AULA D'ARQUITECTURA

Estructures de formigó armat

PREDIMENSIONAMENT I CÀLCUL DE SECCIONS

Pepa Gómez Bernabé
Josep Vicent Gómez Serrano

AULA D'ARQUITECTURA 50

Estructures de formigó armat

Predimensionament i càlcul de seccions

AULA D'ARQUITECTURA

Pepa Gómez Bernabé
Josep Vicent Gómez Serrano

Estructures de formigó armat

Predimensionament i càlcul de seccions

EDICIONS UPC

Aquesta obra fou guardonada en el vuitè concurs
"Ajut a l'elaboració de material docent" convocat per la UPC.

Primera edició: febrer de 2002

Aquest llibre s'ha publicat amb la col·laboració
de la Generalitat de Catalunya.

En col·laboració amb el Servei de Llengües i Terminologia de la UPC

Disseny de la coberta: Manuel Andreu

© Els autors, 2002

© Edicions UPC, 2002
Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL
Jordi Girona Salgado 31, 08034 Barcelona
Tel.: 934 016 883 Fax: 934 015 885
Edicions Virtuals: www.edicionsupc.es
A/e: edicions-upc@upc.es

Producció: Copisteria Miracle, SL
Rector Ubach 6-10, 08021 Barcelona

Dipòsit legal: B-9353-2002
ISBN: 84-8301-586-2

Són rigorosament prohibides, sense l'autorització escrita dels titulars del copyright, sota les sancions establertes a la llei, la reproducció total o parcial d'aquesta obra per qualsevol procediment, inclosos la reprografia i el tractament informàtic, i la distribució d'exemplars mitjançant lloguer o préstec públics.

Presentació

Aquesta monografia neix de la necessitat d'oferir una publicació sobre el formigó armat adaptada a la nova Instrucción de Hormigón Estructural (EHE), en vigor des dl'1 de juliol del 1999.

Aquesta nova instrucció no és només una actualització o una nova reordenació de l'articulat de l'antiga EH 91 (Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado*)* sinó, en primer lloc, una síntesi entre la EH 91 i la EP 93 (Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado) considerant el formigó en massa, armat o pretensat com un únic material: el formigó estructural.

El mètodes d'anàlisi que es plantegen són també més generals que els anteriorment proposats i tota la instrucció palesa la voluntat de garantir la durabilitat del formigó. És doncs, finalment, una nova instrucció i, en el mateix sentit, aquesta publicació pretén ser, alhora, un text relatiu al predimensionament i al càlcul de seccions de formigó armat amb uns nous criteris d'ordenació i de tractament.

En aquesta situació, la monografia que presenten Pepa Gómez i Josep Gómez té un doble interès. En primer lloc, és una exposició clara i resumida de la normativa vigent del formigó armat, pel que fa principalment al predimensionament i càlcul, útil, doncs, per al seu ús quotidià en l'anàlisi d'estructures en els despatxos d'arquitectura i enginyeria ja que, a més, la seva utilització abasta tant el camp del projecte com el de la construcció i la direcció d'obra. Això ens porta al segons punt d'interès d'aquest text, que és pedagògic. Qualsevol Escola d'Arquitectura i d'Enginyeria precisa que l'alumne acabi amb coneixements adaptats, d'una banda, a les necessitats mínimes que els plans d'estudi contemplin, però també que ofereixi a l'alumne interessat els mitjans per aprofundir en els temes. En el cas del formigó armat, això ha de contemplar tant la projecció com la construcció. Aquest llibre està concebut i realitzat tenint en compte aquests diferents escenaris i la seva claredat d'exposició, el seu ordre intern i els nombrosos i ben plantejats exemples permeten dir que és un text que tant pot ser útil a l'alumne que busca una formació de projectes en el tema estructural, com a aquell alumne que vol continuar aprofundint en la direcció del càlcul i la construcció d'estructures de formigó.

Carles Buxadé Joan Margarit

Agraïm les observacions i supervisions que han realitzat Carles Buxadé, Luis Moya i altres professors de l'assignatura Estructures II de l'E.T.S.A.B., en els texts d'aquesta publicació.

Tan mateix, agraïm la col·laboració del professor Jaume Serrallonga i Gasch en la realització dels exemples d'aplicació.

Índex

Introducció 13

1 Característiques dels materials

1.1 Característiques del formigó armat 15
1.2 Propietats mecàniques del formigó 18
1.3 Propietats mecàniques de l'acer 20

2 Predimensionament de seccions

2.1 Flexió simple (jàsseres) 21
2.2 Flexocompressió composta (pilars) 22
2.3 Exemple 24
2.3.1 Flexió simple 25
2.3.2 Flexocompressió composta 26

.

3 Càlcul en trencament

3.1 Hipòtesis bàsiques 27
3.2 Procés general 28
3.3 Exemple 29
3.4 Dominis de deformació 34
3.5 Representació gràfica 35

4 Flexocompressió composta

4.1 Generació d'àbacs 37
4.2 Comprovacions anteriors a l'armat d'una peça comprimida 40
4.3 Comprovacions generals de l'armadura en pilars o peces comprimides 41
4.4 Exemple 42

5 Conceptes de guerxament

5.1 Possibilitat de guerxament 47
5.2 Resolució segons el mètode aproximat 49

5.3. Càlcul de l'excentricitat equivalent de primer ordre 51
5.4 Exemple 52

6 Flexocompressió esbiaixada

6.1 Flexocompressió composta-flexocompressió esbiaixada 55
6.1 Representació gràfica. Àbacs adimensionals 57
6.2 Disposició recomanable de les armadures 59
6.3 Comprovacions generals de l'armadura en pilars o peces comprimides 60
6.4 Exemple 61

7 Flexió simple

7.1 Hipòtesis bàsiques del càlcul en trencament 69
7.2 Procés general 70
7.3 Exemple 71
7.4 Dominis de deformació en flexió simple 74
7.5 Teorema d'Ehlers 76
7.6 Ancoratges 77
7.7 Comprovacions generals de l'armadura en jàsseres o peces sotmeses a flexió 79
7.8 Exemple. Armat de seccions a flexió simple 80

8 Esforç tallant

8.1 Existència o aparició de l'esforç tallant 85
8.2 Efectes de l'esforç tallant 86
8.3 Absorció de l'esforç tallant 86
8.4 Comprovacions 90
8.5 Procés de càlcul 91
8.6 Zonificació de l'estrebat 92
8.7 Exemple. Armat de seccions a l'esforç tallant 93

9 Exemples d'aplicació

9.1 Pilar número 2, planta baixa 97
9.1.1 Predimensionament de la secció 98
9.1.2 Armat a flexió composta 99
9.1.3 Armat a flexió esbiaixada 100
9.1.4 Armat a flexió esbiaixada amb guerxament 101

9.2 Pilar número 3, planta àtic 105
9.2.1 Predimensionament de la secció 105
9.2.2 Armat a flexió composta 106
9.2.3 Armat a flexió esbiaixada 107
9.2.4 Armat a flexió esbiaixada amb guerxament 108

9.3 Pilar número 5, planta soterrani 113
9.3.1 Predimensionament de la secció 113
9.3.2 Armat a flexió composta 115
9.3.3 Armat a flexió esbiaixada 116
9.3.4 Armat a flexió esbiaixada amb guerxament 117

9.4 Jàssera 1-2-3, planta 3_a 121
9.4.1 Predimensionament de la secció 121
9.4.2 Armat a flexió (armadura longitudinal) 122
9.4.3 Armat a tallant (armadura transversal) 126
9.4.4 Plànol de tot l'armat 130

9.5 Jàssera 9-10-11-Vol, planta 3_a 131
9.5.1 Predimensionament de la secció 131
9.5.2 Armat a flexió (armadura longitudinal) 132
9.5.3 Armat a tallant (armadura transversal) 136
9.5.4 Plànol de tot l'armat 141

10 Taules, diagrames i àbacs roseta

10.1 Taula de seccions i capacitats mecàniques dels acers 144
10.2 Diagrama adimensional per a flexocompressió composta (d=0,10·h) 145
10.3 Diagrama adimensional per a flexocompressió composta (d=0,15·h) 146
10.4 Àbac en roseta per a flexió esbiaixada. Armadura a dues cares (ν=0,0 fins a ν=0,6) 147
10.5 Àbac en roseta per a flexió esbiaixada. Armadura a dues cares (ν=0,6 fins a ν=1,4) 148
10.6 Àbac en roseta per a flexió esbiaixada. Armadura a quatre cares (ν=0,0 fins a ν=1,4) 149
10.7 Diagrama adimensional per a flexió simple. f_{yk}=400 N/mm^2 150
10.8 Diagrama adimensional per a flexió simple. f_{yk}=500 N/mm^2 151

Introducció

Els escrits sobre formigó armat són amplis i extensos. En el marc docent, el criteri d'aquesta publicació és donar els conceptes fonamentals sobre el coneixement del càlcul en trencament del formigó armat, sintetitzant-ne els processos de dimensionament.

Per sintetitzar el mètode de càlcul, es fa ús de l'expressió gràfica i numèrica del procés, i es redueix la part escrita de l'exposició. D'aquesta manera, la visió del mètode queda concentrada com en un full de càlcul d'ús freqüent, i pot ser útil i entenedor tant per a l'aprenentatge com per a l'ús en el càlcul professional.

El càlcul mitjançant ordinador, tant d'esforços com de dimensionament d'estructures de formigó, concedeix a la màquina una capacitat superior als mètodes manuals, però la mateixa capacitat de càlcul requereix un procés de comprovació de les hipòtesis i dels resultats obtinguts.

El coneixement clar de les hipòtesis utilitzades i la possibilitat de comprovar-ne els resultats obtinguts són imprescindibles en un procés computaritzat.

Aquesta publicació procura ser una guia bàsica sobre el coneixement de les hipòtesis i el procés del càlcul del formigó armat, de manera manual o mitjançant ordinador.

Com a guia de comprovació i càlcul es tracten els conceptes fonamentals sense aprofundir en temes opcionals de dimensionament, per poder optimitzar la claredat expositiva. El coneixement clar i bàsic del mètode en trencament del formigó permetrà posteriorment introduir fàcilment altres temes opcionals sobre el dimensionament que les normes de formigó contenen en el seus apartats.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

1 Característiques dels materials

1.1 Característiques del formigó armat

El formigó és una massa disgregada d'àrids de diferents mides (graves i sorres), que unim per la solidificació del ciment que reacciona amb aigua.

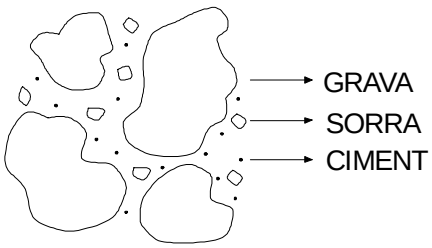
Com més compactes siguin els àrids i menys superfície tinguin, necessitarem menys ciment per a la seva solidificació. La proporció de 2 mesures de grava per 1 de sorra és la més usual. Amb el mòdul de tamisos podem afinar millor la proporció del àrids.

Una vegada barrejats els components, la reacció aigua-ciment queda latent durant 2-3 hores que en permeten el transport abans de l'inici de l'enduriment. Aquest s'inicia després d'aquestes 2-3 hores i finalitza al cap de 5-7 hores segons el tipus de ciment i temperatura ambient. En funció d'aquests paràmetres, s'estableixen criteris per acceptar o rebutjar un formigó segons el temps transcorregut durant l'amassament i fins a la col·locació.

El procés d'enduriment del formigó es desenvolupa per la reacció dels compostos anhidres del gra de ciment, de gran finesa, amb les molècules d'H_2O. La reacció forma molècules hidratades que fixen les molècules d'H_2O i cristal·litzen augmentant el doble el seu volum inicial. Aquest procés s'inicia fortament al cap de 5-7 hores després de l'amassament i continua durant dies mentre existeixen partícules de ciment per reaccionar. El coneixement del temps d'enduriment del formigó donarà criteris per establir el temps necessari de curat de la massa endurida.

Components del formigó

Grava, sorra, ciment, aigua i additius. La dosificació dels additius requereix una cura especial, ja que de no ser la convenient, pot actuar de forma oposada a la prevista. Proporció màxima d'additius < 5% del ciment.



Durabilitat

La durabilitat depèn tant de les mesures adoptades en funció de les accions mecàniques físiques i químiques que actuen sobre l'estructura, com d'un bon ciment, curat i recobriment.

Recobiment de l'armadura r (cm) = $a \cdot \sqrt{T_{anys}}$

a = 0,2 formigó prefabricat
a = 0,8 formigó in situ

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Resistència i seguretat

Factors d'incertesa	Definició de seguretat	Aplicació
Resistència dels materials en projecte Formigó i acer	Resistència característica Formigó i acer	$f_{ck;}\ f_{yk}$
Valor de càrrega	Valors característics de les accions Sense majorar	$N_k,\ M_k,\ V_k\ T_k$
Resistència dels materials en obra Formigó i acer	Resistència de càlcul Formigó i acer	$f_{cd}=f_{ck}/\gamma_c$ $f_{yd}=f_{yk}/\gamma_s$
Procés de càlcul i ponderació de seguretat	Resistència de càlcul de les accions Majorades	$N_d=N_k\cdot\gamma_f$ $M_d=M_k\cdot\gamma_f$

Coeficients de minoració de resistències.

Formigó $\gamma_c = 1{,}5$

Acer $\gamma_s = 1{,}15$

Coeficients de majoració de càrregues.

Nivell de control :	Intens	Normal	Reduït
Càrrega permanent :	$\gamma_G = 1{,}35$	$\gamma_G = 1{,}5$	$\gamma_G = 1{,}6$
Càrrega variable :	$\gamma_Q = 1{,}50$	$\gamma_Q = 1{,}6$	$\gamma_Q = 1{,}8$

Combinacions d'accions en límits últims:

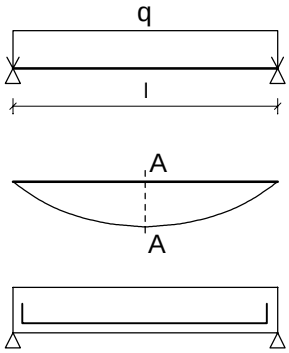
Una sola acció variable : $\Sigma\,\gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k$

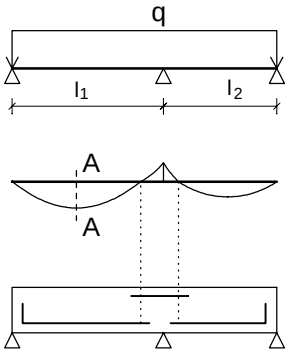
Més d'una acció : $\Sigma\,\gamma_G G_k + \Sigma\,0{,}9\,\gamma_Q Q_k$

Situacions sísmiques : $\Sigma\,\gamma_G G_k + \gamma_A A_{E,k} + \Sigma\,0{,}8\,\gamma_Q Q_k$

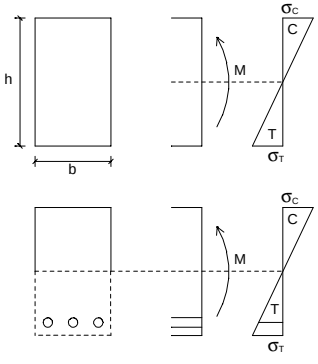
Combinació d'accions en estat de servei: Els coeficients de majoració de càrregues ($\gamma_{G\ i}\ \gamma_Q$) són la unitat, i 0,6 en lloc de 0,8 en situació sísmica.

Comportament tensional del formigó armat





Secció de màxim moment (A - A)



Acer - Igual resistència a tensions de tracció que a compressió.

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} \le \sigma_u$$

Formigó - Bona resistència a tensions de compressió i quasi nul·la a tracció.

Solució - Col·locar barres d'acer per absorbir les tensions de tracció.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

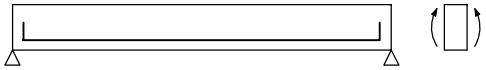
Condicions per fan viable el treball conjunt dels dos materials

Adherència
Compatibilitat
Coeficient dilatació

Mètodes de comprovacions de seccions, segons el tipus d'esforç

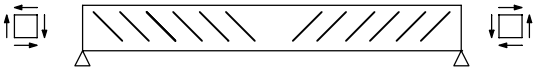
Axial (N)
Moment flector (M)

Tensions longitudinals de tracció i/o compressió ⇒ armadura longitudinal



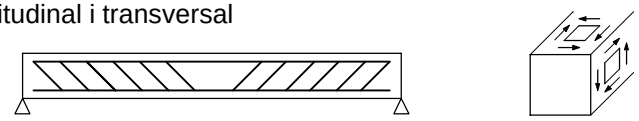
Tallant (V)

Tensions tangencials de tracció i compressió ⇒ armadura transversal

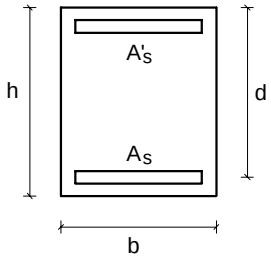


Torsió (T)

Tensions longitudinals i tangencials de tracció i compressió ⇒ armadura longitudinal i transversal



Nomenclatura bàsica



b	- base
h	- cantell
d	- cantell útil
A_c	- Àrea secció de formigó (b x h)
A_s	- Àrea armadura traccionada
A'_s	- Àrea armadura comprimida

f_{ck} - Resistència característica del formigó a compressió (N/mm²)
f_{yk} - Resistència característica de l'acer (N/mm²)
N_k - Axial característic (kN)
M_k - Moment característic (mkN)
γ_c - Coeficient de minoració de la resistència del formigó
γ_s - Coeficient de minoració de la resistència de l'acer
γ_f - Coeficient de majoració de càrregues
f_{cd} - Resistència de càlcul del formigó (f_{ck}/γ_c)
f_{yd} - Resistència de càlcul de l'acer (f_{yk}/γ_s)
N_d - Axial de càlcul ($N_k \cdot \gamma_f$)
M_d - Moment de càlcul ($M_k \cdot \gamma_f$)

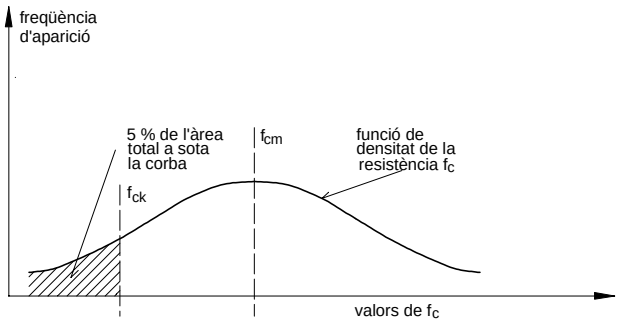
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

1.2 Propietats mecàniques del formigó

Definició de valors característics

$f_{ck}\rightarrow$ Resistència característica. És el valor que dóna una seguretat del 95% sobre una població de valors. (Resistències.)

$f_{cm}\rightarrow$ Resistència mitjana. És el valor mig d'una població, la mitjana del conjunt de valors sobre una població.



f_{ck} - valor estadístic de la resistència a compressió del formigó al cap de 28 dies

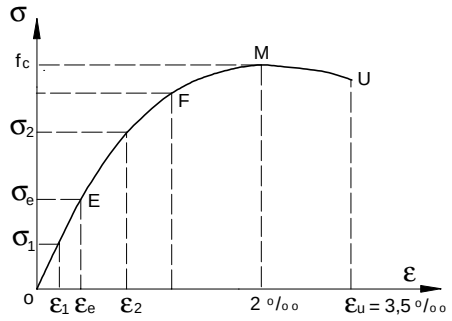
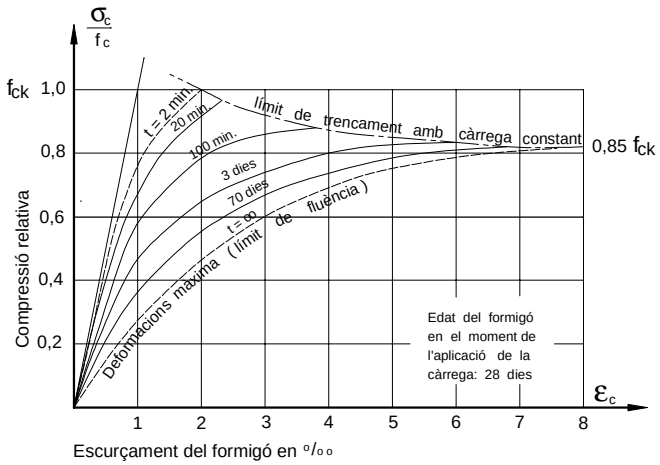
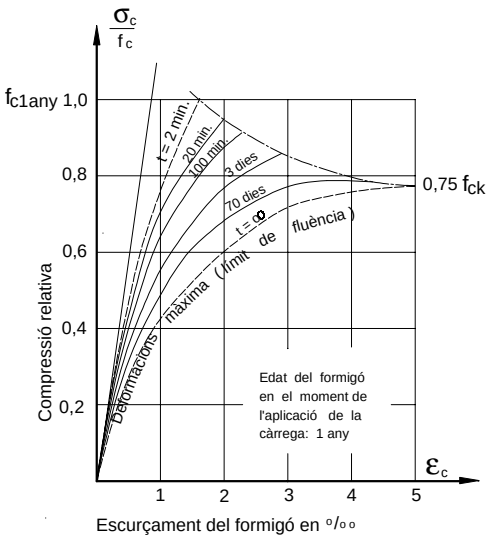


Diagrama σ- ε

Una proveta carregada fins poc abans del trencament en temps qualsevol, ha de descarregar-se segons la línia límit de trencament.





Aquests gràfics que relacionen la tensió del formigó i la tensió de trencament per compressió en provetes cilíndriques evidencien els fenòmens de fluència i cansament del formigó.

Fluència - Augment de deformació al llarg del temps sota càrrega constant

Cansament - Pèrdua de resistència al llarg del temps sota càrrega constant (0,85 f_{ck})

Resistència a compressió sobre provetes del mateix tipus

EDAT DEL FORMIGÓ EN DIES	3	7	28	90	360
Formigó d'enduriment normal	0,40	0,65	1,00	1,20	1,35
Formigó d'enduriment ràpid	0,55	0,75	1,00	1,15	1,20

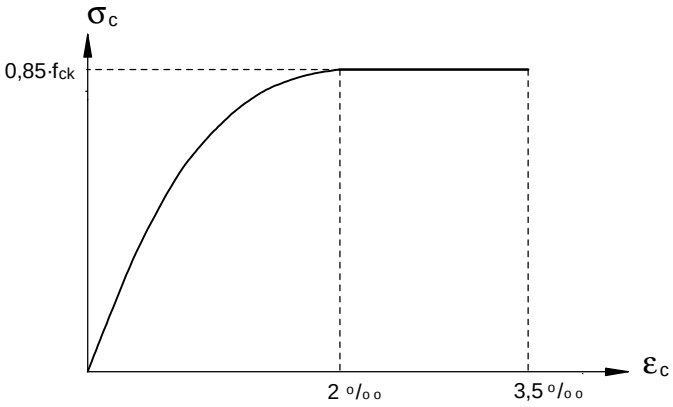
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Tensions de càlcul i mòdul de deformació longitudinal

- $f_{cd} = \dfrac{f_{ck}}{\gamma_c}$
- $E_{cj} = 8.500 \cdot \sqrt[3]{f_{cm,j}}$; $f_{cm,28} = f_{ck} + 8\,N/mm^2 \Rightarrow E_{c28} = 8.500 \cdot \sqrt[3]{f_{ck} + 8}$. (Expressió vàlida només per un bon formigó.)

Diagrama característic del formigó. (Relació tensió-deformació.)

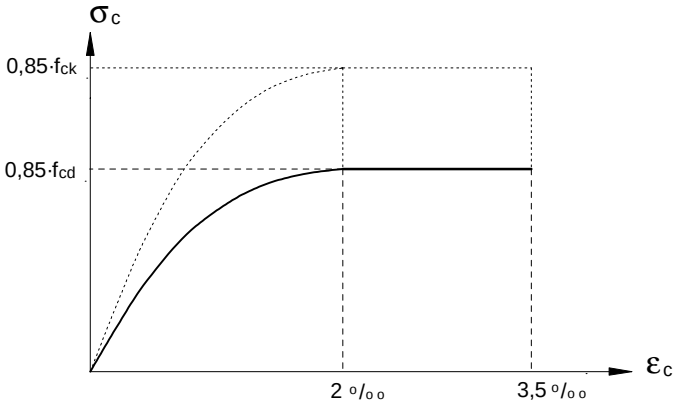
El comportament al llarg del temps pot ser diferent i depèn de moltes variables, com veiem als gràfics anteriors, (temps de càrrega, edat del formigó, etc.). El trencament a 0,85 f_{cd} i la deformació màxima 0,0035 defineixen dos límits segurs del material. La deformació 0,002 defineix el límit del camp elàstic i la fluència o plasticitat.



$0 \le \varepsilon_c \le 0{,}002 \Rightarrow \sigma_c = 85 \cdot f_{ck} \cdot (10 \cdot \varepsilon_c - 2500 \cdot \varepsilon_c^{\,2})$ Tram parabòlic: comportament elàstic no lineal

$0{,}002 \le \varepsilon_c \le 0{,}0035 \Rightarrow \sigma_c = 0{,}85 \cdot f_{ck}$ Tram rectilini: comportament plàstic

Diagrama de càlcul (tensions de càlcul)



$0 \le \varepsilon_c \le 0{,}002 \Rightarrow \sigma_c = 85 \cdot f_{cd} \cdot (10 \cdot \varepsilon_c - 2500 \cdot \varepsilon_c^{\,2})$ Tram parabòlic: comportament elàstic no lineal

$0{,}002 \le \varepsilon_c \le 0{,}0035 \Rightarrow \sigma_c = 0{,}85 \cdot f_{cd}$ Tram rectilini: comportament plàstic

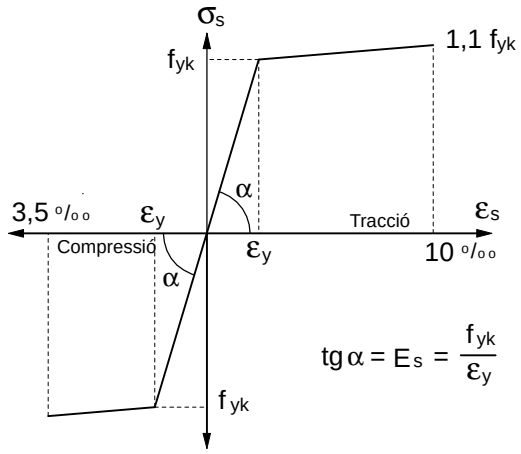
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

1.3 Propietats mecàniques de l'acer

Tensió de càlcul i mòdul de deformació longitudinal

- $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$. Si el tipus de control de l'obra és reduït, $f_{yd} = \frac{0{,}75 \cdot f_{yk}}{\gamma_s}$.
- $E_s = 200.000\ N/mm^2$

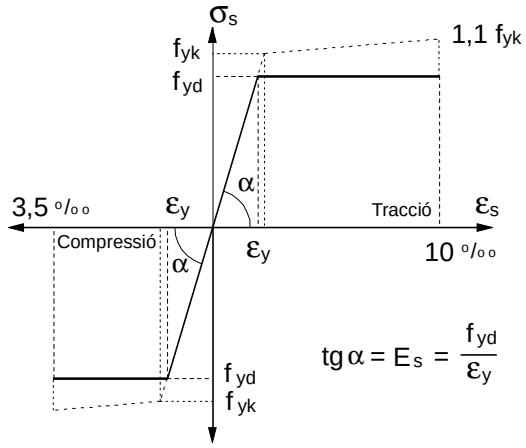
Diagrama característic. (Relació tensió-deformació.)



$0 \le \varepsilon_s \le \varepsilon_y \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$ Tram inclinat: comportament elàstic lineal

$\varepsilon_y \le \varepsilon_s \le 0{,}01 \Rightarrow \sigma_s = \frac{0{,}1 \cdot f_{yk} \cdot (200.000 \cdot \varepsilon_s - f_{yk})}{2.000 \cdot f_{yk}} + f_{yk}$ Tram inclinat: comportament plàstic

Diagrama de càlcul



$0 \le \varepsilon_s \le \varepsilon_y \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$ Tram inclinat: comportament elàstic lineal

$\varepsilon_y \le \varepsilon_s \le 0{,}01 \Rightarrow \sigma_s = f_{yd}$ Tram horitzontal: comportament plàstic

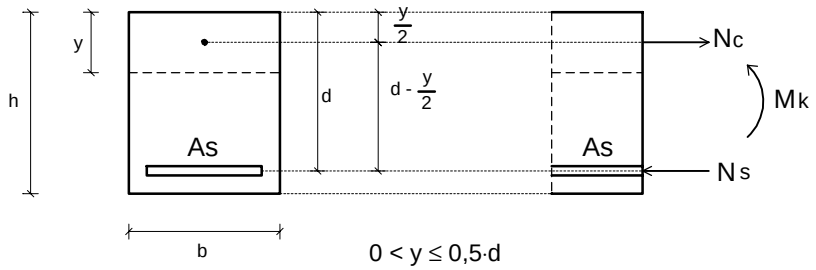
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

2 Predimensionament de seccions

2.1 Flexió simple (jàsseres)

Flexió simple N=0 M≠0:

El moment és suportat pel cap comprimit de formigó i l'armadura traccionada



$0 < y \leq 0{,}5 \cdot d$

Expressió general:

Equilibri en la secció plana $\Sigma F_i = \Sigma F_{ex} \cdot \gamma_f$

1. $\Sigma F = 0$ $\quad N_c = N_s$; $\quad N_c = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y$; $\quad N_s = A_s \cdot f_{yd}$
2. $\Sigma M = 0$ $\quad M_k \cdot \gamma_f = N_c \cdot (d - \frac{y}{2})$; $M_k \cdot \gamma_f = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot (d - \frac{y}{2})$

Incògnites: b, A_s, d, y

Predimensionament:

En predimensionament, considerarem d = 0,9·h. Cal fixar dos paràmetres, per exemple y = 0,4·d i b; llavors les incògnites són A_s i d. ($y = 0{,}4 \cdot d \Rightarrow$ quantia mitjana d'armadura)

1. $A_s = \frac{0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y}{f_{yd}} = \frac{0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot 0{,}4 \cdot d}{f_{yd}} = \frac{0{,}34 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d}{f_{yd}}$
2. $M_k \cdot \gamma_f = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot (d - \frac{y}{2}) = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot 0{,}4 \cdot d \cdot (d - \frac{0{,}4 \cdot d}{2}) = 0{,}272 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{M_k \cdot \gamma_f}{0{,}272 \cdot f_{cd} \cdot b}}$; $h = \frac{d}{0{,}9}$.

si haguéssim fixat d o h, llavors la incògnita seria b; $b = \frac{M_k \cdot \gamma_f}{0{,}272 \cdot f_{cd} \cdot d^2}$.

Condicions de l'armadura:

Armadura mínima: $\frac{A_s}{A_c} \geq 0{,}0028$

Armadura màxima: $A_s \cdot f_{yd} \leq 0{,}6 \cdot f_{cd} \cdot A_c$ (armadura màxima aconsellable)

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

2.2 Flexocompressió composta (pilars)

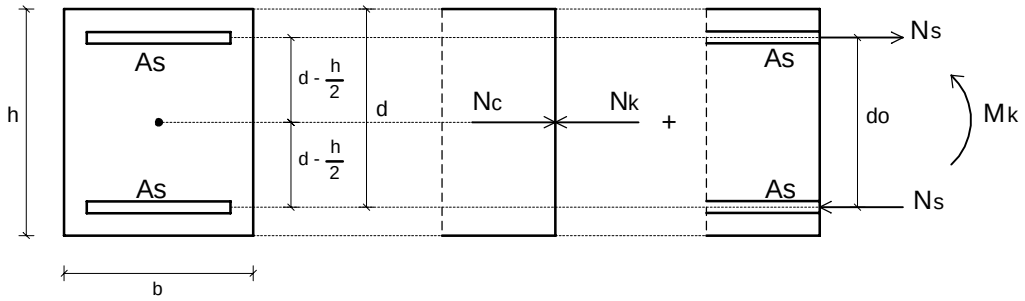
El predimensionament de pilars és més complicat que no pas el de jàsseres, ja que hi intervenen múltiples variables. La casuística que es pot donar en funció de si el predomini dels esforços és de l'axial o del moment depèn de l'estructura (unidireccional o bidireccional), també del vent o del sisme. Pot haver-hi moment als dos plans principals, i a causa de l'esveltesa del pilar, els moments inicials poden augmentar per l'efecte del guerxament.

El mètode de predimensionament exposat es basa en la simplificació següent: l'axial el suporta el formigó i el moment, l'armadura. Per tant, la secció l'obtindrem en funció de l'axial i si podem o no suportar el moment ho comprovarem a través de l'armadura mínima i màxima.

Per tal de preveure l'existència de moment a l'altre pla principal, o l'augment dels moments a causa del guerxament, és aconsellable predimensionar amb quanties molt baixes, per sota de la mitjana.

Flexió composta $N \neq 0$ $M \neq 0$:

L'axial és suportat per la secció de formigó i el moment, per l'armadura.



Expressió general:

Equilibri en la secció plana $\Sigma F_i = \Sigma F_{ex} \cdot \gamma_f$

1. $\Sigma F = 0$ $\quad N_k \cdot \gamma_f = N_c$; $\quad N_c = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h$; $\quad N_k \cdot \gamma_f = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h$
2. $\Sigma M = 0$ $\quad M_k \cdot \gamma_f = A_s \cdot f_{yd} \cdot d_0 = A_s \cdot f_{yd} \cdot 2 \cdot (d - \frac{h}{2})$

Incògnites: b, A_s, d, h

Predimensionament:

En predimensionament, considerarem $d = 0{,}9 \cdot h$. Cal fixar un paràmetre, per exemple b; llavors les incògnites són A_s i h:

1. $h = \dfrac{N_k \cdot \gamma_f}{0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b}$. (Si fixem d o h, llavors la incògnita seria b; $\quad b = \dfrac{N_k \cdot \gamma_f}{0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot h}$).
2. $A_s = \dfrac{M_k \cdot \gamma_f}{2 \cdot (d - \frac{h}{2}) \cdot f_{yd}} = \dfrac{M_k \cdot \gamma_f}{2 \cdot (0{,}9 \cdot h - \frac{h}{2}) \cdot f_{yd}} = \dfrac{M_k \cdot \gamma_f}{0{,}8 \cdot h \cdot f_{yd}}$.

Condicions de l'armadura:

Armadura mínima: $\quad A_s \geq 0{,}002 \cdot b \cdot h$

Armadura màxima: $\quad A_s \cdot f_{yd} \leq 0{,}5 \cdot f_{cd} \cdot A_c$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Casuística:

- De l'expressió 1, n'obtenim el cantell o la base, i l'armadura necessària A_s, segons l'expressió 2, dóna una quantia superior a la mínima i inferior a la màxima. ⇒ El predimensionament és correcte.

- De l'expressió 1, n'obtenim el cantell o la base, però l'armadura necessària A_s, segons l'expressió 2, dóna una quantia superior a la màxima. ⇒ El predimensionament no és correcte, l'axial és petit respecte al moment. La secció de formigó suportaria l'axial, però li mancaria cantell o braç mecànic a l'armadura per suportar el moment. (Pilars d'última planta, o una planta i gran llum.)

  Solució: Augmentem el cantell de manera que l'armadura A_s necessària per absorbir el moment compleixi les condicions de quantia. Llavors, la secció de formigó suportarà l'axial sense arribar a la màxima tensió.

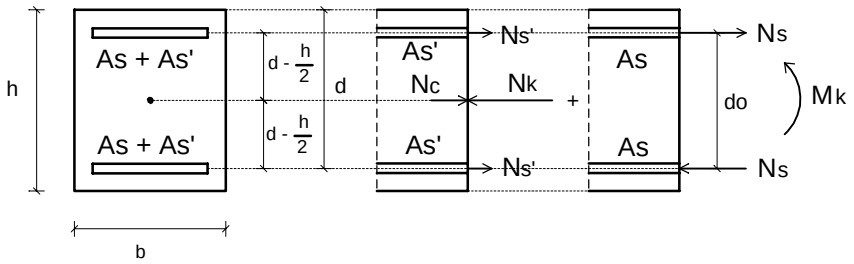
$$\frac{N_k \cdot \gamma_f}{b \cdot h} < 0{,}85 \cdot f_{cd}$$

- De l'expressió 1, n'obtenim el cantell o la base, però l'armadura necessària A_s, segons l'expressió 2, dóna una quantia inferior a la mínima.

  El predimensionament no és correcte.

  L'axial és gran respecte al moment. La secció de formigó suportaria l'axial, però el cantell estaria sobredimensionat per suportar el moment. (Pilars de planta baixa.)

  Solució: Disminuïm el cantell de manera que l'armadura A_s necessària per absorbir el moment compleixi les condicions de quantia. Llavors, la secció de formigó no podrà suportar l'axial tota sola, es superaria la tensió màxima, així doncs, per absorbir l'axial, a més del formigó, es necessitarà armadura addicional A_s' a les dues cares. L'armadura total, $A_s + A_s$' haurà de complir les condicions de quantia màxima i mínima.



1- $\Sigma F = 0$ $\quad N_k \cdot \gamma_f = N_c + 2 \cdot N_s'$; $\quad N_c = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h$; $\quad N_s' = A_s' \cdot f_{yd}$

2- $\Sigma M = 0$ $\quad M_k \cdot \gamma_f = A_s \cdot f_{yd} \cdot d_0 = A_s \cdot f_{yd} \cdot 2 \cdot (d - \frac{h}{2})$

Coneixent b, h, i $d = 0{,}9 \cdot h$

$$1\text{- } A_s' = \frac{N_k \cdot \gamma_f - 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h}{2 \cdot f_{yd}}$$

$$2\text{- } A_s = \frac{M_k \cdot \gamma_f}{2 \cdot (d - \frac{h}{2}) \cdot f_{yd}} = \frac{M_k \cdot \gamma_f}{2 \cdot (0{,}9 \cdot h - \frac{h}{2}) \cdot f_{yd}} = \frac{M_k \cdot \gamma_f}{0{,}8 \cdot h \cdot f_{yd}}$$

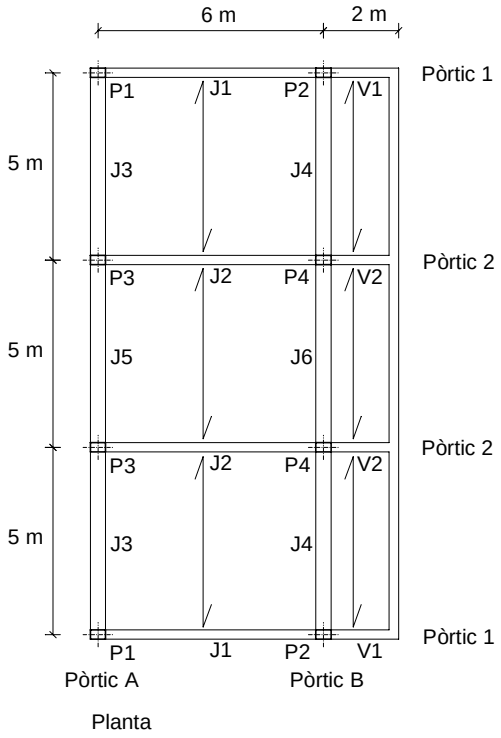
Armadura mínima $(A_s + A_s') \geq 0{,}002 \cdot b \cdot h$

Armadura màxima $(A_s \cdot + A_s') f_{yd} \leq 0{,}5 \cdot f_{cd} \cdot A_c$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

2.3 Exemple

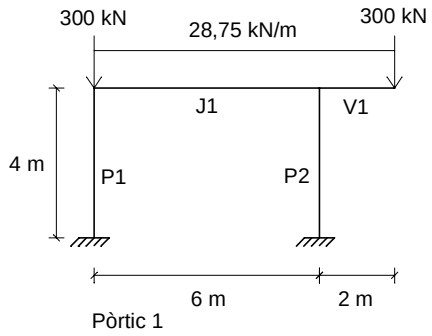
Predimensionament de les jàsseres i pilars del pòrtic 2:

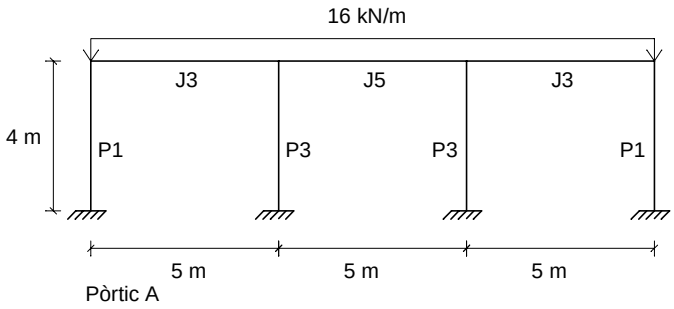


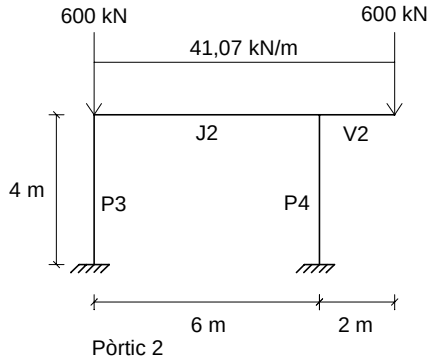
Dades generals:

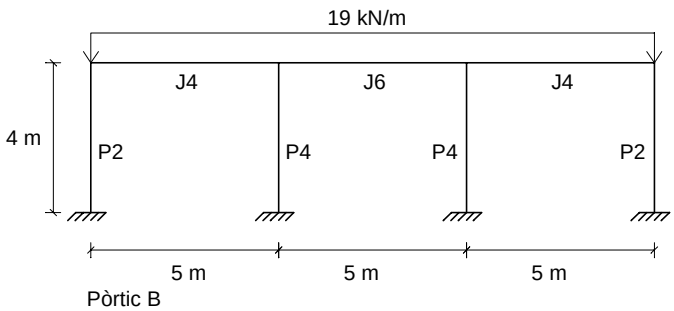
- Formigó HA-25 $f_{ck} = 25\ N/mm^2$
- Acer B 500 S $f_{yk} = 500\ N/mm^2$
- $\gamma_c = 1{,}5$ $\gamma_s = 1{,}15$
- $E_s = 200.000\ N/mm^2$ $E_c = 27.264\ N/mm^2$
- Càrregues característiques (60% permanent).
- Coeficient de majoració de càrregues $\gamma_f = 1{,}6$ per al càlcul exacte d'esforços s'han de considerar els de la norma EHE en funció del tipus de càrrega.
- Condició de partida base=25 cm a totes les seccions dels pòrtics 1 i 2.

