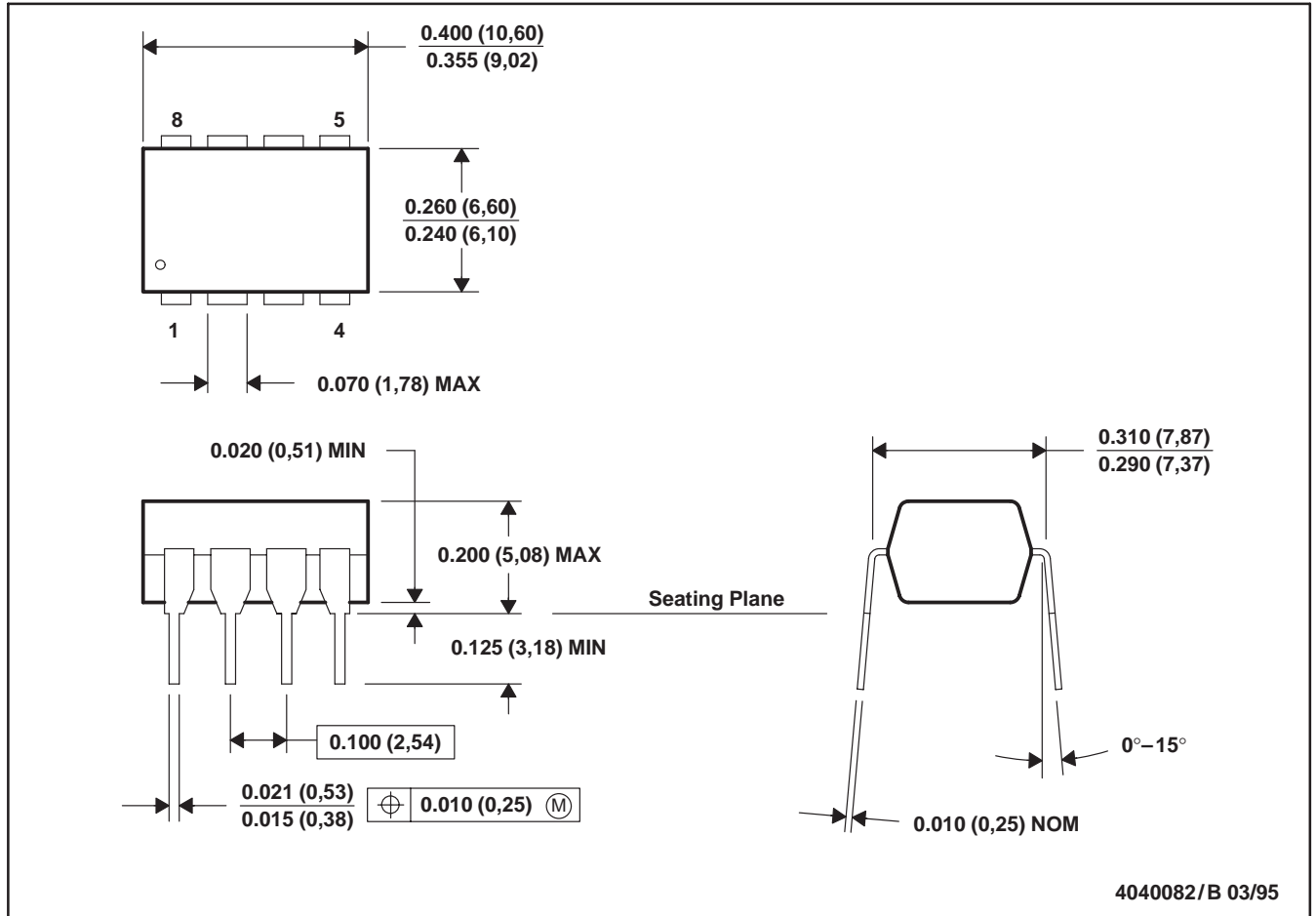


- NOTES: A. All linear dimensions are in inches (millimeters).  
 B. This drawing is subject to change without notice.  
 C. Falls within JEDEC MS-001 (20 pin package is shorter than MS-001.)

**MECHANICAL DATA**

**P (R-PDIP-T8)**

**PLASTIC DUAL-IN-LINE PACKAGE**



- NOTES: A. All linear dimensions are in inches (millimeters).  
 B. This drawing is subject to change without notice.  
 C. Falls within JEDEC MS-001

TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
 TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
**JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS**

