

12 ejercicios de mecánica de suelos Cuaderno de contraste

Vicente Navarro Gámir, Gema de la Morena Borja,
Laura Asensio Sánchez, Ángel Yustres Real



12 EJERCICIOS DE MECÁNICA DE SUELOS.

CUADERNO DE CONTRASTE

12 EJERCICIOS DE MECÁNICA DE SUELOS.

CUADERNO DE CONTRASTE

Vicente Navarro Gámir
Gema de la Morena Borja
Laura Asensio Sánchez
Ángel Yustres Real



Ediciones de la Universidad
de Castilla-La Mancha

Cuenca, 2021

© de los textos: sus autores.

© de la edición: Universidad de Castilla-La Mancha.

Edita: Ediciones de la Universidad de Castilla-La Mancha
Colección MANUALES DOCENTES N.º 22

Diseño de la colección: Servicio de Publicaciones. (Universidad de Castilla-La Mancha).



Esta editorial es miembro de la UNE, lo que garantiza la difusión y comercialización de sus publicaciones a nivel nacional e internacional.

I.S.B.N.: 978-84-9044-448-1 (Edición electrónica)

D.O.I.: http://doi.org/10.18239/manuales_2021.22.00

Composición: Compobell, S.L.

Hecho en España (U.E.) – *Made in Spain (E.U.)*



Esta obra se encuentra bajo una licencia internacional Creative Commons CC BY 4.0.

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra no incluida en la licencia Creative Commons CC BY 4.0 solo puede ser realizada con la autorización expresa de los titulares, salvo excepción prevista por la ley. Puede Ud. acceder al texto completo de la licencia en este enlace: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.es>

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN. “GUÍA DE USO” DEL CUADERNO.....	9
1. IDENTIFICACIÓN Y FASES.....	11
Problema 1.....	13
Problema 2.....	15
2. FLUJO.....	17
Problema 3.....	19
Problema 4.....	21
Problema 5.....	23
3. CONSOLIDACIÓN.....	25
Problema 6.....	27
4. CARACTERIZACIÓN DE CAMPOS DE TENSIONES EN SUELOS.....	31
Problema 7.....	33
5. CARACTERIZACIÓN DE LA RESISTENCIA AL CORTE DE SUELOS SATURADOS.....	35
Problema 8.....	37

ÍNDICE

6. EL SUELO COMO MEDIO ELÁSTICO.....	41
Problema 9.....	43
7. ANÁLISIS LÍMITE.....	47
Problema 10.....	49
8. ESTADO PLÁSTICO DE RANKINE.....	55
Problema 11.....	57
9. EQUILIBRIO LÍMITE.....	61
Problema 12.....	63

INTRODUCCIÓN. “GUÍA DE USO” DEL CUADERNO

Los ejercicios incluidos en este Cuaderno quieren “movilizar” los contenidos que los integrantes del equipo de Ingeniería del Terreno de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad de Castilla-La Mancha consideramos básicos para el aprendizaje de la Mecánica de Suelos y la Geotecnia.

Sin embargo, no es un cuaderno de iniciación. La resolución de los ejercicios se plantea asumiendo que el lector está familiarizado con la materia. El Cuaderno tiene como objetivo contrastar que esto es realmente así. De ahí la apostilla de “Cuaderno de contraste” incluida en el título. No obstante, como cualquier “test de contraste”, el resultado sólo puede ser negativo... Si bien seguir todos los ejercicios no significa que se tenga un completo dominio de la materia, sí supone que no se tienen fundamentos racionales para asumir lo opuesto (desconocimiento de los fundamentos de esta área de conocimiento). Por el contrario, los resultados negativos sí son un indicativo claro. Si el lector no es capaz de seguir algún ejercicio debería plantearse la conveniencia de realizar un esfuerzo para afianzar la materia asociada al ejercicio en cuestión.

Esperamos que el Cuaderno sea de utilidad. Esa es nuestra ambición, y si lo conseguimos, será nuestra recompensa.

No queremos acabar esta Introducción sin agradecer a Emilio Ruiz Gómez su ayuda para que los ejercicios hayan acabado conformando un material impreso. Colaboró a delinear buena parte de las figuras, y revisó buena parte de los cálculos.

1

IDENTIFICACIÓN Y FASES

PROBLEMA 1

Se toma una muestra cilíndrica de suelo, de 4 cm de altura y 10 cm² de sección, con una masa de 76 g. Tras estabilizar la masa en estufa, esta pasa a ser de 61.524 g.

- 1) ¿Cuál era la humedad (w) de la muestra?
- 2) ¿Cuál es la densidad natural (ρ_n) del suelo de la muestra?
- 3) Suponiendo que la densidad de las partículas sólidas es de 2.7 g/cm³, ¿Cuál es el índice de poros (e) de la muestra? ¿Y la porosidad (n)? ¿Cuál era su grado de saturación (S_r)?

SOLUCIÓN:

- 1) La humedad w del suelo se determina como:

$$w = \frac{M_w}{M_s} = \frac{M_T - M_s}{M_s} = \frac{76 - 61.524}{61.524} = 23.5\%$$

donde M_w es la masa de agua, M_s es la masa de las partículas sólidas, y M_T es la masa total.

- 2) La densidad natural ρ_n se define como:

$$\rho_n = \frac{M_T}{V_T} = \frac{76}{4 \cdot 10} = 1.9 \text{ g/cm}^3$$

donde V_T es el volumen total de la muestra.

- 3) Teniendo en cuenta el diagrama unitario de la Figura 1, la densidad natural se puede expresar como:

$$\rho_n = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_w + M_s}{V_T} = \frac{M_s \left(\frac{M_w}{M_s} + 1 \right)}{V_T} = \frac{\rho_s (w + 1)}{1 + e}$$

donde ρ_s es la densidad de las partículas sólidas.

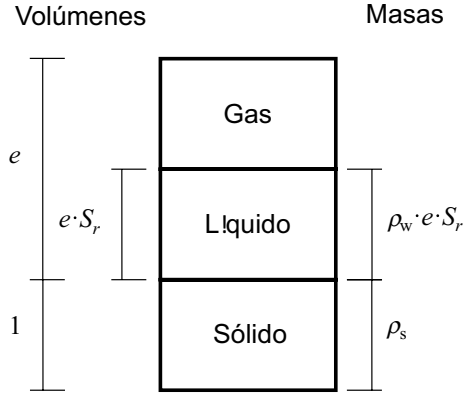


Figura 1. Diagrama unitario del suelo.

Despejando el índice de poros e :

$$e = \frac{\rho_s (w+1)}{\rho_n} - 1 = 0.755$$

Por otra parte, la porosidad n se define como:

$$n = \frac{V_H}{V_T} = \frac{e}{1+e} = 0.430$$

donde V_H es el volumen de huecos.

Finalmente, dado que la humedad se expresa en función del grado de saturación S_r como:

$$w = \frac{M_w}{M_s} = \frac{\rho_w e S_r}{\rho_s}$$

se tiene:

$$S_r = \frac{\rho_s w}{\rho_w e} = 84\%$$

PROBLEMA 2

En un ensayo de compactación, se utiliza un molde cilíndrico de 150 cm² de área en la base. La altura inicial del suelo seco es de 8 cm, y su masa con humedad higroscópica nula es de 1462 g. Se añaden 204.68 g de agua. Si, tras la compactación, la altura del suelo pasa a ser de 5 cm, ¿cuál es la humedad (w) del suelo?