Esquemes i estats de càrregues característiques dels pòrtics:







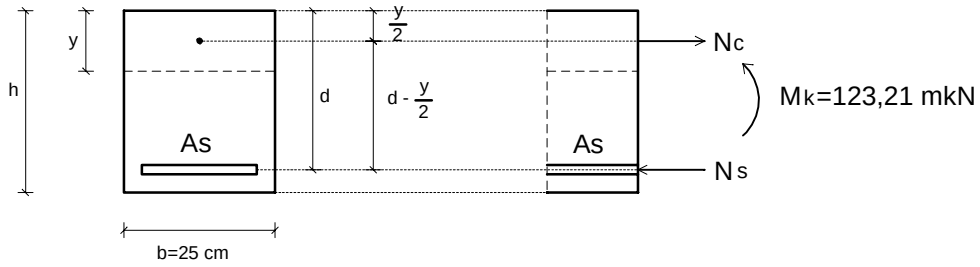


© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

2.3.1 Flexió simple

Predimensionament jàssera J2:

Esforç màxim característic predimensionat M_k=123,21 mkN



Considerant d=0,9·h i y=0,4·d, les incògnites són A_s i d:

$$d = \sqrt{\frac{M_k \cdot \gamma_f}{0{,}272 \cdot f_{cd} \cdot b}} = \sqrt{\frac{123{,}21 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6}{0{,}272 \cdot 25/1{,}5 \cdot 250}} = 417\ \text{mm} = 41{,}7\ \text{cm}$$

$$h = \frac{d}{0{,}9} = \frac{41{,}7}{0{,}9} = 46{,}33\ \text{cm} \Rightarrow h=50\ \text{cm};\ \ d=0{,}9\cdot 50=45\ \text{cm}$$

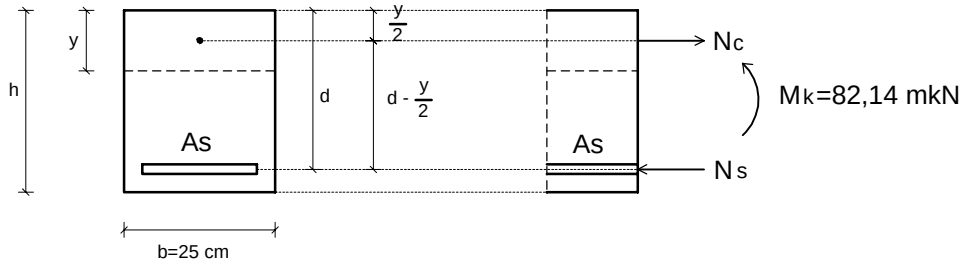
$$As = \frac{0{,}34 \cdot fcd \cdot b \cdot d}{fyd} = \frac{0{,}34 \cdot 25/1{,}5 \cdot 250 \cdot 450}{500/1{,}15} = 1.466\ \text{mm}^2 = 14{,}66\ \text{cm}^2 \Rightarrow \begin{vmatrix} 8\phi 16\ \text{mm} \\ 5\phi 20\ \text{mm} \end{vmatrix}$$

Per suportar aquest moment, es preveu necessària una secció de formigó de 25 cm de base i 50 cm de cantell, amb un armat de 14,66 cm² d'acer. Els rodons que cobreixen aquesta àrea, podem trobar-los a la taula de seccions, o bé dividint l'àrea total necessària per l'àrea del rodó que volem col·locar.

Dividint l'àrea total de 14,66 cm² entre l'àrea d'un ϕ16 mm, 2,01 cm² ens dóna 7,28, és a dir 8 rodons.
Dividint l'àrea total de 14,66 cm² entre l'àrea d'un ϕ20 mm, 3,14 cm² ens dóna 4,67, és a dir 5 rodons.

Predimensionament voladís V2:

Esforç màxim característic predimensionat M_k=82,14 mkN.



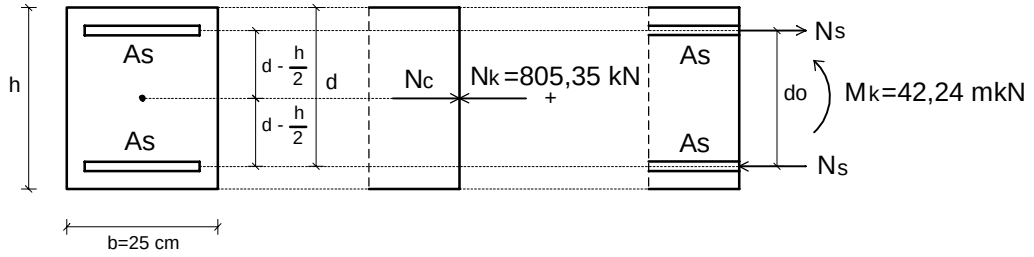
Amb el mateix mètode s'obté una secció de 25 cm de base i 40 cm de cantell, per tant, 36 cm de cantell útil, i un armat d'11,73 cm² d'acer, corresponent a 6ϕ16 mm o bé 4ϕ20 mm.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

2.3.2 Flexocompressió composta

Predimensionament pilar P4:

Esforços característics predimensionats N_k= 805,35 kN, M_k=42,24 mkN.



Considerant d=0,9·h, les incògnites són A_s i h:

$$h = \frac{N_k \cdot \gamma_f}{0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b} = \frac{805{,}35 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6}{0{,}85 \cdot 25/1{,}5 \cdot 250} = 364\ \text{mm} = 36{,}4\ \text{cm} \Rightarrow h = 40\ \text{cm}\ .$$

$$A_s = \frac{M_k \cdot \gamma_f}{0{,}8 \cdot h \cdot f_{yd}} = \frac{42{,}24 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6}{0{,}8 \cdot 400 \cdot 500/1{,}15} = 486\ \text{mm}^2 = 4{,}86\ \text{cm}^2 \Rightarrow \left| \begin{matrix} 3\phi 16\ \text{mm} \\ 2\phi 20\ \text{mm} \end{matrix} \right.$$

Condicions de l'armadura:

Armadura mínima: $A_s \geq 0{,}002 \cdot b \cdot h = 0{,}002 \cdot 250 \cdot 400 = 200\ \text{mm}^2 = 2\ \text{cm}^2 < 4{,}86\ \text{cm}^2$

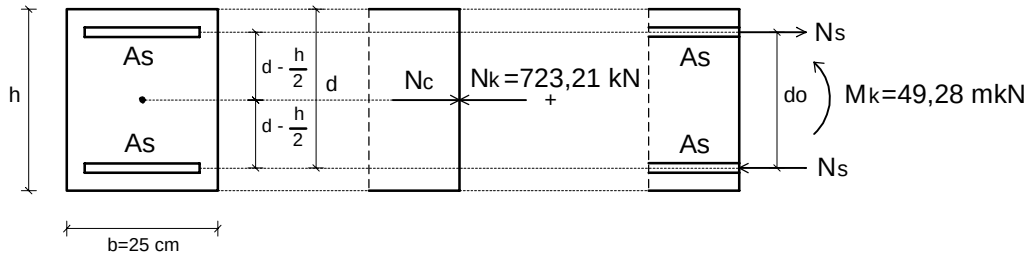
Armadura màxima: $A_s \cdot f_{yd} \leq 0{,}5 \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0{,}5 \cdot 250 \cdot 400 \cdot 25/1{,}5 = 833.333\ \text{N}$

$$A_s = \frac{833.333}{500/1{,}15} = 1.916\ \text{mm}^2 = 19{,}16\ \text{cm}^2 > 4{,}86\ \text{cm}^2$$

El predimensionat és correcte, amb quantia superior a la mínima i inferior a la màxima.

Predimensionament pilar P3:

Esforços màxims característics predimensionats N_k= 723,21 kN, M_k=49,28 mkN.



Amb el mateix mètode s'obté una secció de 25 cm de base i 35 cm de cantell, amb 6,48 cm² d'acer, corresponent a 4ϕ16 mm o bé 3ϕ20 m.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

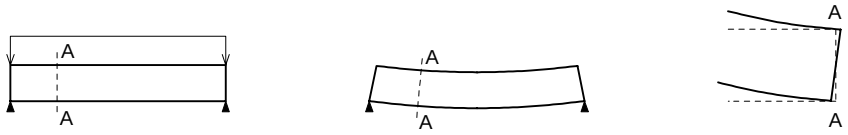
3 Càlcul en trencament

El càlcul en trencament és un dels mètodes per a la comprovació de seccions sotmeses a tensions longitudinals de tracció i/o compressió provocades pels esforços axials i/o moments flectors.

3.1 Hipòtesis bàsiques

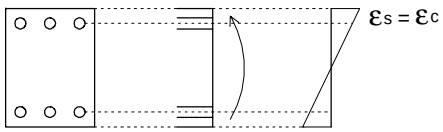
a) Hipòtesi de Bernouilli

Les seccions planes es mantenen planes després de la deformació.



b) Compatibilitat de deformacions dels dos materials (acer i formigó)

La deformació de l'acer és igual a la del formigó que l'envolta.

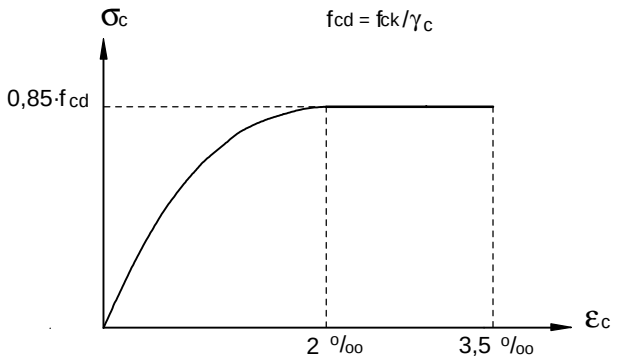


c) El formigó no treballa a tracció

No es considera la resistència del formigó a tracció, $f_{ct,k}$.

d) Diagrames de càlcul σ - ε (coeficients de seguretat)

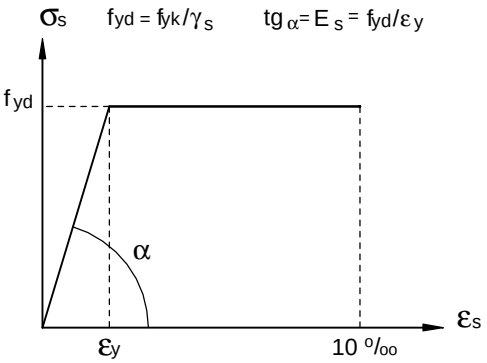
Formigó



$0 \le \varepsilon_c \le 0{,}002 \Rightarrow \sigma_c = 85 \cdot f_{cd} \cdot (10 \cdot \varepsilon_c - 2500 \cdot \varepsilon_c^2)$

$0{,}002 \le \varepsilon_c \le 0{,}0035 \Rightarrow \sigma_c = 0{,}85 \cdot f_{cd}$

Acer



$0 \le \varepsilon_s \le \varepsilon_y \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$

$\varepsilon_y \le \varepsilon_s \le 0{,}01 \Rightarrow \sigma_s = f_{yd}$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

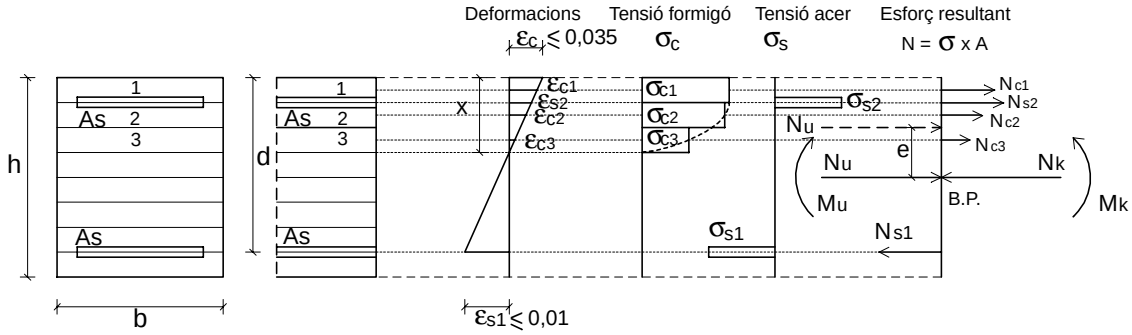
3.2 Procés general

En el càlcul en trencament d'una secció rectangular de formigó, amb armadura simètrica, amb una profunditat de línia neutra x, determinem el diagrama de deformacions de manera que un o altre material, o tots dos a la vegada, estiguin sotmesos a la màxima deformació.

Discretització en franges

Per simplificar, es divideix la secció en franges, considerant que tots els punts d'una mateixa franja tenen la mateixa deformació (la del centre de la franja) i, per tant, la mateixa tensió.

En aquest cas, amb aquesta posició de fibra neutra, solament les tres franges superiors de formigó treballen a compressió.



Es coneixen les dimensions de la secció i l'àrea d'armadura de cada cara. A partir del diagrama de deformacions, s'obtenen les deformacions de cadascuna de les franges comprimides i de l'acer. A través dels diagrames tensió-deformació, s'obtenen les tensions i, per tant, en funció de l'àrea, la força resultant de cada franja i de l'acer. Com a resultat de totes les forces, s'obté l'esforç últim N_u i el seu punt d'aplicació. Aquest axial, referit al baricentre plàstic de la secció, produeix un moment M_u.

El parell d'esforços N_u i M_u és el que pot resistir la secció, i per tant han de ser major o iguals que els esforços exteriors majorats.

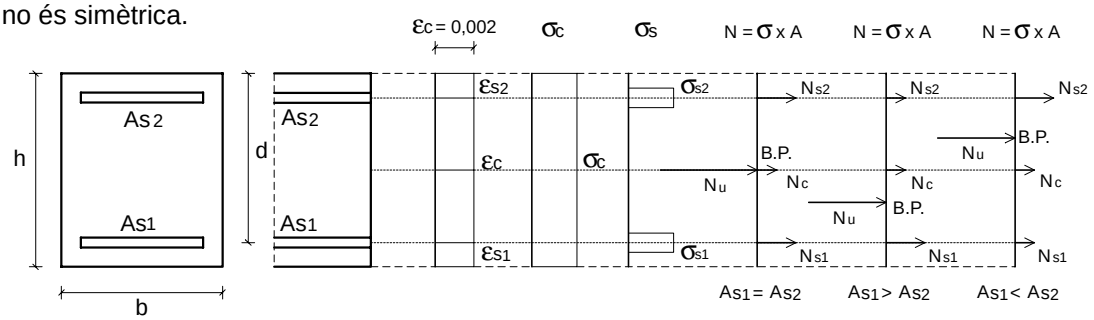
$N_u=N_{c1}+N_{c2}+N_{c3}+N_{s2}-N_{s1}$ $\qquad$ $M_u=N_u\cdot e$

$N_u\geq N_k\cdot\gamma_f=N_d$ $\qquad$ $M_u\geq M_k\cdot\gamma_f=M_d$

Baricentre plàstic

És el punt de la secció en el qual si hi apliquem un esforç axial, la peça queda sotmesa a compressió simple (escurçaments iguals en tots els punts de la secció). Així doncs, per trobar aquest punt, el procediment és l'invers: imposem la deformació màxima de compressió simple $\varepsilon_c=\varepsilon_s=0{,}002$ i mitjançant el procés de càlcul en trencament obtenim l'esforç resultant i el seu punt d'aplicació.

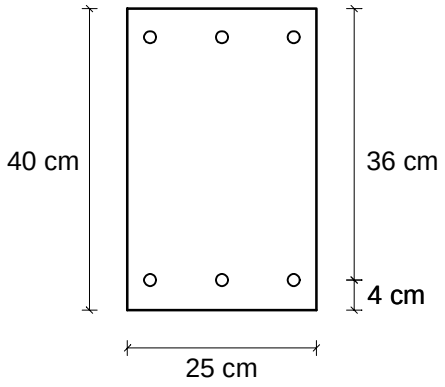
En seccions simètriques de forma i armadura ($A_{s1}=A_{s2}$), el baricentre plàstic coincideix amb el centre de gravetat de la secció, però no és així si l'armadura o la forma de la secció de formigó no és simètrica.



© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

3.3 Exemple

Càlcul del parell d'esforços que pot resistir una secció d'un pilar de base = 25 cm, cantell = 40 cm amb una àrea d'acer = 3ϕ16 a cada cara, considerant la fibra neutra a 16 cm de la vora superior.



Formigó HA-25 $f_{ck} = 25\ N/mm^2$

Acer B 500 S $f_{yk} = 500\ MPa = 500\ N/mm^2$

$\gamma_c = 1,5 \quad \gamma_s = 1,15 \quad \gamma_f = 1,6$

$E_s = 200.000\ N/mm^2$

$A_{s3\phi16} = 6,032\ cm^2$

Diagrames de càlcul

Diagrames que relacionen les deformacions amb les tensions que les produeixen, amb els valors numèrics de les resistències de càlcul de cada material.

Formigó

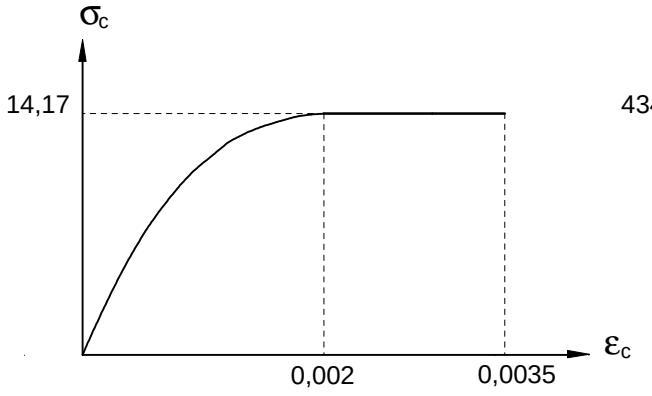
$$f_{cd} = \frac{25}{1,5} = 16,67\ N/mm^2$$

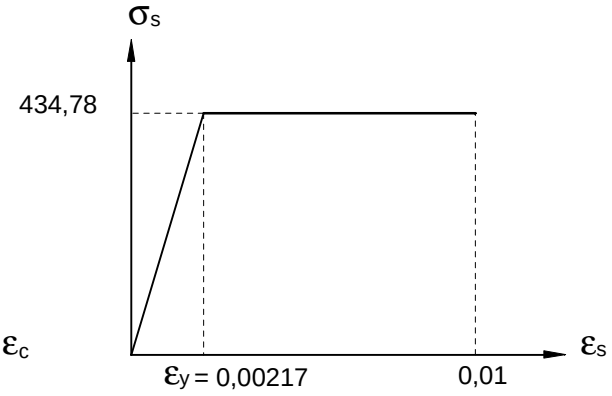
$0,85 \cdot f_{cd} = 14,17\ N/mm^2$

Acer

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 434,78\ N/mm^2$$

$$\varepsilon_y = \frac{434,78}{2 \cdot 10^5} = 0,00217$$





$0 \le \varepsilon_c \le 0,002 \Rightarrow \sigma_c = 85 \cdot f_{cd} \cdot (10 \cdot \varepsilon_c - 2500 \cdot \varepsilon_c^{\,2})$

$0,002 \le \varepsilon_c \le 0,0035 \Rightarrow \sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} = 14,17\ N/mm^2$

$0 \le \varepsilon_s \le \varepsilon_y \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$

$\varepsilon_y \le \varepsilon_s \le 0,01 \Rightarrow \sigma_s = f_{yd} = 434,78\ N/mm^2$

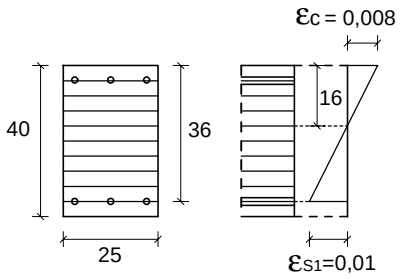
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Per a cada posició de fibra neutra, amb deformació màxima en qualsevol dels dos materials, la secció pot resistir un parell d'esforços N_d, M_d.

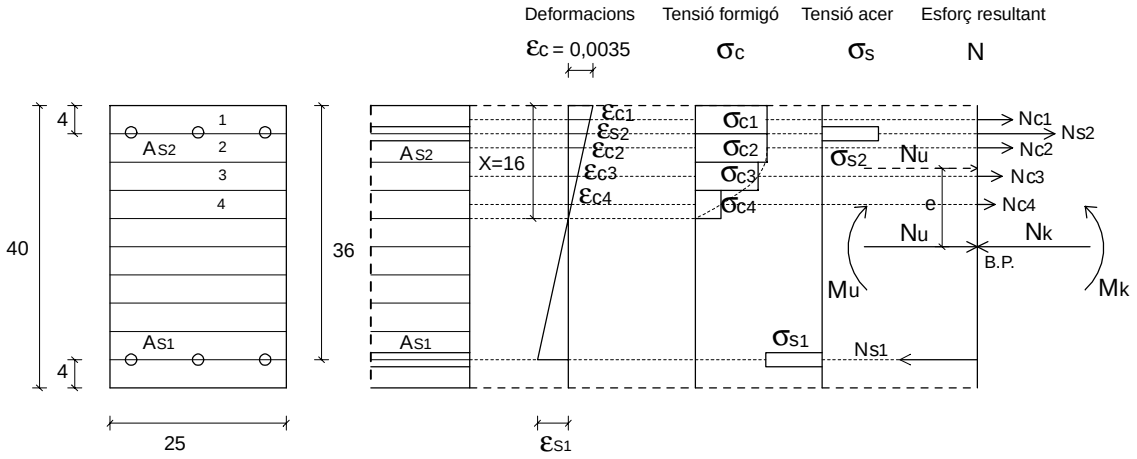
En aquest exemple considerem la posició de fibra neutra x=16 cm i franges de 4 cm. En calcular amb el mètode de divisió en franges, com més primes siguin, més en precís serà el resultat.

Determinació del diagrama de deformacions de trencament

Per determinar el diagrama de deformacions de trencament, suposem inicialment que la deformació màxima es produeix en l'acer, ε_{s1} = 0,01, i comprovem que, amb la posició de fibra neutra x=16 cm, la deformació al formigó (ε_c = 0,008) superaria la màxima admissible, i, per tant, el diagrama queda determinat per la deformació màxima al formigó (ε_c = 0,0035).



$$\varepsilon_{s1} = 0{,}01 \Rightarrow \frac{0{,}01}{20} = \frac{\varepsilon_c}{16} \Rightarrow \varepsilon_c = 0{,}008 > 0{,}0035 \Rightarrow \text{es superaria la deformació màxima del formigó.}$$



Per proporcionalitat de triangles, obtenim les deformacions de cadascuna de les franges comprimides del formigó (les traccionades no les tenim en compte) i de l'àrea d'acer comprimit i del traccionat.

$$\varepsilon_{c1} = \frac{0{,}0035 \cdot 14}{16} = 0{,}0031;\ \varepsilon_{c2} = \frac{0{,}0035 \cdot 10}{16} = 0{,}0022;\ \varepsilon_{c3} = \frac{0{,}0035 \cdot 6}{16} = 0{,}0013$$

$$\varepsilon_{c4} = \frac{0{,}0035 \cdot 2}{16} = 0{,}0004;\ \varepsilon_{s1} = \frac{0{,}0035 \cdot 20}{16} = 0{,}0044;\ \varepsilon_{s2} = \frac{0{,}0035 \cdot 12}{16} = 0{,}0026$$

Determinació de tensions i axials a l'acer

Per les deformacions anteriors, a través del diagrama σ_s-ε_s, obtenim els valors de les tensions de cada àrea d'acer de la manera següent: si la deformació és més gran o igual al límit elàstic ε_y, la tensió és la màxima, en cas contrari, la trobem a través de l'equació de la recta $\sigma_s=\varepsilon_s \cdot E_s$. L'axial és el producte de la tensió per l'àrea de la secció d'acer.

$$\varepsilon_{s1} = 0{,}0044 \Rightarrow \sigma_{s1} = f_{yd} = 434{,}78 \text{N/mm}^2; N_{s1} = 434{,}78 \cdot 603{,}2 = 262.259 \text{ N} = 262{,}26 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{s2} = 0{,}0026 \Rightarrow \sigma_{s2} = f_{yd} = 434{,}78 \text{N/mm}^2; N_{s2} = 434{,}78 \cdot 603{,}2 = 262.259 \text{ N} = 262{,}26 \text{ kN}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Determinació de tensions i axials al formigó

A través del diagrama σ_c-ε_c, obtenim els valors de les tensions de cada franja de la manera següent: si la deformació és més gran o igual de 0,002, la tensió és la màxima, en cas contrari, la trobem a través de l'equació de la paràbola σ_c=0,85·fcd·(10·ε_c-2500·ε_c^2). L'axial parcial de cada franja és el producte de la seva tensió per la seva àrea.

$$\varepsilon_{c1} = 0{,}0031 \Rightarrow \sigma_{c1} = 14{,}17\ \text{N/mm}^2 \Rightarrow N_{c1} = 14{,}17 \cdot 250 \cdot 40 = 141.700\ \text{N} = 141{,}7\ \text{kN}$$

$$\varepsilon_{c2} = 0{,}0022 \Rightarrow \sigma_{c2} = 14{,}17\ \text{N/mm}^2 \Rightarrow N_{c2} = 14{,}17 \cdot 250 \cdot 40 = 141.700\ \text{N} = 141{,}7\ \text{kN}$$

$$\varepsilon_{c3} = 0{,}0013 \Rightarrow \sigma_{c3} = 85 \cdot 16{,}67 \cdot (10 \cdot 0{,}0013 - 2500 \cdot 0{,}0013^2) = 12{,}43\ \text{N/mm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_{c3} = 12{,}43 \cdot 250 \cdot 40 = 124.300\ \text{N} = 124{,}3\ \text{kN}$$

$$\varepsilon_{c4} = 0{,}0004 \Rightarrow \sigma_{c4} = 85 \cdot 16{,}67 \cdot (10 \cdot 0{,}0004 - 2500 \cdot 0{,}0004^2) = 5{,}1\text{N/mm}^2$$

$$\Rightarrow N_{c4} = 5{,}1 \cdot 250 \cdot 40 = 51.000\ \text{N} = 51\ \text{kN}$$

Axial resultant

És l'esforç resultant dels axials parcials de compressió de cada franja més l'axial de l'acer comprimit menys l'axial de l'acer traccionat.

$$N_u = 141{,}7 \cdot 2 + 124{,}3 + 51 + 262{,}26 - 262{,}26 = 458{,}7\ \text{kN}$$

Moment resultant

És el que provoca l'axial resultant respecte del baricentre plàstic de la secció, que en aquest cas coincideix amb el centre de gravetat. Es pot calcular de dues maneres: una, trobant el punt d'aplicació de l'axial total i, per tant, el moment serà el producte de l'axial per l'excentricitat respecte al baricentre plàstic, o bé per la suma dels moments que provoquen els axials parcials respecte al baricentre plàstic.

$$M_u = 141{,}7 \cdot 0{,}18 + 141{,}7 \cdot 0{,}14 + 124{,}3 \cdot 0{,}1 + 51 \cdot 0{,}06 + 262{,}26 \cdot 0{,}16 + 262{,}26 \cdot 0{,}16 = 44{,}76\ \text{mkN}$$

Determinació de l'axial i del moment característics

Els esforços últims han de ser iguals als exteriors majorats. Els esforços característics que pot resistir la secció són els últims dividits per el coeficient de majoració de càrregues.

$$N_u = N_k \cdot \gamma_f \Rightarrow N_k = \frac{N_u}{\gamma_f} = \frac{458{,}7}{1{,}6} = 286{,}68\ \text{kN}$$

$$M_u = M_k \cdot \gamma_f \Rightarrow M_k = \frac{M_u}{\gamma_f} = \frac{144{,}76}{1{,}6} = 90{,}5\ \text{mkN}$$

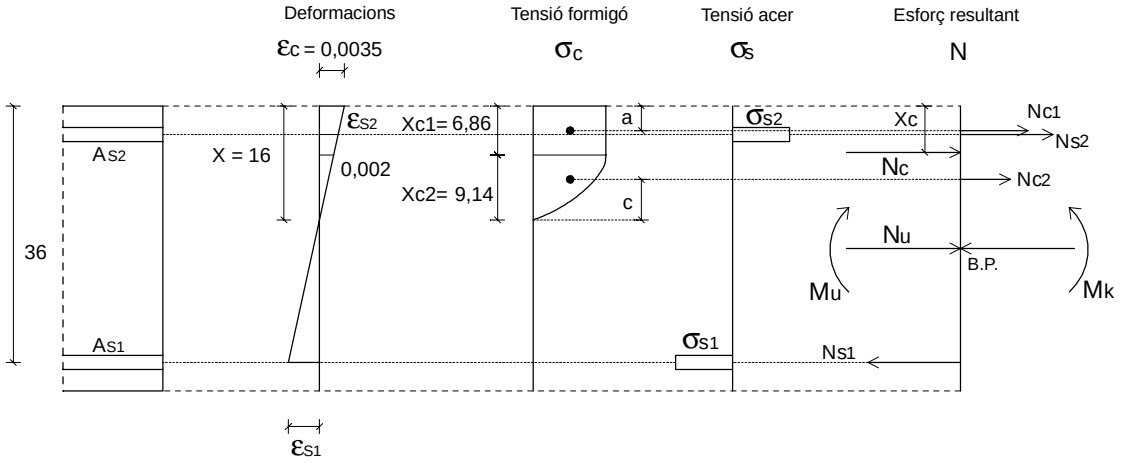
Excentricitat de l'axial respecte del baricentre plàstic

$$M_k = N_k \cdot e \Rightarrow e = \frac{M_k}{N_k} = \frac{90{,}5}{286{,}68} = 0{,}316\ \text{m} = 31{,}6\ \text{cm}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

El mateix cas anterior però considerant el càlcul exacte, sense dividir el formigó en franges, donaria el resultat següent:

Determinació de les deformacions



Per proporcionalitat de triangles obtenim el punt X_{c2}, a partir del qual la deformació del formigó és inferior a 0,002, i les deformacions de l'àrea d'acer comprimit i del traccionat.

$$\frac{0,0035}{16} = \frac{0,002}{x_{c2}} \Rightarrow x_{c2} = 9,14\ \text{cm};\ x_{c1} = x - x_{c2} = 16 - 9,14 = 6,86\ \text{cm}$$

$$\varepsilon_{s1} = \frac{0,0035 \cdot 20}{16} = 0,0044; \varepsilon_{s2} = \frac{0,0035 \cdot 12}{16} = 0,0026$$

Determinació de tensions i axials a l'acer

De la mateixa manera que en el cas anterior, obtenim les tensions i per tant l'axial aplicat en l'àrea d'acer comprimit i del traccionat.

$$\varepsilon_{s1} = 0,0044 \Rightarrow \sigma_{s1} = f_{yd} = 434,78\text{N/mm}^2; N_{s1} = 434,78 \cdot 603,2 = 262,26\ \text{kN}$$

$$\varepsilon_{s2} = 0,0026 \Rightarrow \sigma_{s2} = f_{yd} = 434,78\text{N/mm}^2; N_{s2} = 434,78 \cdot 603,2 = 262,26\ \text{kN}$$

Determinació de tensions i axials al formigó

La deformació de la part de formigó comprimit corresponent a x_{c1}=6,86 cm és superior a 0,002 i, per tant, la tensió a tots els punt serà la màxima, 14,17 N/mm², segons el diagrama. L'axial és el producte de la tensió per l'àrea:

$$N_{c1} = 250 \cdot 68,6 \cdot 14,17 = 243.015,5\ \text{N} = 243,02\ \text{kN}$$

La deformació de la part de formigó comprimit corresponent a x_{c2}=9,14 cm varia a cada punt des de 0 fins a 0,002. Si no fem la simplificació anterior de considerar franges de punts amb la mateixa deformació i per tant tensió, la tensió també varia a cada punt segons la llei de la paràbola del diagrama σ_c-ε_c σ_c=0,85·fcd·(10·ε_c-2500·ε_c^2).

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

En aquest cas, obtenim l'axial d'aquesta part com el producte de la seva base per la integral de tensions des de x=0 fins a x=9,14 cm.

$$N_{c2} = b \cdot \int_0^{91,4} 85 \cdot f_{cd} \cdot \left(10 \cdot \varepsilon_c - 2.500 \cdot \varepsilon_c{}^2\right) = b \cdot \int_0^{91,4} 85 \cdot f_{cd} \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{0,0035}{16}\right) \cdot x - 2.500 \cdot \left(\frac{0,0035}{16} \cdot x\right)^2\right] \cdot dx =$$

$$= b \cdot 85 \cdot f_{cd} \cdot \int_0^{91,4} \left(0,0002187 \cdot x - 0,000001196 \cdot x^2\right) \cdot dx =$$

$$= 250 \cdot 85 \cdot 16,67 \cdot \left[0,0002187 \cdot \frac{x^2}{2} - 0,000001196 \cdot \frac{x^3}{3}\right]_0^{91,4} = 215.767\ \text{N} = 215,77\ \text{kN}$$

Axial resultant al formigó, suma dels axials de les dues zones comprimides, x_{c1} i x_{c2}

$$N_c = N_{c1} + N_{c2} = 243,02 + 215,77 = 458,79\ \text{kN}$$

Posició de la resultant del formigó

- Zona rectangular $a = \frac{6,86}{2} = 3,43\ \text{cm}$ (veure dibuix anterior)
- Zona parabòlica $c = \dfrac{b \cdot 85 \cdot fcd \cdot \int_0^{91,4} \left(0,0002187 \cdot x^2 - 0,000001196 \cdot x^3\right) \cdot dx}{b \cdot 85 \cdot fcd \cdot \int_0^{91,4} \left(0,0002187 \cdot x - 0,000001196 \cdot x^2\right) \cdot dx} =$

$$= \frac{\left[0,0002187 \cdot \frac{x^3}{3} - 0,000001196 \cdot \frac{x^4}{4}\right]_0^{91,4}}{\left[0,0002187 \cdot \frac{x^2}{2} - 0,000001196 \cdot \frac{x^3}{3}\right]_0^{91,4}} = 57,13\ \text{mm} = 5,71\ \text{cm}$$

- Resultant del formigó $X_c = \dfrac{243,02 \cdot 3,43 + 215,77(16 - 5,71)}{458,79} = 6,66\ \text{cm}$

Esforços finals

$$N_u = N_{c1} + N_{c2} + N_{s2} - N_{s1} = 243,02 + 215,77 + 262,26 - 262,6 = 458,79\ \text{kN}$$

$$M_u = 458,79 \cdot (0,2 - 0,0666) + 262,259 \cdot (0,2 - 0,04) + 262,259 \cdot (0,2 - 0,04) = 145,13\ \text{mkN}$$

Si comparem aquests resultats amb els obtinguts amb el mètode aproximat anterior (Nu=458,7 kN, Mu=144,76 mkN) veiem que l'error és menyspreable.

En variar la posició de la fibra neutra, analitzant per cada cas la deformació màxima possible d'alguns dels dos materials (formigó, acer), obtindrem dos esforços finals (axial i moment), diferents per cada situació plantejada.

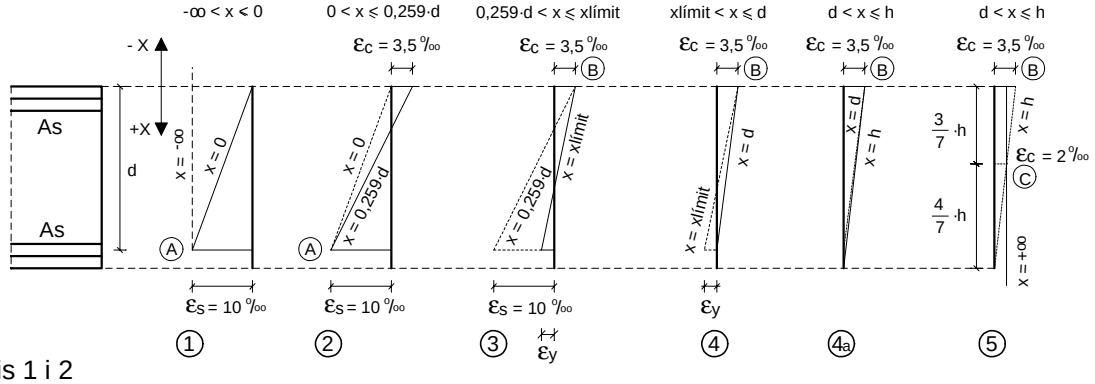
Això significa que cada possible deformació de trencament estarà ocasionada per un parell d'esforços (axial i moment) amb valors diferents en cada cas segons si la fibra neutra és més amunt o més avall.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

3.4 Dominis de deformació

El ventall de possibles deformacions de trencament (diferents posicions de la fibra neutra) es divideix en diferents dominis.

En el cas de seccions de formigó armat, amb armadura simètrica A_s, el ventall de deformacions de trencament està comprès entre la posició de fibra neutra a x=-∞ fins a x=+∞.



Dominis 1 i 2

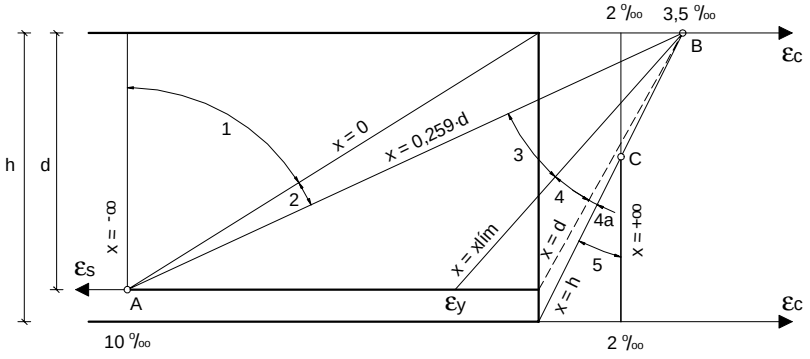
En el diagrama de trencament de la secció, la fibra neutra variarà des de x=-∞ fins a x=0,259·d. La màxima deformació, límit de trencament, serà la de l'acer traccionat. Les rectes de deformació per a tots els casos dins d'aquests dominis pivotaran sobre el punt A. La sol·licitació resultant en el domini 1 s'inicia amb la tracció simple i comprèn tots els casos de tracció composta. El domini 2 comprèn els casos de flexió composta amb predomini de la tracció (flexo-tracció), el cas concret de la flexió simple, i els primers casos de flexió composta, amb predomini de la compressió (flexo-compressió), fins a arribar a la màxima deformació del formigó.

Dominis 3, 4 i 4a

El diagrama de trencament de la secció variarà des de x=0,259·d fins a x=h. La màxima deformació, límit de trencament serà la del formigó comprimit. Les rectes de deformació per a tots els casos dins d'aquests dominis pivotaran sobre el punt B. La sol·licitació resultant en aquests dominis comprèn la resta de casos de flexió composta amb predomini de la compressió (flexo-compressió), des de x=0,259·d fins a x=h, punt en què tota la secció estarà comprimida. Fins aquest punt, de la zona comprimida del formigó, (profunditat x), les 3/7 parts estan per sobre de la plastificació (deformació superior a 0,002) i les 4/7 parts per sota. És important mantenir esta proporció per tal d'evitar el trencament per plastificació de la secció que es produeix quan es supera el 0,002 en més de la meitat de la secció.

Domini 5

El diagrama de trencament de la secció variarà des de x=h fins a x=+∞. Les rectes de deformació per a tots els casos dins d'aquest domini pivotaran sobre el punt C (deformació =0,002) per tal de mantenir la proporció dels 4/7 de formigó comprimit per sota del 0,002. La sol·licitació resultant és de compressió composta, fins a arribar a la compressió simple per a x=+∞.



© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

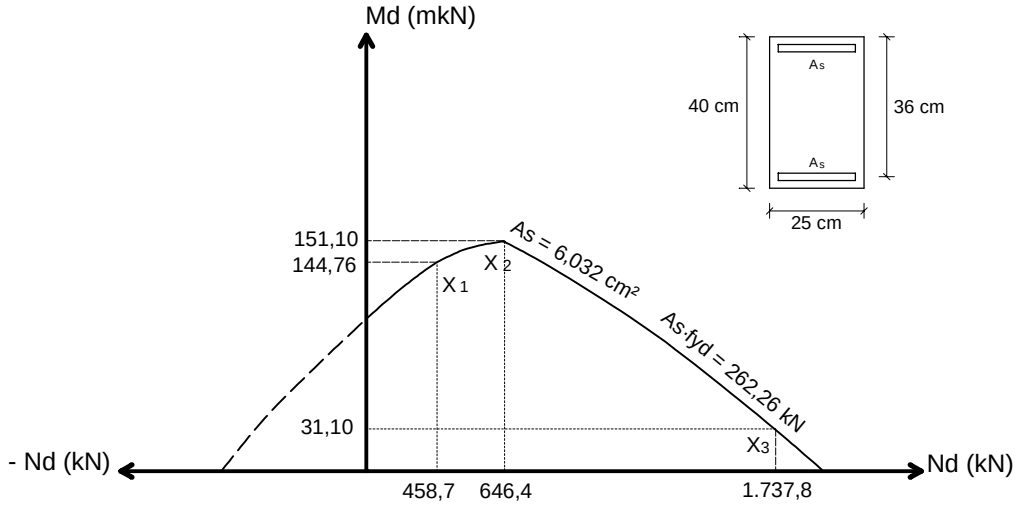
3.5 Representació gràfica

Els parells d'esforços obtinguts per a cada variació de la posició de la fibra neutra es poden representar gràficament. Es representen els valors dels esforços majorats i no pas els característics perquè el coeficient de majoració de càrregues dependrà dels percentatges de càrregues permanents sobre la total, i no sempre serà el mateix.

A l'exemple anterior del pilar de 25x40 (bxh), podem representar els esforços obtinguts en el punt x_1, amb fibra neutra x=16 cm. Així mateix, mitjançant la divisió en franges de 4 cm, obtindríem els següents resultats als punts x_2, amb $x=x_{límit}$ = 22,2 cm i x_3, amb x=60 cm.

Punt x_1	$x = 16$ cm $\varepsilon_c = 0{,}0035$ $\varepsilon_s = 0{,}004$ $N_d = 458{,}7$ kN $M_d = 144{,}76$ mkN	Punt x_2	$x = 122{,}2$ cm $\varepsilon_c = 0{,}0035$ $\varepsilon_s = \varepsilon_y = 0{,}0021$ $N_d = 646{,}4$ kN $M_d = 151{,}16$ mkN	Punt x_3	$x = 60$ cm $\varepsilon_c = 0{,}0028$ $\varepsilon_s = 0{,}00112$ $N_d = 1.737{,}8$ kN $M_d = 31{,}1$ mkN

Calculant la resta de punts, obtindríem la corba de trencament d'aquesta secció per un armat de 3ϕ16 a les dues cares. És el mateix dir que aquesta corba correspon a un armat de 3ϕ16 per cara, que referir-se a la seva àrea A_s=6,032 cm^2, o a la seva capacitat mecànica $A_s \cdot f_{yd}$=262,26 kN, o a la quantia mecànica de la secció $\omega=(A_s \cdot f_{yd})/(A_c \cdot f_{cd})$= 262.260 N/(250·400·25/1,5)=0,16.



Definició de paràmetres del formigó

Capacitat mecànica de l'acer $U_S = A_S \cdot f_{yd}$

Capacitat mecànica del formigó $U_c = A_c \cdot f_{cd}$

Quantia Geomètrica $\rho = \frac{A_s}{A_c}$

Quantia Mecànica $\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$

Axial adimensional o reduït $\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$

Moment adimensional o reduït $\mu = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}}$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

4 Flexocompressió composta

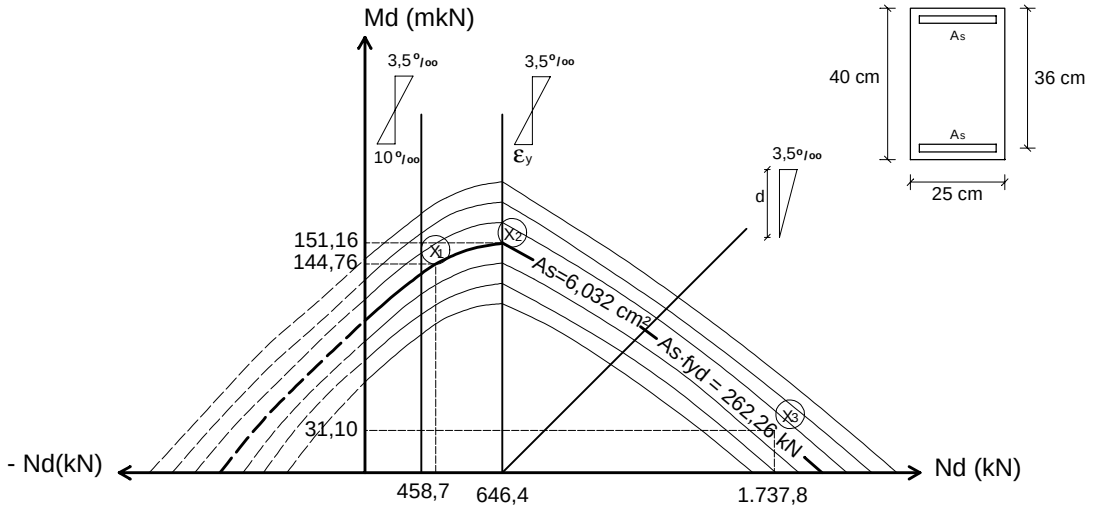
La sol·licitació de flexió o compressió composta, $N \neq 0$ i $M \neq 0$, bàsicament es produeix en pilars i elements verticals similars, en els quals, per facilitat constructiva i de càlcul, l'armadura es col·loca simètricament a les dues cares.

4.1 Generació d'àbacs

En el capítol anterior, hem desenvolupat l'exemple d'un pilar de 25x40 cm^2 amb un armat de 3ϕ16 mm a cada cara, fins arribar a obtenir el gràfic de la corba que representa tots els punts de trencament per les diferents deformacions límit possibles.

Si prosseguíssim de la mateixa manera, però partint d'un armat inferior, obtindríem una corba homotètica a l'anterior i per sota d'aquella. Altrament, si partíssim d'un armat superior, la corba homotètica que obtindríem se situaria per sobre de la primera.

D'aquesta manera podem generar un àbac on quedin representats tots els parells d'esforços (axial i moment) que pot resistir aquesta secció amb les diferents quantitats d'armadura, des de quantia mínima fins a quantia màxima.



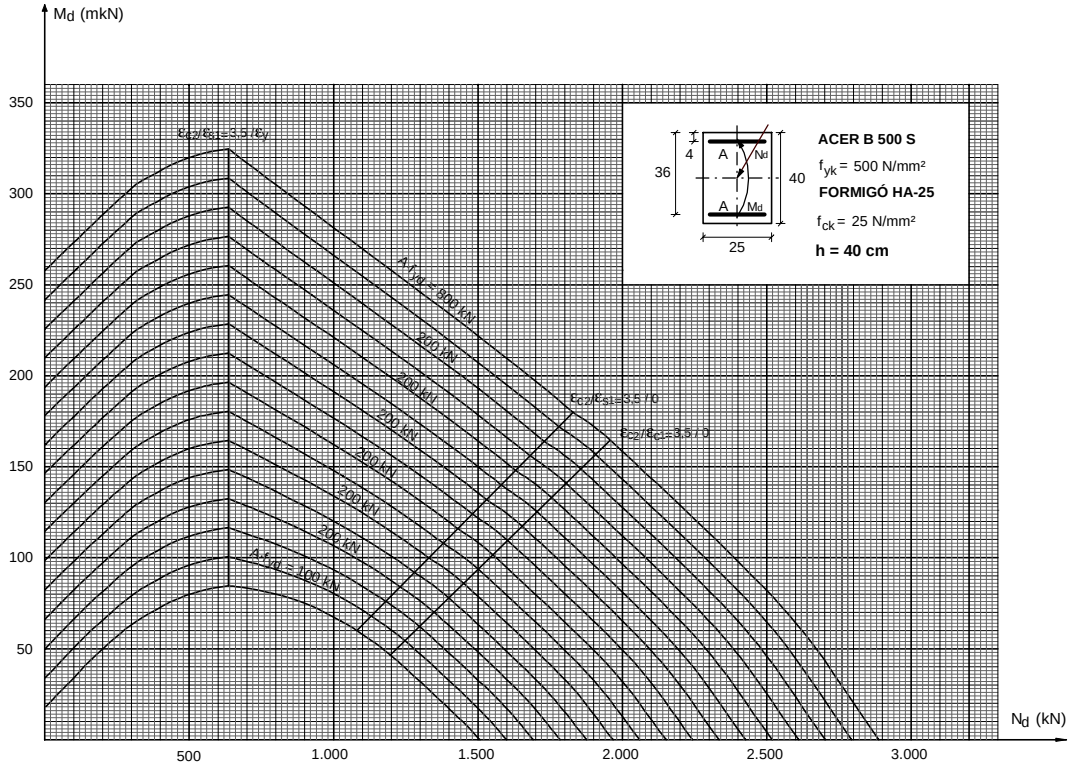
Aquest àbac serà l'eina necessària per resoldre el procés invers, que és el que interessa. Es tracta de trobar l'armat necessari per suportar els esforços que actuen sobre la secció.

Aquest àbac no és genèric, ja que depèn de les dimensions de la secció (bxh), les resistències dels materials (f_{ck}, f_{yk}), els coeficients de seguretat (γ_c, γ_s) i els recobriments mecànics de l'armadura (h-d). En cas que siguin diferents, necessitarem un altre àbac corresponent a les noves dades.

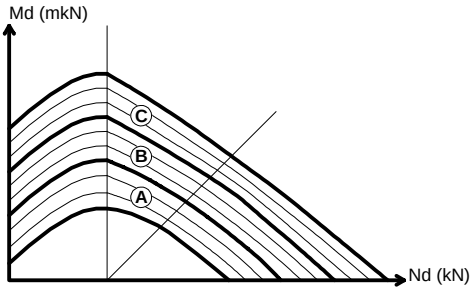
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

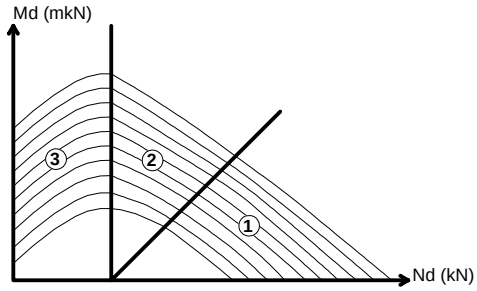
Els àbacs normalment no inclouen els axials negatius de tracció, ja que el formigó armat no és el material adient per resistir aquest esforç. Es poden elaborar de moltes maneres, amb els esforços característics o majorats, representant les corbes d'àrea d'armadura, de capacitat mecànica o quantia mecànica.

Diagrama per a flexió o compressió composta d'una secció de 25x40 cm (bxh):



En la lectura dels àbacs podem fer les interpretacions següents:





1) Segons la quantitat d'armadura

A. Quantia baixa
B. Quantia mitjana
C. Quantia alta

2) Segons el domini de deformació

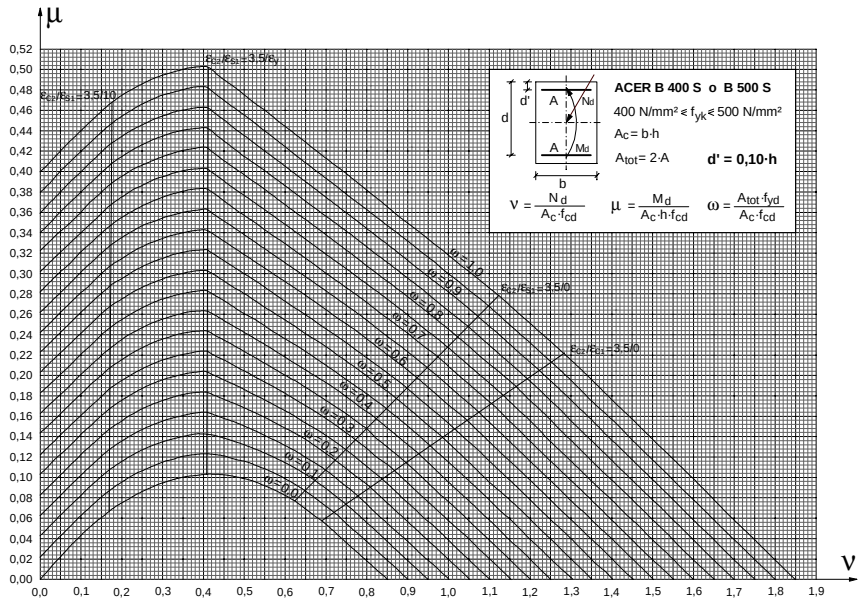
1. Tota la secció comprimida
2. Compressions i traccions. Allargaments $<\varepsilon_y$
3. Compressions i traccions. Allargaments $>\varepsilon_y$
   Cal comprovar fissuració

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Per a més generalitat, es poden elaborar àbacs adimensionals que serviran per a qualsevol tipus de secció (bxh), coeficients de seguretat i resistència característica del formigó (sempre que no sigui formigó d'alta resistència, és a dir, fins a resistència característica 50 N/mm²).

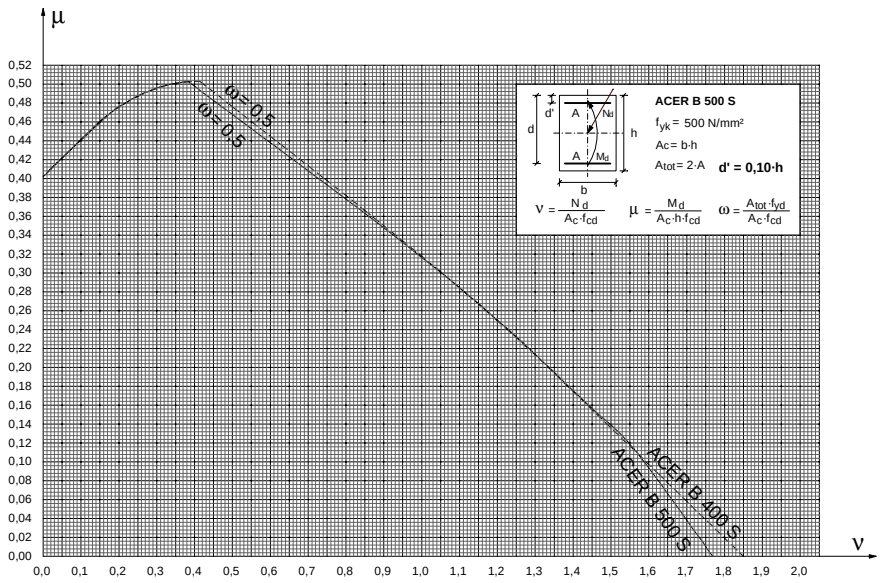
Tot i així, serà necessari un àbac diferent quan canviï el recobriment mecànic d' (d'=h-d), respecte del cantell de la secció h, o per cada resistència característica de l'acer (B 400 S, o B 500 S).

Àbac adimensional per a flexocompressió composta. Seccions rectangulars amb armadura simètrica a dues cares. d'=0,1·h.



Aquest àbac i d'altres es troben al capítol 10. S'han elaborat per acer B 500 S, però també es poden utilitzar per acer B 400 S, ja que les diferències són menyspreables, i en tot cas pel cantó de la seguretat, segons es pot comprovar en el gràfic següent.

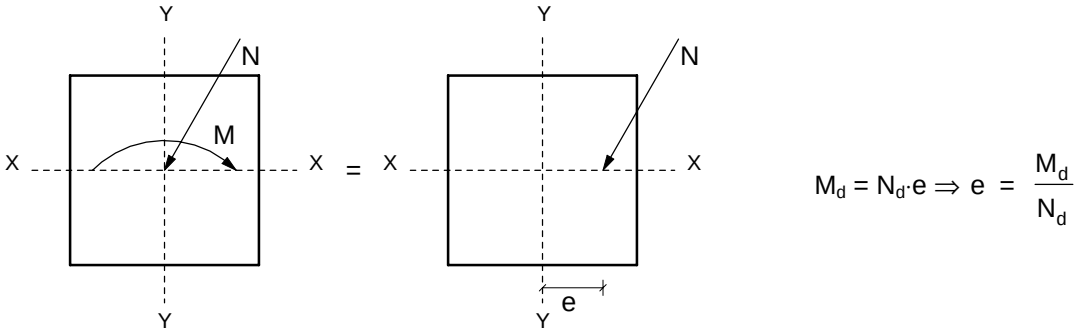
Diferència entre les corbes corresponents a la mateixa quantia mecànica d'armadura ω, però amb acer B 400 S i B 500 S.



© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

4.2 Comprovacions anteriors a l'armat d'una peça comprimida

a) Excentricitat mínima



$$M_d = N_d \cdot e \Rightarrow e = \frac{M_d}{N_d}$$

S'ha de comprovar que l'excentricitat amb què actua l'axial N_d, respecte del baricentre plàstic de la secció, sigui igual o més gran que el valor mínim següent:

$$e_{mín} \geq \left| \begin{array}{l} 2\ cm \\ \frac{h}{20} \end{array} \right.$$

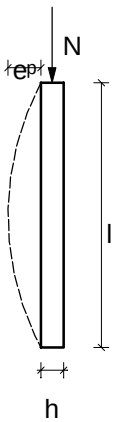
Si $e < e_{mín} \Rightarrow M_d = N_d \cdot e_{mín}$

La comprovació es realitza en el pla més desfavorable.

b) Guerxament

El guerxament és una deformació de segon ordre que pot aparèixer en una peça, sotmesa a un axial de compressió, a causa de la seva esveltesa.

$M_p = N \cdot e_p$



$$\text{Esveltesa} \left| \begin{array}{l} \text{mecànica } \lambda_m = \frac{l_o}{i_c} = \frac{\alpha \cdot l}{i_c} \\ \text{geomètrica } \lambda_g = \frac{l_o}{h} = \frac{\alpha \cdot l}{h} \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \lambda_m > 35 \\ \lambda_g > 10 \end{array} \right. \Rightarrow \text{guerxament}$$

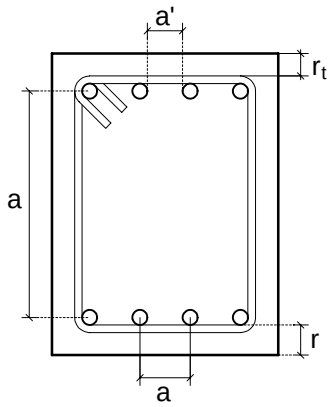
l_o - Longitud de guerxament o factor
α - Coeficient de guerxament en funció dels vincles de la barra
h - Cantell de la peça en el plànol considerat
i_c - Radi de gir de la secció de formigó en la direcció considerada

La comprovació es realitza en els dos plans (principal i secundari).

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

4.3 Comprovacions generals de l'armadura en pilars o peces comprimides

Armat longitudinal



$$r \geq \begin{cases} 3{,}0\ \text{cm} & \text{Ambient I} \quad \text{(interior sec)} \\ 3{,}5\ \text{cm} & \text{Ambient IIa} \quad \text{(interior humit)} \\ 4{,}0\ \text{cm} & \text{Ambient IIb} \quad \text{(exterior protegit)} \\ 4{,}5\ \text{cm} & \text{Ambient IIIa} \quad \text{(ambient marí)} \\ \phi\ \text{màx} \end{cases}$$

$r_t \geq$

Si el control de l'obra és intens, els recobriments es poden reduir 5 mm i en peces prefabricades, 10 mm.

Si $r \geq 5$ cm $\Rightarrow$ cal malla de repartiment

$$a' \geq \begin{cases} 2\ \text{cm} \\ \phi\ \text{màx} \end{cases}$$

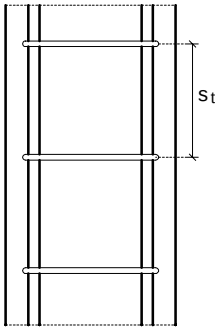
$a \leq 35$ cm

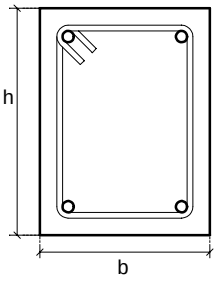
$$\text{T.M.A.} \leq \begin{cases} 0{,}8 \cdot a' \\ 0{,}8 \cdot r \quad \text{direc. formig. perp. armadura} \\ 1{,}25 \cdot r \quad \text{direc. formig. paral. armadura} \end{cases}$$

Armadura mínima $\begin{cases} \rho \geq 0{,}004; \rho = \dfrac{A_{stot}}{A_c} \\ A_{stot} \cdot f_{yd} \geq 0{,}1 N_d \end{cases}$

Armadura màxima $A_{stot} \cdot f_{yd} \leq A_c \cdot f_{cd}$

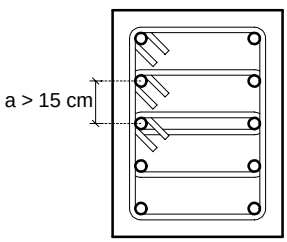
Armat transversal

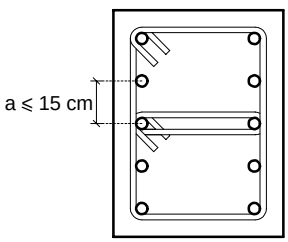




$$\phi_t \geq \begin{cases} 6\ \text{mm (aconsellable)} \\ \dfrac{1}{4}\phi\ \text{màx} \end{cases}$$

$$s_t \leq \begin{cases} b\ \text{(menor dimensió entre b i h)} \\ 15\,\phi\ \text{mín} \\ 30\ \text{cm} \end{cases}$$





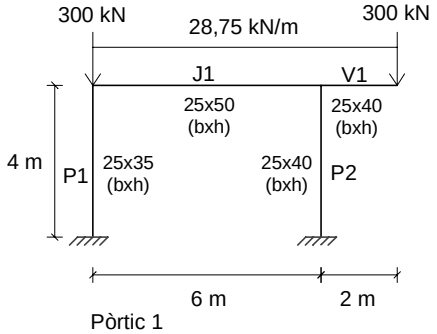
si a>15 cm $\Rightarrow$ cal col·locar estreps en totes les barres

si a≤15 cm $\Rightarrow$ es poden col·locar estreps en una de cada dues barres

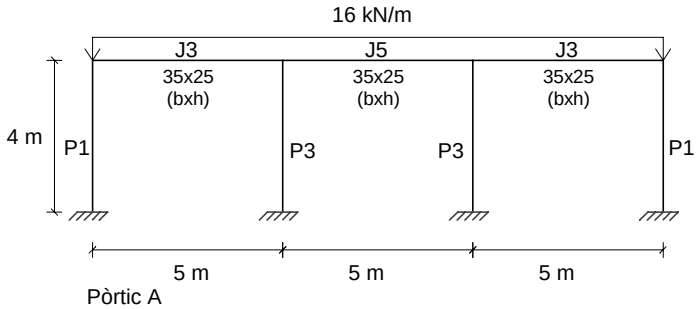
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

4.4 Exemple

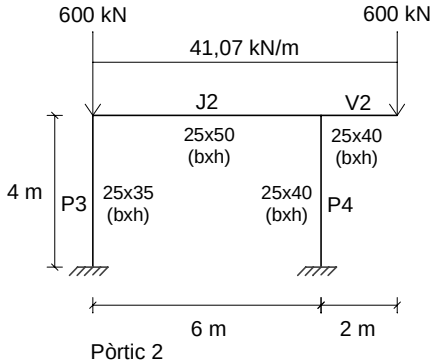
Estat de càrregues característiques i diagrames de moments majorats dels pòrtics de l'estructura predimensionada al capítol 2. S'utilitzaran les mateixes dades generals del predimensionament.



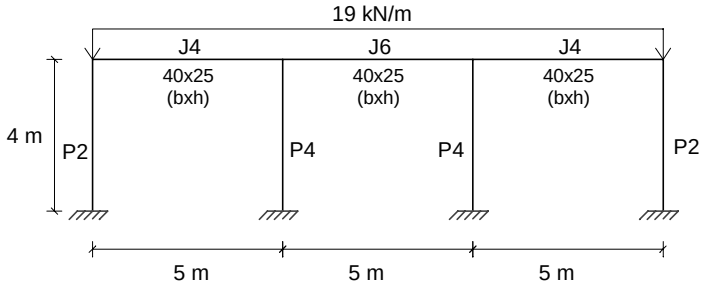
Pòrtic 1



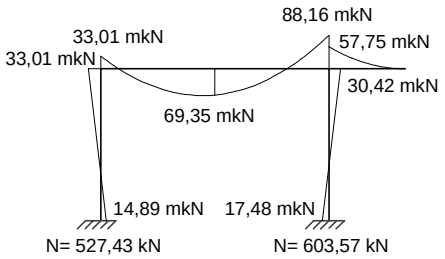
Pòrtic A



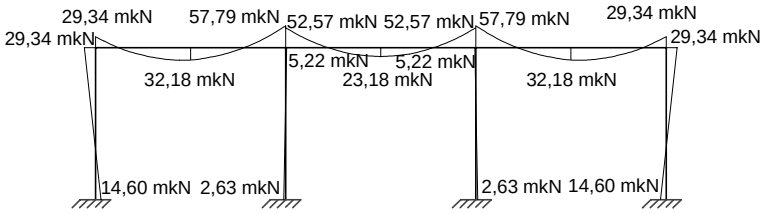
Pòrtic 2



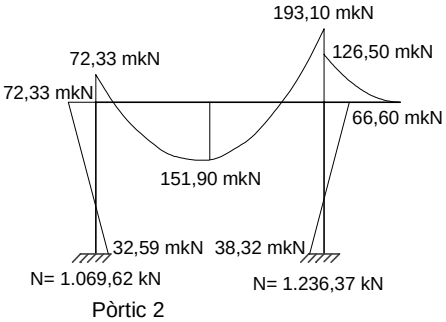
Pòrtic B



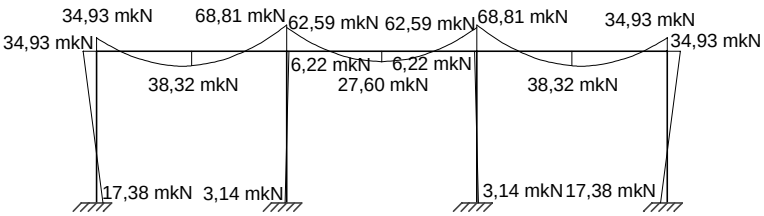
Pòrtic 1



Pòrtic A



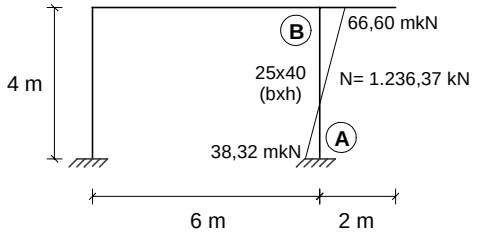
Pòrtic 2



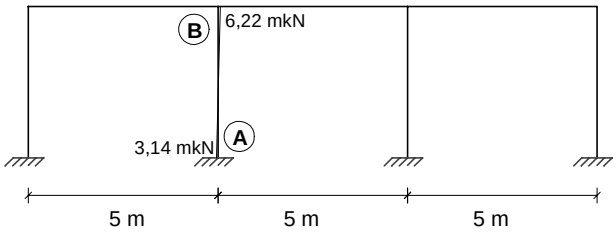
Pòrtic B

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Armat del pilar A-B (pilar P4) del pòrtic 2, sense tenir en compte l'efecte de segon ordre (guerxament).

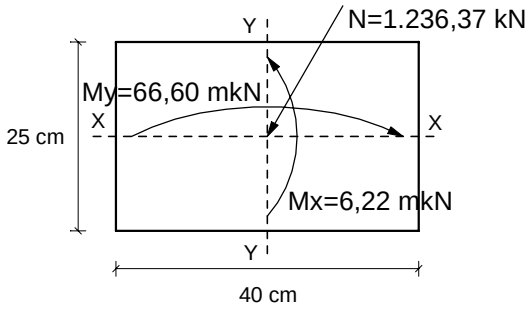


Pòrtic principal (pòrtic 2, pla x-x)



Pòrtic secundari (pòrtic B, pla y-y)

Excentricitats inicials



$$e_x = \frac{M_x}{N} = \frac{6,22}{1.236,37} = 0,005\ \text{m} = 0,5\ \text{cm}$$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{66,60}{1.236,37} = 0,054\ \text{m} = 5,4\ \text{cm}$$

Excentricitats mínimes i moments finals

-Pòrtic principal (pòrtic 2). Pla X-X

$$e_{ymín} \geq \left| \begin{array}{l} 2\ \text{cm} \\ \frac{h}{20} = \frac{40}{20} = 2\ \text{cm}; \end{array} \right. \quad e_y > e_{ymín} \Rightarrow M_y = 66,60\ \text{mkN}$$

-Pòrtic secundari (pòrtic B). Pla Y-Y

$$e_{xmín} \geq \left| \begin{array}{l} 2\ \text{cm} \\ \frac{h}{20} = \frac{25}{20} = 1,25\ \text{cm}; \end{array} \right. \quad e_x < e_{xmín} \Rightarrow M_x = N \cdot e_{xmín} = 1.236,37 \cdot 0,02 = 24,73\ \text{mkN}$$

L'excentricitat de l'axial al pla X-X és superior a la mínima i al pla Y-Y, és inferior. S'armarà la secció considerant l'axial i el moment del pla X-X (M_y=66,60 mkN), ja que l'altre moment és fins i tot inferior al que produeix l'excentricitat mínima. Finalment, es comprovarà que l'armat resultant pot suportar el moment mínim al pla Y-Y.(M_x=24,73 mkN).

Utilitzarem el diagrama adimensional de flexió o compressió composta, corresponent a d'=0,15·h, és a dir, d'=0,15·40 =6 cm.

Entrarem al diagrama amb els valors adimensionals de l'axial i del moment i obtindrem la quantia mecànica total necessària (ω) i, per tant, la capacitat mecànica d'acer a cada cara ($A_s \cdot f_{yd}$).

A la taula de capacitats mecàniques dels acers podrem escollir el ϕ i el nombre de rodons necessaris per cobrir aquesta capacitat mecànica. També es podria trobar a la taula de seccions, havent obtingut abans la secció a cada cara ($A_s = A_s \cdot f_{yd} / f_{yd}$).

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

-Armat al moment del pla X-X. Pòrtic principal

Valors adimensionals de l'axial i del moment ⇒ obtenció de la quantia mecànica

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1.236{,}37 \cdot 10^3}{250 \cdot 4000 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}74$$

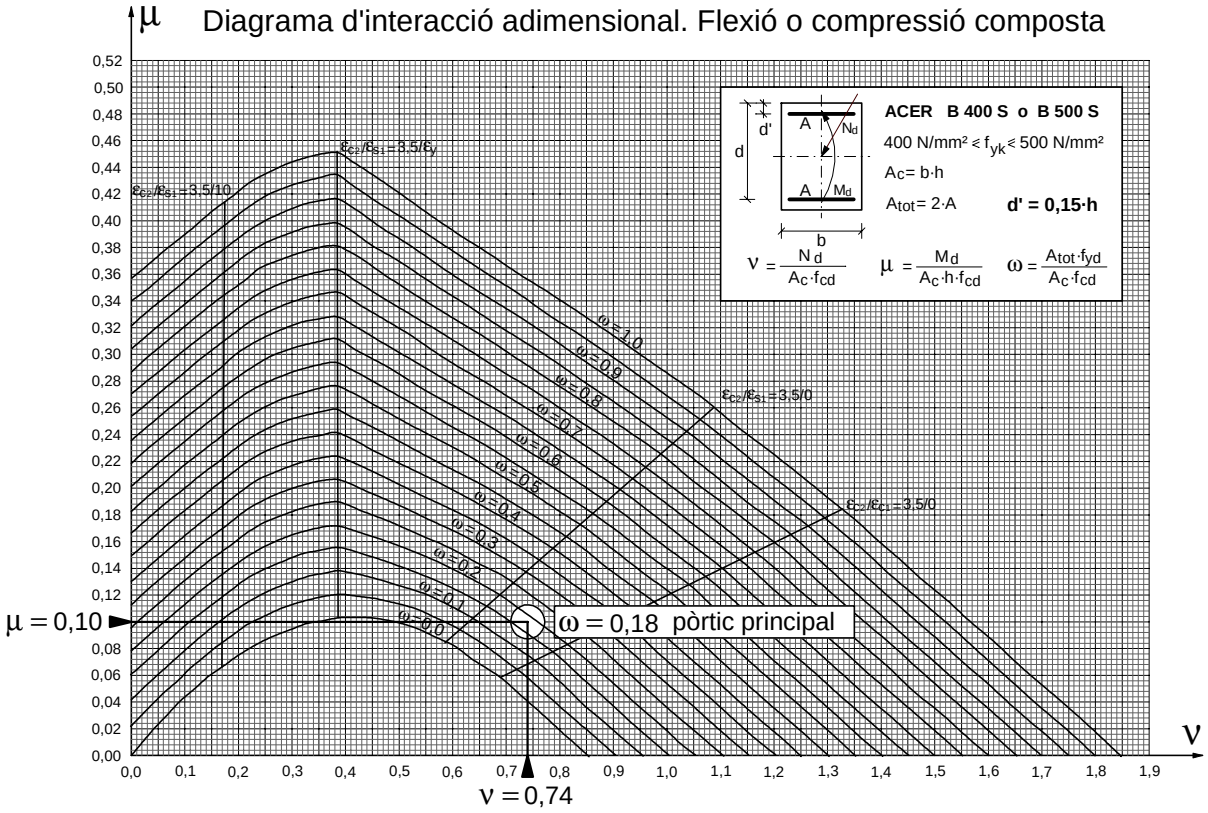
$$\mu = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{66{,}60 \cdot 10^6}{250 \cdot 400 \cdot 400 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}1$$

$$\omega = 0{,}18;\ \omega = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = 0{,}18$$

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = 0{,}18 \cdot 250 \cdot 400 \cdot 25/1{,}5 = 300.000\ \text{N}$$

$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{300\ \text{kN}}{2} = 150\ \text{kN} \Rightarrow \begin{vmatrix} 4\phi 12\ \text{mm} \\ 2\phi 16\ \text{mm} \end{vmatrix}$$

Entrada al diagrama



Obtenció del nombre de rodons en funció de la seva capacitat mecànica

CAPACITAT MECÀNICA EN Kn — ACER B 500 S — f_{yk} = 500 N/mm²

$U = A_s \cdot f_{yd}$ $U' = A'_s \cdot f_{yd}$ — $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ — γ_s = 1,15

Diàmetre φ (mm)	NOMBRE DE BARRES									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12	49,17	98,35	147,52	196,69	245,86	295,04	344,21	393,38	442,56	491,73
16	87,42	174,84	262,26	349,67	437,09	524,51	611,93	699,35	786,77	874,18

L'elecció del φ es fa en funció de les dimensions del pilar (que hi càpiguen tots si és possible en una fila), de l'economia (menys capacitat mecànica ⇒ menys quilos d'acer), per claredat constructiva (mateix tipus de rodons), etc.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

-Comprovació de l'armat al moment del pla Y-Y. Pòrtic secundari

Valors adimensionals de l'axial i del moment ⇒ obtenció de la quantia mecànica

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1.236{,}37 \cdot 10^3}{250 \cdot 400 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}74$$

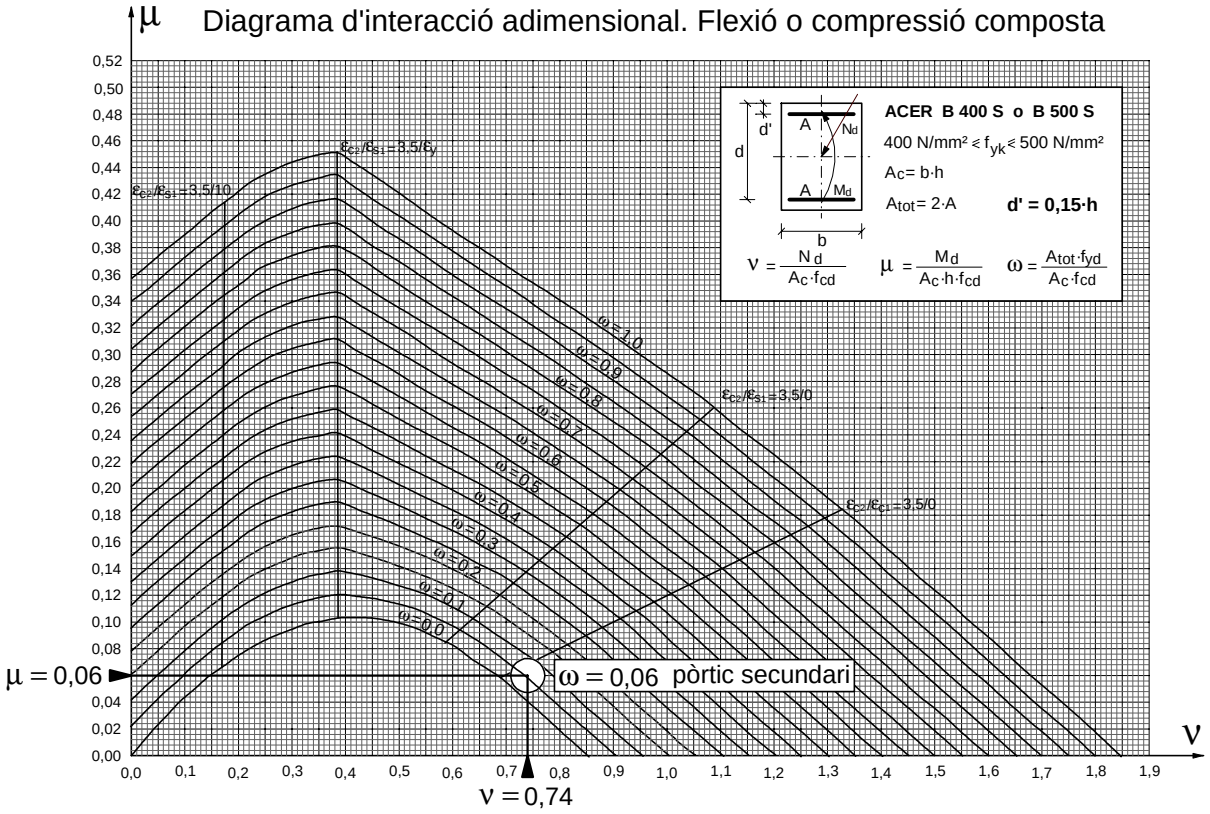
$$\mu = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{24{,}73 \cdot 10^6}{250 \cdot 400 \cdot 250 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}06$$

$$\omega = 0{,}06;\ \omega = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = 0{,}06$$

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = 0{,}06 \cdot 250 \cdot 400 \cdot 25/1{,}5 = 100.000\ \text{N}$$

$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{100\ \text{kN}}{2} = 50\ \text{kN} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2\phi 12\ \text{mm} \\ 1\phi 16\ \text{mm} \end{vmatrix}$$

Entrada al diagrama



Obtenció del nombre de rodons en funció de la seva capacitat mecànica

CAPACITAT MECÀNICA EN Kn — ACER B 500 S — f_{yk} = 500 N/mm²

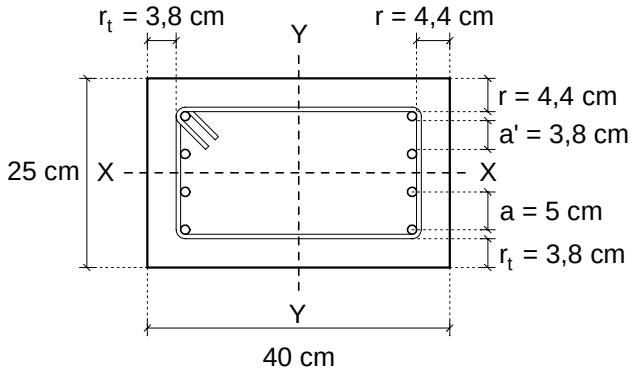
$U = A_s \cdot f_{yd}$ $U' = A'_s \cdot f_{yd}$ — $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ — γ_s = 1,15

Diàmetre φ (mm)	NOMBRE DE BARRES									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12	49,17	98,35	147,52	196,69	245,86	295,04	344,21	393,38	442,56	491,73
16	87,42	174,84	262,26	349,67	437,09	524,51	611,93	699,35	786,77	874,18

Si armem el pilar amb 4φ12 mm o 2φ16 mm segons el pòrtic principal, amb els dos rodons de les cantonades en tenim prou per suportar el moment del pòrtic secundari. Si en fossin necessaris més de dos, s'afegirien als que ja tenim a les cantonades.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Disposició de l'armat longitudinal amb els 4ϕ12 mm



$$\left.\begin{matrix} r = 4{,}4 \text{ cm} \\ r_t = 3.8 \text{ cm} \end{matrix}\right| > 3{,}5 \text{ cm} \quad \text{Ambient IIa}$$

$$a' = 3{,}8 \text{ cm} > \left|\begin{matrix} 2 \text{ cm} \\ \phi = 1{,}2 \text{ cm} \end{matrix}\right.$$

$$\text{T.M.A.} \leq \left|\begin{matrix} 0{,}8 \cdot a' = 30{,}4 \text{ mm} \\ 0{,}8 \cdot r = 35{,}2 \text{ mm} \end{matrix}\right.$$

Segons el diagrama utilitzat a la direcció del pòrtic principal, el recobriment mecànic (d'=h-d) hauria de ser d'=0,15·40=6 cm i a la direcció del pòrtic secundari, d'=0,15·25=3,75 cm, però en el primer cas el recobriment seria molt gran i caldria col·locar armadura de pell segons les condicions establertes en la norma EHE, i en el segon cas mancaria recobriment.