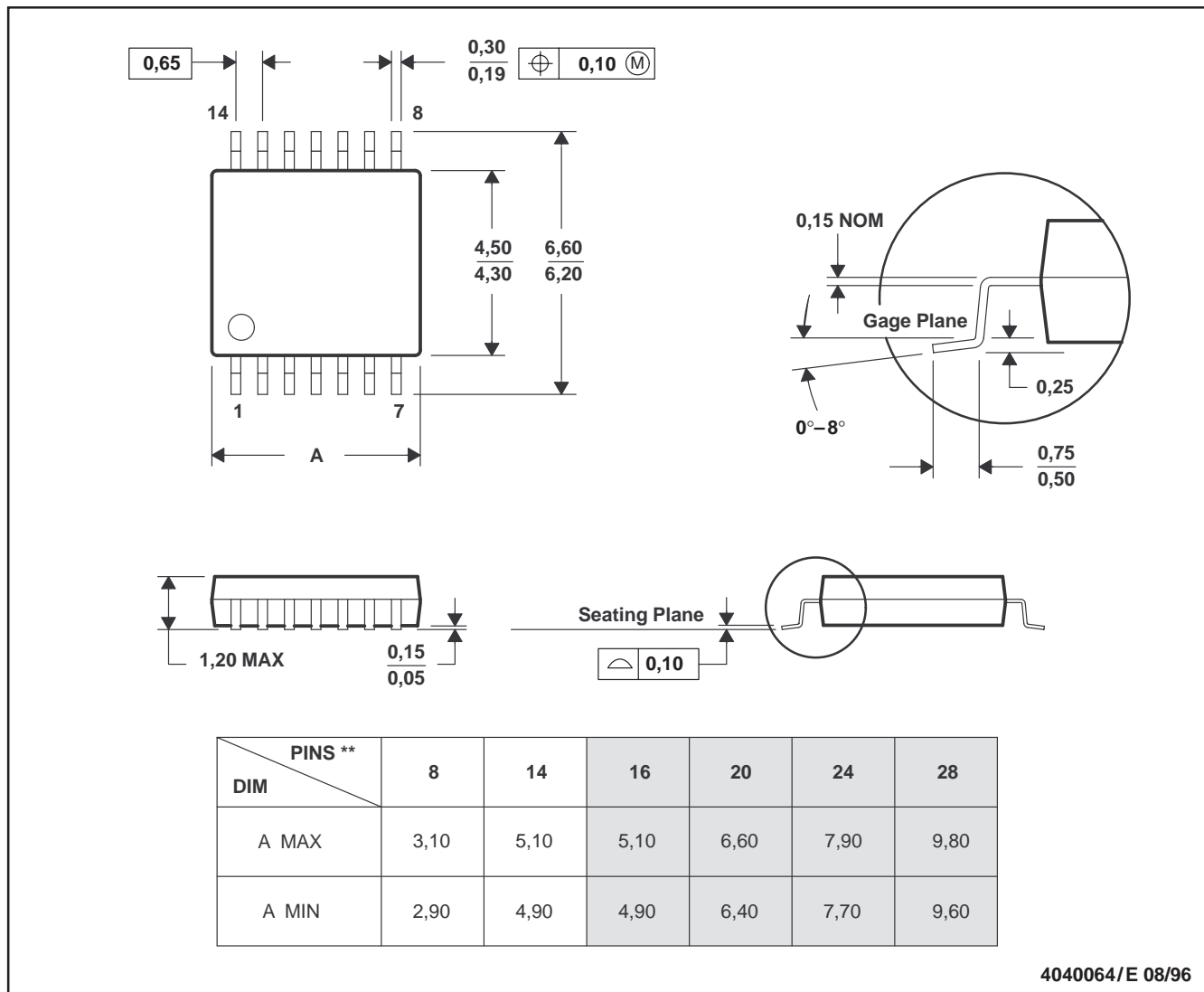
SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

**MECHANICAL DATA**

**PW (R-PDSO-G\*\*)**

**PLASTIC SMALL-OUTLINE PACKAGE**

14 PIN SHOWN



4040064/E 08/96

- NOTES: A. All linear dimensions are in millimeters.  
 B. This drawing is subject to change without notice.  
 C. Body dimensions do not include mold flash or protrusion not to exceed 0,15.  
 D. Falls within JEDEC MO-153