SOLUCIÓN:

Independientemente del nivel de compactación (altura), M_w y M_s son constantes. Por ello, w también lo es:

$$w = \frac{M_w}{M_s} = \frac{204.68}{1462} = 14\%$$

2

FLUJO

PROBLEMA 3

Asumiendo flujo plano, subhorizontal (Dupuit) y estacionario, en medio homogéneo e isótropo sin fuentes ni sumideros, demostrar que en un acuífero libre de gran potencia situado sobre una formación impermeable la lámina libre adopta una forma parabólica.

SOLUCIÓN:

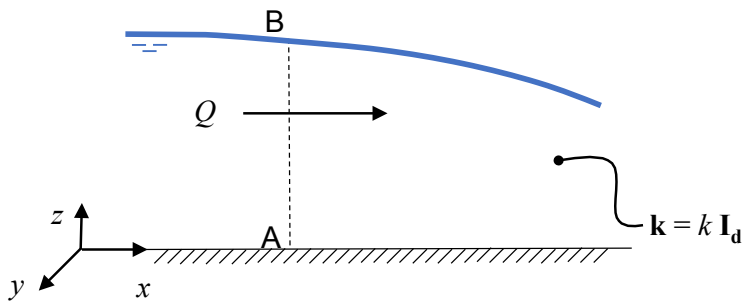


Figura 2.

De acuerdo con la Ley de Darcy, asumiendo que el medio es homogéneo e isótropo y que el flujo es plano y subhorizontal, se tiene que el vector filtración \mathbf{q} , que viene dado por sus componentes (q_x, q_y, q_z) , es:

$$\left. \begin{array}{l} q_y = 0: \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \\ q_z = 0: \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \end{array} \right\} h = h(x, t) \rightarrow \text{estacionario} \rightarrow h = h(x) \rightarrow q: \frac{dh}{dx} \rightarrow q = q(x)$$

Por lo tanto:

$$\mathbf{q} = q \mathbf{i}$$

En consecuencia:

$$q_A = q_B = q$$

Esto es, dado que h solo es función de x , en cualquier sección recta AB , el flujo Q por unidad de longitud ortogonal al plano de flujo puede calcularse como:

$$Q = \int_A^B q \, dl = q(z_B - z_A) = q h \leftarrow \text{acuífero libre}$$

No se contempla la existencia de fuentes o sumideros, por lo que Q debe ser constante a lo largo de x :

$$q h = Q, \text{ cte}$$

$$-k \frac{dh}{dx} h = Q : -\frac{k}{2} \frac{dh^2}{dx} = Q : \frac{dh^2}{dx} = \frac{-2Q}{k} : h^2 = -\frac{2Q}{k} x + C$$

Aplicando las condiciones de contorno:

$$x = 0 ; h = h_0 \rightarrow h^2 = h_0^2 - \frac{2Q}{k} x : \text{Parábola de Dupuit}$$

donde h_0 es el valor de h en $x = 0$.

PROBLEMA 4

Se tiene un muro vertical que sustenta un terreno horizontal homogéneo e isótropo que descansa sobre un material impermeable situado a la cota de la base del muro. Si en la base del terreno trasdosado se instala un dren ideal infinitamente extenso, asumiendo flujo estacionario, definir cómo varía la presión de agua al variar la coordenada vertical z . Considerar que el flujo es lo suficientemente reducido para que en todo momento el nivel freático coincida con la rasante del terreno.

SOLUCIÓN:

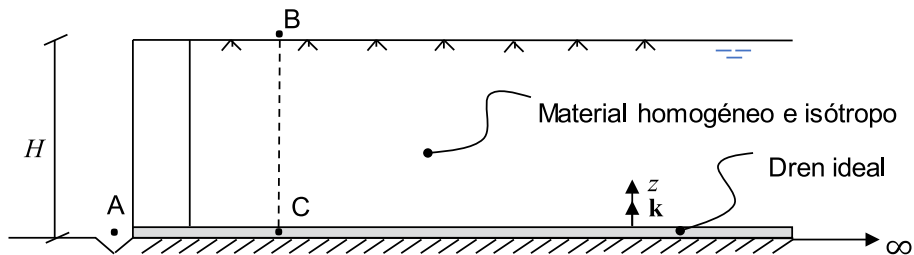


Figura 3.

Al ser un dren ideal, la permeabilidad es muy alta, y la altura de energía h será constante en él. Por lo tanto, dado que z también se asume aproximadamente constante (dren horizontal), la presión de agua u también lo será. Para cualquier punto C, se tendrá:

$$\text{Dren ideal} \rightarrow h \text{ cte } (z \text{ cte}) : u \text{ cte} : u_C = u_A = 0$$

tomando la presión atmosférica como referencia. Por otra parte, en cualquier punto B de la coronación se cumplirá:

$$h_B = H + 0, \text{ cte}$$

Al ser h constante tanto en la coronación como en el dren, en un material isótropo, el flujo será vertical. Además, al ser el terreno trasdosado un material homogéneo, y al asumir un estado estacionario, se deduce que h es sólo función de z .

2. FLUJO

$$\text{Flujo B-C 1D : } \mathbf{q} = q \mathbf{k} \left. \begin{array}{l} \nearrow q_x = 0 \rightarrow \frac{dh}{dx} = 0 \\ \searrow q_y = 0 \rightarrow \frac{dh}{dy} = 0 \end{array} \right\} h = h(z, t) \rightarrow \text{estacionario} \rightarrow h = h(z)$$

En situación estacionaria y suelo saturado, de la ecuación de balance de masa se deduce que:

$$\text{Estacionario : } \nabla \cdot \mathbf{q} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \rightarrow \frac{d^2 h}{dz^2} = 0 \rightarrow h \text{ lineal}$$

Por lo tanto, h debe ser una función lineal entre B y C. En consecuencia, también debe serlo u .

$$u = h - z : u \text{ lineal} \rightarrow u_c = u_b = 0 : u \equiv 0 \quad \forall z$$

En consecuencia, u será nula en todo el trasdós.

PROBLEMA 5

Dada una presa, idealmente impermeable, cuya base horizontal tiene una extensión de 150 m, y en la que aguas arriba el calado es de 20 m, calcular el flujo a través de la cimentación limo-arcillosa de 10 m de potencia, que reposa sobre una roca con techo horizontal que también puede considerarse impermeable. Suponer que la cimentación es un medio homogéneo e isótropo con una conductividad hidráulica saturada de 10^{-7} m/s. Asumir flujo estacionario, plano y horizontal (Dupuit). Aguas abajo la posición del nivel freático coincide con la rasante del terreno.

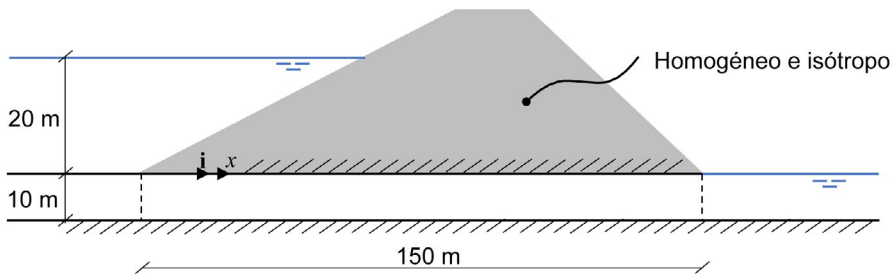


Figura 4.