A l'hora de col·locar l'armat longitudinal, en les dues direccions deixem 5 cm de distància des de l'eix de l'armadura fins a la vora de la secció, de manera que s'acompleixin totes les condicions de recobriments, mida màxima de l'àrid (T.M.A.), etc.

A la direcció del pòrtic principal estem pel cantó de la seguretat perquè augmentem el braç mecànic de l'armadura, respecte del braç mecànic del càlcul (braç mecànic real 40-2·5=30 cm, braç mecànic del càlcul 40-2·6=28 cm).

A la direcció del pòrtic secundari succeeix el contrari (braç mecànic real 30-2·5=20 cm, braç mecànic del càlcul 30-2·3,75=22,5 cm) i, per tant, s'hauria de fer la següent correcció augmentant la capacitat mecànica d'armadura (els 50 kN d'acer obtinguts al diagrama) en funció de la pèrdua de braç mecànic:

$A_s \cdot f_{yd}$ de càlcul x braç mecànic de càlcul = $A_s \cdot f_{yd}$ necessària x braç mecànic real

$$50 \text{ kN} \cdot (25 - 2 \cdot 3{,}75) = A_s f_{yd} \cdot (25 - 2 \cdot 5) \Rightarrow A_s f_{yd} = \frac{50 \cdot 17{,}5}{15} = 58{,}33 \text{ kN} \Rightarrow 2\phi 12 \text{ mm}$$

Amb els 2ϕ12 mm de les cantonades encara és suficient per suportar el moment del pòrtic secundari.

Condicions d'armadura mínima

$$\rho \geq 0{,}004; \rho = \frac{A_{stot}}{A_c} = \frac{9{,}048 \text{ cm}^2}{25 \cdot 40 \text{ cm}^2} = 0{,}009 > 0{,}004$$

$$A_{stot} \cdot f_{yd} \geq 0{,}1 \cdot N_d;\ A_{stot} \cdot f_{yd} = 393{,}38 \text{ kN} > 0{,}1 \cdot N_d = 0{,}1 \cdot 1.236{,}37 = 123{,}64 \text{ kN}$$

Condició d'armadura màxima

$$A_{stot} \cdot f_{yd} \leq A_c \cdot f_{cd};\ A_{stot} \cdot f_{yd} = 393{,}38 \text{ kN} < A_c \cdot f_{cd} = 250 \cdot 400 \cdot \frac{25}{1{,}5} = 1.666.666{,}7 \text{ N} = 1.666{,}66 \text{ kN}$$

Disposició de l'armat transversal

$$\phi_t \geq \left|\begin{matrix} 6 \text{ mm} \\ \frac{1}{4} \cdot 12 = 3 \text{ mm} \end{matrix}\right. \qquad s_t \leq \left|\begin{matrix} b = 35 \text{ cm} \\ 15 \cdot \phi = 15 \cdot 1{,}2 = 18 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{matrix}\right. \rightarrow \text{estrebat} = 1\text{e}\phi\ 6 \text{ mm c/15 cm}$$

Distància entre centres de gravetat del rodons a=5 cm < 15 cm $\Rightarrow$ estrebat perpendicular un rodó de cada dos.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

5 Conceptes de guerxament

El guerxament és un fenomen d'esforç de segon ordre que pot aparèixer en una peça, comprimida a causa de la deformació produïda per la seva esveltesa. geomètrica λ_g, o mecànica, λ_m.

El guerxament teòric d'Euler d'una peça comprimida es produeix quan la peça no recupera la posició inicial després de ser sotmesa a una determinada càrrega (càrrega crítica d'Euler).

En el càlcul simplificat del guerxament augmentem els esforços per acostar-nos a les deformacions reals de les peces.

5.1 Possibilitat de guerxament

El fenomen del guerxament es produirà i caldrà tenir-lo en compte quan l'esveltesa de la peça superi els valors següents:

Esveltesa geomètrica $\lambda_g > 10$; $\lambda_g = \frac{l_o}{h}$

Esveltesa mecànica $\lambda_m > 35$; $\lambda_m = \frac{l_o}{i_c}$; $i_c = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{b \cdot h^3/12}{b \cdot h}} = h \cdot \sqrt{\frac{1}{12}}$

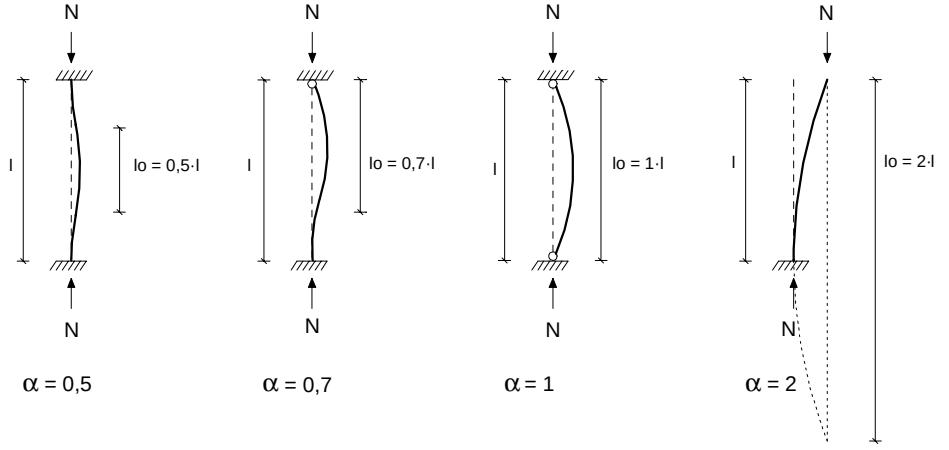
Amb esvelteses menors, no considerarem l'augment dels esforços per deformació.

Longitud de guerxament (l_O)

La longitud de guerxament és la longitud de la barra equivalent biarticulada que manté una deformació de guerxament similar a la deformació de la peça donada.

$l_o = \alpha \cdot l \rightarrow \alpha =$ factor de longitud de guerxament, o coeficient de guerxament, que depèn dels enllaços de la barra amb la resta de l'estructura.

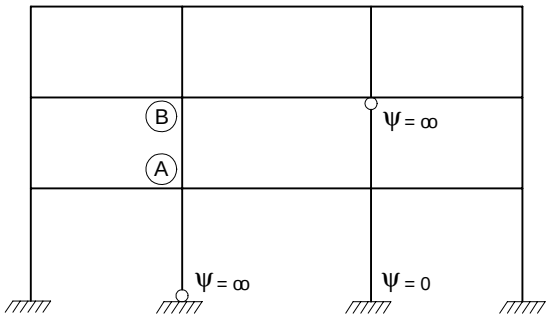
Valor del coeficient α: casos purs, pilars aïllats



© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Valor del coeficient α: pilars dins d'estructures porticades

El valor d'α depèn de la relació de rigideses Ψ_A i Ψ_B (grau de deformabilitat) dels suports i de les bigues que concorren en els nusos extrems de la peça en compressió considerada, així com de la desplaçabilitat de l'estructura a la qual pertany. (Pòrtic translacional o intranslacional.)

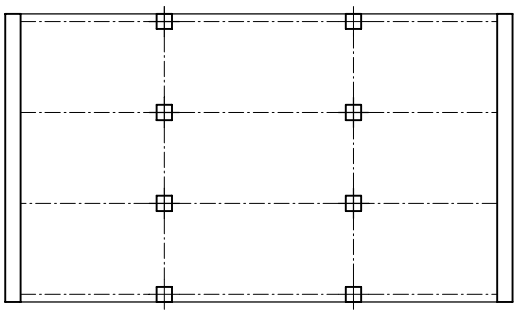


$$\psi_A = \frac{\sum \text{Rigidesa dels pilars en A}}{\sum \text{Rigidesa de jàsseres en A}}$$

$$\psi_B = \frac{\sum \text{Rigidesa dels pilars en B}}{\sum \text{Rigidesa de jàsseres en B}}$$

Per al càlcul del seu valor, utilitzarem els nomogrames de la pàgina següent, o bé les expressions de sota, en funció dels valors obtinguts de Ψ_A i Ψ_B i de la translacionalitat de l'estructura.

Són estructures intranslacionals o indesplaçables les que compleixin la condició:



$$H \cdot \sqrt{\frac{N}{E \cdot I}} \leq 0{,}6 \quad \text{si } n \geq 4$$

$$H \cdot \sqrt{\frac{N}{E \cdot I}} \leq 0{,}2 + 0{,}1 \cdot n \quad \text{si } n \leq 4$$

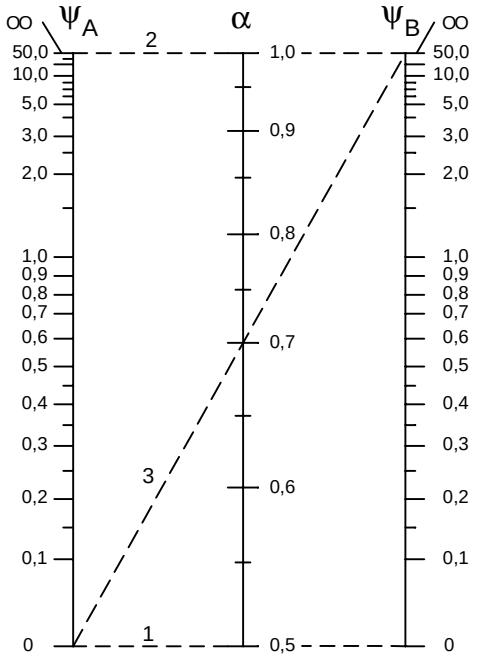
On:

n = núm. de plantes de l'estructura
H = altura total de l'edifici
N = suma de reaccions en fonaments amb l'estructura totalment carregada en estat de servei
E·I = sumatori E·I dels elements a contravent en la direcció considerada

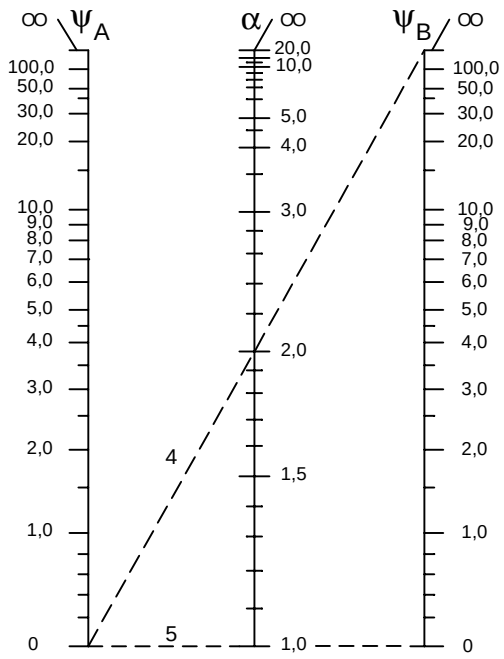
En cas contrari, són estructures translacionals o desplaçables.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Nomogrames per a l'obtenció del coeficient α



Pòrtics intranslacionals



Pòrtics translacionals

Expressions per a l'obtenció del valor de càlcul del coeficient de guerxament.

Si es vol el valor exacte del coeficient de guerxament, es pot trobar a través de les expressions:

$$\alpha = \frac{0{,}64 + 1{,}4 \cdot (\psi_A + \psi_B) + 3 \cdot \psi_A \cdot \psi_B}{1{,}28 + 2 \cdot (\psi_A + \psi_B) + 3 \cdot \psi_A \cdot \psi_B}$$

Pòrtics intranslacionals

$$\alpha = \sqrt{\frac{7{,}5 + 4 \cdot (\psi_A + \psi_B) + 1{,}6 \cdot \psi_A \cdot \psi_B}{7{,}5 + (\psi_A + \psi_B)}}$$

Pòrtics translacionals

5.2 Resolució segons el mètode aproximat

Possibilitat de guerxament

$$\begin{cases} \lambda_g > 10 \;\; ; \;\; \lambda_g = \dfrac{l_o}{h} = \dfrac{\alpha \cdot l}{h} \\ \lambda_m > 35 \;\; ; \;\; \lambda_m = \dfrac{l_o}{i_c} = \dfrac{\alpha \cdot l}{i_c} \; ; \; i_c = h \cdot \sqrt{\dfrac{1}{12}} \end{cases}$$

El mètode aproximat exposat a continuació es podrà utilitzar si l'edifici és més petit de 15 plantes , el desplaçament horitzontal de l'últim pis, sota càrregues horitzontals característiques, no supera 1/750 de l'altura total i les esvelteses compleixen les condicions:

$$10 < \lambda_g \leq 29 \quad \text{o bé} \quad 35 < \lambda_m \leq 100$$

en cas contrari, s'haurà de calcular en 2_n ordre considerant les deformacions en l'estat de l'equilibri, sempre i que les esvelteses estiguin compreses entre els valors següents:

$$29 < \lambda_g \leq 58 \quad \text{o bé} \quad 100 < \lambda_m \leq 200$$

Per a valors més grans d'esvelteses, la peça no té solució, és massa esvelta.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Mètode aproximat

Consisteix a augmentar el moment inicial a causa de les càrregues exteriors en el pla que estem considerant, o, el que és el mateix, a incrementar l'excentricitat d'actuació de l'axial, amb una excentricitat addicional.

Així doncs, el moment majorat total amb el qual calcularem l'armat serà:

$M_{dtot} = N_d \cdot e_{tot}$, essent $e_{tot} = e_e + e_a$

e_e = excentricitat de càlcul de primer ordre o equivalent $\rightarrow$ $e_e = \dfrac{M_d}{N_d}$

e_a = excentricitat de segon ordre o addicional; $ea = \left(1 + 0{,}12 \cdot \beta\right) \cdot (\varepsilon_y + \varepsilon) \cdot \dfrac{h + 20 \cdot e_e}{h + 10 \cdot e_e} \cdot \dfrac{l_0^{\,2}}{50 \cdot i_c}$

β Factor d'armat

$\beta = 1$ Armadura col·locada a les dues cares perpendiculars al pla considerat
$\beta = 1{,}5$ Armadura repartida a les quatre cares
$\beta = 3$ Armadura col·locada a les dues cares paral·leles al pla considerat

ε Paràmetre auxiliar per tenir en compte els efectes de la fluència

$\varepsilon = 0{,}003$ Si l'axial quasi permanent no supera el 70% de l'axial total
$\varepsilon = 0{,}004$ Si l'axial quasi permanent és major del 70% de l'axial total

Per a seccions quadrades o rectangulars, substituint i_c pel seu valor $h \cdot \sqrt{\dfrac{1}{12}}$, i desenvolupant l'expressió de e_a, tenim que:

$$ea = K \cdot \frac{h + 20 \cdot e_e}{h + 10 \cdot e_e} \cdot \frac{l_0^{\,2}}{h}$$

on K és un coeficient amb valors indicats a la taula següent, que depèn del factor d'armat β, del paràmetre auxiliar ε i del tipus d'acer.

Coeficient de minoració de la resistència de l'acer, utilitzat per a l'obtenció de K, $\gamma_s = 1{,}15$

Factor d'armat β	VALOR DEL COEFICIENT k			
	Paràmetre $\varepsilon = 0{,}003$		Paràmetre $\varepsilon = 0{,}004$	
	B 400 S	B 500 S	B 400 S	B 500 S
Armadura a les dues cares perpendiculars al pla considerat ($\beta = 1$)	0,000368	0,000401	0,000445	0,000479
Armadura repartida uniformement a les quatre cares ($\beta = 1{,}5$)	0,000388	0,000423	0,000469	0,000505
Armadura a les dues cares paral·leles al pla considerat ($\beta = 3$)	0,000447	0,000487	0,000541	0,000581

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

5.3. Càlcul de l'excentricitat equivalent de primer ordre

Els moments al peu i al cap d'un pilar no tenen perquè ser iguals, i normalment no ho són, per la qual cosa l'axial actua amb excentricitats diferents al llarg de la peça.

A l'hora d'armar-lo, s'agafa el valor més gran dels dos moments, lògicament, però en el cas de que pugui guerxar, per trobar l'excentricitat addicional de guerxament, e_a, i per tant l'excentricitat total d'actuació de l'axial, $e_t = e_e+e_a$, el valor de l'excentricitat inicial o equivalent, e_e, no sempre és el més gran dels dos. En pilars d'estructures intranslacionals es pot prendre el 60% del valor més gran, més o menys el 40% del valor més petit, segons les consideracions següents:

Estructures intranslacionals

Cal prendre una excentricitat de primer ordre equivalent, e_e, de valor $e_e = 0{,}6\cdot e_2 + 0{,}4\cdot e_1 \geq 0{,}4\cdot e_{o2}$, essent $e_2 > e_1$ i positiu, i e_1 amb el signe que li correspongui. Casuística:

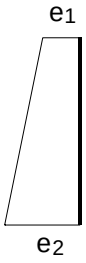
a) Excentricitats iguals en els extrems en valor i signe $\quad e = \frac{M}{N} \geq \left| \frac{2\text{ cm}}{\frac{h}{20}} \right.$

$e_e = e$

$M_t = N\cdot(e_e + e_a)$

b) Excentricitats diferents en els extrems en valor i/o signe $\quad e_2 = \frac{M_2}{N_2} \geq \left| \frac{2\text{ cm}}{\frac{h}{20}} \right. \qquad e_1 = \frac{M_1}{N_1} \geq \left| \frac{2\text{ cm}}{\frac{h}{20}} \right.$

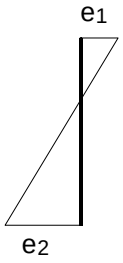
- e_2 i e_1 del mateix signe



$e_e = 0{,}6\cdot e_2 + 0{,}4\cdot e_1$

$M_t = N\cdot(e_e + e_a) \geq M_2$

- e_2 i e_1 de signes contraris



$e_e = 0{,}6\cdot e_2 - 0{,}4\cdot e_1 \geq 0{,}4\cdot e_2$

$M_t = N\cdot(e_e + e_a) \geq M_2$

Estructures translacionals

Cal prendre com a excentricitat equivalent de primer ordre, e_e, la més gran de les dues (e_2)

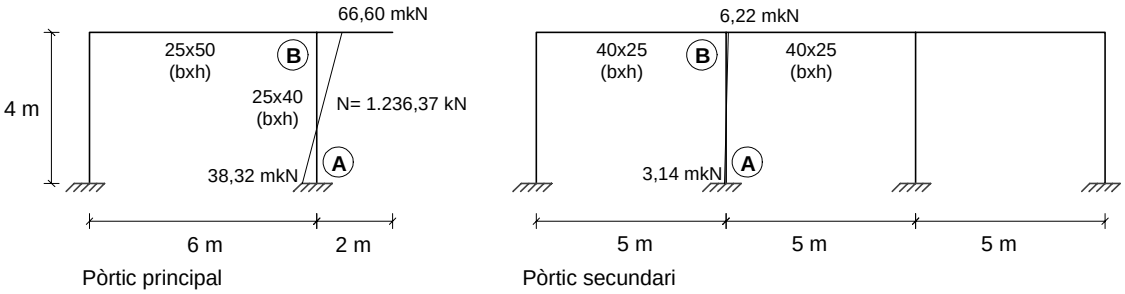
$e_e = e_2 \rightarrow M_t = N\cdot(e_e + e_a)$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

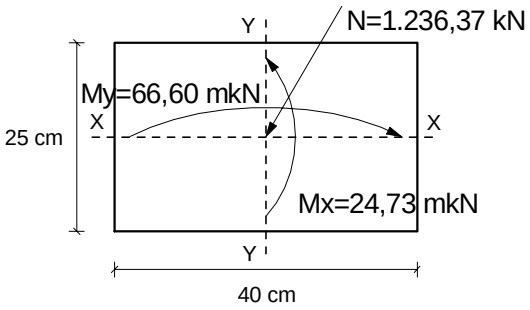
5.4 Exemple

Armat del pilar A-B (pilar P4) del pòrtic 2, tenint en compte l'efecte de segon ordre (guerxament). Continuem amb les mateixes dades generals de partida d'aquest exemple. Els esforços són majorats.

Considerarem l'armadura longitudinal col·locada a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic principal.



Sol·licitació inicial



$$e_x = \frac{M_x}{N} = \frac{24,73}{1.236,37} = 0,002 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{66,60}{1.236,37} = 0,054 \text{ m} = 5,4 \text{ cm}$$

El moment al pla del pòrtic secundari M_x=6,22 mkN és inferior al que produeix l'axial actuant amb l'excentricitat mínima de 2 cm, com vam veure al capítol 4 i, per tant, a tots els efectes la considerarem com a excentricitat inicial.

Guerxament

-Pòrtic principal (Pla X-X)

$$\psi_B = \frac{4 \cdot E \cdot I_{25\cdot40}/400}{4 \cdot E \cdot I_{25\cdot50}/600} = 0,768 \qquad \psi_A = 0$$

$$\alpha_y = 1,13 \Rightarrow \lambda_{my} = \frac{1,13 \cdot 400}{40 \cdot \sqrt{\frac{1}{12}}} = \frac{452}{11,54} = 39,17 > 35 \Rightarrow \text{Guerxa}$$

-Pòrtic secundari (Pla Y-Y)

$$\psi_B = \frac{4 \cdot E \cdot I_{40\cdot25}/400}{2 \cdot 4 \cdot E \cdot I_{40\cdot25}/500} = 0,625 \qquad \psi_A = 0$$

$$\alpha_x = 1,11 \Rightarrow \lambda_{mx} = \frac{1,11 \cdot 400}{25 \cdot \sqrt{\frac{1}{12}}} = \frac{444}{7,21} = 61,58 > 35 \Rightarrow \text{Guerxa}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Excentricitats addicionals i moments finals

-Pòrtic principal (Pla X-X)

$$e_{ay} = (1+0{,}12\cdot\beta_y)\cdot(\varepsilon_y+\varepsilon)\cdot\frac{h_y+20\cdot e_{ey}}{h_y+10\cdot e_{ey}}\cdot\frac{l_{oy}^2}{50\cdot i_{cy}}$$

$e_{ey} = e_y = 5{,}4$ cm (pòrtic translacional)

$\beta_y = 1$ (armat a les dues cares perpendiculars al pla considerat)

$\varepsilon = 0{,}003$ (axial quasi permanent < 70% de l'axial total)

$$\varepsilon_y = \frac{500/1{,}15}{200.000} = 0{,}00217$$

$$e_{ay} = (1+0{,}12\cdot 1)\cdot(0{,}00217+0{,}003)\cdot\frac{40+20\cdot 5{,}4}{40+10\cdot 5{,}4}\cdot\frac{452^2}{50\cdot 11{,}54} = 3{,}22 \text{ cm}$$

$$\text{o bé, } e_{ay} = K\cdot\frac{40+20\cdot e_{oy}}{40+10\cdot e_{oy}}\cdot\frac{l_{oy}^2}{h_y} = 0{,}000401\cdot\frac{40+20\cdot 5{,}4}{40+10\cdot 5{,}4}\cdot\frac{452^2}{40} = 3{,}22 \text{ cm}$$

$e_{toty} = e_{ey} + e_{ay} = 5{,}4 + 3{,}22 = 8{,}62$ cm; $M_y = N\cdot e_{toty} = 1.236{,}37\cdot 0{,}0862 = 106{,}58$ mkN

-Pòrtic secundari (Pla Y-Y)

$$e_{ax} = (1+0{,}12\cdot\beta_x)\cdot(\varepsilon_y+\varepsilon)\cdot\frac{h_x+20\cdot e_{ex}}{h_x+10\cdot e_{ex}}\cdot\frac{l_{ox}^2}{50\cdot i_{cx}}$$

$e_{ex} = e_x = 2$ cm (pòrtic translacional)

$\beta_x = 3$ (armat a les dues cares paral·leles al pla considerat)

$\varepsilon = 0{,}003$ (axial quasi permanent < 70% de l'axial total)

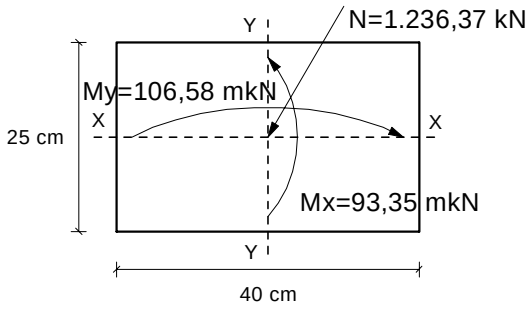
$$\varepsilon_y = \frac{500/1{,}15}{200.000} = 0{,}00217$$

$$e_{ax} = (1+0{,}12\cdot 3)\cdot(0{,}00217+0{,}003)\cdot\frac{25+20\cdot 2}{25+10\cdot 2}\cdot\frac{444^2}{50\cdot 7{,}21} = 5{,}55 \text{ cm}$$

$$\text{o bé, } e_{ax} = K\cdot\frac{25+20\cdot e_{ox}}{25+10\cdot e_{ox}}\cdot\frac{l_{ox}^2}{hx} = 0{,}000487\cdot\frac{25+20\cdot 2}{25+10\cdot 2}\cdot\frac{444^2}{25} = 5{,}55 \text{ cm}$$

$e_{totx} = e_{ex} + e_{ax} = 2 + 5{,}55 = 7{,}55$ cm; $M_x = N\cdot e_{totx} = 1.236{,}37\cdot 0{,}0755 = 93{,}35$ mkN

Sol·licitació final del pilar



Axial i un moment fort en cadascun dels plans principals de la secció:

Sol·licitació a flexió esbiaixada.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

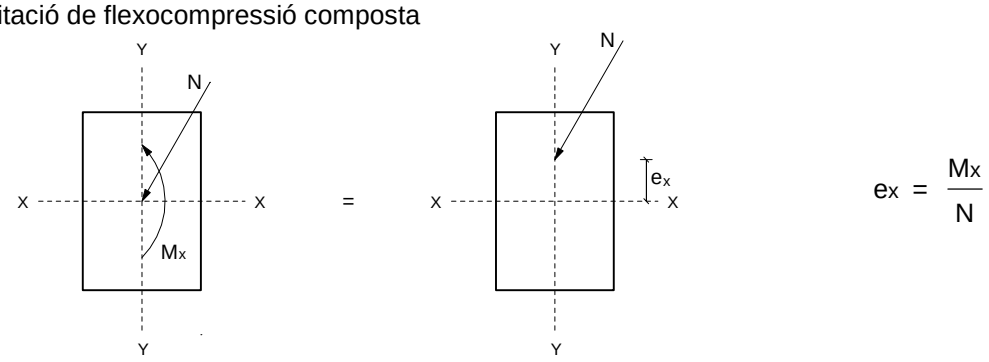
6 Flexocompressió esbiaixada

La flexocompressió esbiaixada és la sol·licitació que produeix l'actuació conjunta de l'axial i dos moments aplicats en cadascun dels plans principals de la secció.

6.1 Flexocompressió composta-flexocompressió esbiaixada

Analitzem a continuació les diferències amb la flexocompressió composta.

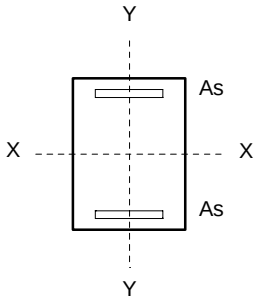
Sol·licitació de flexocompressió composta



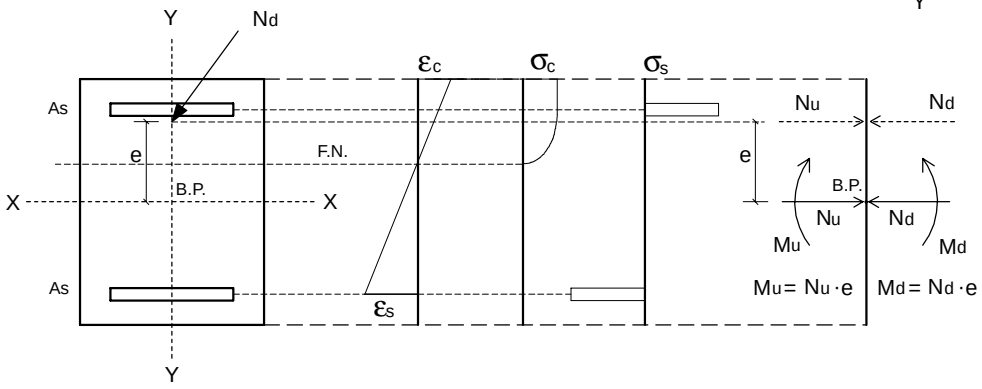
$$e_x = \frac{M_x}{N}$$

Condicions:

- L'axial actua en un dels plans principals de la secció amb una certa excentricitat.
- Es coneix la direcció de la fibra neutra perpendicular al plànol d'actuació del moment, però no la seva situació.
- Disposició idònia de les armadures a la cara traccionada i armadura simètrica a l'altra cara.

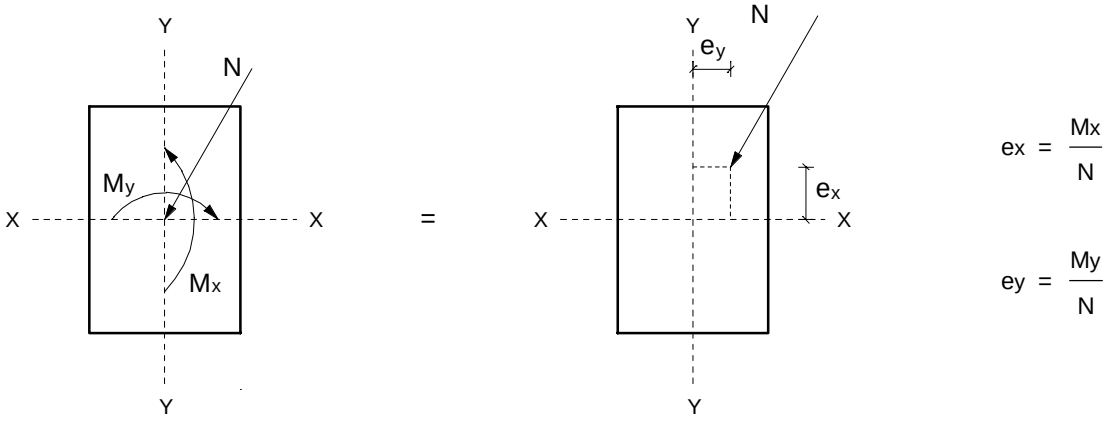


- Mètode de càlcul en trencament



© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Sol·licitació de flexocompressió esbiaixada

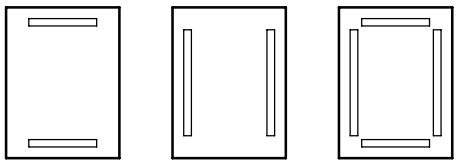


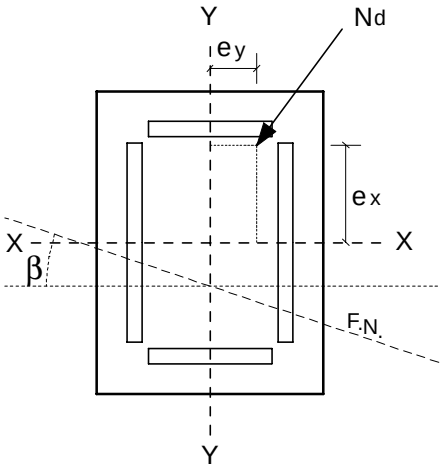
$$e_x = \frac{M_x}{N}$$

$$e_y = \frac{M_y}{N}$$

Condicions:

- L'axial actua amb dues excentricitats e_x i e_y.
- Es desconeix la direcció i la posició de la fibra neutra.
- Disposició idònia de les armadures en funció de la situació de les tensions de tracció.
- Mètode de càlcul en trencament





$$N_d = N_u$$

$$M_{xd} = N \cdot e_x$$

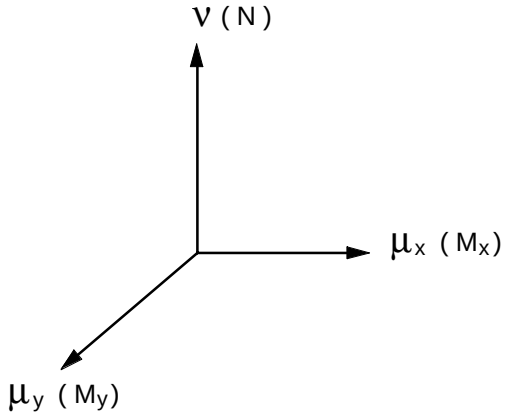
$$M_{yd} = N \cdot e_y$$

Per a una posició de la fibra neutra a una profunditat x, i amb una direcció β, obtenim la terna N, M_x, M_y que esgota la secció. Variant x i β, es cobreixen totes les possibles ternes amb la mateixa armadura.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

6.2 Representació gràfica. Àbacs adimensionals

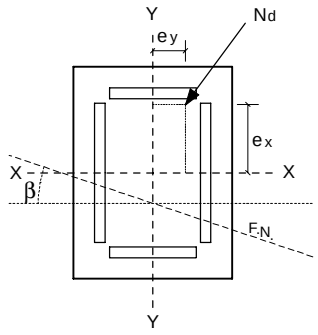
De la mateixa manera que en flexocompressió composta, per a més generalitat, l'àbac es representa mitjançant tres valors adimensionals ν, μ_x, μ_y, que representen l'axial i cadascun dels moments.



$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_x = \frac{M_{xd}}{A_c \cdot h_x \cdot f_{cd}}$$

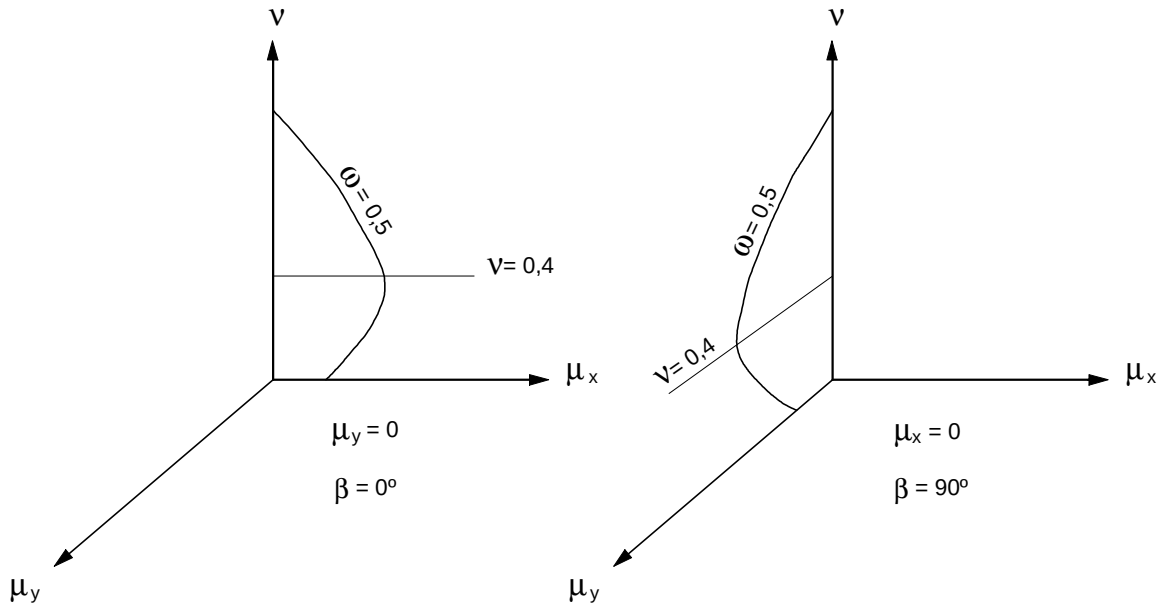
$$\mu_y = \frac{M_{yd}}{A_c \cdot h_y \cdot f_{cd}}$$



En aquest cas, en tenir tres valors en comptes de dos, generarem un gràfic tridimensional on el límit de trencament serà una superfície en comptes de ser una corba.

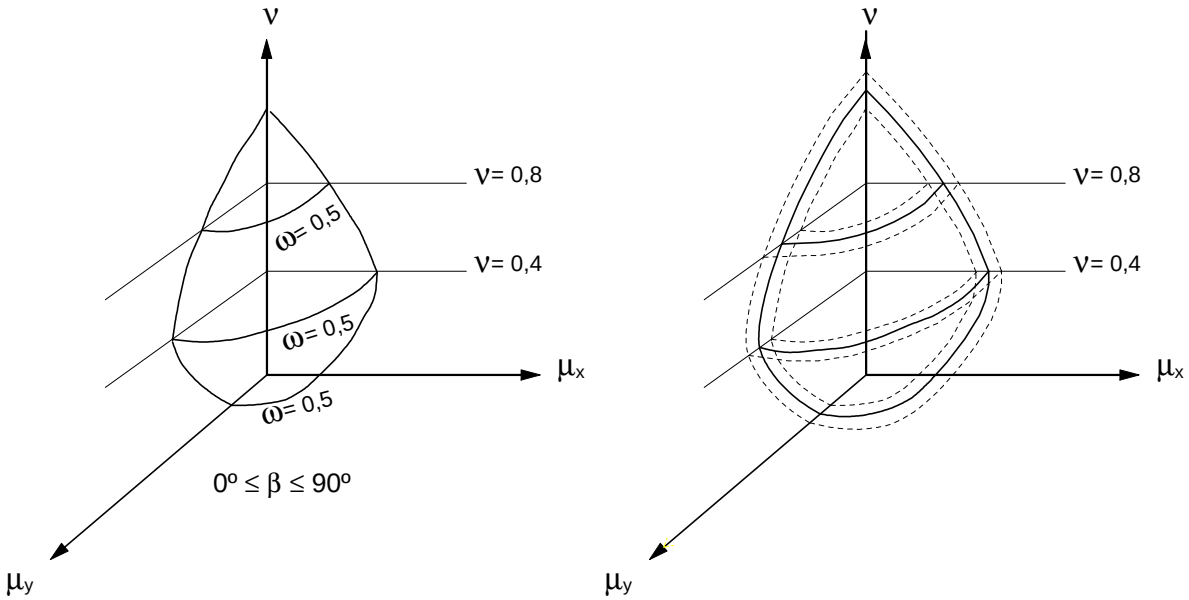
És a dir, representant totes les ternes d'esforços màxims obtinguts amb una mateixa quantia (per exemple $\omega = 0{,}5$), obtenim una superfície de punts solució.

Per entendre com es genera, començant pels casos més senzills, representant els punts solució corresponents a la direcció de la fibra neutra β=0º, obtenim la corba corresponent a Mx≠0, My=0, i representant els punts solució corresponents a la direcció de la fibra neutra β=90º, obtenim la corba corresponent a Mx=0, My≠0.



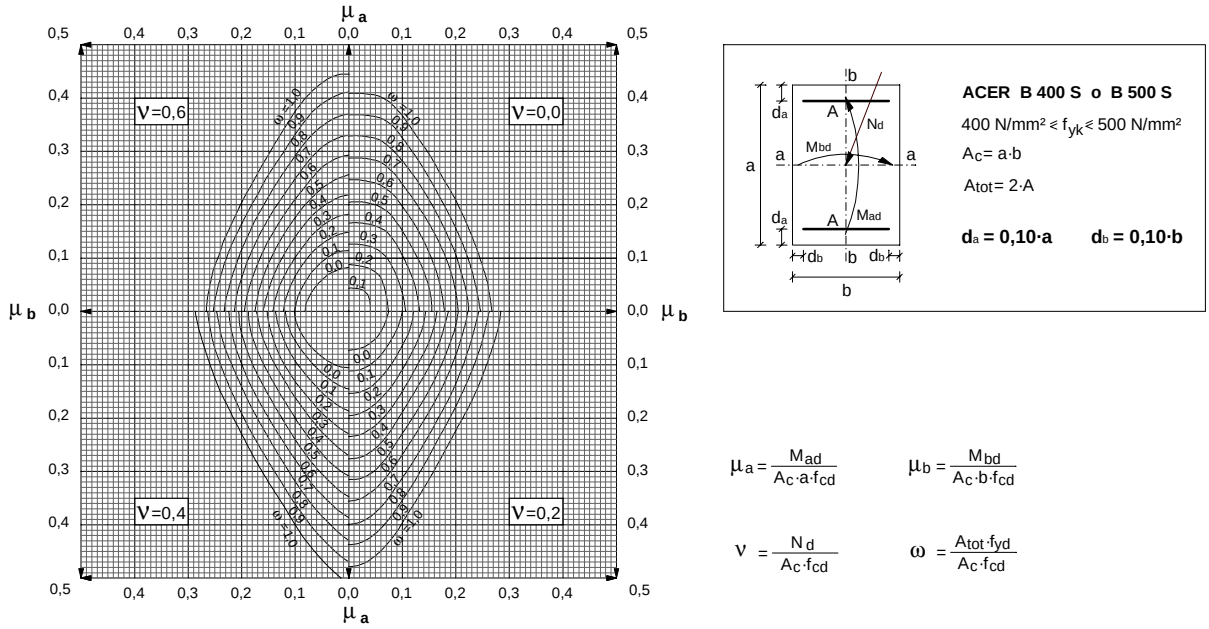
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Representant, doncs, totes les ternes d'esforços màxims des de β=0º fins a β=90º, obtenim la superfície de punts solució corresponent a la mateixa quantia (en aquest exemple, ω = 0,5), i augmentant i disminuint la quantia de les armadures, obtenim superfícies envoltants exteriors i interiors a l'anterior.