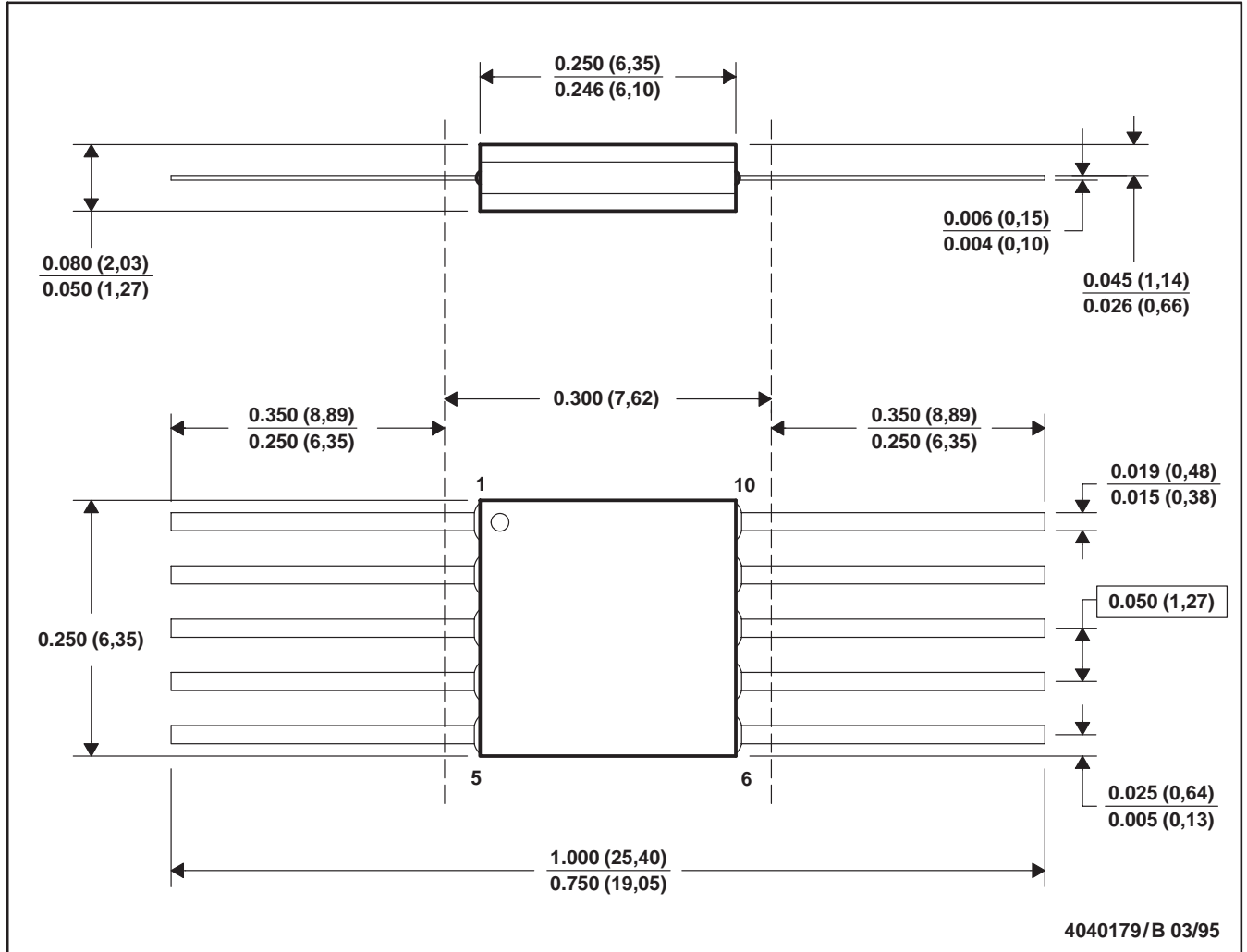
TL081, TL081A, TL081B, TL082, TL082A, TL082B  
 TL082Y, TL084, TL084A, TL084B, TL084Y  
 JFET-INPUT OPERATIONAL AMPLIFIERS

SLOS081E – FEBRUARY 1977 – REVISED FEBRUARY 1999

MECHANICAL DATA

U (S-GDFP-F10)

CERAMIC DUAL FLATPACK



- NOTES: A. All linear dimensions are in inches (millimeters).  
 B. This drawing is subject to change without notice.  
 C. This package can be hermetically sealed with a ceramic lid using glass frit.  
 D. Index point is provided on cap for terminal identification only.  
 E. Falls within MIL STD 1835 GDFP1-F10 and JEDEC MO-092AA



## **IMPORTANT NOTICE**

Texas Instruments and its subsidiaries (TI) reserve the right to make changes to their products or to discontinue any product or service without notice, and advise customers to obtain the latest version of relevant information to verify, before placing orders, that information being relied on is current and complete. All products are sold subject to the terms and conditions of sale supplied at the time of order acknowledgement, including those pertaining to warranty, patent infringement, and limitation of liability.

TI warrants performance of its semiconductor products to the specifications applicable at the time of sale in accordance with TI's standard warranty. Testing and other quality control techniques are utilized to the extent TI deems necessary to support this warranty. Specific testing of all parameters of each device is not necessarily performed, except those mandated by government requirements.

**CERTAIN APPLICATIONS USING SEMICONDUCTOR PRODUCTS MAY INVOLVE POTENTIAL RISKS OF DEATH, PERSONAL INJURY, OR SEVERE PROPERTY OR ENVIRONMENTAL DAMAGE ("CRITICAL APPLICATIONS"). TI SEMICONDUCTOR PRODUCTS ARE NOT DESIGNED, AUTHORIZED, OR WARRANTED TO BE SUITABLE FOR USE IN LIFE-SUPPORT DEVICES OR SYSTEMS OR OTHER CRITICAL APPLICATIONS. INCLUSION OF TI PRODUCTS IN SUCH APPLICATIONS IS UNDERSTOOD TO BE FULLY AT THE CUSTOMER'S RISK.**

In order to minimize risks associated with the customer's applications, adequate design and operating safeguards must be provided by the customer to minimize inherent or procedural hazards.

TI assumes no liability for applications assistance or customer product design. TI does not warrant or represent that any license, either express or implied, is granted under any patent right, copyright, mask work right, or other intellectual property right of TI covering or relating to any combination, machine, or process in which such semiconductor products or services might be or are used. TI's publication of information regarding any third party's products or services does not constitute TI's approval, warranty or endorsement thereof.