Al asumir flujo plano y horizontal y condiciones estacionarias, para el material isótropo considerado se tiene que:

$$\text{Dupuit : } \mathbf{q} = q \mathbf{i} \rightarrow \text{Medio homogéneo e isótropo : } \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{\partial h}{\partial z} = 0 : \text{estacionario } h = h(x)$$

Dado que no existen en este problema fuentes ni sumideros, Q será constante. Por lo tanto, también lo será también q , y, en consecuencia, la evolución de h será lineal con x , por lo que podrá calcularse como:

$$q \cdot 10 = Q, \text{ cte : } -k \frac{dh}{dx} = \frac{Q}{10} \rightarrow \frac{dh}{dx} = -\frac{Q}{10k} \text{ cte} \rightarrow \frac{dh}{dx} = \frac{h_f - h_o}{L} = \frac{0 - 20}{150} = -0.133$$

En consecuencia:

$$Q = q \cdot 10 \rightarrow Q = -k \frac{dh}{dx} \cdot 10 = 10^{-7} \cdot 0.133 \cdot 10 = 1.33 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

3

CONSOLIDACIÓN

PROBLEMA 6

Sobre un estrato arcilloso normalmente consolidado ($C_c=0.1$; $C_s=0.01$; densidad natural = 2 t/m^3) de 10 m de potencia, se aplica una carga uniforme de gran extensión de 10 t/m^2 . El nivel freático se mantiene siempre en superficie. Bajo la arcilla existe un estrato de gravas compacto, idealmente permeable (nivel piezométrico constante en él), e indeformable. Inicialmente se tenían condiciones geoestacionarias. Con estos datos:

- 1) Determinar el asiento a los 5 meses de realizar la carga.
- 2) Si se deja pasar el tiempo suficiente para poder asumir que se han disipado las sobrepresiones generadas por la carga de 10 t/m^2 , retirando en ese momento 5 t/m^2 , determinar cuál será el asiento final del estrato.

Se puede asumir la hipótesis de que las propiedades y comportamiento del punto medio "M" del estrato define el comportamiento medio del estrato, donde su índice de poros inicial (e_M) es igual a 0.6, pudiendo considerar una conductividad hidráulica saturada constante de 10^{-8} m/s .

SOLUCIÓN:

En primer lugar, se dibujan los croquis acotados de la tensión total (líneas rojas) y la presión del agua (líneas azules) en los tiempos 0^- , 0^+ y ∞ (valores en t/m^2):

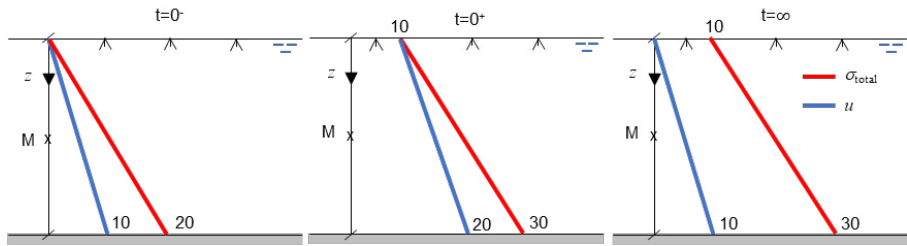


Figura 5.

De acuerdo con los esquemas anteriores, las tensiones efectivas inicial σ'_o y final σ'_f en el punto M son:

$$(\sigma'_o)_M = \frac{0+10}{2} = 5 \text{ t/m}^2$$

$$(\sigma'_f)_M = \frac{20+10}{2} = 15 \text{ t/m}^2$$

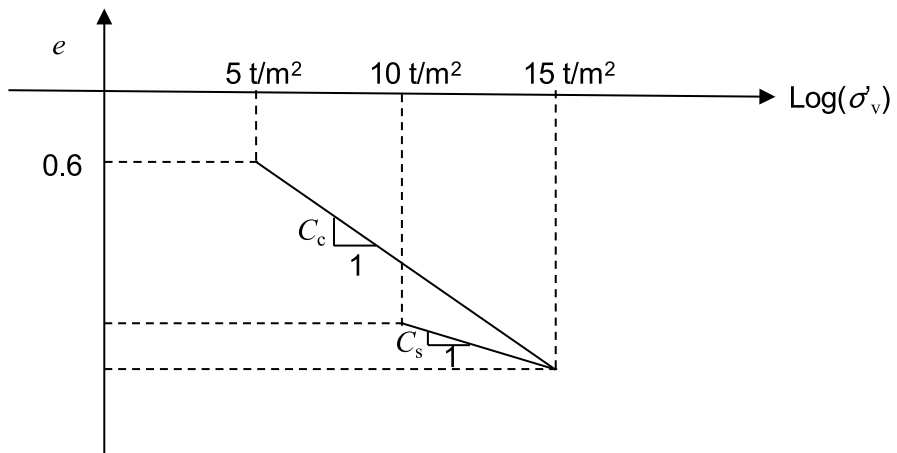


Figura 6.

Al tratarse de un material normalmente consolidado, la variación del índice de poros e viene dada por:

$$\Delta e = -C_c \Delta \log \sigma'_v$$

1) El asiento a los 5 meses $\delta_{5\text{meses}}$ se puede calcular a partir del asiento en tiempo infinito δ_∞ como:

$$\delta_{5\text{meses}} = \delta_\infty U_{5\text{meses}}$$

donde $U_{5\text{meses}}$ es el grado medio de consolidación del estrato a los 5 meses. En primer lugar, la variación del índice de poros en tiempo infinito es:

$$\Delta e_M(\infty) = -C_c \log \frac{15}{5} = -0.04771$$

Por definición, en tiempo infinito, el asiento δ_∞ asociado se calcula como:

$$\delta_\infty = \int_0^{2H} \varepsilon_\infty dz = \int_0^{2H} \frac{-\Delta e(z, \infty)}{1 + e(z, 0)} dz$$

De acuerdo con el enunciado este cálculo puede aproximarse como:

$$\delta_\infty \simeq -2H \frac{\Delta e_M(\infty)}{1 + e_M(0)} = \frac{10 \cdot 0.04771}{1 + 0.6} = 0.2982 \text{ m}$$

El módulo edométrico secante $E_{m\infty}$ puede calcular como:

$$\delta_\infty = \varepsilon_\infty 2H = \frac{\Delta \sigma}{E_{m\infty}} 2H \rightarrow E_{m\infty} = \frac{\Delta \sigma 2H}{\delta_\infty} = \frac{10 \cdot 10}{0.2982} = 335.3 \text{ t/m}^2$$

Consistentemente con el asiento obtenido, puede adoptarse un coeficiente de consolidación C_v :

$$C_v = \frac{k E_{m\infty}}{\gamma_w} = \frac{10^{-8} \cdot 335.3}{1} = 3.353 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

El tiempo adimensional asociado a 5 meses $T_{5\text{meses}}$, se calcula como:

$$T_{5\text{meses}} = \frac{C_v t}{H^2} = \frac{3.353 \cdot 10^{-6}}{25} \cdot 5 \cdot 30.5 \cdot 86400 = 1.7674 \gg 0.2$$