Donada la dificultat de la representació gràfica tridimensional, els àbacs s'elaboren representant les corbes corresponents als talls per plans paral·lels al μx, μy, segons diferents valors de ν, des de ν=0,0 fins a ν=1,4.

Àbac en roseta per a flexió esbiaixada d'una secció amb armadura simètrica a dues cares. Quadrants corresponents als talls per els valors de ν = 0,0 fins a ν =0,6.



Aquest i la resta d'àbacs roseta per a flexió esbiaixada, es troben en el capítol 10.

El d'armadura repartida a les quatre cares, en ser la secció doblement simètrica, les corbes de cada quadrant són simètriques respecte a la diagonal, per la qual cosa representant-ne la meitat (un octau, en lloc de tot el quadrant), en tindrem prou, i en un sol full hi cabran els vuit talls representatius de ν.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

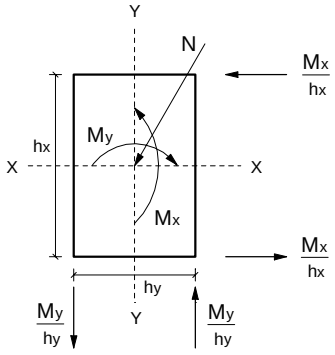
6.3 Disposició recomanable de les armadures

Per tal de simplificar, considerem només tres possibilitats a l'hora de disposar l'armadura de la secció: repartida a les quatre cares o tan sols a dues cares (les paral·leles o les perpendiculars al pla del pòrtic considerat).

La disposició recomanable o idònia de l'armadura, distribuïda a les 4 cares o a 2, està determinada per la situació de les tensions de tracció que produeixen els moments.

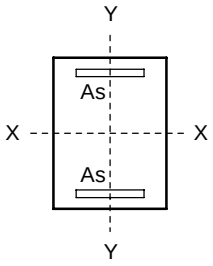
Quan les tensions de tracció dels dos plans tenen valors semblants, l'armat idoni és a les 4 cares, i si són molt diferents, és a les 2 cares per al valor més gran.

Per determinar on es produeixen les tensions més grans de tracció, simplificadament, podem considerar que el moment en cada pla és un parell de forces iguals i de sentit contrari (tracció i compressió), de valor el moment dividit pel cantell de la secció (braç mecànic), i per tant serà la relació entre aquestes forces la que ens ho determini.

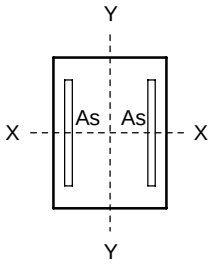


Un límit raonable per determinar la disposició idònia és el del doble o meitat de traccions, donat per les relacions següents:

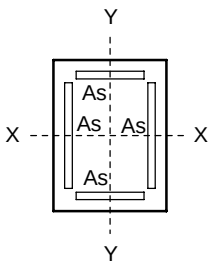
$$\text{Si} \quad \frac{M_x}{h_x} \geq 2 \cdot \frac{M_y}{h_y} \longrightarrow$$



$$\text{Si} \quad \frac{M_y}{h_y} \geq 2 \cdot \frac{M_x}{h_x} \longrightarrow$$



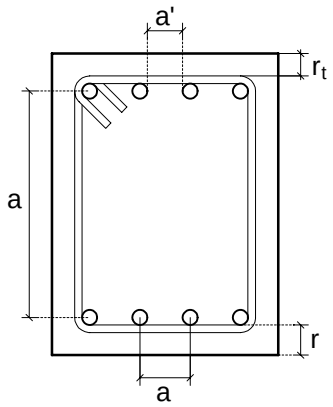
$$\text{Si} \quad \left| \begin{array}{l} \frac{M_x}{h_x} < 2 \cdot \frac{M_y}{h_y} \\ \qquad \text{i} \\ \frac{M_y}{h_y} < 2 \cdot \frac{M_x}{h_x} \end{array} \right. \longrightarrow$$



© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

6.4 Comprovacions generals de l'armadura en pilars o peces comprimides

Armat longitudinal



$$r \geq \begin{cases} 3{,}0\ \text{cm} & \text{Ambient I} \quad \text{(interior sec)} \\ 3{,}5\ \text{cm} & \text{Ambient IIa} \quad \text{(interior humit)} \\ 4{,}0\ \text{cm} & \text{Ambient IIb} \quad \text{(exterior protegit)} \\ 4{,}5\ \text{cm} & \text{Ambient IIIa} \quad \text{(ambient marí)} \\ \phi\ \text{màx} \end{cases}$$

$r_t \geq$

Si el control de l'obra és intens, els recobriments es poden reduir 5 mm, i en peces prefabricades, 10 mm.

Si $r \geq 5$ cm $\Rightarrow$ cal malla de repartiment

$$a' \geq \begin{cases} 2\ \text{cm} \\ \phi\ \text{màx} \end{cases}$$

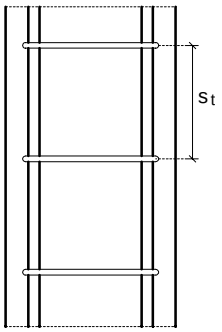
$a \leq 35$ cm

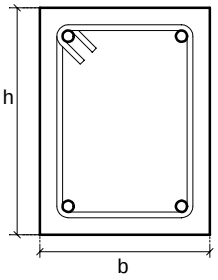
$$\text{T.M.A.} \leq \begin{cases} 0{,}8 \cdot a' \\ 0{,}8 \cdot r \quad \text{direc. formig. perp. armadura} \\ 1{,}25 \cdot r \quad \text{direc. formig. paral. armadura} \end{cases}$$

Armadura mínima $\begin{cases} \rho \geq 0{,}004; \rho = \dfrac{A_{stot}}{A_c} \\ A_{stot} \cdot f_{yd} \geq 0{,}1 N_d \end{cases}$

Armadura màxima $A_{stot} \cdot f_{yd} \leq A_c \cdot f_{cd}$

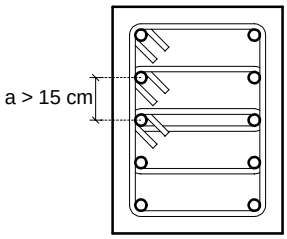
Armat transversal

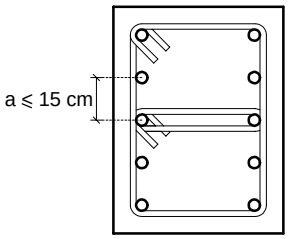




$$\phi_t \geq \begin{cases} 6\ \text{mm (aconsellable)} \\ \dfrac{1}{4}\phi\ \text{màx} \end{cases}$$

$$s_t \leq \begin{cases} b\ \text{(menor dimensió entre b i h)} \\ 15\ \phi\ \text{mín} \\ 30\ \text{cm} \end{cases}$$





si a>15 cm $\Rightarrow$ cal col·locar estreps en totes les barres.

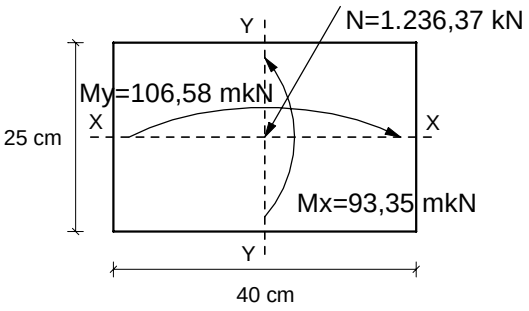
si a≤15 cm $\Rightarrow$ es poden col·locar estreps en una de cada dues barres.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

6.5 Exemple

Armat del pilar A-B del pòrtic 2 de l'exemple, que, amb l'augment dels moments per l'efecte del guerxament, va quedar sol·licitat a flexió esbiaixada.

Disposició recomanable de les armadures



$$\left.\begin{aligned} \frac{M_x}{h_x} &= \frac{93,35}{0,25} = 373,40 \text{ kN} \\ \frac{M_y}{h_y} &= \frac{106,58}{0,4} = 266,45 \text{ kN} \end{aligned}\right| \Rightarrow \text{armat a quatre cares}$$

La disposició recomanable de les armadures seria a quatre cares o, en tot cas, a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic secundari, ja que el moment amb relació al cantell en aquest pla és més gran que al pla del pòrtic principal.

Continuem, però, de moment, amb les dades de partida, o sigui, l'armadura col·locada a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic principal, que és com es va calcular l'augment de moments a causa del guerxament, encara que això representi un armat superior al que necessitaríem amb una disposició òptima, tal com es demostrarà posteriorment.

Càlcul de l'armadura col·locada a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic principal

$$\nu = \frac{1.236,37 \cdot 10^3}{250 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,742$$

$$\mu_x = \frac{93,35 \cdot 10^6}{250^2 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,224 = \mu_b$$

$$\mu_y = \frac{106,58 \cdot 10^6}{250 \cdot 400^2 \cdot 25/1,5} = 0,160 = \mu_a$$

$\nu = 0,6 \Rightarrow$ segons àbac roseta $\omega \approx 1,01$

$\nu = 0,8 \Rightarrow$ segons àbac roseta $\omega \approx 1,10$

Interpolant, per a $\nu = 0,742 \Rightarrow \omega \approx 1,064$

El valor de ν dóna 0,742 i, per tant, s'ha d'entrar als quadrants de ν=0,6 i ν=0,8, per obtenir els corresponents valors de quantia mecànica ω i interpolar per al valor de ν=0,742.

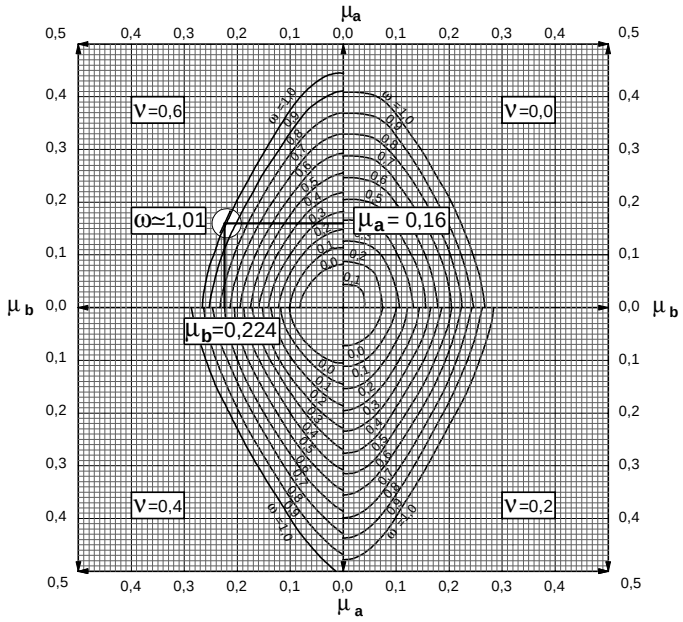
Coneixent ω, podem obtenir la capacitat mecànica d'armadura total necessària per resistir els esforços, però en aquest cas, en els dos quadrants dels àbacs es cau per sobre de la corba de quantia màxima, el que vol dir que el pilar està infradimensionat per aquests esforços i, per tant, se n'haurien d'augmentar les dimensions.

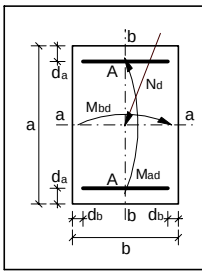
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Entrada en els àbacs roseta per a flexió esbiaixada.

Resultats per al quadrant corresponent a ν=0,6

Àbac en roseta per a flexió esbiaixada. Armadura a dues cares. ν=0,0 fins a ν=0,6





ACER B 400 S o B 500 S

400 N/mm² ≤ f_{yk} ≤ 500 N/mm²

$A_c = a \cdot b$

$A_{tot} = 2 \cdot A$

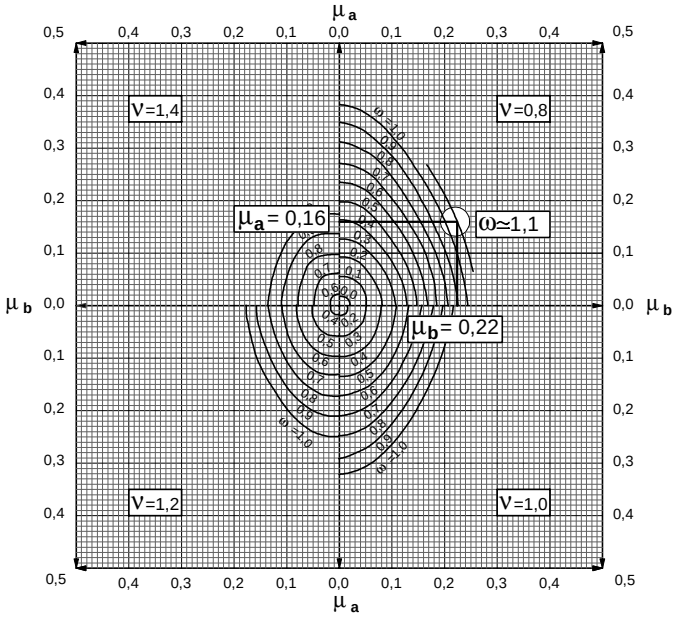
d_a = 0,10·a **d_b = 0,10·b**

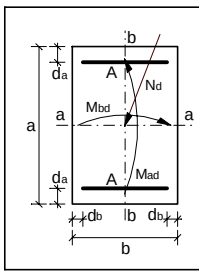
$$\mu_a = \frac{M_{ad}}{A_c \cdot a \cdot f_{cd}} \qquad \mu_b = \frac{M_{bd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

Resultats per al quadrant corresponent a ν=0,8

Àbac en roseta per a flexió esbiaixada. Armadura a dues cares. ν=0,8 fins a ν=1,4





ACER B 400 S o B 500 S

400 N/mm² ≤ f_{yk} ≤ 500 N/mm²

$A_c = a \cdot b$

$A_{tot} = 2 \cdot A$

d_a = 0,10·a **d_b = 0,10·b**

$$\mu_a = \frac{M_{ad}}{A_c \cdot a \cdot f_{cd}} \qquad \mu_b = \frac{M_{bd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Es pot augmentar la secció a 30x40 o 25x45 i començar l'exercici des del principi, o abans d'això, canviar la disposició de l'armadura, ja que hem vist que l'anterior no era la més recomanable. Així, doncs, refem el càlcul amb l'armadura col·locada a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic secundari i, després, repartida a les quatre cares que, de fet, és la col·locació idònia.

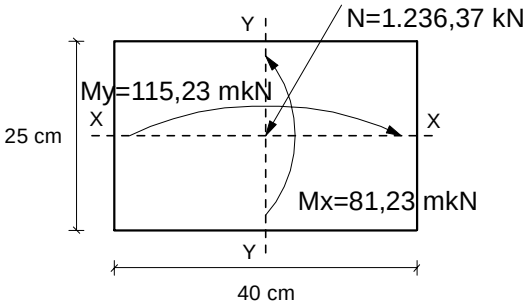
Càlcul de l'armadura col·locada a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic secundari

No cal començar des de la comprovació de guerxament, ja que les característiques geomètriques de la secció no s'han modificat, però l'excentricitat addicional de guerxament depèn de la disposició de l'armadura i, per tant, s'ha de tornar a calcular.

Refent el càlcul tenim que l'excentricitat addicional segons el pla del pòrtic principal és de 3,92 cm, i segons el secundari, de 4,57 cm, per tant, els moments finals són els següents:

$$e_{toty} = e_{ey} + e_{ay} = 5,4 + 3,92 = 9,32 \text{ cm};\ M_y = N \cdot e_{toty} = 1.236,37 \cdot 0,0932 = 115,238 \text{ mkN}$$

$$e_{totx} = e_{ex} + e_{ax} = 2,0 + 4,57 = 6,57 \text{ cm};\ M_x = N \cdot e_{totx} = 1.236,37 \cdot 0,0657 = 81,23 \text{ mkN}$$



Amb aquests nous valors tornem a l'àbac roseta i interpolant obtenim la quantia:

$$\nu = \frac{1.236,37 \cdot 10^3}{250 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,742$$

$$\mu_x = \frac{81,23 \cdot 10^6}{250^2 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,195 = \mu_a$$

$$\mu_y = \frac{115,23 \cdot 10^6}{250 \cdot 400^2 \cdot 25/1,5} = 0,173 = \mu_b$$

$\nu = 0,6 \Rightarrow$ segons àbac roseta $\omega \approx 0,85$

$\nu = 0,8 \Rightarrow$ segons àbac roseta $\omega \approx 0,95$

Interpolant, per a $\nu = 0,742 \Rightarrow \omega \approx 0,921$

Coneixent ω es pot determinar la capacitat mecànica d'armadura total:

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = \omega \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0,921 \cdot 250 \cdot 400 \cdot 25/1,5 = 1.535.000 \text{ N} = 1.535 \text{ kN} \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = \frac{1.535}{2} = 767,5 \text{ kN}$$

CAPACITAT MECÀNICA EN Kn — ACER B 500 S — f_{yk} = 500 N/mm²

$U = A_s \cdot f_{yd}$ $U' = A'_s \cdot f_{yd}$ — $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ — γ_s = 1,15

Diàmetre ϕ (mm)	NOMBRE DE BARRES									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	136,59	273,18	409,77	546,37	682,96	819,55	956,14	1092,73	1229,32	1365,91
25	213,42	426,85	640,27	853,70	1067,12	1280,54	1493,97	1707,39	1920,82	2134,24

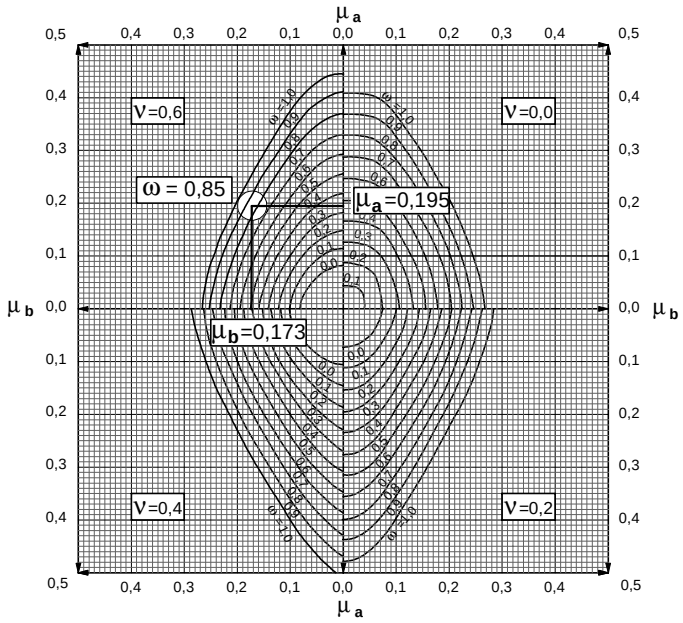
Es pot armar amb 6ϕ20 mm per cara (12ϕ en total), o 4ϕ25 mm per cara (8ϕ en total).

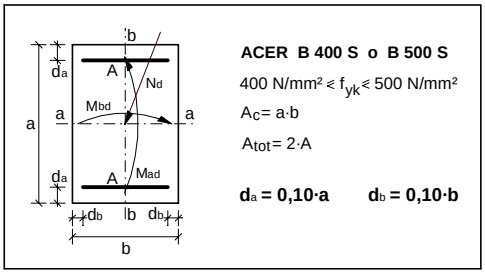
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Entrada en els àbacs roseta per a flexió esbiaixada.

Resultats per al quadrant corresponent a ν=0,6

Àbac en roseta per a flexió esbiaixada. Armadura a dues cares. ν=0,0 fins a ν=0,6



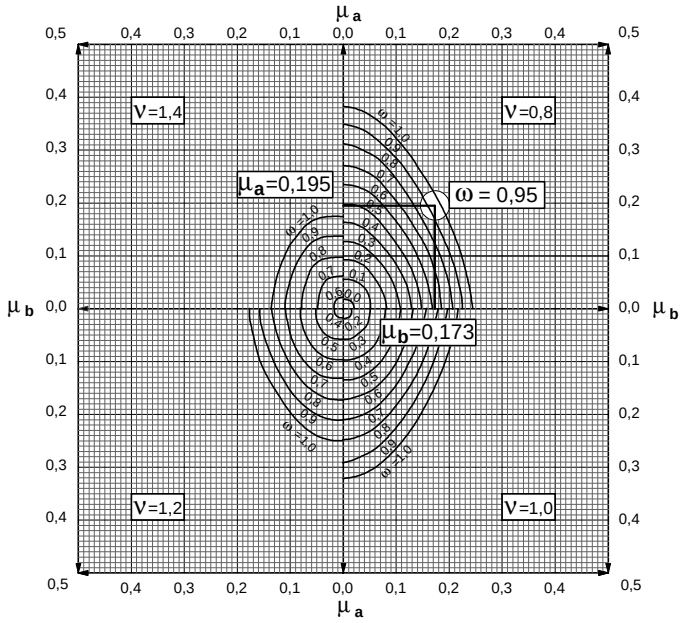


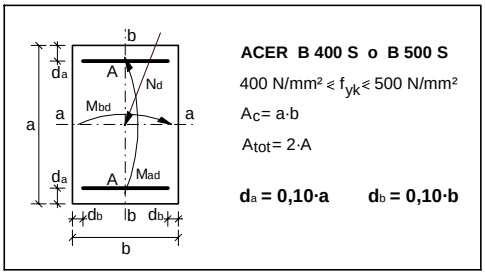
$$\mu_a = \frac{M_{ad}}{A_c \cdot a \cdot f_{cd}} \qquad \mu_b = \frac{M_{bd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

Resultats per al quadrant corresponent a ν=0,8

Àbac en roseta per a flexió esbiaixada. Armadura a dues cares. ν=0,8 fins a ν=1,4





$$\mu_a = \frac{M_{ad}}{A_c \cdot a \cdot f_{cd}} \qquad \mu_b = \frac{M_{bd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

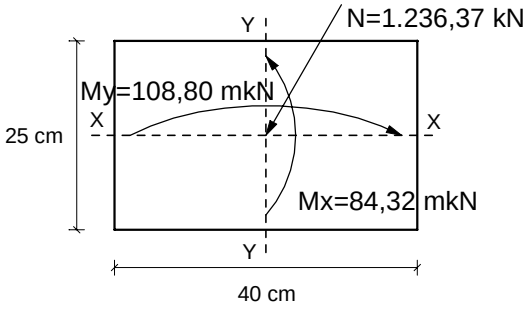
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Càlcul de l'armadura col·locada repartida uniformement a les quatre cares.

Refent el càlcul, tenim que l'excentricitat addicional segons el pla del pòrtic principal és de 3,40 cm, i segons el secundar, de 4,82 cm, per tant, els moments finals són els següents:

$$e_{toty} = e_{ey} + e_{ay} = 5,4 + 3,40 = 8,80 \text{ cm};\ M_y = N \cdot e_{toty} = 1.236,37 \cdot 0,080 = 108,80 \text{ mkN}$$

$$e_{totx} = e_{ex} + e_{ax} = 2,0 + 4,82 = 6,82 \text{ cm};\ M_x = N \cdot e_{totx} = 1.236,37 \cdot 0,0682 = 84,32 \text{ mkN}$$



$$\nu = \frac{1.236,37 \cdot 10^3}{250 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,742$$

$$\mu_x = \frac{84,32 \cdot 10^6}{250^2 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,202 = \mu_a$$

$$\mu_y = \frac{108,80 \cdot 10^6}{250 \cdot 400^2 \cdot 25/1,5} = 0,163 = \mu_a$$

$\nu = 0,6 \Rightarrow$ segons àbac roseta $\omega \approx 0,78$

$\nu = 0,8 \Rightarrow$ segons àbac roseta $\omega \approx 0,90$

Interpolant, per a $\nu = 0,742 \Rightarrow \omega \approx 0,865$

Coneixent ω es pot determinar la capacitat mecànica d'armadura total:

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = \omega \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0,865 \cdot 250 \cdot 400 \cdot 25/1,5 = 1.444.667 \text{ N} = 1.445 \text{ kN} \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = \frac{1.445}{4} = 362 \text{ kN}$$

CAPACITAT MECÀNICA EN Kn — ACER B 500 S — f_{yk} = 500 N/mm²

$U = A_s \cdot f_{yd}$ $U' = A'_s \cdot f_{yd}$ — $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ — γ_s = 1,15

Diàmetre ϕ (mm)	NOMBRE DE BARRES									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	136,59	273,18	409,77	546,37	682,96	819,55	956,14	1092,73	1229,32	1365,91
25	213,42	426,85	640,27	853,70	1067,12	1280,54	1493,97	1707,39	1920,82	2134,24

Es pot armar amb 3ϕ20 mm per cara (12ϕ en total), o 2ϕ25 mm per cada cara (8ϕ en total).

Tal com s'ha vist al principi de l'exercici, la disposició òptima de l'armadura és a quatre cares, ja que és la que necessita menys quantia mecànica, ω=0,865 enfront de ω=0,921 col·locada a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic secundari i ω=1,06 a les cares paral·leles.

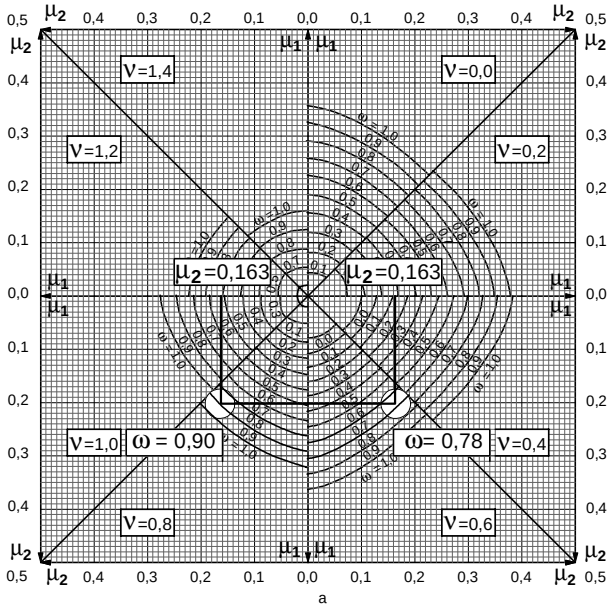
Finalment, en les dues primeres disposicions, l'armat total té el mateix nombre de rodons, però en el primer cas la secció té més reserva de capacitat resistent.

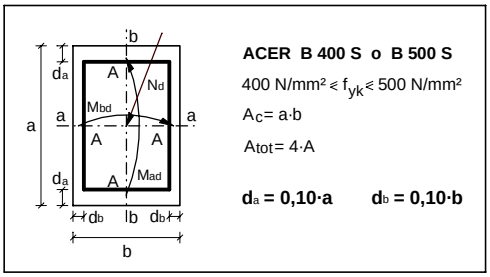
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Entrada en els àbacs roseta per a flexió esbiaixada.

Resultats per els octants corresponents a ν=0,6 i ν=0,8

Àbac en roseta per a flexió esbiaixada. Armadura a quatre cares. ν =0,0 fins a ν=1,4





$$\mu_a = \frac{M_{ad}}{A_c \cdot a \cdot f_{cd}} \qquad \mu_b = \frac{M_{bd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

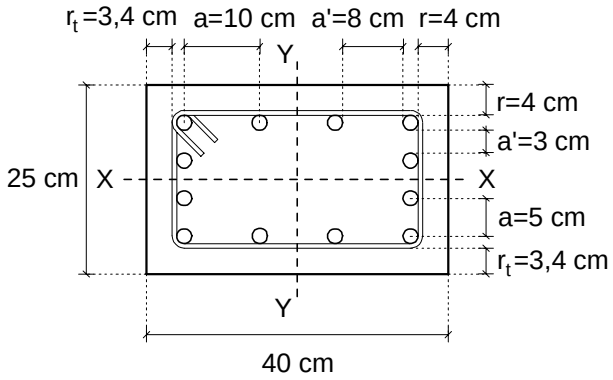
$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

μ_1 = Valor més gran entre μ_a i μ_b

μ_2 = Valor més petit entre μ_a i μ_b

Dibuix acotat de la secció

Disposició de l'armat longitudinal amb els 12ϕ20 mm repartits a les quatre cares



r=4 cm>3,5 cm Ambient IIa

rt=3,4 cm no acompleix per 1 mm

$$a' = 3{,}0\ \text{cm} > \begin{cases} 2\ \text{cm} \\ \phi = 1{,}2\ \text{cm} \end{cases}$$

$$\text{T.M.A.} \leq \begin{cases} 0{,}8 \cdot a' = 24\ \text{mm} \\ 0{,}8 \cdot r = 32\ \text{mm} \end{cases}$$

En la direcció del pòrtic principal, el recobriment mecànic hauria de ser d'=0,1·40=4 cm, i en la direcció del pòrtic secundari, d'=0,1·25=2,5 cm, ja que el diagrama utilitzat està fet amb aquestes distàncies, però no es complirien les condicions establertes a la norma EHE, hi mancaria recobriment.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

En les dues direccions deixem 5 cm de distància de manera que s'acompleixin totes les condicions de recobriments, mida màxima de l'àrid (T.M.A.), etc. (excepte als estreps, on manca 1 mm de recobriment, però es pot acceptar).

Amb aquests recobriments es perd braç mecànic i, per tant, capacitat resistent de la secció. Es pot fer d'una manera simplificada, la correcció de capacitat mecànica en funció de la pèrdua de braç mecànic, tenint en compte el resultant de moments de les dues direccions i, per tant, resultant de braç mecànic, de la manera següent:

Resultant de braç mecànic de càlcul: $\sqrt{32^2 + 20^2} = 37{,}73$ cm

Resultant de braç mecànic real: $\sqrt{30^2 + 15^2} = 33{,}54$ cm

$A_t \cdot f_{yd}$ de càlcul x braç mecànic de càlcul $\leq A_s \cdot f_{yd}$ necessària x braç mecànic real

$$362\,\text{kN} \cdot 37{,}73 = A_s f_{yd} \cdot 33{,}54 \Rightarrow A_s f_{yd} = \frac{362 \cdot 37{,}73}{33{,}54} = 407{,}22\,\text{kN} \Rightarrow 3\phi 20\,\text{mm}$$

Tot i haver-hi pèrdues de braç mecànic, com que sempre es posa més armadura de la necessària, la reserva de capacitat resistent normalment les cobreix.

Condicions d'armadura mínima

$$\rho \geq 0{,}004; \rho = \frac{A_{stot}}{A_c} = \frac{37{,}70\,\text{cm}^2}{25 \cdot 40\,\text{cm}^2} = 0{,}037 > 0{,}004;\ \text{acompleix}$$

$$A_{stot} \cdot f_{yd} \geq 0{,}1 \cdot N_d;\ A_{stot} \cdot f_{yd} = 1.639{,}08\,\text{kN} > 0{,}1 \cdot N_d = 0{,}1 \cdot 1.236{,}37 = 123{,}64\,\text{kN};\ \text{acompleix}$$

Condició d'armadura màxima (com que ω<1, s'acompleix)

$$A_{stot} \cdot f_{yd} \leq A_c \cdot f_{cd};\ A_{stot} \cdot f_{yd} = 393{,}38\,\text{kN} < A_c \cdot f_{cd} = 250 \cdot 400 \cdot \frac{25}{1{,}5} = 1.666.666{,}7\,\text{N} = 1.666{,}66\,\text{kN}$$

Disposició de l'armat transversal

$$\phi_t \geq \begin{cases} 6\,\text{mm} \\ \frac{1}{4} \cdot 20 = 5\,\text{mm} \end{cases} \qquad s_t \leq \begin{cases} b = 25\,\text{cm} \rightarrow \text{estrebat} = 1e\phi\ 6\,\text{mm c/25 cm} \\ 15 \cdot \phi = 15 \cdot 2 = 30\,\text{cm} \\ 30\,\text{cm} \end{cases}$$

Distància entre centres de gravetat dels rodons a=5 cm i a=10, < 15 cm $\Rightarrow$ estrebat perpendicular un rodó de cada dos.

Si es fa el mateix procés de càlcul amb el pilar P3 del mateix pòrtic, es comprova que, a causa l'augment dels moments pel guerxament, només es suporten els esforços amb armadura a quatre cares, i molt just, ja que la quantia total d'acer dóna aproximadament ω=1, que és el màxim. Això implica o bé augmentar les dimensions del pilar a 25x40, o augmentar la base a 30 cm a totes les barres del pòrtic, amb la qual cosa caldria tornar a començar des del càlcul d'esforços.

Tot i així, per als temes següents, continuarem amb les dades i dimensions de partida.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

7 Flexió simple

La sol·licitació de flexió simple, N = 0 i M ≠ 0, bàsicament es produeix en jàsseres, biguetes, sostres i elements horitzontals similars sotmesos a càrregues gravitatòries que no poden invertir el sentit de la flexió, per la qual cosa les traccions es localitzen amb claredat. Així doncs, l'armadura no serà simètrica, com és el cas dels pilars, perquè es desaprofitaria la de la cara comprimida. Es col·locarà a la cara traccionada, i només en cas de grans moments, a la cara comprimida.

El mètode de càlcul serà el de trencament, el mateix exposat al capítol 3, i aplicat en el capítol 4 per generar els àbacs de seccions sotmeses a flexió composta, tenint en compte les diferències que comporta el tipus de sol·licitació (flexió simple) i l'armadura asimètrica (ubicació a la cara traccionada).

7.1 Hipòtesis bàsiques del càlcul en trencament

a) Hipòtesi de Bernouilli

Les seccions planes es mantenen planes després de la deformació.

b) Compatibilitat de deformacions dels dos materials (acer i formigó)

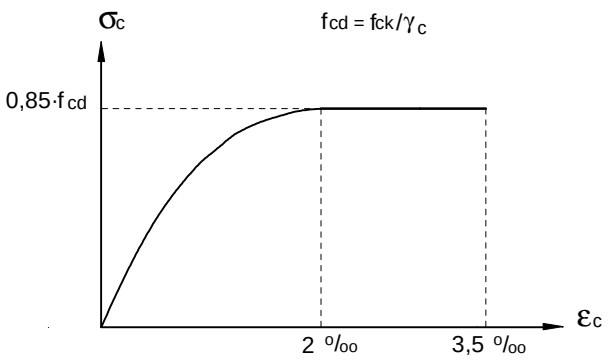
La deformació de l'acer és igual a la del formigó que l'envolta.

c) El formigó no treballa a tracció

No es considera la resistència del formigó a tracció, $f_{ct,k}$.

d) Diagrames de càlcul σ - ε (coeficients de seguretat)

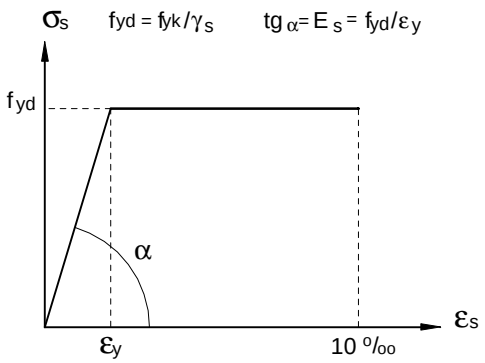
Formigó



$0 \le \varepsilon_c \le 0{,}002 \Rightarrow \sigma_c = 85 \cdot f_{cd} \cdot (10 \cdot \varepsilon_c - 2500 \cdot \varepsilon_c^2)$

$0{,}002 \le \varepsilon_c \le 0{,}0035 \Rightarrow \sigma_c = 0{,}85 \cdot f_{cd}$

Acer



$0 \le \varepsilon_s \le \varepsilon_y \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$

$\varepsilon_y \le \varepsilon_s \le 0{,}01 \Rightarrow \sigma_s = f_{yd}$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

7.2 Procés general

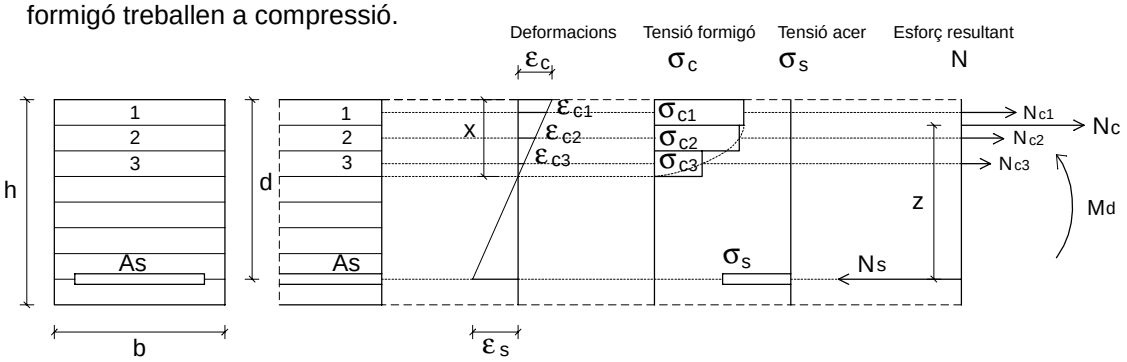
En el càlcul en trencament d'una secció rectangular de formigó, amb armadura asimètrica, a una determinada profunditat de línia neutra, determinem el diagrama de deformació de manera que un o altre material, o els dos a la vegada, estiguin sotmesos a la deformació màxima.

De tot el ventall de possibles deformacions de trencament des de posició de fibra neutra x=-∞ fins a x=+∞, ara només ens interessen les que donen com a resultant una sol·licitació de flexió simple, és a dir, N=0 i M≠0. Això vol dir que la fibra neutra ha de ser a dins de la secció, per tal que hi hagi una component de compressió del formigó igual a la de tracció de l'armadura i, per tant, l'esforç resultant sigui només moment.

Per rendibilitat de l'armadura, aquesta treballarà sempre a la màxima tensió f_{yd}, cosa que vol dir que la seva deformació estarà compresa entre εy i la màxima 0,01.

Per simplificar, es divideix la secció en franges, considerant que tots els punts d'una mateixa franja tenen la mateixa deformació i, per tant, la mateixa tensió.

En aquest cas, amb aquesta posició de fibra neutra, solament les tres franges superiors de formigó treballen a compressió.



Si partim de les dimensions de la secció i de l'àrea d'armadura conegudes, com fèiem en el cas dels pilars al capítol 3, ens trobem amb què, determinar la posició de la línia neutra que doni el mateix valor al formigó comprimit que a l'acer traccionat, numèricament és complicat, i per tant el que fem és partir de les dimensions conegudes de la secció, però no de l'àrea d'armadura.

Conegut el diagrama de deformació, es coneix la de cadascuna de les franges comprimides i la corresponent a l'acer traccionat. A través del diagrama tensió-deformació del formigó, s'obté la tensió de cada franja i multiplicada per la seva àrea, la força axial amb la qual hi contribueix cadascuna. La resultant, suma de totes aquestes forces, serà la força axial actuant sobre el conjunt de fibres comprimides de formigó. Mitjançant l'equilibri de forces respecte de qualsevol punt, es pot trobar el punt de pas d'aquesta resultant.

La component de l'acer traccionat, del mateix valor que la resultant de compressió del formigó, forma amb aquest un parell de forces iguals i de sentit contrari que és el moment últim que pot suportar la secció. Com que es coneix la deformació de l'acer i, a través del diagrama tensió-deformació, la seva tensió, es pot trobar l'àrea d'armadura necessària per suportar aquest moment.

Determinació de la component del formigó i obtenció de l'àrea d'armadura

$$N_c = N_{c1} + N_{c2} + N_{c3} \; ; \quad \Sigma F_H = 0 \Rightarrow N_c = N_s \; ; \; N_s = A_s \cdot f_{yd} = N_c \Rightarrow A_s = \frac{N_c}{f_{yd}}$$

Determinació del moment últim

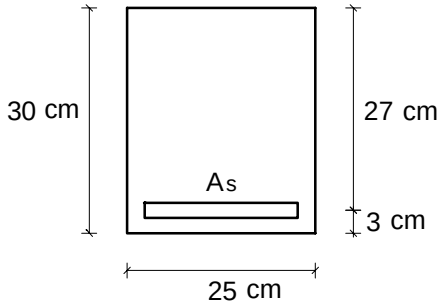
$$M_u = N_c \cdot z \; ; \; M_u \geq M_d$$

El moment últim M_u ha de ser major o igual que el moment exterior majorat.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

7.3 Exemple

Càlcul en trencament del moment últim que pot resistir una secció d'una jàssera de base = 25 cm, cantell = 30 cm, i de l'armadura traccionada necessària.



Formigó HA-25 f_{ck} = 25 N/mm²

Acer B 500 S f_{yk} = 500 N/mm²

$\gamma_c = 1{,}5$ $\gamma_s = 1{,}15$

E_s = 200.000 N/mm²

Divisió en franges de 6 cm

Posició fibra neutra x = 12 cm

Diagrames de càlcul

Diagrames que relacionen les deformacions amb les tensions que les produeixen, amb els valors numèrics de les resistències de càlcul de cada material.

Formigó

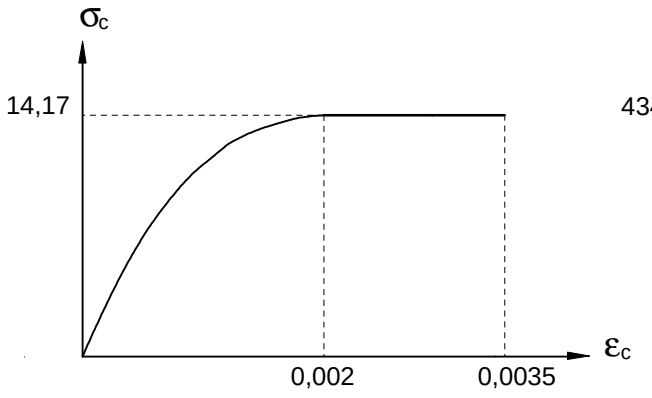
$$f_{cd} = \frac{25}{1{,}5} = 16{,}67\ N/mm^2$$

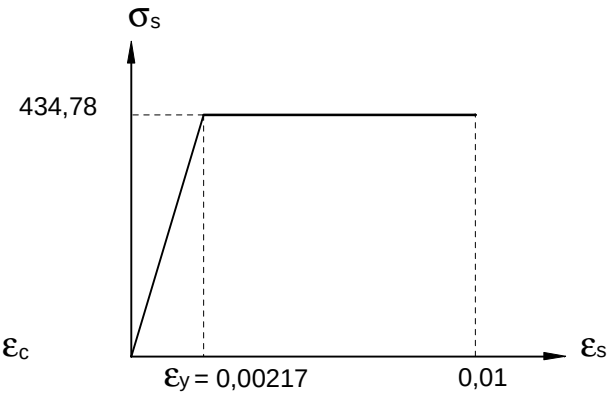
$0{,}85 \cdot f_{cd} = 14{,}17\ N/mm^2$

Acer

$$f_{yd} = \frac{500}{1{,}15} = 434{,}78\ N/mm^2$$

$$\varepsilon_y = \frac{434{,}78}{2 \cdot 10^5} = 0{,}00217$$





$0 \le \varepsilon_c \le 0{,}002 \Rightarrow \sigma_c = 85 \cdot f_{cd} \cdot (10 \cdot \varepsilon_c - 2500 \cdot \varepsilon_c{}^2)$

$0{,}002 \le \varepsilon_c \le 0{,}0035 \Rightarrow \sigma_c = 0{,}85 \cdot f_{cd} = 14{,}17\ N/mm^2$

$0 \le \varepsilon_s \le \varepsilon_y \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$

$\varepsilon_y \le \varepsilon_s \le 0{,}01 \Rightarrow \sigma_s = f_{yd} = 434{,}78\ N/mm^2$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Per a cada posició de línia neutra, amb deformació màxima en qualsevol dels dos materials, la secció pot resistir un moment M_d amb un àrea d'armadura A_s.

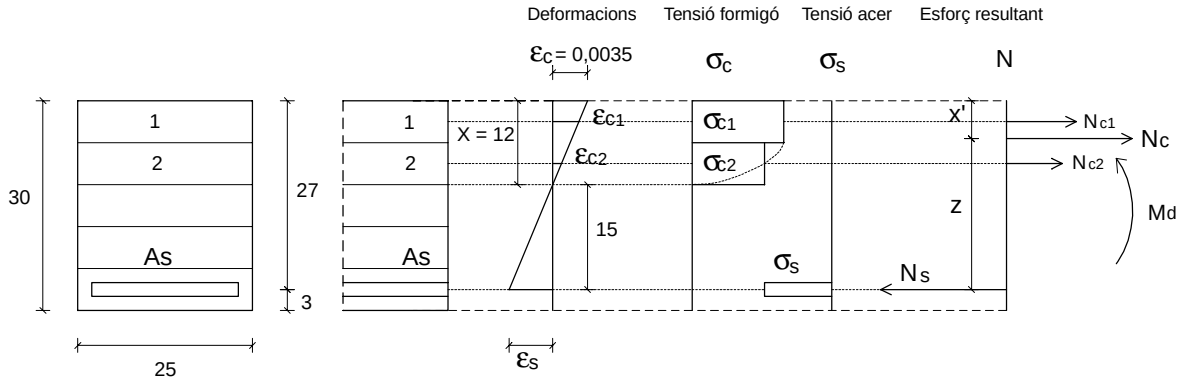
En aquest exemple es considera la posició de línia neutra x=12 cm i franges de 6 cm. Com més primes siguin, més precís en serà el resultat.

Determinació del diagrama de deformacions de trencament

Per determinar el diagrama de deformacions de trencament, suposem inicialment que la deformació màxima es produeix en el formigó (ε_c=0,0035). Amb aquesta suposició, i amb la condició particular d'aquest cas (fibra neutra a x=12 cm), la deformació de l'acer valdria, per semblança de triangles, ε_s=0,004375, inferior a la deformació màxima de trencament 0,01 i superior a ε_y, de valor 0,00217.

Per tant, la suposició inicial és encertada i és la deformació del formigó comprimit la que determina el diagrama de deformacions.

$$\varepsilon_c = 0{,}0035 \Rightarrow \frac{0{,}0035}{12} = \frac{\varepsilon_s}{15} \Rightarrow \varepsilon_s = 0{,}004375 < 0{,}01 \Rightarrow \text{correcte, màxima deformació al formigó}$$



Determinació de les deformacions

Per proporcionalitat de triangles, s'obtenen les deformacions de cadascuna de les franges comprimides de formigó (les traccionades no treballen).

$$\frac{0{,}0035}{12} = \frac{\varepsilon_{c1}}{9} = \frac{\varepsilon_{c2}}{3} \Rightarrow \varepsilon_{c1} = \frac{0{,}0035 \cdot 9}{12} = 0{,}002625\,;\, \varepsilon_{c2} = \frac{0{,}0035 \cdot 3}{12} = 0{,}000875$$

Determinació de tensions i axials al formigó

A través del diagrama σ_c-ε_c, s'obtenen els valors de les tensions de cada franja de la manera següent: si la deformació és més gran o igual que 0,002, la tensió és la màxima, en cas contrari, es troba a través de l'equació de la paràbola σ_c=0,85·fcd·(10·ε_c-2500·ε_c^2). L'axial parcial de cada franja és el producte de la seva tensió per la seva àrea.

$$\varepsilon_{c1} = 0{,}002625 \Rightarrow \sigma_{c1} = 14{,}17\ \text{N/mm}^2 \Rightarrow N_{c1} = 14{,}17 \cdot 250 \cdot 60 = 212.550\ \text{N} = 212{,}55\ \text{kN}$$

$$\varepsilon_{c2} = 0{,}000875 \Rightarrow \sigma_{c2} = 85 \cdot 16{,}67 \cdot \left(10 \cdot 0{,}000875 - 2500 \cdot 0{,}000875^2\right) = 9{,}69\ \text{N/mm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_{c2} = 9{,}69 \cdot 250 \cdot 60 = 145.350\ \text{N} = 145{,}35\ \text{kN}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Axial resultant en el formigó

És la suma de tots els axials de les franges comprimides del formigó

$$N_c = N_{c1} + N_{c2} = 212,55 + 145,35 = 357,9 \text{ kN}$$

Determinació de l'axial a l'acer

La tensió de l'acer, per rendibilitat de l'armadura, serà la màxima, f_{yd}. L'axial és el producte de la tensió per l'àrea de la secció d'acer. La incògnita és l'àrea d'acer, ja que es coneixen els valors de l'axial i de la tensió.

$$\varepsilon_s = 0,004375 \Rightarrow \sigma_s = f_{yd} = 4.34,78 \text{N/mm}^2;\ N_s = A_s \cdot f_{yd}$$

Determinació de l'àrea d'acer

S'obté igualant l'axial de tracció de l'acer amb la resultant del formigó comprimit.

$$N_s = N_c \Rightarrow N_s = A_s \cdot f_{yd} \Rightarrow A_s = \frac{357.900 \text{ N}}{434,78 \text{ N/mm}^2} = 823,17 \text{ mm}^2 = 8,23 \text{cm}^2$$

Posició de la resultant de forces en el formigó

Es pot trobar el punt d'aplicació de la resultant del formigó comprimit fent la suma de moments igual a 0, respecte de qualsevol punt de la secció. En el nostre exemple, hem pres l'origen de moments en el punt central de la vora superior de la secció.

$$\sum M = 0 \Rightarrow N_{c1} \cdot 3\text{cm} + N_{c2} \cdot 9\text{ cm} = N_c \cdot x'$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow 212,55 \cdot 3 + 145,35 \cdot 9 = 357,9 \cdot x' \Rightarrow x' = 5,44\text{cm}$$

Determinació del braç mecànic

El braç mecànic és la distància entre la resultant del formigó comprimit i de l'acer traccionat.

$$z = 27 - 5,44 = 21,56\text{cm}$$

Moment resultant

Es pot trobar com el producte de la força de tracció o compressió, pel braç mecànic, o bé com a suma de moments dels axials parcials del formigó més el de tracció respecte de qualsevol punt de la secció, per exemple el centre de gravetat. El moment últim ha de ser més gran o igual al moment exterior majorat.

$$M_u = 357,9 \text{ kN} \cdot 0,2156\text{m} = 77,16\text{mkN} \geq M_d = M_k \cdot \gamma_f$$

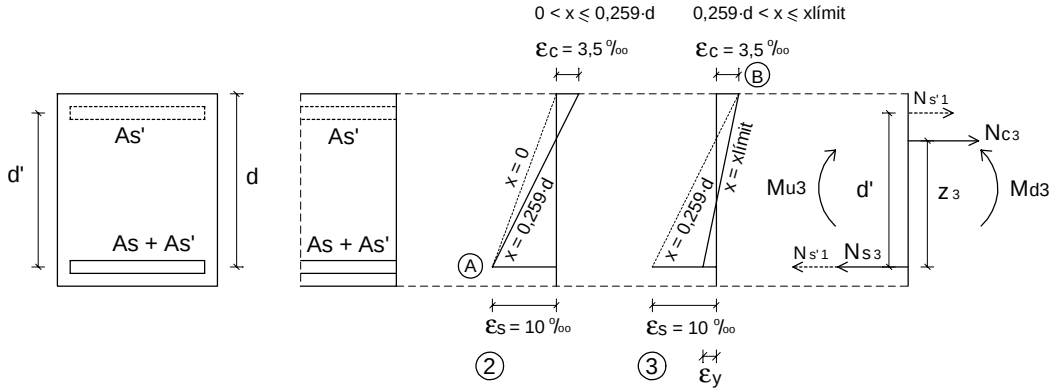
o bé

$$M_u = 212,55 \cdot 0,12 + 145,35 \cdot 0,06 + 357,9 \cdot 0,12 = 77,16\text{mkN} \geq M_d = M_k \cdot \gamma_f$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

7.4 Dominis de deformació en flexió simple. Generació d'àbacs

De tot el ventall de possibles deformacions de trencament, en flexió simple només ens interessen els dominis 2 i 3, que són els que mantenen la posició de línia neutra dintre de la secció i amb deformacions de l'acer majors o iguals que ε_y i menors o iguals que la màxima 0,01.



Per a cada posició de fibra neutra, obtenim un moment últim que pot suportar la secció i l'àrea d'armadura necessària per fer-ho. En la mesura que baixa la fibra neutra, creix la força resultant del formigó i, per tant, creixen també el moment últim que pot resistir la secció i l'àrea d'armadura necessària, encara que minvi una mica el braç mecànic.

Es poden representar gràficament tots els valors de moment i àrea d'armadura, i es genera d'aquesta manera l'àbac de flexió simple.

Determinació del moment últim i àrea d'acer al punt $x_{límit}$ (punt X_3; $\varepsilon_c = 0{,}0035$; $\varepsilon_s = \varepsilon_y$)

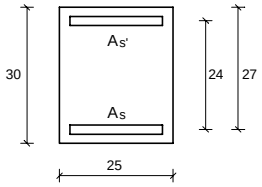
$$N_{s3} = N_{c3}\ ; \qquad A_{s3} = \frac{N_{s3}}{f_{yd}}\ ; \qquad M_{u3} = N_{c3}\cdot z_3$$

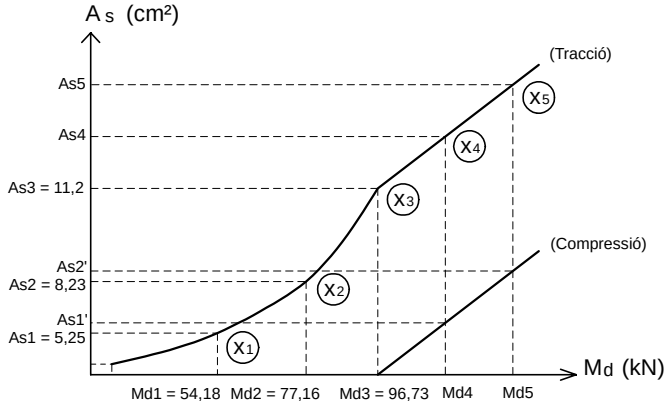
Contribució de l'armadura comprimida (punt X_4)

La línia neutra no pot estar per sota de $x=x_{límit}$ ja que l'acer no treballaria a la màxima tensió. És per això que, per tal que la secció pugui suportar moments més grans que l'obtingut en aquest límit, el que es fa es augmentar l'armadura traginada en una quantitat, i col·locar la mateixa quantitat a la zona comprimida, de manera que, mantenint l'equilibri N=0, es crea un parell de forces iguals i de sentit contrari i, per tant, la secció podrà suportar, proporcionalment a l'augment d'armadura, un augment de moment.

$$N_{s'1} = A_{s'1}\cdot f_{yd}\ ; \qquad M_{u'1} = N_{s'1}\cdot d'$$

$$M_{u4} = M_{u3} + M_{u'1}\ ; \qquad M_{k4} = \frac{M_{u4}}{\gamma_f}\ ; \qquad A_{s4} = A_{s3} + A_{s'1}$$

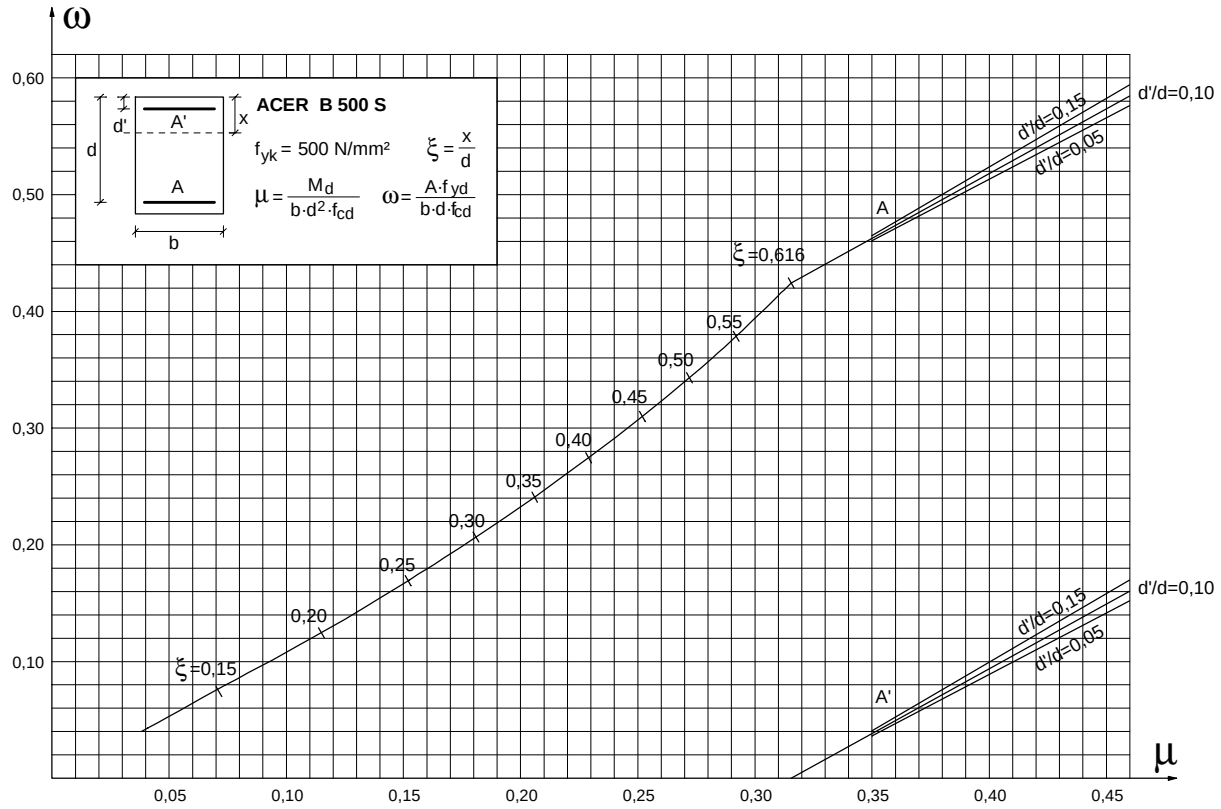




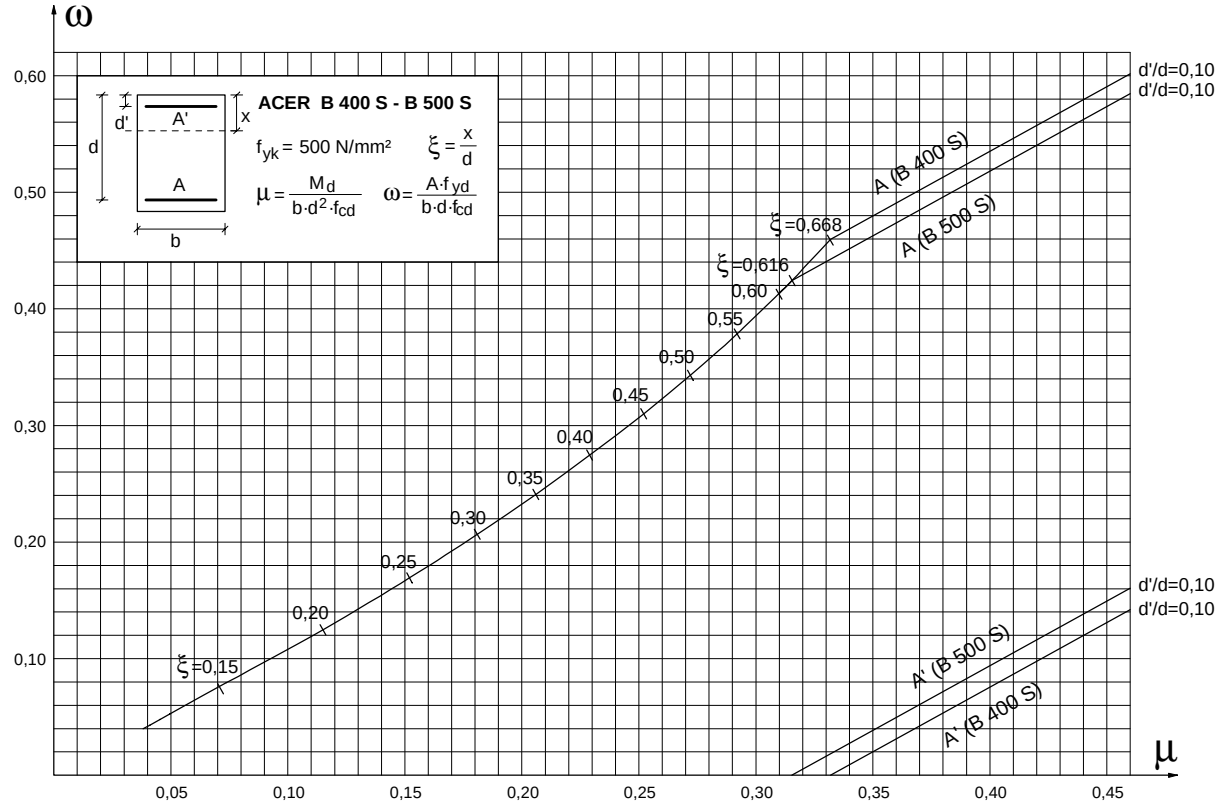
x_1	$\varepsilon_c = 3{,}5$ ‰	$A_{s1}\cdot f_{yd} = 228{,}05$ kN
	$\varepsilon_s = 10$ ‰	$A_{s1} = 5{,}25$ cm²
	$x = 7$ cm	$M_{d1} = 54{,}18$ mkN
x_2	$\varepsilon_c = 3{,}5$ ‰	$A_{s2}\cdot f_{yd} = 357{,}9$ kN
	$\varepsilon_s = 4{,}375$ ‰	$A_{s2} = 8{,}23$ cm²
	$x = 12$ cm	$M_{d2} = 77{,}16$ mkN
x_3	$\varepsilon_c = 3{,}5$ ‰	$A_{s3}\cdot f_{yd} = 487{,}57$ kN
	$\varepsilon_s = \varepsilon_y = 2{,}17$ ‰	$A_{s3} = 11{,}2$ cm²
	$x = 16{,}65$ cm	$M_{d3} = 96{,}73$ mkN

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Àbac adimensional de flexió simple. Acer B500 S



Comparació de corbes de l'àbac, amb acers B 400 S i B 500 S

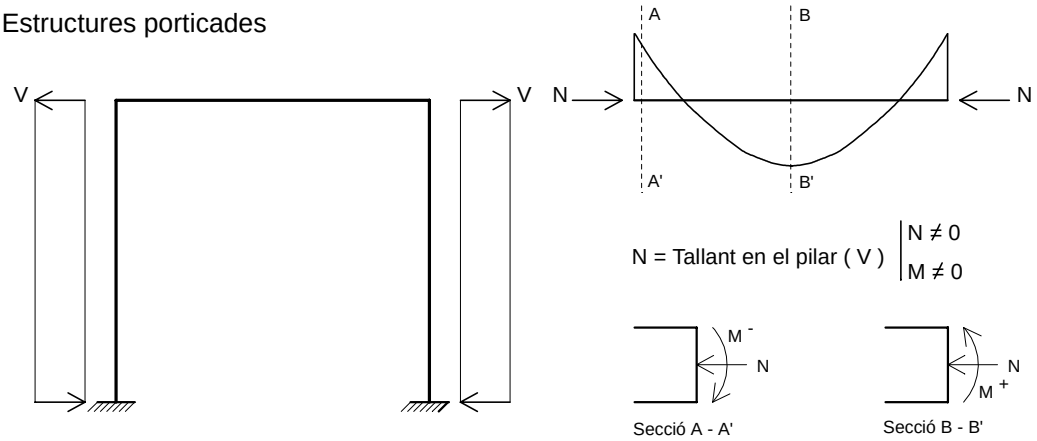


© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

7.5 Teorema d'Ehlers

Armat de jàsseres sotmeses a flexió simple, en el cas que existeixin petits axials.

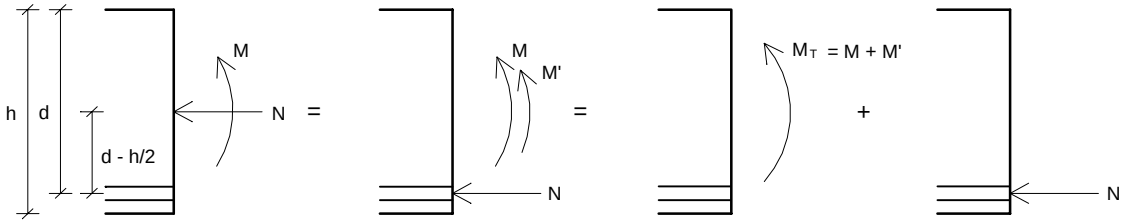
Estructures porticades



La sol·licitació de l'axial al centre de gravetat de la secció és la mateixa que la de l'axial desplaçat al centre de gravetat de l'armadura traccionada, més el moment que produeix aquest respecte al centre de gravetat de la secció.

Una secció sotmesa a moment i axial petit es pot solucionar com a descomposició de dues sol·licitacions, la suma (o resta) dels dos moments per un cantó i l'axial desplaçat per l'altre. La capacitat mecànica de l'armadura a tracció serà la necessària segons l'àbac de flexió simple per suportar el moment majorat anterior, menys (o més) la capacitat mecànica per suportar l'axial desplaçat, segons si aquest és de compressió o de tracció

Axial de compressió. (Si es menyspreés l'axial, estaríem pel cantó de la seguretat.)

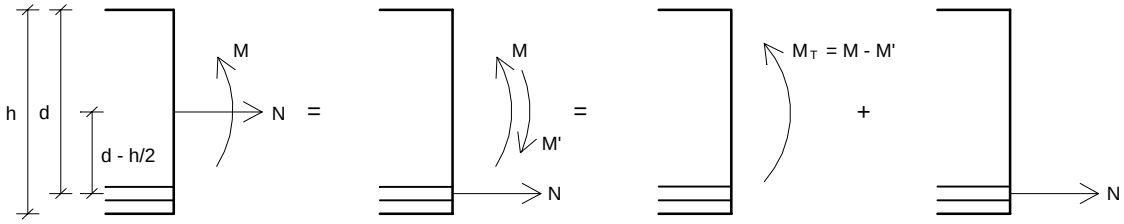


$$M' = N \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right)$$

$$M_T \xrightarrow{\text{Àbacs}} A_s \cdot f_{yd}$$

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = A_s \cdot f_{yd} - N_d$$

Axial de tracció. (Si es menyspreés l'axial, estaríem pel cantó de la inseguretat.)



$$M' = N \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right)$$

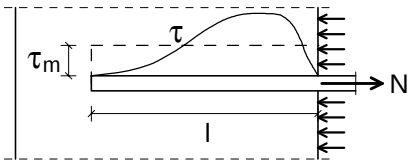
$$M_T \xrightarrow{\text{Àbacs}} A_s \cdot f_{yd}$$

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = A_s \cdot f_{yd} + Nd$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

7.6 Ancoratges

La longitud d'ancoratge d'una barra embeguda al formigó és la longitud necessària per tal que no es produeixi l'arrencament a causa d'una força axial.



$$\tau_m = \frac{N}{\pi \cdot \phi \cdot l} = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{\pi \cdot \phi \cdot l} = \frac{\pi \cdot (\phi/2)^2 \cdot f_{yd}}{\pi \cdot \phi \cdot l} = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{l}$$

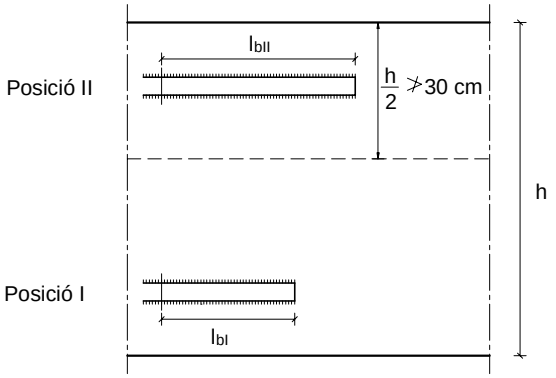
$$l = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot \tau_m}$$

τ_m=Tensió tangencial mitjana a la superfície de contacte entre els dos materials.

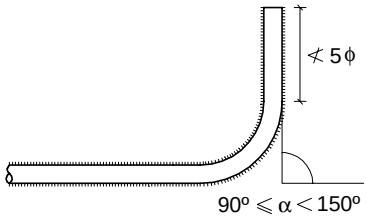
El valor de la longitud d'ancoratge serà més gran com més gran sigui el diàmetre de la barra, i/o la resistència de l'acer i més petita com més resistent sigui el formigó que l'encercla (millor adherència).

Longituds d'ancoratge per a barres corrugades aïllades

En una peça es distingeixen dues zones I i II, de bona adherència i d'adherència deficient .



Patilla normalitzada



Per a barres en la posició I: $l_{bI} = m \cdot \phi^2 \geq \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi$, 15 cm, 10$\phi$ (bona adherència)

Per a barres en la posició II: $l_{bII} = 1{,}4 \cdot m \cdot \phi^2 \geq \frac{f_{yk}}{14} \cdot \phi$, 15 cm, 10$\phi$ (adherència deficient)

essent:

ϕ = diàmetre de la barra en centímetres.

f_{yk} = límit elàstic garantitzat de l'acer, en N/mm²:

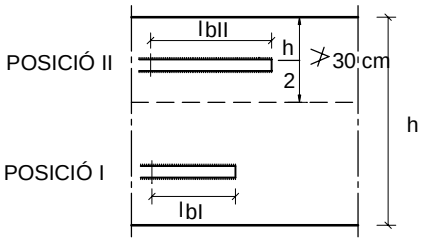
m = coeficient numèric, amb els valors indicats a la taula següent, en funció dels materials.

Resistència característica del formigó (N/mm²)	m	
	B 400 S	B 500 S
20	14	19
25	12	15
30	10	13
35	9	12
40	8	11
45	7	10
50	7	10

Els ancoratges en patilla, ganxo o ganxo en U, de les barres corrugades en tracció, permeten reduir-ne la longitud- a l_{neta} = 0,7 $l_b \geq 10 \cdot \phi$, 15 cm, sempre que el recobriment de formigó perpendicular al pla de doblatge de la barra sigui superior a $3 \cdot \phi$.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Taula de longituds d'ancoratges per prolongació recta de les barres corrugades aïllades (cm)



Quan l'ancoratge d'una barra traccionada es realitzi amb terminació en patilla, ganxo o ganxo en U, es pot reduir la seva longitud al 70 % de les especificades en aquesta taula, sempre que el recobriment de formigó perpendicular al pla de doblatge de la barra sigui superior a $3 \cdot \phi$.

ϕ	B 400 S				B 500 S			
	H-25		H-30		H-25		H-30	
	l_{bI}	l_{bII}	l_{bI}	l_{bII}	l_{bI}	l_{bII}	l_{bI}	l_{bII}
6	15	18	15	18	15	22	15	22
8	16	23	16	23	20	29	20	29
10	20	29	20	29	25	36	25	36
12	24	35	24	35	30	43	30	43
14	28	40	28	40	35	50	35	50
16	32	46	32	46	40	58	40	58
20	48	68	40	58	60	84	52	73
25	75	105	63	89	94	132	83	114

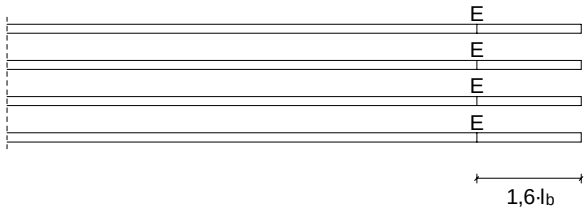
Ancoratge de grups de barres

Sempre que sigui possible, l'ancoratge dels grups de barres s'ha de fer per prolongació recta.

Quan hi ha dues o més barres en contacte, disminueix la superfície de contacte amb el formigó, per la qual cosa cal augmentar les longituds d'ancoratge segons el supòsit següent:

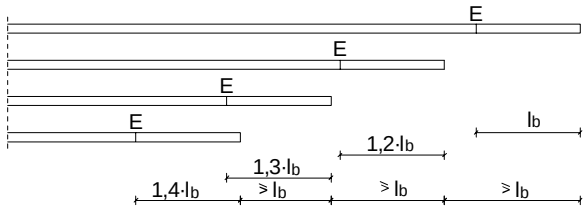
Quan totes les barres del grup deixen de ser necessàries a la mateixa secció, la longitud d'ancoratge de les barres serà com a mínim:

- 1,3 l_b per grups de dues barres
- 1,4 l_b per grups de tres barres
- 1,6 l_b per grups de quatre barres



Quan totes les barres del grup deixen de ser necessàries en seccions diferents, la longitud d'ancoratge de les barres serà com a mínim:

- 1,2 l_b si va acompanyada d'una sola barra
- 1,3 l_b si va acompanyada de dues barres
- 1,4 l_b si va acompanyada de tres barres



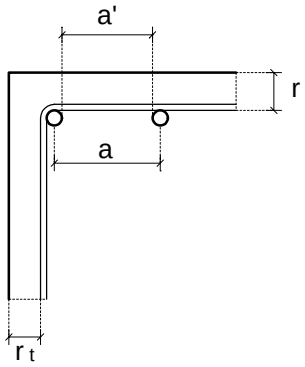
En cap cas, els extrems finals de les barres del mateix grup poden distar entre si menys de la longitud l_b.

E= secció en què deixa de ser necessària la barra
l_b= longitud d'ancoratge corresponent a una barra aïllada, depenent de la seva posició

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

7.7 Comprovacions generals de l'armadura en jàsseres o peces sotmeses a flexió

Armat longitudinal



$$r \geq \begin{cases} 3{,}0\ \text{cm} & \text{Ambient I} \quad \text{(interior sec)} \\ 3{,}5\ \text{cm} & \text{Ambient IIa} \quad \text{(interior humit)} \\ 4{,}0\ \text{cm} & \text{Ambient IIb} \quad \text{(exterior protegit)} \\ 4{,}5\ \text{cm} & \text{Ambient IIIa} \quad \text{(ambient marí)} \end{cases}$$

$$r_t \geq \phi\ \text{màx}$$

Si el control de l'obra és intens, els recobriments es poden reduir 5 mm, i en peces prefabricades, 10 mm.

$r \geq 5$ cm $\Rightarrow$ malla de repartiment

$$a' \geq \begin{cases} 2\ \text{cm} \\ \phi_{\text{màx}} \end{cases}$$

$a \leq 30$ cm

$$\text{T.M.A.} \leq \begin{cases} 0{,}8 \cdot a' \\ 0{,}8 \cdot r \quad \text{direc. formig. perp. armadura} \\ 1{,}25 \cdot r \quad \text{direc. formig. paral. armadura} \end{cases}$$

Armadura mínima $\begin{cases} \rho = \dfrac{A_s}{A_c}; \begin{cases} \rho \geq 0{,}0033, \text{acer B 400 S} \\ \rho \geq 0{,}0028, \text{acer B 500 S} \end{cases} \\ A_{stot} \cdot f_{yd} \geq 0{,}04 \cdot A_c \cdot f_{cd} \end{cases}$

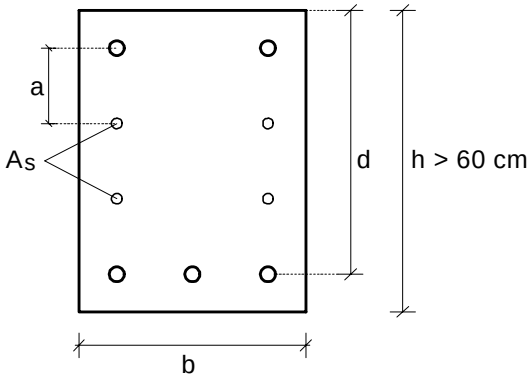
Armadura màxima aconsellable $A_{stot} \cdot f_{yd} \leq 0{,}6 \cdot A_c \cdot f_{cd}$

Armadura de pell

Quan h>60 cm, es col·locarà armadura a cada costat, a una distància ≤ 30 cm, i amb una quantia geomètrica ρ, de valor:

$$\rho = \frac{100 \cdot A_s}{b \cdot (2 \cdot d - h)} \geq 0{,}05$$

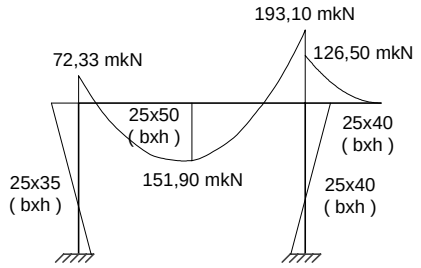
a≤30 cm



© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

7.8 Exemple. Armat de seccions a flexió simple

Diagrama de moments majorats del pòrtic 2 de l'estructura predimensionada al capítol 2. S'utilitzaran les mateixes dades generals del predimensionament. L'armadura longitudinal serà ϕ 20 mm.



Pòrtic principal (pòrtic 2)

Dades generals:

Formigó HA-25 $f_{ck} = 25$ N/mm²

Acer B 500 S $f_{yk} = 500$ N/mm²

$\gamma_c = 1{,}5$ $\gamma_s = 1{,}15$

Ambient IIa

Comprovació de quanties mínimes

- Voladís

$$\rho \geq 0{,}0028 \Rightarrow A_s = 0{,}0028 \cdot 25 \cdot 40 = 2{,}8\,cm^2 \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = 280 \cdot 500/1{,}15 = 121.739\,N = 121.74\,kN$$
$$A_s \cdot f_{yd} \geq 0{,}04 \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0{,}04 \cdot 250 \cdot 400 \cdot 25 / 1{,}5 = 66.666\,N = 66{,}67\,kN$$

La primera condició és la més restrictiva $\Rightarrow A_s \cdot f_{yd} \geq 121{,}74 \Rightarrow$ com a mínim 1ϕ20 mm

- Jàssera

$$\rho \geq 0{,}0028 \Rightarrow A_s = 0{,}0028 \cdot 25 \cdot 50 = 3{,}5\,cm^2 \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = 350 \cdot 500/1{,}15 = 152.174\,N = 152{,}17\,kN$$
$$A_s \cdot f_{yd} \geq 0{,}04 \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0{,}04 \cdot 250 \cdot 500 \cdot 25 / 1{,}5 = 83.333\,N = 83{,}33\,kN$$

La primera condició és la més restrictiva $\Rightarrow A_s \cdot f_{yd} \geq 152{,}17 \Rightarrow$ com a mínim 2ϕ20 mm

Armat longitudinal

- Voladís

$M_d = 126{,}5$ mkN; secció : 25x35 (bxd); $A_s f_{yd1\phi 20} = 136{,}59$ kN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{126{,}5 \cdot 10^6}{250 \cdot 350^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}248 \Rightarrow \omega = 0{,}305;\ \omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}305 \cdot 250 \cdot 350 \cdot \frac{25}{1{,}5} = 444.791\,N = 444{,}79\,kN \Rightarrow \text{Armament} : \frac{444{,}79\,kN}{136{,}59\,kN} = 3{,}25 \Rightarrow 4\phi 20$$

- Jàssera

- Secció esquerra: $M_d = 72{,}33$ mkN; secció : 25x45 (bxd); $A_s f_{yd1\phi 20} = 136{,}59$ kN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{72{,}33 \cdot 10^6}{250 \cdot 450^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}086 \Rightarrow \omega = 0{,}093;\ \omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}093 \cdot 250 \cdot 450 \cdot \frac{25}{1{,}5} = 174.375\,N = 174{,}38\,kN \Rightarrow \text{Armament} : \frac{174{,}38\,kN}{136{,}9\,kN} = 1{,}27 \Rightarrow 2\phi 20$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

- Secció central: $M_d = 151{,}9$ mkN; secció : 25x45 (bxd); $A_s f_{yd1\phi 20} = 136{,}59$ kN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{151{,}9 \cdot 10^6}{250 \cdot 450^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}18 \Rightarrow \omega = 0{,}205;\ \omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}205 \cdot 250 \cdot 450 \cdot \frac{25}{1{,}5} = 384.375\ \text{N} = 384{,}38\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament}: \frac{384{,}38\ \text{kN}}{136{,}9\ \text{kN}} = 2{,}8 \Rightarrow 3\phi 20$$

- Secció dreta: $M_d = 193{,}1$ mkN; secció : 25x45 (bxd); $A_s f_{yd1\phi 20} = 136{,}59$ kN

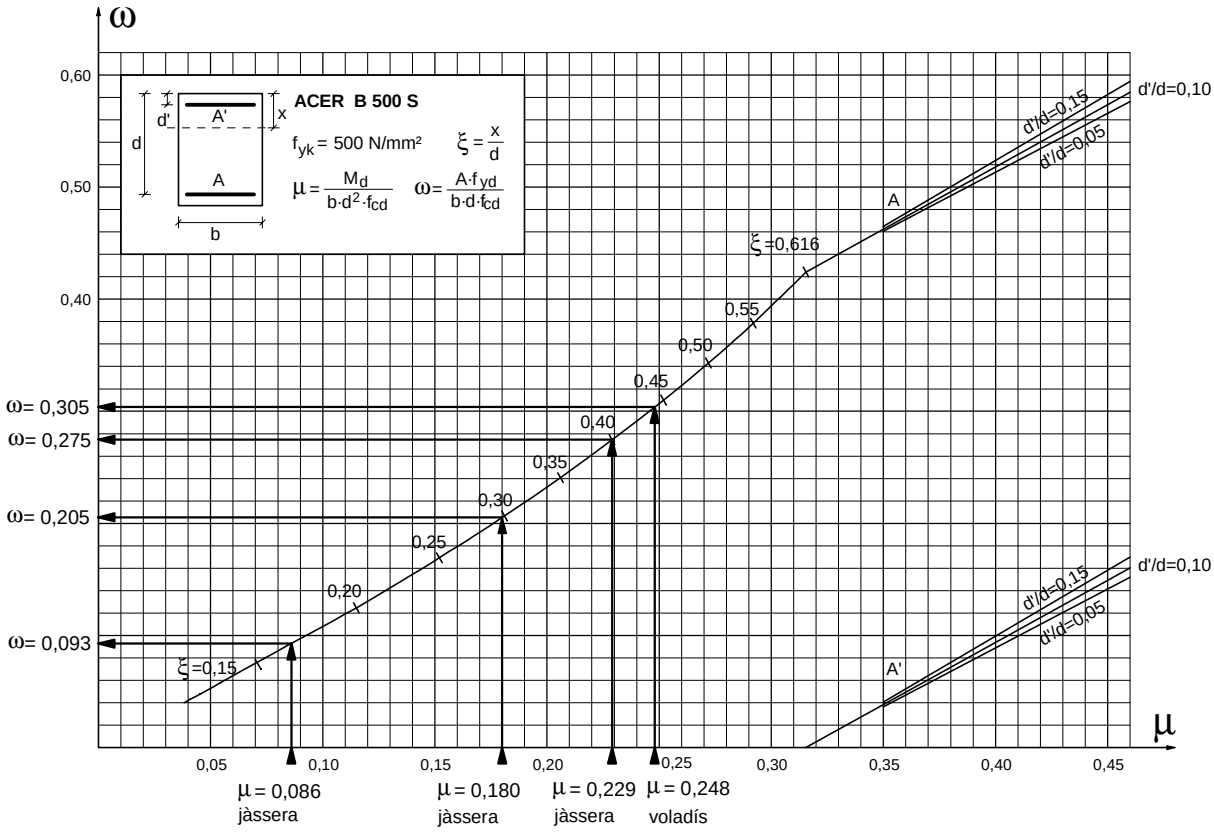
$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{193{,}1 \cdot 10^6}{250 \cdot 450^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}229 \Rightarrow \omega = 0{,}275;\ \omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}275 \cdot 250 \cdot 450 \cdot \frac{25}{1{,}5} = 515.625\ \text{N} = 515{,}63\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament}: \frac{515{,}63\ \text{kN}}{136{,}9\ \text{kN}} = 3{,}7 \Rightarrow 4\phi 20$$

Entrada al diagrama per a l'obtenció de l'armadura longitudinal

S'entra al diagrama amb els valors adimensionals dels moments i s'obté la quantia mecànica necessària.