Por ello $U_{5\text{meses}}$ se calcula con la expresión:

$$U(T_{5\text{meses}} > 0.2) = 1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2 T_{5\text{meses}}}{4}} = 0.9888$$

Por lo tanto, el asiento a los 5 meses es:

$$\delta_{5\text{meses}} = 0.2982 \cdot 0.9888 = 0.2949 \text{ m}$$

2) Para calcular el asiento final tras la descarga, se debe obtener el asiento a tiempo infinito asociado a dicha descarga $\delta_{\infty 2}$, para lo cual se procede de igual forma que en el apartado anterior:

$$\delta_{\infty 2} = \int_0^{2H} \varepsilon_{\infty 2} dz = \int_0^{2H} \frac{-\Delta e(z, \infty_2)}{1 + e_{02}(z)} dz \simeq -2H \frac{\Delta e_M(\infty_2)}{1 + e_{02}(M)}$$

Por su parte, la variación del índice de poros se debe calcular considerando que la deformación se produce por la rama de descarga-recarga:

$$\Delta e_M(\infty_2) = -C_s \log \frac{10}{15} = 0.001761$$

El índice de poros inicial en la descarga se obtiene a partir de la variación de índice de poros tras la carga:

$$e_{02}(M) = 0.6 - 0.04771 = 0.55229$$

Con ello, el asiento $\delta_{\infty 2}$ es:

$$\delta_{\infty 2} = \frac{10 \cdot 0.001761}{1.55229} = -0.01134 \text{ m}$$

donde el signo negativo indica elevación.

El asiento total tras la carga y descarga es la suma de ambos valores:

$$\delta_{\infty \text{total}} = \delta_{\infty} + \delta_{\infty 2} = 0.2982 - 0.01134 = 0.28686 \text{ m}$$

4

**CARACTERIZACIÓN DE CAMPOS DE
TENSIONES EN SUELOS**

PROBLEMA 7

En un ensayo de corte directo de una arena, para unas tensiones normales de 3, 9 y 12 t/m², se obtuvieron, respectivamente, tensiones de corte en el fallo de 1.875, 5.625 y 7.5 t/m². Determinar en los tres casos cuál fue el valor de la tensión principal tercera cuando el suelo llegó al agotamiento.

SOLUCIÓN:

Del círculo de Mohr en el fallo:

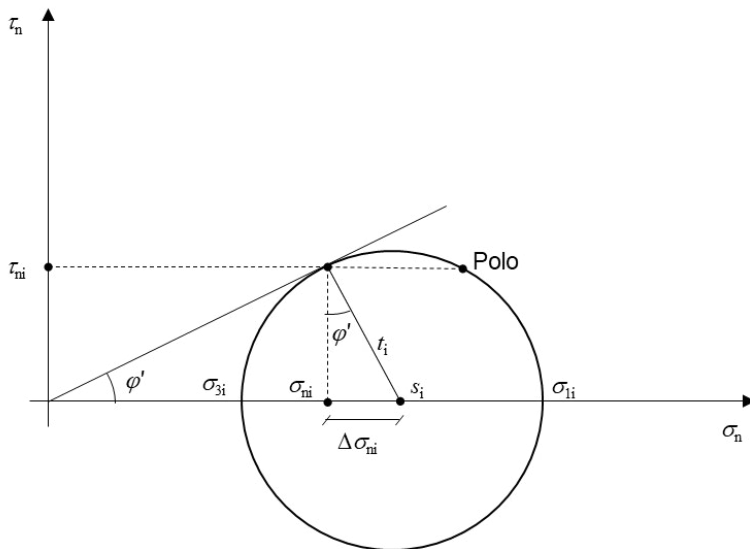


Figura 7.

se deduce:

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{\tau_n}{\sigma'_n}$$

$$\frac{\tau_n}{\sigma'_n} = \frac{\Delta \sigma_n}{\tau_n} \rightarrow \Delta \sigma_n = \frac{\tau_n^2}{\sigma'_n}$$

Además, el centro y el radio del círculo de Mohr vienen dados por:

$$t = \sqrt{\tau_n^2 + \Delta \sigma_n^2}$$

$$s' = \sigma'_n + \Delta \sigma_n$$

Por otro lado, la tensión principal tercera es:

$$\sigma'_3 = s' - t$$

Teniendo en cuenta estas expresiones, los valores de σ'_3 en cada uno de los ensayos es:

Test	$\sigma'_n / t/m^2$	$\tau_n / t/m^2$	$\operatorname{tg} \varphi'$	$\varphi' / ^\circ$	$\Delta \sigma_n' / t/m^2$	$t / t/m^2$	$s' / t/m^2$	$\sigma'_3 / t/m^2$
1	3	1.875	0.625	32	1.172	2.211	4.172	1.961
2	9	5.625	0.625	32	3.516	6.633	12.516	5.882
3	12	7.5	0.625	32	4.688	8.844	16.688	7.843

En la resolución se ha asumido que las sobrepresiones generadas en la arena son nulas.

5

**CARACTERIZACIÓN DE LA RESISTENCIA AL
CORTE DE SUELOS SATURADOS**

PROBLEMA 8

Un estrato de arcillas normalmente consolidadas de 10 m de potencia, de 2 g/cm^3 de densidad natural (que puede suponerse constante), y un coeficiente de empuje al reposo (K_0) igual a 0.6, descansa sobre un estrato de gravas de techo horizontal, infinitamente permeables e indeformables. En condiciones iniciales, el nivel freático coincide con la rasante del terreno, que también es horizontal. Existe un régimen de flujo vertical y estacionario, siendo la presión de agua en el techo de las gravas igual a 6 t/m^2 . Para estimar el comportamiento resistente se toma una muestra inalterada de un punto "P" que se encuentra a 2 m de profundidad.

- 1) Determinar el valor de la tensión esférica p' (t/m^2) en "P".
- 2) Determinar el valor de p'_1 (t/m^2), mitad de p' ; y p'_2 (t/m^2), triple de p' .
- 3) Conforme con la envolvente de rotura adjunta, de modo grafico definir el valor de la tensión desviadora última para p'_1 (q_1), en p' (q) y en p'_2 (q_2). Definir todos los valores en t/m^2 .
- 4) Dibujar en la figura adjunta la aproximación de Mohr–Coulomb de la envolvente de rotura que se obtiene con los puntos (p'_1, q_1) , (p', q) y (p'_2, q_2) .
- 5) De nuevo sobre el gráfico, determinar el corte b (t/m^2) de la aproximación de la envolvente de rotura con el eje de ordenadas.

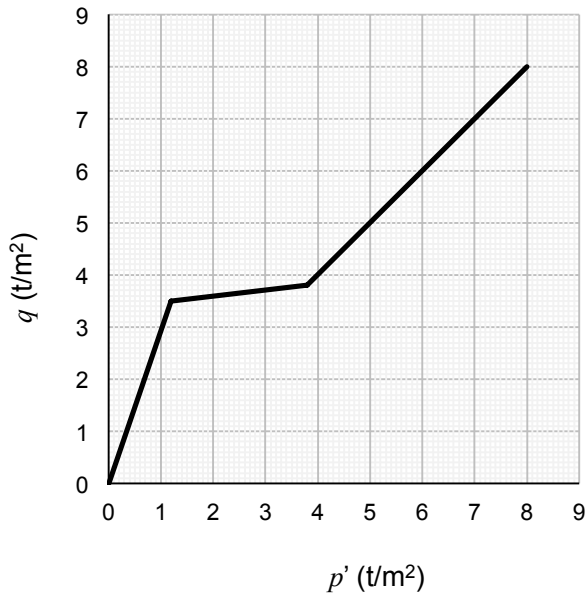


Figura 8.