Diagrama adimensional per a flexió simple



© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Moments resistits

- Voladís

$$A_s f_{yd\,4\phi 20} = 546{,}37 \text{ kN}$$

$$\omega = \frac{546{,}36 \cdot 10^3}{250 \cdot 350 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}375 \Rightarrow \mu = 0{,}29 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}29 \cdot 250 \cdot 350^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 148{,}02 \text{ mkN}$$

- Jàssera

- Secció esquerra: $A_s f_{yd\,2\phi 20} = 273{,}18$ kN

$$\omega = \frac{273{,}18 \cdot 10^3}{250 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}146 \Rightarrow \mu = 0{,}134 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}134 \cdot 250 \cdot 450^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 113{,}06 \text{ mkN}$$

- Secció central: $A_s f_{yd\,3\phi 20} = 409{,}77$ kN

$$\omega = \frac{409{,}77 \cdot 10^3}{250 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}219 \Rightarrow \mu = 0{,}190 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}190 \cdot 250 \cdot 450^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 160{,}31 \text{ mkN}$$

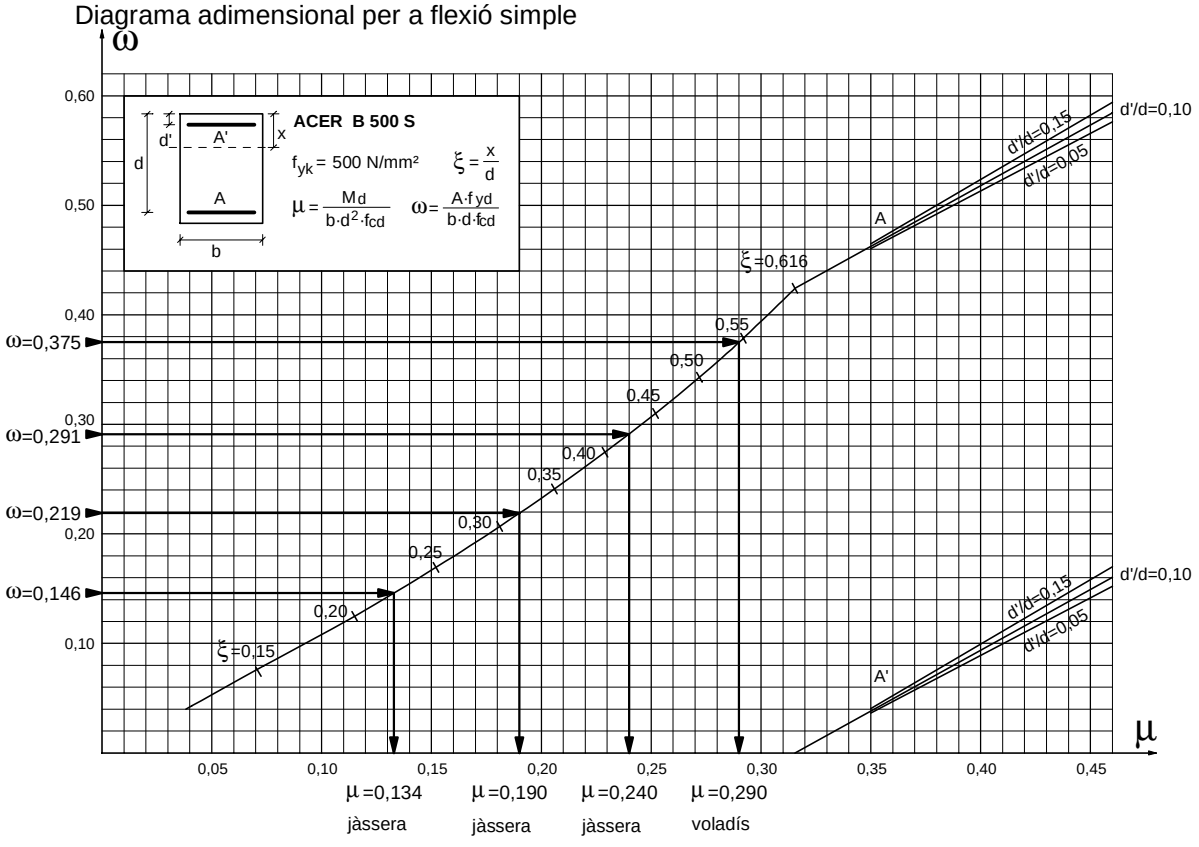
- Secció dreta: $A_s f_{yd\,4\phi 20} = 546{,}37$ kN

$$\omega = \frac{546{,}37 \cdot 10^3}{250 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}291 \Rightarrow \mu = 0{,}240 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}240 \cdot 250 \cdot 450^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 202{,}50 \text{ mkN}$$

Entrada al diagrama per a l'obtenció dels moments resistits per l'armadura longitudinal

S'entra al diagrama amb els valors de les quanties mecàniques que realment es col·loquen, i s'obtenen els valors adimensionals i, per tant, els valors dels moments resistits.

Diagrama adimensional per a flexió simple



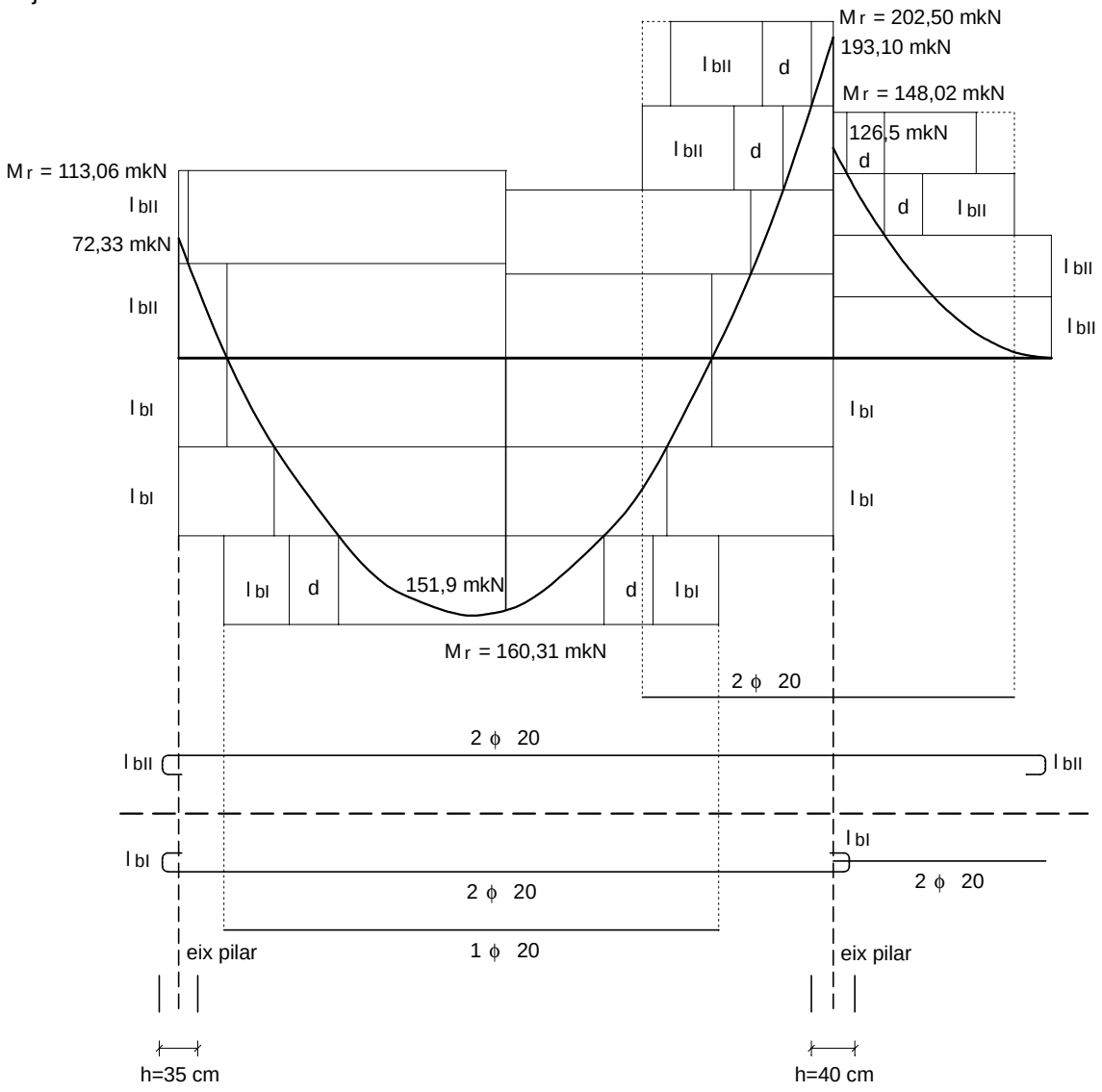
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Longituds d'ancoratge

$$\left.\begin{array}{l}\text{Formigó HA - 25}\\ \text{Acer B 500 S}\end{array}\right| \Rightarrow m = 15$$

$$l_{bI} = m \cdot \phi^2 = 60\,cm > \left|\begin{array}{l}\frac{500}{20}\cdot 2 = 50\,cm\\ 15\,cm\\ 10\cdot 2 = 20\,cm\end{array}\right. \qquad l_{bII} = 1{,}4 \cdot l_{bI} = 84\,cm > \left|\begin{array}{l}\frac{500}{14}\cdot 2 = 71{,}4\,cm\\ 15\,cm\\ 10\cdot 2 = 20\,cm\end{array}\right.$$

Especejament de les armadures



De l'armadura necessària per suportar el moment central de la jàssera, un terç s'ha de prolongar fins als eixos dels suports extrems (un dels rodons) i ancorar-la amb la longitud d'ancoratge corresponent, i un quart de l'armadura fins als eixos dels suports centrals, i ancorar-la amb la longitud d'ancoratge corresponent. En aquest cas s'acompleix, ja que són dos rodons els que van a tot el llarg de la peça i són ancorats degudament.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

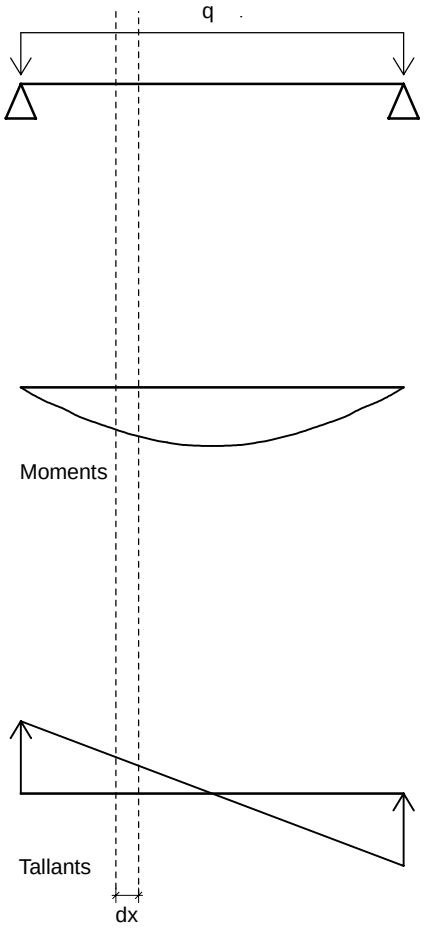
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

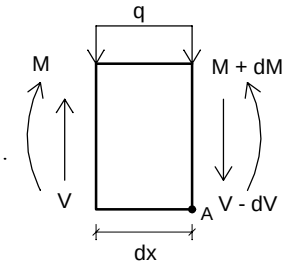
8 Esforç tallant

El comportament d'una peça de formigó armat enfront dels esforços transversals és molt complex, ja que depèn de moltes variables com són la forma de la secció, l'esveltesa de la peça, l'armadura longitudinal, l'adherència entre formigó i acer, el tipus de càrregues, etc.

8.1 Existència o aparició de l'esforç tallant

Donada una peça doblement recolzada, amb una càrrega uniformement repartida, si s'estudia l'equilibri d'una llesca d'amplada dx, es dedueix que el tallant és la derivada del moment.



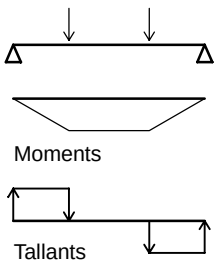


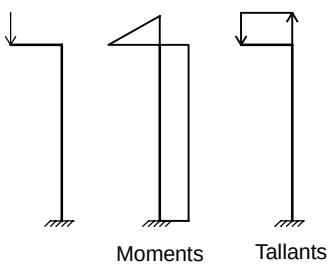
$$\Sigma M_A = 0$$

$$M+V\cdot dx-(q\cdot dx^2/2)-(M+dM)=0$$

$$V = \frac{dM}{dx}$$

El tallant apareix quan hi ha variació del moment al llarg de la peça.



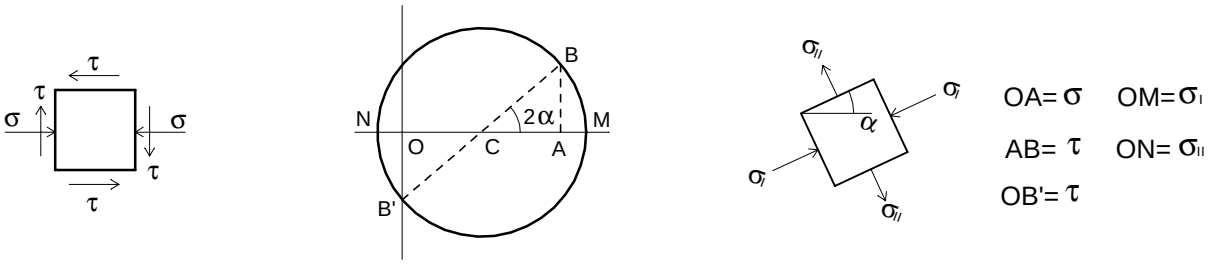


© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

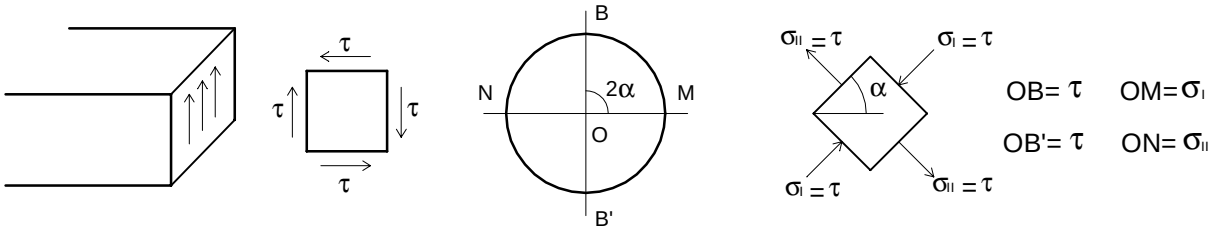
8.2 Efectes de l'esforç tallant

Les tensions tangencials inclinen les direccions de les tensions principals de tracció i compressió, respecte a la directriu de la peça.

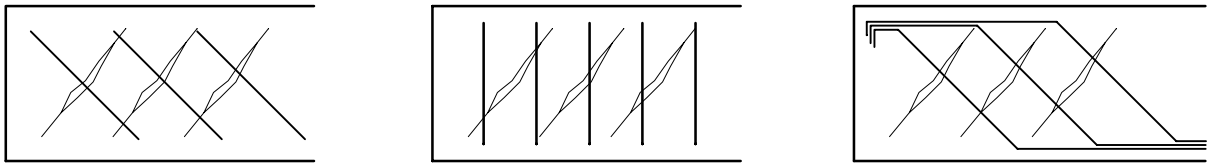
Coneixent el valor de les tensions, es poden determinar les tensions principals de tracció i compressió analíticament o mitjançant el cercle de Mohr.



Quan només actuen les tensions tangencials, les direccions de les tensions principals de tracció (σ_{II}) i de compressió (σ_I) són a 45º de la secció recta, amb els valors següents:



Les tensions de tracció fissuren la peça i, per tant, caldrà fer un cosit de les fissures amb armadures transversals. Aquest armat pot ser:



Estreps a 45º | Estreps a 90º | Barres aixecades

com a mínim la meitat de l'armadura transversal ha de ser amb estreps tancats.

8.3 Absorció de l'esforç tallant

Per absorbir l'esforç tallant analitzarem separadament la contribució del formigó i la de l'acer.

$$V_d = V_{cu} + V_s$$

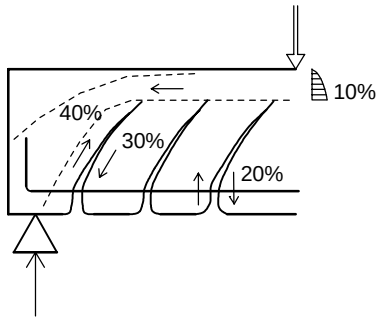
V_d = Tallant majorat
V_{cu}= Contribució del formigó
V_s = Contribució de l'acer

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Contribució del formigó

La secció de formigó, sense armadura transversal, pot suportar una part del tallant. La forma de resistir-lo, amb percentatges de resistències aproximades, és la següent:

Cap comprimit 10%
Rugositat de les fissures 30%
Biela inclinada a prop del recolzament 40%
Armadura longitudinal 20%



Un axial de compressió seria favorable ja que tendeix a tancar les fissures.

El valor d'aquest tallant, demostrat empíricament, sorgeix de l'expressió:

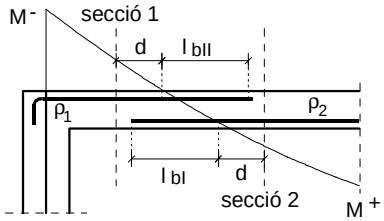
$$V_{cu} = \left[0{,}1 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_i \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} - 0{,}15 \cdot \sigma'_{cd} \right] \cdot b_o \cdot d$$

on:

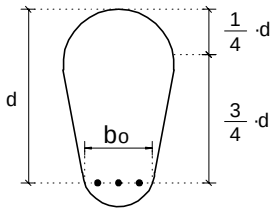
$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \quad \text{amb d en mm}$$

ρ_i=quantia de l'armadura traccionada, ancorada a una distància igual o més gran que d a partir de la secció d'estudi

$$\rho_i = \frac{A_s}{b_o \cdot d} \leq 0{,}02$$



$\sigma'_{cd} = \frac{N_d}{A_c}$; tensió axial a la secció (tracció positiva)



b_o= Base de la secció. Dimensió d'amplada més petita de la secció, dintre dels tres quarts d'un cantell útil, mesurat a partir de l'armadura traccionada.

Considerant d=0,9·h (h=d/0,9), s'obté que el segon terme de l'expressió de V_{cu} ($0{,}15 \cdot \sigma'_{cd} \cdot b_o \cdot d$) val:

$$0{,}15 \cdot \sigma'_{cd} \cdot b_o \cdot d = 0{,}15 \cdot \frac{N_d}{b_o \cdot (d/0{,}9)} \cdot b_o \cdot d = 0{,}135 \cdot N_d$$

Això vol dir que la resistència a tallant d'una secció de formigó augmenta en un 13,5% del valor de l'axial si és de compressió, i disminueix en la mateixa quantitat si és de tracció. En els casos habituals d'estructures d'edificació, el valor d'aquest axial és molt petit i, per tant, se'n pot menysprear l'efecte.

Sense tenir en compte l'efecte favorable de l'axial, quan és de compressió, la contribució del formigó a la resistència a l'esforç tallant serà:

$$V_{cu} = 0{,}1 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_i \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot b_o \cdot d$$

Quan la peça no té armadura a tallant, la seva resistència és 1,2 vegades més gran.

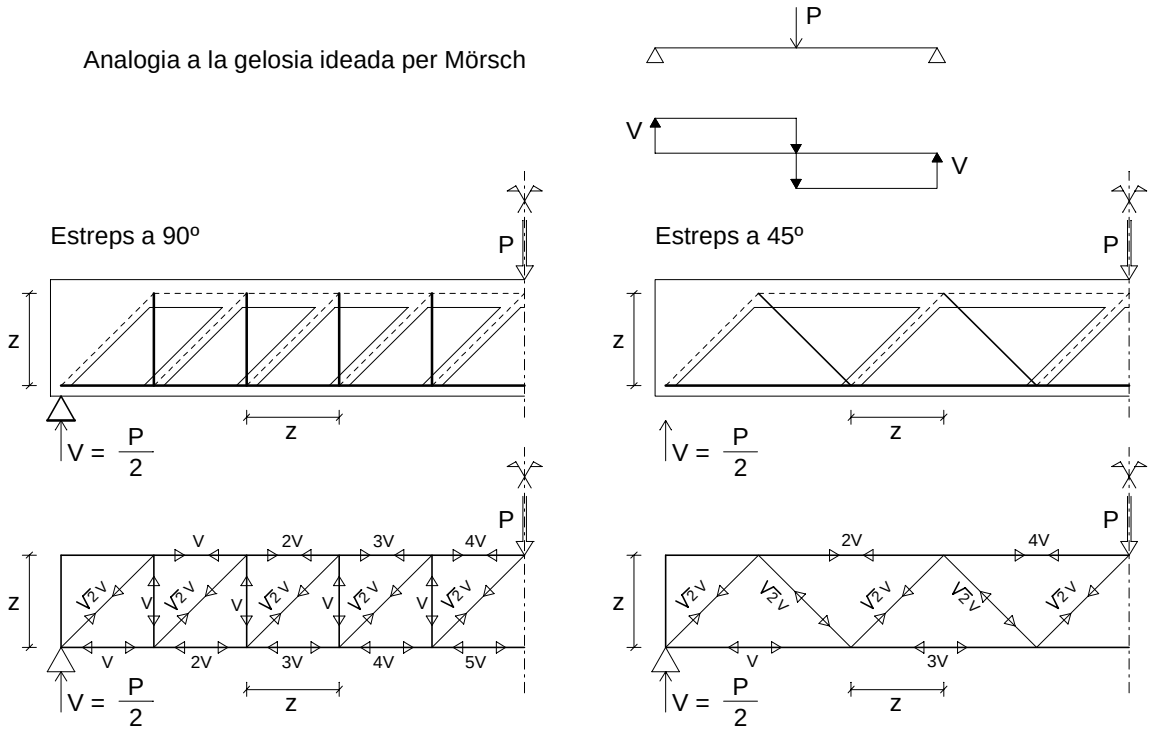
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Contribució de l'armadura

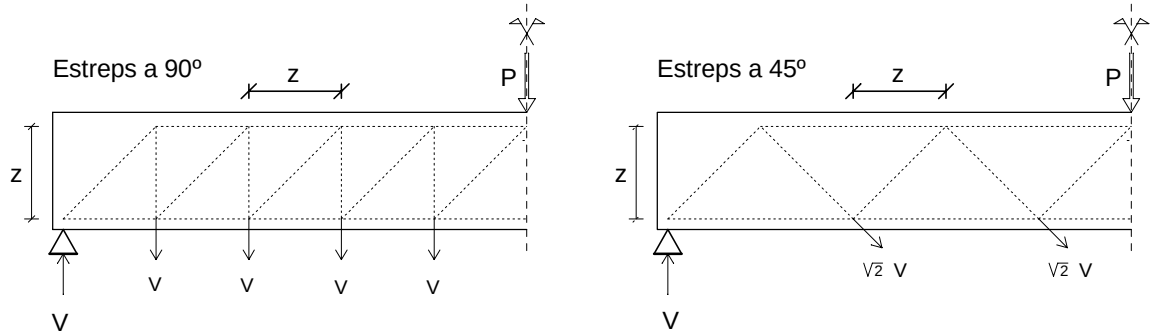
Si el tallant que ha de suportar una secció de formigó és més petit que el que pot resistir el formigó per si sol, sense armadura, només es col·loca l'armadura mínima constructiva, si no és així, el tallant que resta per absorbir l'haurà de suportar l'armadura transversal.

El mètode de càlcul d'aquesta armadura es basa en l'assimilació de la biga de formigó a una biga en gelosia formada pel cap comprimit de formigó com a cordó superior, l'armadura longitudinal traccionada com a cordó inferior, l'armadura transversal, vertical o amb qualsevol angle α, com a muntants traccionats i les diagonals de formigó comprimit, considerades a 45°, o qualsevol angle θ.

Analogia a la gelosia ideada per Mörsch



La càrrega arriba fins als recolzaments, traccionant als montants verticals amb una força de valor V si es consideren a 90°, i $\sqrt{2}\cdot V$ si és a 45°. Cal col·locar l'armadura necessària per absorbir-la.



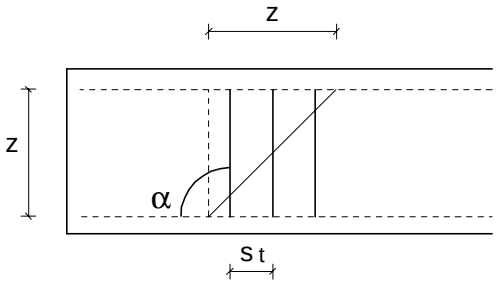
En el cas, per exemple, d'estreps a 90°, només caldria col·locar a cada distància z un estrep tal que, amb l'àrea d'acer A_s de les seves branques verticals, treballant a la seva màxima tensió, fos capaç d'absorbir la força V.

Tindríem, doncs, que $V=A_s\cdot f_{yd}$ essent A_s la suma de les àrees de totes les branques verticals de l'estrep.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

El tallant a les jàsseres sol ser gran i es necessiten moltes branques verticals, per la qual cosa, en lloc d'un sol estrep a cada distància z, es col·loca un nombre n d'estreps suficients per suportar-lo.

Estreps a 90º



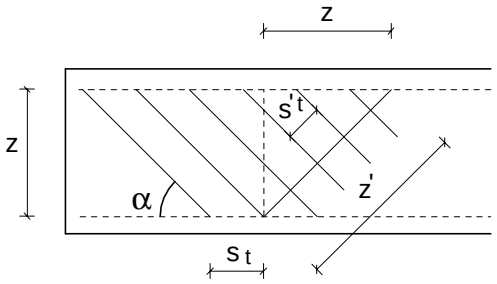
$V_s = n \cdot A_s \cdot f_{yd}$; (n = núm. d'estreps en z)

$$n = \frac{z}{s_t}$$

$$V_s = \frac{z}{s_t} \cdot A_s \cdot f_{yd}$$

$$z = 0{,}9 \cdot d \Rightarrow V_s = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_t}$$

Estreps a 45º



$$\sqrt{2} \cdot V_s = n \cdot A_s \cdot f_{yd}$$

$$n = \frac{z'}{s'_t}$$

$$\sqrt{2} \cdot V_s = \frac{z'}{s'_t} \cdot A_s \cdot f_{yd} \Rightarrow V_s = \frac{z'}{s'_t \cdot \sqrt{2}} \cdot A_s \cdot f_{yd}$$

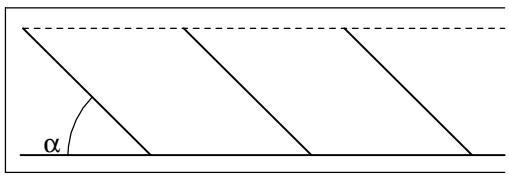
$$\left.\begin{array}{l} z' = \dfrac{z}{\sin 45^o} = \dfrac{2 \cdot z}{\sqrt{2}} \\ s't = \dfrac{st/2}{\cos 45^o} = \dfrac{s_t}{\sqrt{2}} \end{array}\right| \Rightarrow \frac{z'}{s't} = \frac{2 \cdot z/\sqrt{2}}{s_t/\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot z}{s_t} = \frac{2 \cdot 0{,}9 \cdot d}{s_t}$$

$$V_s = \frac{2 \cdot 0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_t \cdot \sqrt{2}} \Rightarrow V_s = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_t} \cdot \sqrt{2}$$

Els estreps inclinats a 45º absorbeixen més tallant que els verticals.

$$V_{s45^\circ} = \sqrt{2} \cdot V_{s90^\circ} = 1{,}41 \cdot V_{s90^\circ}$$

Expressió general per a qualsevol angle α.



$$V_s = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_t} \cdot \sin\alpha \, (\cot g\alpha + 1)$$ on:

A_s = Àrea de les branques verticals de l'estrep

$f_{yd} \leq 400$ N/mm²

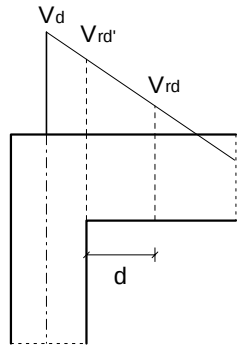
$$\cot g\alpha = \frac{1}{tg\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

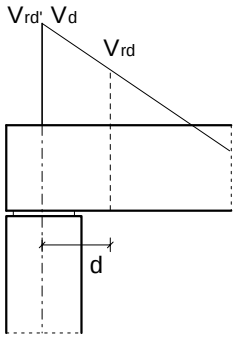
8.4 Comprovacions

Tal com s'ha vist, el tallant produeix tensions de compressió i de tracció. La compressió la suporta la secció de formigó i la tracció entre el formigó i l'acer.

S'han de comprovar les seccions més desfavorables, tant a compressió com a tracció. Quan el diagrama de tallant és uniforme (cas de la càrrega puntual), totes les seccions tenen el mateix tallant i, per tant, la mateixa tensió, però en el cas més usual amb un diagrama de tallants triangular (càrrega uniforme), les màximes tensions estan a prop dels suports extrems.



Jàssera encastada



Jàssera recolzada

En les dues comprovacions prèvies al càlcul de l'armat transversal (esgotament per compressió obliqua i tracció a l'ànima), compararem les capacitats de la secció no amb el valor màxim del diagrama de tallants, V_d, sinó amb els valors reduïts V_{rd} i $V_{rd'}$, segons el gràfic anterior.

Esgotament per compressió obliqua del formigó

Aquesta comprovació cal fer-la per assegurar que es pot aplicar la simulació de la gelosia de Mörsch, que considera el formigó treballant a compressió segons unes bieles obliqües. Per assegurar que el formigó podrà resistir aquest esforç cal garantir que:

$$V_{rd'} \leq V_{u1}$$

$V_{rd'}$= Esforç tallant efectiu, situat a la cara del pilar o a l'eix del recolzament, segons el cas. (Jàssera encastada o recolzada.)

V_{u1}= Esforç tallant d'esgotament per compressió obliqua del formigó, avaluat segons la següent expressió empírica:

Per als casos habituals, $V_{u1} = 0{,}6 \cdot f_{cd} \cdot b_o \cdot d \cdot \left(\frac{1 + \text{cotg}\alpha}{2} \right)$

$$\alpha = 90^o \Rightarrow V_{u1} = 0{,}3 \cdot f_{cd} \cdot b_o \cdot d$$
$$\alpha = 45^o \Rightarrow V_{u1} = 0{,}6 \cdot f_{cd} \cdot b_o \cdot d$$

Esgotament per tracció a l'ànima (armat de la secció)

Aquesta comprovació ens servirà per saber si el formigó sol absorbeix les traccions i l'armat transversal serà el mínim constructiu, o altrament, si cal calcular una quantia d'armat transversal.

$$V_{rd} \leq V_{u2}$$

V_{rd} = Esforç tallant efectiu, situat a una distància d'un cantell útil de la cara del pilar o de l'eix del recolzament, segons el cas. (Jàssera encastada o recolzada.)

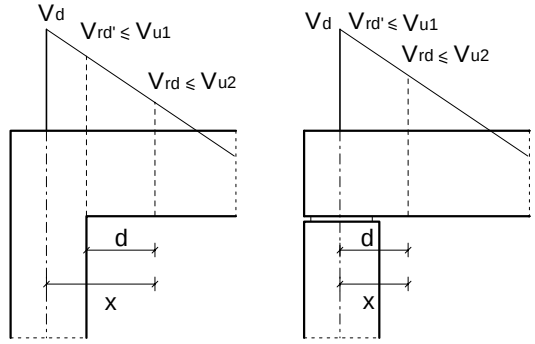
V_{u2}= Esforç tallant d'esgotament per tracció a l'ànima, de valor: $V_{u2} = V_{cu} + V_s$.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

8.5 Procés de càlcul

Comprovació de l'esgotament per compressió obliqua del formigó

$$V_{rd'} \le V_{u1} \; ; \quad V_{u1} = 0{,}6 \cdot f_{cd} \cdot b_o \cdot d \cdot \left(\frac{1 + \cot g\alpha}{2} \right)$$



Jàssera encastada Jàssera recolzada

Càlcul de l'esforç tallant efectiu (V_{rd})

$V_{rd} = V_d - q_d \cdot x$ (també es pot determinar per relació de triangles)

q_d = Càrrega exterior majorada
x = Distància des de l'eix del pilar o recolzament a la secció considerada

Càlcul de la contribució del formigó

$$V_{cu} = 0{,}1 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_i \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot b_o \cdot d$$

Càlcul de l'estrebat

Si $V_{cu} > V_{rd} \Rightarrow$ només cal l'estrebat mínim

Condicions bàsiques:

$$s_{tmín} \le \left| \begin{array}{l} 0{,}8 \cdot d \\ 30\ cm \\ \dfrac{A_s \cdot f_{yd}}{0{,}02 \cdot b \cdot f_{cd}} \rightarrow \end{array} \right| \begin{array}{l} A_s = \text{Àrea d'estreps verticals} \\ f_{yd} \le 400\ N/mm^2 \end{array}$$

Si existeix armadura longitudinal comprimida (armadura a flexió que es col·loca a la cara comprimida quan el moment és molt fort) cal complir també:

$$\phi_t \ge \frac{1}{4} \cdot \phi_{màx}$$
$$s_t \le 15 \cdot \phi_{mín}$$

En el cas que sigui $V_{rd} > 0{,}2 \cdot V_{u1}$, o $V_{rd} \ge 3{,}3 \cdot V_{cu}$, caldria comprovar altres condicions que demana la Instrucció espanyola del formigó (EHE), per tal d'assegurar un bon confinament del formigó sotmès a compressió obliqua, i per controlar adequadament la fisuració deguda a l'esforç tallant. Aquestes condicions podrien ser més restrictives en el cas de les jàsseres planes.

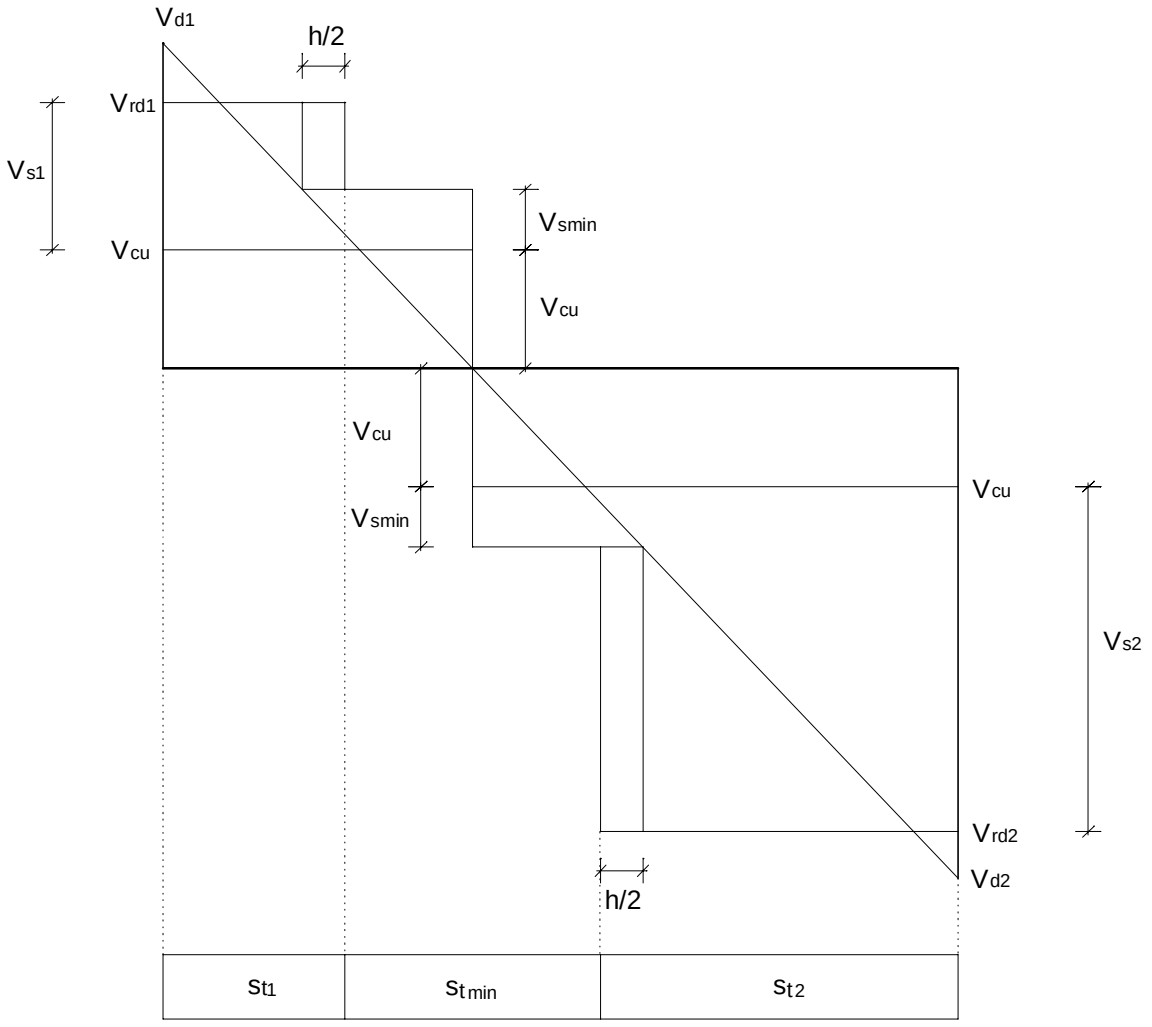
Si $V_{cu} < V_{rd} \Rightarrow$ Càlcul de l'estrebat

$$V_s = V_{rd} - V_{cu}; \quad s_t = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} \; ; \; V_{smín} = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_{tmín}}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

8.6 Zonificació de l'estrebat

Per tal de simplificar, quan el diagrama de tallants és triangular, considerem tan sols tres zones: una zona central amb l'estrebat mínim, i dues altres zones als extrems per absorbir els tallants més forts. Els estrebats més densos dels extrems, com a mesura de seguretat, es prolongaran una distància igual a mig cantell a partir de la secció on deixen de ser necessaris.



$$V_{s1} = V_{rd1} - V_{cu} \; ; \; s_{t1} = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_{s1}}$$

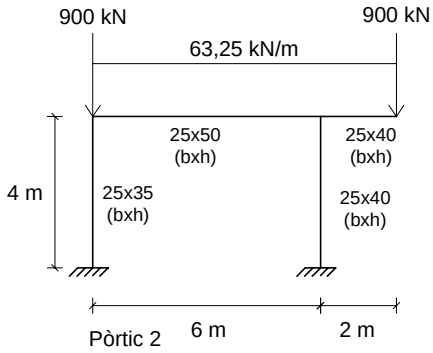
$$V_{s2} = V_{rd2} - V_{cu} \; ; \; s_{t2} = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_{s2}}$$

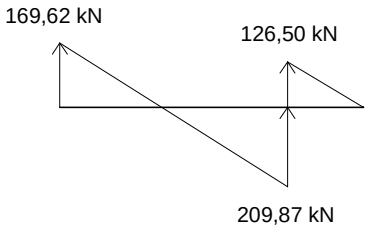
$$V_{smín} = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_{tmín}}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

8.7 Exemple. Armat de seccions a l'esforç tallant

Estat de càrregues majorades i diagrama de tallants majorats del pòrtic 2 de l'estructura predimensionada al capítol 2.