SOLUCIÓN:

1) En primer lugar, se dibuja el croquis acotado del estado del sistema (valores en t/m²):

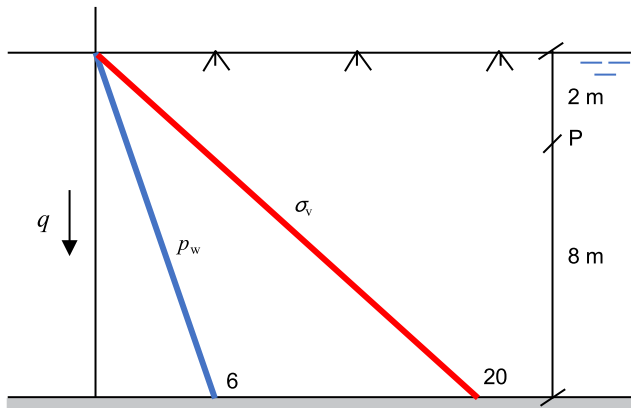


Figura 9.

Como en la grava la energía es menor a la que se tendría en condiciones hidrostáticas se tiene un flujo descendente: Las fuerzas de filtración harán entonces que las tensiones efectivas sean mayores a las geoestacionarias. Así, en el punto P a 2 m de profundidad, de acuerdo con la figura anterior, se obtiene que la tensión vertical total es:

$$(\sigma_v)_p = 4 \text{ t/m}^2$$

Sabiendo el valor de la presión del agua en ese punto:

$$(p_w)_p = \frac{6}{10} \cdot 2 = 1.2 \text{ t/m}^2$$

se puede calcular el valor de la tensión vertical efectiva:

$$(\sigma'_v)_p = 4 - 1.2 = 2.8 \text{ t/m}^2$$

mayor a las 2 t/m² geoestacionarias. Con el valor el coeficiente de empuje al reposo, la tensión horizontal efectiva es:

$$(\sigma'_x)_p = 0.6 \cdot 2.8 = 1.68 \text{ t/m}^2$$

Por lo tanto, la tensión efectiva esférica tiene un valor de:

$$(p')_p = \frac{\sigma'_z + 2\sigma'_x}{3} = 2.053 \text{ t/m}^2$$

2) Los valores de tensión mitad p'_1 y triple p'_2 son:

$$p'_1 = 1.03 \text{ t/m}^2$$

$$p'_2 = 6.16 \text{ t/m}^2$$

3) La tensión desviadora última q_u se obtiene del gráfico adjunto, de tal forma que:

$$(q_u)_p = 3.7 \text{ t/m}^2$$

$$(q_u)_1 = 3.1 \text{ t/m}^2$$

$$(q_u)_2 = 6.2 \text{ t/m}^2$$

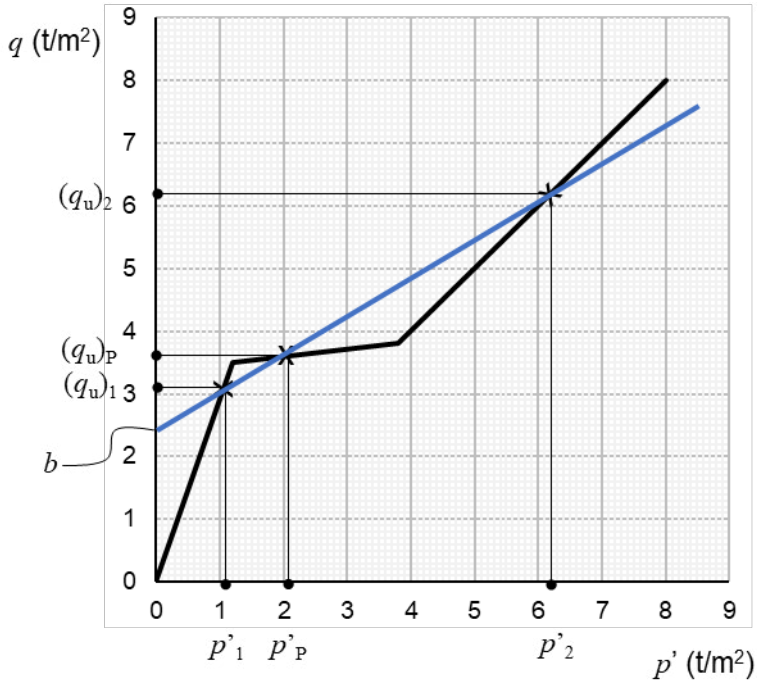


Figura 10.

4) Uniendo los puntos sobre la envolvente de rotura adjunta, se obtiene como aproximación de Mohr-Coulomb de la envolvente de rotura la recta que aparece representada en azul.

5) El corte b de la aproximación de la envolvente de rotura con el eje de ordenadas es:

$$b = 2.5 \text{ t/m}^2$$

6

EL SUELO COMO MEDIO ELÁSTICO

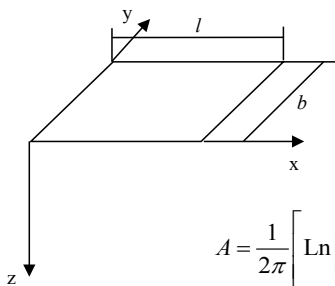
PROBLEMA 9

Una zapata rectangular flexible y lisa de 6 x 4 m recibe una carga vertical de 10 t/m². La zapata descansa sobre un estrato horizontal de arcilla muy sobreconsolidada de 12 m de espesor con un módulo elástico drenado de 4200 t/m² y un módulo de Poisson drenado $\nu' = 0.32$, bajo el cual existe un conglomerado cementado que puede considerarse indeformable. Asumiendo que el nivel freático se encuentra siempre en superficie, aplicar la hipótesis de Steinbrenner para estimar el asiento instantáneo en el centro de la zapata.

Recordad que la definición genérica del módulo de corte viene dada por la expresión:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Tener en cuenta la solución en el espacio de Boussinesq:



$$\rho_z = \frac{p b}{E} (1-\nu^2) \left(A - \frac{1-2\nu}{1-\nu} B \right)$$

$$B = \frac{n}{2\pi} \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{m}{n\sqrt{1+m^2+n^2}} \right)$$

$$A = \frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{Ln} \left(\frac{\sqrt{1+m^2+n^2} + m}{\sqrt{1+m^2+n^2} - m} \right) + m \operatorname{Ln} \left(\frac{\sqrt{1+m^2+n^2} + 1}{\sqrt{1+m^2+n^2} - 1} \right) \right]$$

$$m = \frac{l}{b}; \quad n = \frac{z}{b}$$

Figura 11.

SOLUCIÓN:

En un cálculo en elasticidad lineal, para calcular el asiento en el centro de una zapata se puede dividir dicha zapata en cuatro, calcular el asiento en esquina de cada una de ellas, y, aplicando el principio de superposición, sumar esos asientos para obtener el asiento total en el centro. De esta forma se tienen 4 zapatas 3 m x 2 m:

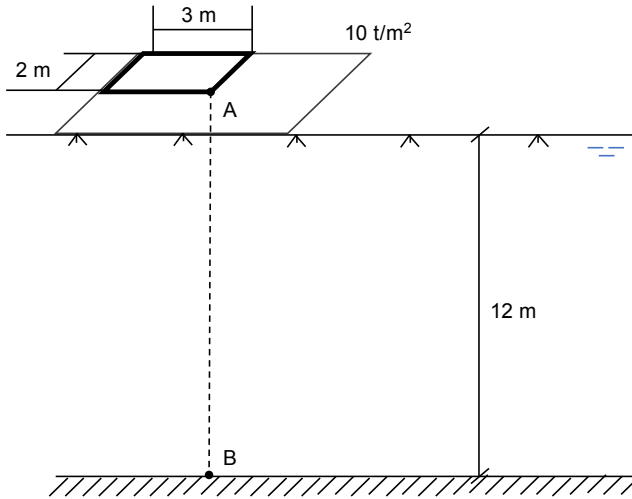


Figura 12.

Dado que el agua no juega en el comportamiento a corte, de la definición del módulo elástico de corte se deduce que:

$$\frac{E'}{2(1+\nu')} = G' = G_U = \frac{E_U}{2(1+\nu_U)} \rightarrow E_U = \frac{1.5 E'}{(1+\nu')} \simeq 4773 \text{ t/m}^2$$

donde el símbolo ' indica definición drenada, y el subíndice "U" no drenada, siendo el módulo de Poisson no drenado $\nu_U=0.5$. Esto hace que, en el cálculo a corto plazo definido en el enunciado, la función B vaya multiplicada por un coeficiente igual a 0, por lo que no es necesario calcularla.

Tanto en superficie como a 12 m de profundidad el valor de m es:

$$m = \frac{3}{2} = 1.5$$

En superficie el valor de n es 0. Por ello el asiento “de Boussinesq” en el punto A se calcula como:

$$A = \frac{1}{2\pi} \left[\text{Ln} \left(\frac{\sqrt{1+1.5^2+0}+1.5}{\sqrt{1+1.5^2+0}-1.5} \right) + 1.5 \text{Ln} \left(\frac{\sqrt{1+1.5^2+0}+1}{\sqrt{1+1.5^2+0}-1} \right) \right] = 0.678790$$

$$\rho_{BA}^{(1)} = \frac{10 \cdot 2}{4773} \cdot (1-0.5^2) \cdot 0.678790 = 0.00213 \text{ m}$$

Por su parte, para la profundidad a la que se encuentra el conglomerado indeformable, punto B, el asiento de Boussinesq se calcula como:

$$z = 12 \quad n = \frac{12}{2} = 6$$

$$A = \frac{1}{2\pi} \left[\text{Ln} \left(\frac{\sqrt{1+1.5^2+6^2}+1.5}{\sqrt{1+1.5^2+6^2}-1.5} \right) + 1.5 \text{Ln} \left(\frac{\sqrt{1+1.5^2+6^2}+1}{\sqrt{1+1.5^2+6^2}-1} \right) \right] = 0.15458$$

$$\rho_{BB}^{(1)} = \frac{10 \cdot 2}{4773} \cdot (1-0.5^2) \cdot 0.154589 = 0.00049 \text{ m}$$

Aplicando el principio de superposición y la hipótesis de Steinbrenner, el asiento instantáneo en el centro de la zapata se obtiene a partir de los asientos en esquina de las cuatro zapatas de 3 m x 2 m:

$$\rho_A = 4 \cdot (\rho_{BA}^{(1)} - \rho_{BB}^{(1)}) = 0.00659 \text{ m} = 6.6 \text{ mm}$$

7

ANÁLISIS LÍMITE

PROBLEMA 10

Para analizar la carga última p que puede soportar una zapata corrida de 4 m de ancho, lisa y flexible, que apoya sobre un terreno horizontal idealmente seco con un ángulo de rozamiento φ de 21° , cohesión despreciable y densidad natural de 1.6 t/m^3 , se va a aplicar el teorema de la cota superior del Análisis Límite. Se estudiará un mecanismo de colapso plano formado por dos bloques triangulares traslacionales: un bloque 1, activo, situado bajo la zapata, un bloque 2, pasivo, que conecta al 1 con la rasante del terreno. El contacto entre ambos bloques es vertical.

Tras dibujar el mecanismo y la hodógrafa asociada, calcular el valor de:

- 1) $\delta v_1 / \delta w_1$, donde δv_1 es el módulo de la componente vertical del desplazamiento virtual del bloque traslacional 1, y δw_1 es el módulo del desplazamiento total de ese bloque.
- 2) $\delta v_2 / \delta w_1$, donde δv_2 es el módulo de la componente vertical del desplazamiento del bloque 2.
- 3) $\delta W_1 / \delta w_1$ (t/m), donde δW_1 es el módulo del trabajo del peso del bloque 1.
- 4) $\delta W_2 / \delta w_1$ (t/m), donde δW_2 es el módulo del trabajo del peso del bloque 2.
- 5) La carga última p (t/m²).

SOLUCIÓN:

De acuerdo con el enunciado, el mecanismo de colapso sería:

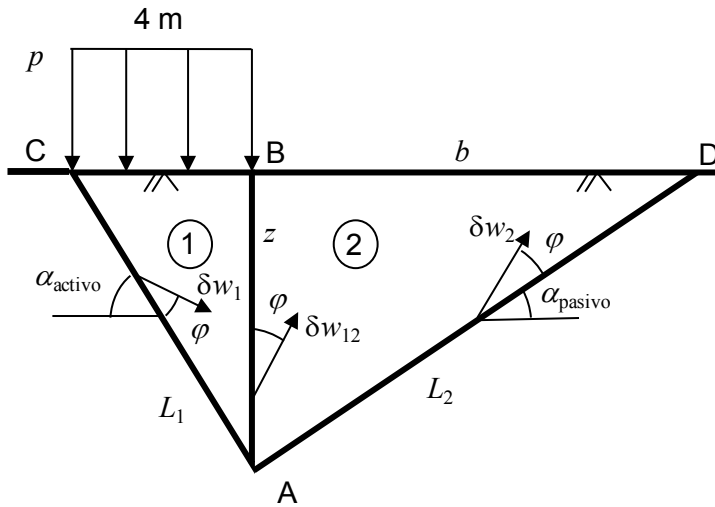


Figura 13.

Los ángulos correspondientes al bloque activo y al bloque pasivo se calculan como:

$$\text{activo} = 45 + \frac{\varphi'}{2} = 45 + \frac{21}{2} = 55.5^\circ$$

$$\text{pasivo} = 45 - \frac{\varphi'}{2} = 45 - \frac{21}{2} = 34.5^\circ$$

Aplicando el teorema del seno, las diferentes dimensiones del mecanismo son:

$$\frac{4}{\text{sen } 34.5} = \frac{z}{\text{sen } 55.5} \rightarrow z = 5.82 \text{ m}$$

$$\frac{4}{\text{sen } 34.5} = \frac{L_1}{\text{sen } 90} \rightarrow L_1 = 7.062 \text{ m}$$

$$\frac{z}{\text{sen } 34.5} = \frac{L_2}{\text{sen } 90} \rightarrow L_2 = 10.2753 \text{ m}$$

$$\frac{z}{\text{sen } 34.5} = \frac{b}{\text{sen } 55.5} \rightarrow b = 8.4682 \text{ m}$$

Para finalizar esta primera parte del problema se define la hodógrafa:

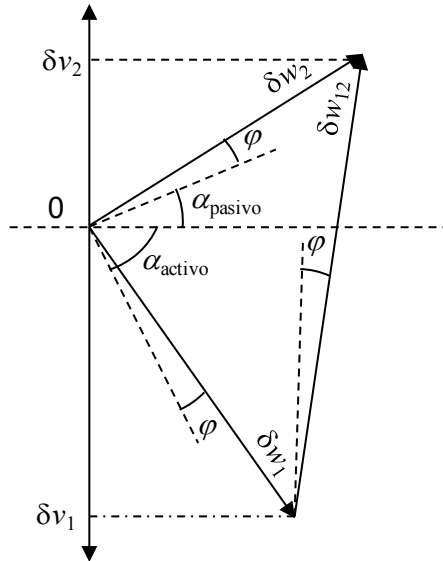


Figura 14.

1) El valor de $\delta v_1/\delta w_1$ se puede calcular como:

$$\frac{\delta v_1}{\delta w_1} = \cos 55.5 \rightarrow \frac{\delta v_1}{\delta w_1} = 0.5664$$

2) En el bloque 2, $\delta v_2/\delta w_1$ se calcularía a partir de:

$$\frac{\delta w_2}{\sin 76.5} = \frac{\delta w_1}{\sin 13.5} \rightarrow \frac{\delta w_2}{\delta w_1} = 4.165$$

$$\frac{\delta v_2}{\delta w_2} = \cos 34.5 \rightarrow \frac{\delta v_2}{\delta w_2} = 0.824$$

Por lo tanto, su valor sería:

$$\frac{\delta v_2}{\delta w_2} \frac{\delta w_2}{\delta w_1} = 0.824 \cdot 4.165 \rightarrow \frac{\delta v_2}{\delta w_1} = 3.4327$$

3) Para calcular el trabajo ejercido por el bloque 1, en primer lugar, se debe calcular su peso:

$$v_1 = A_1 = \frac{4z}{2} = \frac{4 \cdot 5.82}{2} = 11.64 \text{ m}^2$$

$$P_1 = v_1 \gamma = 11.64 \cdot 1.6 = 18.624 \text{ t/m}$$

Con ello, el trabajo que introduce el bloque en el mecanismo es:

$$\delta W_1 = P_1 \delta v_1 \rightarrow \frac{\delta W_1}{\delta w_1} = P_1 \frac{\delta v_1}{\delta w_1} = 18.624 \cdot 0.5664 \rightarrow \frac{\delta W_1}{\delta w_1} = 10.549 \text{ t/m}$$

4) De igual manera que se ha procedido con el bloque 1, para el bloque 2 el peso sería:

$$v_2 = A_2 = \frac{b z}{2} = \frac{8.4682 \cdot 5.82}{2} = 24.64 \text{ m}^2$$

$$P_2 = v_2 \gamma = 24.64 \cdot 1.6 = 39.428 \text{ t/m}$$

Por lo que el trabajo es:

$$\delta W_2 = -P_2 \delta v_2 \rightarrow \frac{\delta W_2}{\delta w_1} = -P_2 \frac{\delta v_2}{\delta w_1} = -39.428 \cdot 3.4327 \rightarrow \frac{\delta W_2}{\delta w_1} = -135.346 \text{ t/m}$$

donde el signo negativo es debido a que el movimiento vertical del bloque 2 es ascendente, contrario al peso: el mecanismo “debe levantar” al bloque, que se opone a la movilización.

5) Para calcular la carga última p , además de los trabajos realizados por los bloques 1 y 2, se debe calcular el trabajo que realizaría dicha carga:

$$\delta W_p = 4 p \delta v_1 \rightarrow \frac{\delta W_p}{\delta w_1} = 4 p \frac{\delta v_1}{\delta w_1} = 4 \cdot p \cdot 0.5664 \rightarrow \frac{\delta W_p}{\delta w_1} = 2.26 \cdot p \text{ t/m}$$

Por otro lado, la disipación generada en el sistema vendría dada por:

$$\delta D = c \delta w \cos \varphi L \rightarrow c = 0 \rightarrow \delta D = 0$$

Con todo ello, la carga última se calcula igualando el trabajo de las fuerzas externas a la disipación. Por lo que p es:

$$\delta W = \delta D \rightarrow \frac{\delta W_1}{\delta w_1} + \frac{\delta W_p}{\delta w_1} + \frac{\delta W_2}{\delta w_1} = 0$$

$$\rightarrow 10.5488 + 2.26 p - 135.346 = 0 \rightarrow p = 55.08 \text{ t/m}^2$$

8

ESTADO PLÁSTICO DE RANKINE

PROBLEMA 11

Para analizar la carga última p de la zapata definida en el Problema 10 se va a seguir el siguiente procedimiento alternativo:

1) Al ser el bloque 1 un bloque activo, se supondrá que el empuje E_1 que ejerce el bloque 1 sobre el 2 se puede calcular mediante el empuje activo de Rankine (tener en cuenta la sobrecarga p).

2) Al ser el bloque 2 un bloque pasivo, se supondrá que el empuje E_2 que ejerce el bloque 2 sobre el 1 puede calcularse mediante el empuje pasivo de Rankine.

3) Igualar ambos empujes (equilibrio en el contacto entre los bloques) y determinar la carga última p .

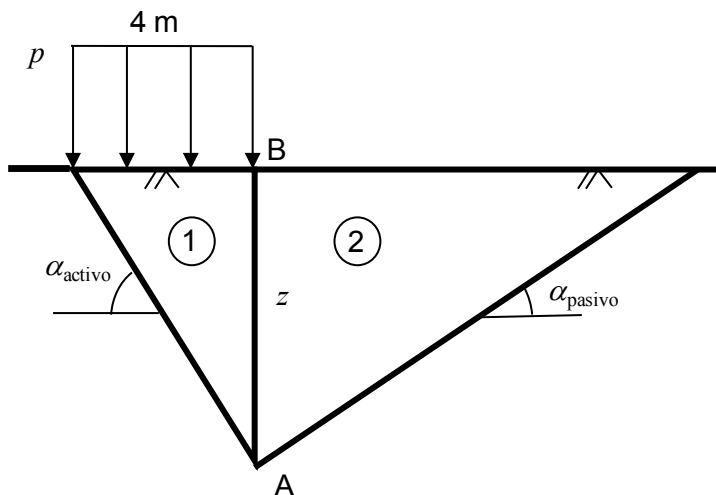


Figura 15.

SOLUCIÓN:

$$\text{activo} = 45 + \frac{\varphi'}{2} = 45 + \frac{21}{2} = 55.5^\circ$$

$$\text{pasivo} = 45 - \frac{\varphi'}{2} = 45 - \frac{21}{2} = 34.5^\circ$$

En primer lugar, a partir de la geometría dada en la figura se puede obtener:

$$\frac{z}{4} = \tan 55.5 \rightarrow z = 5.82 \text{ m}$$

Los coeficientes de empuje activo y pasivo se calculan como:

$$K_a = \tan^2 \left(45 - \frac{\varphi'}{2} \right) = 0.472$$

$$K_p = \tan^2 \left(45 + \frac{\varphi'}{2} \right) = 2.117$$

1) La distribución de tensión horizontal efectiva que ejerce el bloque 1 a lo largo de AB viene dada por:

$$\sigma_x' = K_a (\gamma z + p) - 2c' \sqrt{K_a} \rightarrow (c' = 0) \rightarrow \sigma_x' = K_a (\gamma z + p)$$

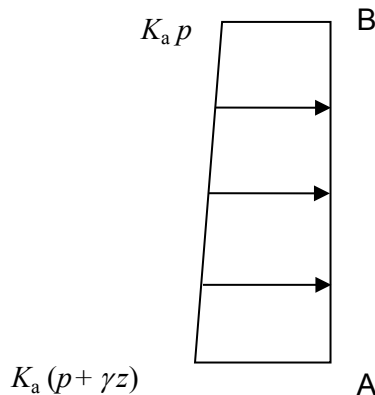


Figura 16.

Por lo tanto, el empuje activo total es:

$$E_a' = K_a \left(p z + \frac{1}{2} \gamma z^2 \right) = 0.472 \cdot \left(p \cdot 5.82 + \frac{1}{2} \cdot 1.6 \cdot 5.82^2 \right)$$

$$E_a' = 2.749 \cdot p + 12.8 \text{ t/m}$$

2) La distribución de tensión horizontal efectiva que ejerce el bloque 2 a lo largo de AB en este caso es:

$$\sigma_x' = K_p (\gamma z + p) + 2c' \sqrt{K_p} \xrightarrow[p'=0]{c'=0} \sigma_x' = K_p \gamma z$$

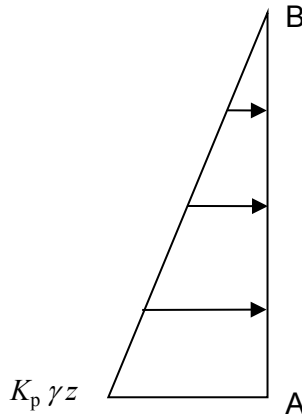


Figura 17.

Por lo tanto, el empuje pasivo total es:

$$E_p' = \frac{1}{2} K_p \gamma z^2 = \frac{1}{2} \cdot 2.117 \cdot 1.6 \cdot 5.82^2$$

$$E_p' = 57.368 \text{ t/m}$$

3) Aplicando equilibrio de fuerzas horizontales en AB:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow E_a - E_p = 0 \rightarrow E_a = E_p$$

se obtiene el valor de la carga p :

$$2.749 \cdot p + 12.8 = 57.368 \rightarrow p = \frac{57.368 - 12.8}{2.749} \rightarrow p = 16.212 \text{ t/m}^2$$

9

EQUILIBRIO LÍMITE

PROBLEMA 12

Por el pie de un talud de 30° de pendiente y 10 m de altura pasa una discontinuidad que llega hasta su coronación. El terreno está formado por un material cohesivo, de 1.8 t/m^3 de densidad, 32° de ángulo de rozamiento interno y 2 t/m^2 de cohesión. Sin embargo, la discontinuidad está rellena por un material granular, de la misma densidad, pero de 30° de ángulo de rozamiento interno. Determinar el factor de seguridad del talud con respecto al fallo al deslizamiento a lo largo de la discontinuidad.

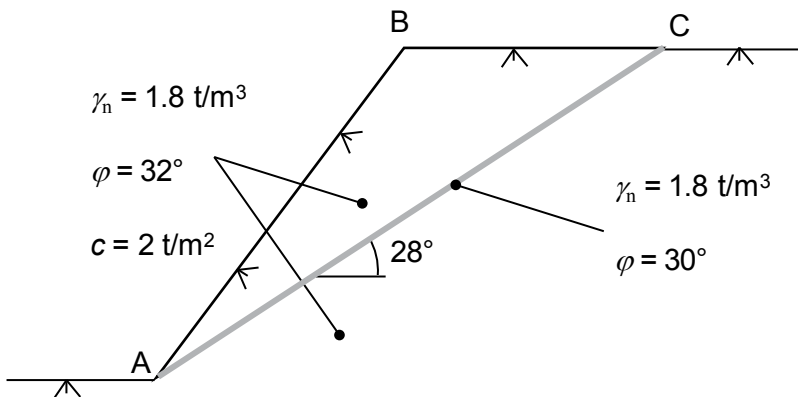


Figura 18.

SOLUCIÓN:

Los esfuerzos normales y tangenciales en la discontinuidad son N_m (esfuerzo normal movilizado) y T_m (esfuerzo de corte movilizado), por lo que el polígono de fuerzas es:

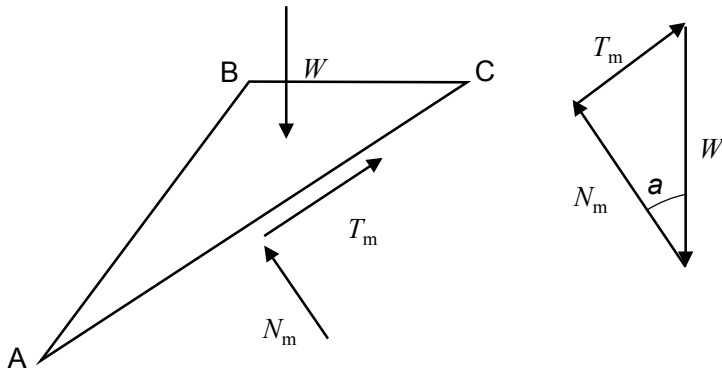


Figura 19.

Donde:

$$N_m = W \cos \alpha$$

$$T_m = W \operatorname{sen} \alpha$$

Sabiendo que el factor de seguridad viene dado por el cociente entre las fuerzas estabilizadoras y las fuerzas movilizadoras, el factor de seguridad al deslizamiento se calculará como:

$$F = \frac{F_{\text{est}}}{F_{\text{mov}}} = \frac{N_m \tan \varphi}{T_m} = \frac{W \cos \alpha \tan \varphi}{W \operatorname{sen} \alpha} = \frac{\tan \varphi}{\tan \alpha} = \frac{\tan 30^\circ}{\tan 28^\circ} = 1.086$$

Los ejercicios incluidos en este Cuaderno pretenden “movilizar” los contenidos que los autores consideran básicos para el aprendizaje de la Mecánica de Suelos y la Geotecnia. Sin embargo, no es un cuaderno de iniciación. La resolución de los ejercicios se plantea asumiendo que el lector está familiarizado con la materia. El objetivo del Cuaderno, como indica su título, es “contrastar” que esto es realmente así. No obstante, como cualquier “test de contraste”, el resultado solo puede ser negativo. Seguir todos los ejercicios no es sinónimo de tener un completo dominio de la materia. Solo supone que no se tienen fundamentos racionales para asumir lo opuesto (desconocimiento de los fundamentos de esta área de conocimiento). Por el contrario, los resultados negativos sí son un indicativo claro: si el lector no es capaz de seguir algún ejercicio, debería plantearse la conveniencia de realizar un esfuerzo para afianzar la materia asociada al ejercicio en cuestión.



Ediciones de la Universidad
de Castilla-La Mancha

ISBN 978-84-9044-448-1



9 788490 444481