Dades generals :

Formigó HA-25 f_{ck} = 25 N/mm²

Acer B 500 S f_{yk} = 500 N/mm²

$\gamma_c = 1{,}5$ $\gamma_s = 1{,}15$

Ambient IIa

Armadura transversal α=90°, ϕ_t =8 mm

Comprovació de l'esgotament del formigó per compressió obliqua

- Voladís

$$V_{u1} = 0{,}3 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d = 0{,}3 \cdot \frac{25}{1{,}5} \cdot 250 \cdot 350 = 437.500\ \text{N} = 437{,}5\ \text{kN} > 126{,}50\ \text{kN}$$

- Jàssera

$$V_{u1} = 0{,}3 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d = 0{,}3 \cdot \frac{25}{1{,}5} \cdot 250 \cdot 450 = 526.500\ \text{N} = 526{,}5\ \text{kN} > \left| \begin{matrix} 169{,}62\ \text{kN} \\ 209{,}87\ \text{kN} \end{matrix} \right.$$

No és necessari el càlcul de $V_{rd'}$ (tallant a cara de pilar), ja que V_{u1} és més gran que el màxim valor del tallant.

Tallant efectiu de càlcul V_{rd} (tallant a una distància d'un cantell útil a la cara del pilar)

- Voladís

Vrd=126,5-63,25·(0,2+0,35)=91,71 kN

- Jàssera

- Secció esquerra

Vrd=169,62-63,25·(0,175+0,45)=130,09 kN

- Secció dreta

Vrd=209,87-63,25·(0,2+0,45)=168,76 kN

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Contribució del formigó

$$V_{cu} = 0{,}1 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_i \cdot f_{cd})^{1/3} \cdot b \cdot d$$

La quantia geomètrica ρ_i de l'armadura traccionada varia al llarg de la peça en les diferents seccions. Tant a la jàssera com al voladís, hi ha seccions amb 4 ϕ 20 mm i d'altres amb només 2 ϕ 20 mm. Per simplificar el càlcul, i pel costat de la seguretat, considerarem la secció menys armada, la que correspon als 2 ϕ 20 mm, que donarà una contribució.

- Voladís

$$\rho = \frac{6{,}283}{25 \cdot 35} = 0{,}00718$$

$$V_{cu} = 0{,}1 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{350}}\right) \cdot (100 \cdot 0{,}00718 \cdot 25)^{1/3} \cdot 250 \cdot 350 = 40.228\ \text{N} = 40{,}23\ \text{kN}$$

- Jàssera

$$\rho = \frac{6{,}283}{25 \cdot 45} = 0{,}00558$$

$$V_{cu} = 0{,}1 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{450}}\right) \cdot (100 \cdot 0{,}00558 \cdot 25)^{1/3} \cdot 250 \cdot 450 = 45.136\ \text{N} = 45{,}13\ \text{kN}$$

Càlcul de l'estrebat

Estrebat mínim. Separació màxima d'estreps

- Voladís

$$A_{s2\phi8} = 100{,}5\ \text{mm}^2;\ f_{yd} = \frac{500}{1{,}15} = 434{,}78 > 400 \Rightarrow f_{yd} = 400\ \text{N/mm}^2$$

$$s_{tmín} \leq \begin{cases} 0{,}8 \cdot d = 0{,}8 \cdot 35 = 28\ \text{cm} \Rightarrow \text{estrebat mínim } 2\phi8\ \text{mm c/28 cm} \\ 30\ \text{cm} \\ \dfrac{A_s \cdot f_{yd}}{0{,}02 \cdot b \cdot f_{cd}} = \dfrac{100{,}5 \cdot 400}{0{,}02 \cdot 250 \cdot 25/1{,}5} = 482\ \text{mm} = 48{,}2\ \text{cm} \end{cases}$$

- Jàssera

$$A_{s2\phi8} = 100{,}5\ \text{mm}^2;\ f_{yd} = \frac{500}{1{,}15} = 434{,}78 > 400 \Rightarrow f_{yd} = 400\ \text{N/mm}^2$$

$$s_{tmín} \leq \begin{cases} 0{,}8 \cdot d = 0{,}8 \cdot 45 = 36\ \text{cm} \\ 30\ \text{cm} \Rightarrow \text{estrebat mínim } 2\phi8\ \text{mm c/30 cm} \\ \dfrac{A_s \cdot f_{yd}}{0{,}02 \cdot b \cdot f_{cd}} = \dfrac{100{,}5 \cdot 400}{0{,}02 \cdot 250 \cdot 25/1{,}5} = 482\ \text{mm} = 48{,}2\ \text{cm} \end{cases}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Tallant absorbit per l'estrebat mínim i la secció de formigó

- Voladís

$$V_{smín} = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_{tmín}} = \frac{0,9 \cdot 350 \cdot 100,5 \cdot 400}{200} = 45.225\,N = 45,22\,kN$$

$V_{cu}+V_{smín}=40,23+45,22=85,45$ kN

- Jàssera

$$V_{smín} = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_{tmín}} = \frac{0,9 \cdot 450 \cdot 100,5 \cdot 400}{300} = 54.270\,N = 54,27\,kN$$

$V_{cu}+V_{smín}=45,13+54,27=99,40$ kN

Estrebat a les seccions més desfavorables (a un cantell útil de les cares dels pilars)

- Voladís

$$V_s = V_{rd} - V_{cu} = 91,71 - 40,23 = 51,48\,kN$$

$$s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0,9 \cdot 350 \cdot 100,5 \cdot 400}{51.480} = 245\,mm = 24,5\,cm \Rightarrow e = 2\,\phi\,8\,c/24\,cm$$

- Jàssera

- Secció esquerra

$$V_s = V_{rd} - V_{cu} = 130,09 - 45,13 = 84,96\,kN$$

$$s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0,9 \cdot 450 \cdot 100,5 \cdot 400}{84.960} = 191\,mm = 19,1\,cm \Rightarrow e = 2\,\phi\,8\,c/19\,cm$$

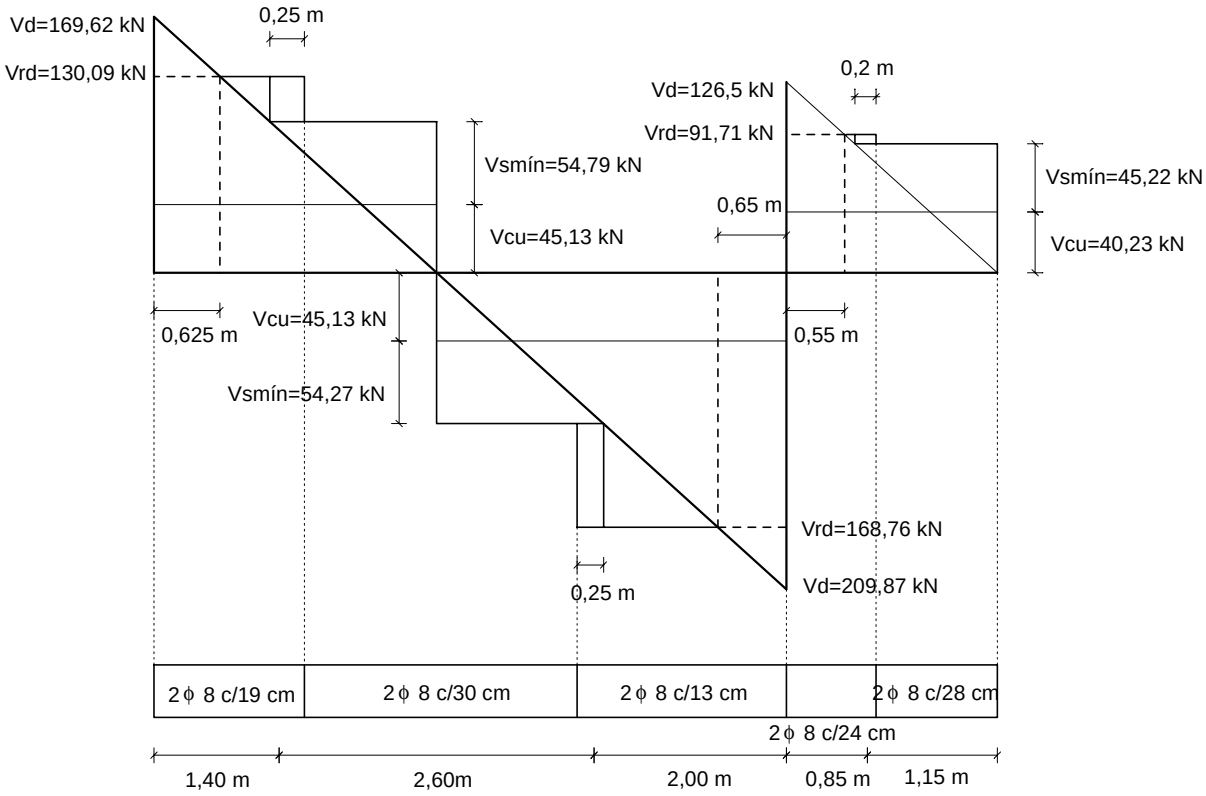
- Secció dreta

$$V_s = V_{rd} - V_{cu} = 168,76 - 45,13 = 123,63\,kN$$

$$s_t = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0,9 \cdot 450 \cdot 100,5 \cdot 400}{123.630} = 131\,mm = 13,1\,cm \Rightarrow e = 2\,\phi\,8\,c/13\,cm$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Zonificació de l'estrebat



Distància de l'estrebat mínim als eixos dels pilars

- Voladís

$$V_{cu} + V_{smín} = 85{,}45 \Rightarrow 126{,}5 - 63{,}25 \cdot x = 85{,}45 \Rightarrow x = 0{,}65\,\text{m} \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 0{,}65 + 0{,}2 = 0{,}85\,\text{m}$$

- Jàssera

  - Secció esquerra

$$V_{cu} + V_{smín} = 99{,}40 \Rightarrow 169{,}62 - 63{,}25 \cdot x = 99{,}40 \Rightarrow x = 1{,}11\,\text{m} \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 1{,}11 + 0{,}25 \approx 1{,}40\,\text{m}$$

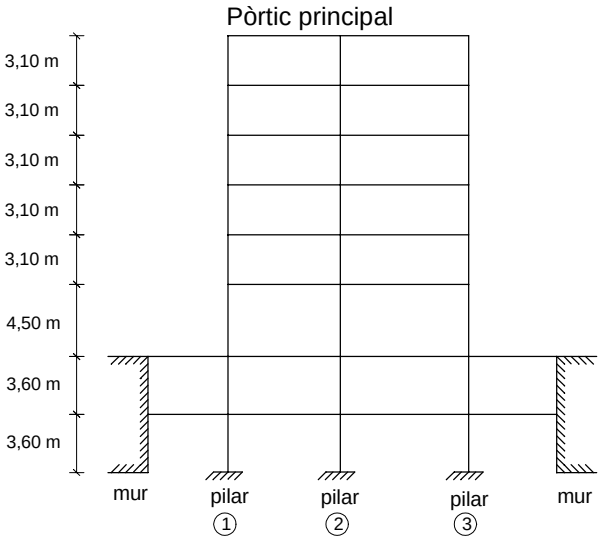
  - Secció dreta

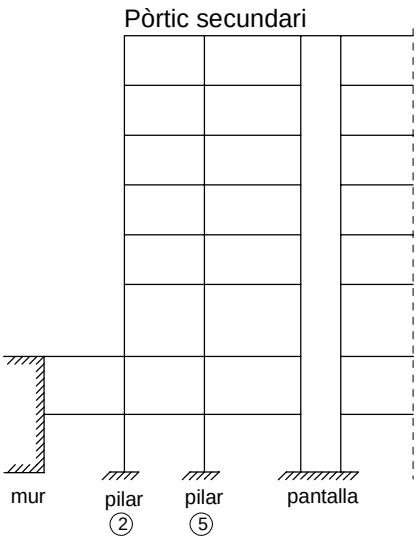
$$V_{cu} + V_{smín} = 99{,}40 \Rightarrow 209{,}87 - 63{,}25 \cdot x = 99{,}40 \Rightarrow x = 1{,}75\,\text{m} \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 1{,}75 + 0{,}25 \approx 2{,}00\,\text{m}$$

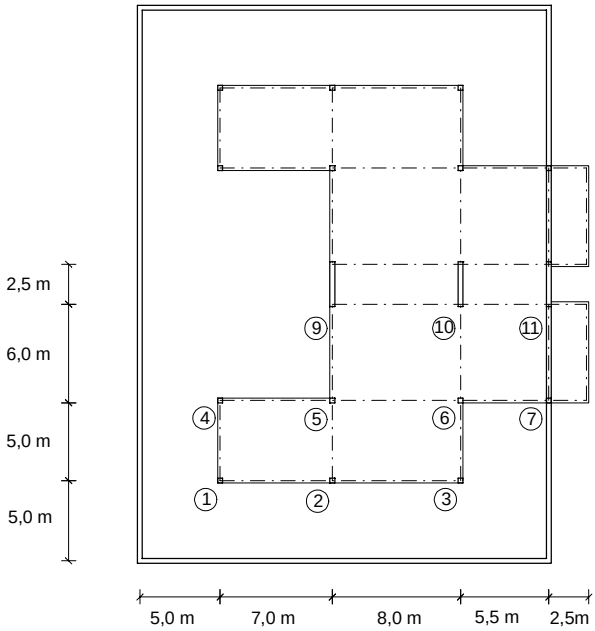
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9 Exemples d'aplicació

Tots els exemples que es desenvolupen en aquest capítol fan referència a elements, pilars o jàsseres de la següent estructura en planta i alçat:







Planta

Dades generals:

- Formigó HA-25 f_{ck} = 25 N/mm^2

  E_c = 27.264 N/mm^2 γ_c =1,5

- Acer B 500 S f_{yk} = 500 N/mm^2

  E_s =200.000 N/mm^2 γ_s =1,15

- Ambient I

- Càrrega superficial total 650 T/m^2 (valor característic).

- 60% de càrrega permanent, 40% càrrega variable.

- Pòrtics principals translacionals i pòrtics secundaris intranslacionals.

- Condició de partida: pilars i jàsseres de façana base = 30 cm.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.1 Pilar número 2, planta baixa

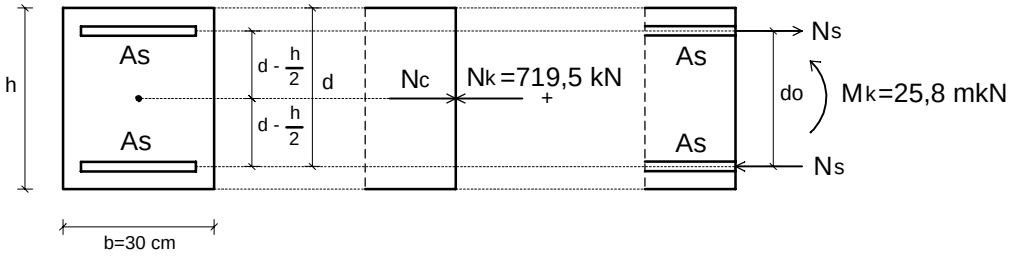
9.1.1 Predimensionament de la secció

Esforços característics predimensionats

En aquest llibre no tractem del predimensionament dels esforços, ni de la seva obtenció, per la qual cosa considerarem que els esforços majorats són els obtinguts mitjançant un programa d'ordinador (tipus Wineva o similar), i els característics predimensionats, els mateixos dividits per 1,6 (coeficient de majoració de càrregues que, per simplificar, utilitzarem en predimensionament).

Axial: N_k=71,95 T=719,5 kN (1151,3/1,6)
Moment: M_k=2,58 mT=25,8 mkN (41,2/1,6)

Equacions d'equilibri de la secció:



Considerem que d=0,9·h, aleshores les incògnites són A_s i h

$$h = \frac{N_d}{0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b} = \frac{719{,}5 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6}{0{,}85 \cdot (25/1{,}5) \cdot 300} = 270{,}9\ \text{mm} = 27{,}0\ \text{cm} \Rightarrow h = 30\ \text{cm}$$

Per tal de suportar l'axial, es necessita una secció de formigó de 30x30 cm^2. Ara es tracta de comprovar si aquesta secció pot resistir el moment, amb una quantia raonable, compresa entre la mínima i la màxima, i més aviat baixa per cobrir previsibles augments d'esforços deguts al guerxament, l'aparició d'esforços al pòrtic secundari, etc.

$$A_s = \frac{M_d}{0{,}8 \cdot h \cdot f_{yd}} = \frac{25{,}8 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6}{0{,}8 \cdot 300 \cdot 500/1{,}15} = 395{,}6\ \text{mm}^2 = 3{,}95\ \text{cm}^2 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 3\phi 14\ \text{mm}\ \ (4{,}62\ \text{cm}^2) \\ 2\phi 16\ \text{mm}\ \ (4{,}02\ \text{cm}^2) \end{array} \right.$$

Condicions de l'armadura

Armadura mínima: $A_s \geq 0{,}002 \cdot b \cdot h = 0{,}002 \cdot 300 \cdot 300 = 180\ \text{mm}^2 = 1{,}8\ \text{cm}^2 < 3{,}95\ \text{cm}^2$

Armadura màxima: $A_s \cdot f_{yd} \leq 0{,}5 \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0{,}5 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5 = 750.000\ \text{N}$

$$A_s = \frac{750.000}{500/1{,}15} = 1.725\ \text{mm}^2 = 17{,}25\ \text{cm}^2 > 3{,}95\ \text{cm}^2$$

En principi, el predimensionament és correcte, ja que la quantia requerida és superior a la mínima i inferior a la màxima, fins i tot per sota de la quantia mitjana. Aquest pilar seria del primer tipus a dins de les tres casuístiques exposades al punt 2.2 del capítol 2.

Aquest mètode és molt simplista ja que no te en compte els esforços del pòrtic secundari, ni els augments de moments deguts al guerxament.

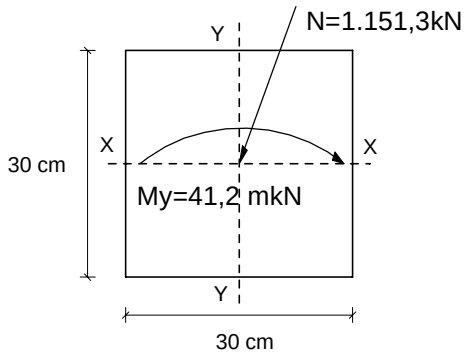
A les pàgines següents abordem el càlcul del mateix pilar amb diferents consideracions per tal de veure com incideixen els canvis en el seu comportament.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.1.2 Armat a flexió composta

Armat del pilar anterior (30x30 cm^2) sense tenir en compte el moment del pòrtic secundari ni l'efecte del guerxament.

Sol·licitació i excentricitats inicials



Esforços majorats a la planta baixa del pòrtic principal 1-2-3

Axial: N_d=1151,3 kN
Moment: M_d=41,2 mkN

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{41,2}{1.151,3} = 0,035\ m = 3,58\ cm$$
$$e_x = 0$$

Excentricitat mínima al pla del pòrtic principal:

$$e_{mín} \geq \left| \begin{array}{l} 2\ cm \\ \frac{h}{20} = \frac{30}{20} = 1,5\ cm \end{array} \right. \qquad e_y = 3,58\ cm > e_{mín} \Rightarrow M_y = 41,2\ mkN$$

Armat al moment del pla X-X. Pòrtic principal

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1151,3 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,767$$
$$\mu = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{41,2 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,09$$

$$\omega = 0,18;\ \omega = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = 0,18$$
$$A_{stot} \cdot f_{yd} = 0,180 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5 = 270.000\ N$$
$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{270\ kN}{2} = 135\ kN \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 3\,\phi\,12\ mm\ \ (147,5\ kN) \\ 2\,\phi\,16\ mm\ \ (174,8\ kN) \end{array} \right.$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 135\ kN \Rightarrow A_s = \frac{135.000}{500/1,15} = 310,5\ mm^2 = 3,1\ cm^2$$

L'armat resultant és similar al predimensionament (A_s=3,95 cm^2), fins i tot una mica per sota. En la mesura que augmentin les sol·licitacions, les dimensions o armadures necessàries s'allunyaran de les predimensionades.

Armat al moment del pla Y-Y. Pòrtic secundari:

Tot i que no estem considerant cap moment en aquest pla, cal comprovar que l'armat anterior és capaç de suportar el moment mínim resultant de considerar l'axial actuant amb l'excentricitat mínima.

$$e_{mín} \geq \left| \begin{array}{l} 2\ cm \\ \frac{h}{20} = \frac{30}{20} = 1,5\ cm \end{array} \right. ; \quad e_x = 0 < e_{mín} \Rightarrow M_x = N \cdot e_{mín} = 1151,3 \cdot 0,02 = 23,03\ mkN$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1151,3 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,767$$
$$\mu = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{23,03 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,05$$

$$\omega = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = 0,06$$
$$A_{stot} \cdot f_{yd} = 0,06 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5 = 90.000\ N$$
$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{90\ kN}{2} = 45\ kN \Rightarrow 1\phi\,12\ mm\ \ (49,17\ kN)$$

Amb els dos rodons de les cantonades en tenim prou per suportar el moment mínim del pòrtic secundari.

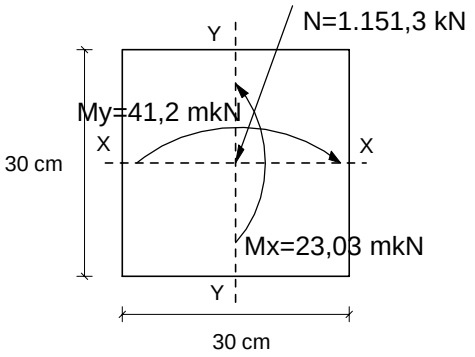
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.1.3 Armat a flexió esbiaixada

Armat del mateix pilar sense tenir en compte l'efecte del guerxament, però sí el moment majorat del pòrtic secundari, de valor M_d=6,2 mkN.

Tal com s'ha comprovat en el punt anterior, el moment del pòrtic principal és superior al moment mínim, però no és així en el pòrtic secundari. Caldrà considerar en aquest pla, per tant, el moment mínim trobat abans (23,03 mkN). De fet, són els mateixos esforços que a l'apartat anterior i, per tant, l'armat trobat és vàlid, però ara s'armarà considerant la seva actuació de manera simultània en tots dos plans per tal de veure'n les diferències.

Esquema de sol·licitacions:



$$\left.\begin{aligned} \frac{M_x}{h_x} &= \frac{23,03}{0,3} = 76,76\ \text{kN} \\ \frac{M_y}{h_y} &= \frac{41,2}{0,3} = 137,33\ \text{kN} \end{aligned}\right| \Rightarrow \text{armat a quatre cares}$$

L'armat òptim és a quatre cares, o en tot cas a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic principal, ja que el moment amb relació al cantell, en aquest pla, és quasi el doble que el moment amb relació al cantell de l'altre. Per tal de comparar els resultats obtinguts al punt anterior, s'armarà a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic principal.

De la lectura de l'àbac en roseta per a flexió esbiaixada, armadura a dues cares, d'=0.10·h podem extreure'n els resultats següents:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1151,3 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,767$$

$$\mu_y = \frac{M_{yd}}{A_c \cdot h_y \cdot f_{cd}} = \frac{41,2 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,09 = \mu_a$$

$$\mu_x = \frac{M_{xd}}{A_c \cdot h_x \cdot f_{cd}} = \frac{23,0 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,05 = \mu_b$$

$$\left.\begin{aligned} &\nu = 0,6 \Rightarrow \text{segons l'àbac roseta } \omega \approx 0,10 \\ &\nu = 0,8 \Rightarrow \text{segons l'àbac roseta } \omega \approx 0,28 \\ &\text{interpolant, per a } \nu = 0,767 \Rightarrow \omega \approx 0,25 \end{aligned}\right|$$

El valor de ν dóna 0,767 i, per tant, es llegeix als quadrants de ν=0,6 i ν=0,8, per obtenir els corresponents valors de quantia mecànica ω i després interpolar per al valor de ν=0,767.

Coneixent ω es pot determinar la capacitat mecànica d'armadura total:

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = \omega \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0,25 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5 = 375.000\ \text{N} = 375\ \text{kN} \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = \frac{375}{2} = 187,5\ \text{kN}$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 187,5\ \text{kN} \Rightarrow \left|\begin{aligned} &4\phi 12\ \text{mm}\ (196,69\ \text{kN}) \\ &3\phi 14\ \text{mm}\ (200,7\,9\ \text{kN}) \\ &3\phi 16\ \text{mm}\ (262,26\ \text{kN}) \end{aligned}\right| \Rightarrow$$

En aquest cas, es necessita un rodó més per cara si s'utilitza l'àbac roseta en lloc del de flexió composta (4ϕ12 mm en lloc de 3ϕ12 mm).

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

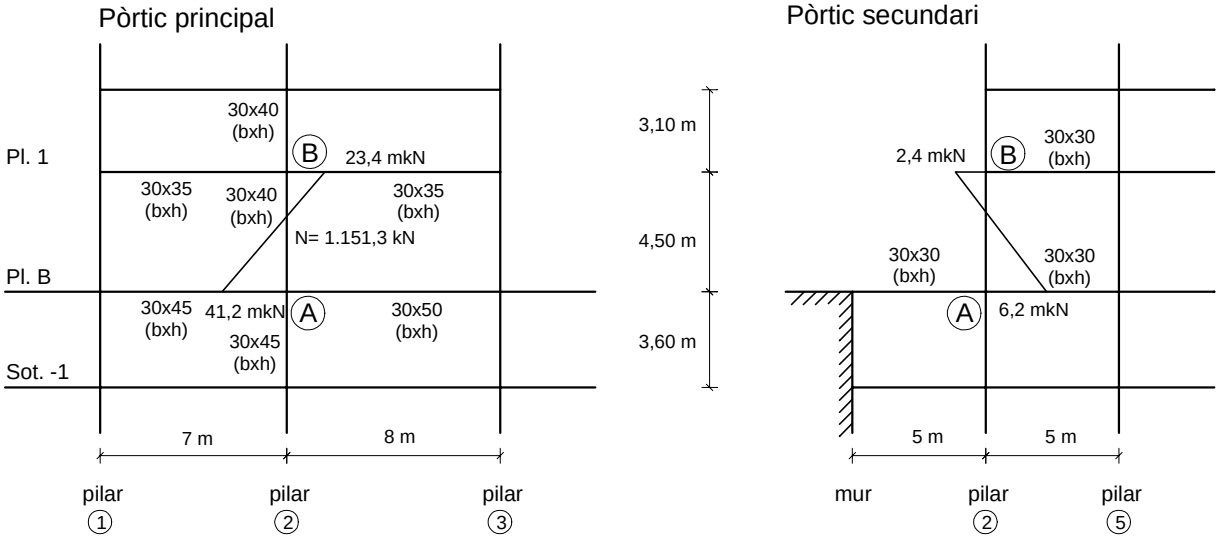
9.1.4 Armat a flexió esbiaixada amb guerxament

En el càlcul de l'armat del pilar número 2, a la planta baixa hem vist fins ara que, en el predimensionament, l'armadura necessària és molt semblant que en l'armat amb l'àbac de flexió composta, fins i tot considerant el moment mínim que produeix l'excentricitat mínima o accidental en el pòrtic secundari. En aquest exemple, el moment al pòrtic secundari és tan petit que a efectes de càlcul és com si no hi fos. Es considera el moment mínim.

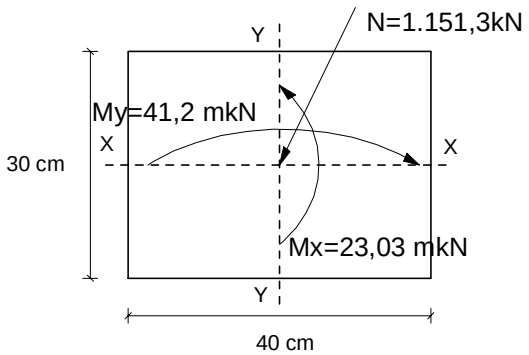
Amb els mateixos esforços, utilitzant l'àbac roseta, ha donat més armadura que amb l'àbac de flexió composta.

Afegim ara la consideració de la deformació de segon ordre per efecte del guerxament. Si considerem, en principi, les mateixes dades de partida que en iniciar aquest exemple, en aquest cas, ens trobarem que l'augment dels moments que cal tenir en compte és tan important que l'armat necessari és excessiu, superior a la quantia màxima admissible. Per tant, cal augmentar les dimensions de la secció per fer possible l'armat.

Les noves dades dimensionals considerades per aquest pilar són 30x40 (bxh), i la resta d'elements es consideren segons el que s'indica en el gràfic adjunt.



Sol·licitació i excentricitats inicials



$$e_x = e_{mín} = 2\,cm$$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{41,2}{1.151,3} = 0,0358\,m = 3,58\,cm$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Anàlisi del guerxament al Pòrtic principal
(Pòrtic translacional o desplaçable a partir de la planta baixa)

$$\psi_B = \frac{4\cdot E\cdot I_{30\cdot 40}/450 + 4\cdot E\cdot I_{30\cdot 40}/310}{4\cdot E\cdot I_{30\cdot 35}/700 + 4\cdot E\cdot I_{30\cdot 35}/800} = 3{,}0 \qquad \alpha = \sqrt{\frac{7{,}5 + 4\cdot(3{,}04+1{,}38) + 1{,}6\cdot 3{,}04\cdot 1{,}38}{7{,}5+(3{,}04+1{,}38)}} = 1{,}64$$

$$\psi_A = \frac{4\cdot E\cdot I_{30\cdot 40}/450 + 4\cdot E\cdot I_{30\cdot 45}/360}{4\cdot E\cdot I_{30\cdot 45}/700 + 4\cdot E\cdot I_{30\cdot 50}/800} = 1{,}38 \qquad \lambda_g = \frac{l_o}{h} = \frac{1{,}64\cdot 450}{40} = \frac{738}{40} = 18{,}45 > 10 \Rightarrow \text{Guerxa}$$

Excentricitat addicional i moment final

e_0=3,58 cm (pòrtic translacional $\Rightarrow$ valor més gran de les excentricitats)
β_y=1 (armat a les dues cares perpendiculars al pla considerat)
ε=0,003 (axial quasi permanent < 70% de l'axial total)
ε_y=0,00217 (armat B-500-S)
$\Rightarrow$ K=0,000401

$$e_a = K\cdot\frac{h+20\cdot e_o}{h+10\cdot e_o}\cdot\frac{L_0^2}{h} = 0{,}000401\cdot\frac{40+20\cdot 3{,}58}{40+10\cdot 3{,}58}\cdot\frac{738^2}{40} = 8{,}04 \text{ cm}$$

$$e_{tot} = e_0 + e_a = 3{,}58 + 8{,}04 = 11{,}62 \text{ cm}; \Rightarrow M_{tot} = N\cdot e_{tot} = 1151{,}3\cdot 0{,}1162 = 133{,}78 \text{ mkN}$$

Anàlisi del guerxament al Pòrtic secundari

(Pòrtic intranslacional o indesplaçable)

$$\psi_B = \frac{4\cdot E\cdot I_{40\cdot 30}/450 + 4\cdot E\cdot I_{40\cdot 30}/310}{4\cdot E\cdot I_{30\cdot 30}/500} = 3{,}63 \qquad \alpha = \frac{0{,}64 + 1{,}4\cdot(3{,}63+1{,}78) + 3\cdot 3{,}63\cdot 1{,}78}{1{,}28 + 2\cdot(3{,}63+1{,}78) + 3\cdot 3{,}63\cdot 1{,}78} = 0{,}88$$

$$\psi_A = \frac{4\cdot E\cdot I_{40\cdot 30}/450 + 4\cdot E\cdot I_{45\cdot 30}/360}{4\cdot E\cdot I_{30\cdot 30}/500 + 4\cdot E\cdot I_{30\cdot 30}/500} = 1{,}78 \qquad \lambda_g = \frac{l_o}{h} = \frac{0{,}88\cdot 450}{30} = \frac{396}{30} = 13{,}2 > 10 \Rightarrow \text{Guerxa}$$

Els moments al cap i al peu del pilar tenen valors diferents, essent l'últim el més gran. En ser l'estructura intranslacional segons aquest pla, es pot considerar com a excentricitat inicial o equivalent el 60% del valor més gran menys el 40% del valor més petit (excentricitats a cap i peu de pilar, de signes contraris), però en aquest cas, com que les dues excentricitats són inferiors a la mínima, es considera aquesta mínima coma excentricitat inicial a efectes de càlcul.

Excentricitat addicional i moment final

$e_0=e_{mín}$=2,00 cm
β_y=3 (armat a les dues cares paral·leles al pla considerat)
ε=0,003 (axial quasi permanent < 70% de l'axial total)
ε_y=0,00217 (armat B-500-S)
$\Rightarrow$K=0,000488

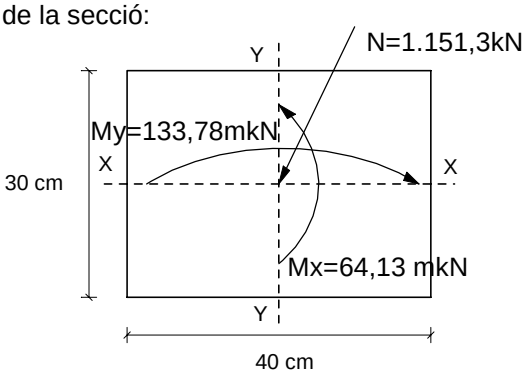
$$e_a = K\cdot\frac{h+20\cdot e_o}{h+10\cdot e_o}\cdot\frac{L_0^2}{h} = 0{,}000488\cdot\frac{30+20\cdot 2}{30+10\cdot 2}\cdot\frac{396^2}{30} = 3{,}57 \text{ cm}$$

$$e_{tot} = e_0 + e_a = 2{,}00 + 3{,}57 = 5{,}57 \text{ cm}; \Rightarrow M_{tot} = N\cdot e_{tot} = 1151{,}3\cdot 0{,}0557 = 64{,}13 \text{ mkN}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Sol·licitació final del pilar i disposició idònia de les armadures

És una sol·licitació de flexió esbiaixada, amb axial i dos moments, un a cadascun dels plans principals de la secció:



$$\frac{M_y}{hy} = \frac{133,78}{0,40} = 334,45 \text{ kN}$$

$$\frac{M_x}{hx} = \frac{64,13}{0,30} = 213,76 \text{ kN}$$

$\Rightarrow$ armat a quatre cares

La disposició recomanable de les armadures seria a quatre cares, ja que la relació entre moments i cantells en els dos plans no arriba a ser un el doble de l'altre. Però, de totes maneres, la relació moment/cantell del pòrtic principal és més important que en el secundari i, per tant, podem considerar bo el criteri de partida d'armar les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic principal.

Càlcul de l'armadura col·locada a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic principal.

De la lectura de l'àbac en roseta per a flexió esbiaixada, a dues cares, d'=0,10·h en treiem les dades següents:

$$\nu = \frac{1151,3 \cdot 10^3}{300 \cdot 400 \cdot 25/1,5} = 0,576 \approx 0,6 \qquad \nu = 0,4 \Rightarrow \text{segons àbac roseta } \omega \approx 0,40$$

$$\mu_y = \frac{133,78 \cdot 10^6}{300 \cdot 400^2 \cdot 25/1,5} = 0,167 = \mu_a \qquad \nu = 0,6 \Rightarrow \text{segons àbac roseta } \omega \approx 0,45$$

$$\mu_x = \frac{64,13 \cdot 10^6}{400 \cdot 300^2 \cdot 25/1,5} = 0,106 = \mu_b \qquad \text{Interpolant, per a } \nu = 0,576 \Rightarrow \omega \approx 0,444$$

Càlcul de l'armadura

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = \omega \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0,444 \cdot 300 \cdot 400 \cdot 25/1,5 = 888.000 \text{ N} = 888 \text{ kN} \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = \frac{888}{2} = 444 \text{ kN}$$

Aquesta capacitat mecànica requereix un armat de:

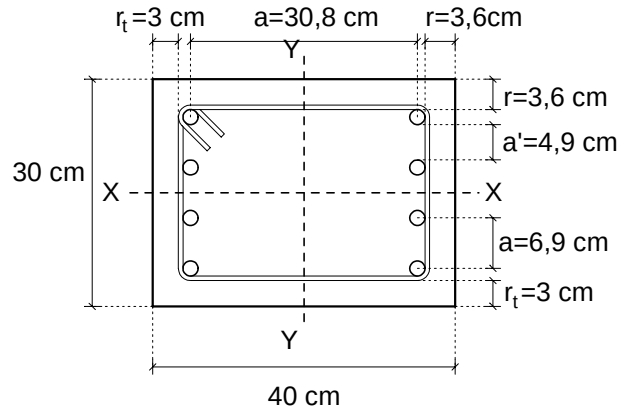
- 10 ϕ 12 mm per cara (20 ϕ en total) (491,73kN),
- 7 ϕ 14 mm per cara (14 ϕ en total) (468,51 kN),
- 6 ϕ 16 mm per cara (12 ϕ en total) (524,51 kN),
- 4 ϕ 20 mm per cara (8 ϕ en total) (546,36 kN).

Les solucions amb ϕ 12 o amb ϕ 14 són poc viables, ja que no acomplirien els requeriments de separació entre diàmetres. La solució amb ϕ 16 és viable, però molt ajustada i caldria col·locar un estrep addicional a més del cèrcol de caixa, per tal d'estrebar la meitat de les barres. La solució amb ϕ 20 és viable i no necessita cap estrep addicional.

Altres factors influiran en la tria de la solució, com la coherència amb la resta d'obra, la facilitat d'execució i control, l'economia, la disponibilitat en el mercat..., en el nostre exemple escollim la solució de 8 ϕ 20 mm.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Dibuix acotat de la secció



r=3,6 cm>3 cm Ambient I

rt=3 cm correcte

$$a' = 4{,}9\ \text{cm} > \left| \begin{array}{l} 2\ \text{cm} \\ \phi = 20\ \text{cm} \end{array} \right.$$

$$\text{T.M.A.} \leq \left| \begin{array}{l} 0{,}8 \cdot a' = 39\ \text{mm} \\ 0{,}8 \cdot r = 28\ \text{mm} \end{array} \right.$$

Per ser ambient I, totes les armadures (longitudinals i transversals) han de tenir un recobriment mínim de 30 mm. En haver triat ϕ 20, el recobriment mecànic serà de d' = 36 + 20/2 = 46,0 mm.

Segons els àbacs utilitzats, el recobriment mecànic hauria de ser de d' = 0,1·h, és a dir, 4 cm en el pla principal i 3 cm en el secundari. Els requeriments de recobriment obliguen a entrar l'armadura més cap a l'interior de la peça i això suposa una pèrdua de braç mecànic. És per aquest motiu que cal comprovar si l'armat triat finalment pot cobrir aquesta pèrdua de braç mecànic.

$A_s \cdot f_{yd}$ de càlcul x braç mecànic de càlcul ≤ $A_s \cdot f_{yd}$ necessària x braç mecànic real

Resultant de braç mecànic de càlcul: $\sqrt{36^2 + 27^2} = 45\ \text{cm}$

$A_s \cdot f_{yd}$ necessària x braç mecànic de càlcul = 444 kN·0,45 m = 199,8 mkN

Resultant de braç mecànic real: $\sqrt{35{,}4^2 + 25{,}4^2} = 43{,}57\ \text{cm}$

$A_s \cdot f_{yd}$ col·locada x braç mecànic real = 546,37 kN·0,43 = 238,04 mkN

Tot i haver-hi pèrdua de braç mecànic, l'escreix d'armadura col·locada respecte del que és estrictament necessari, cobreix la sol·licitació que es requereix.

Disposició de l'armat transversal (1 e ϕ 6 mm cada 30 cm)

$$\phi_t = 6\,\text{mm} \geq \left| \begin{array}{l} 6\,\text{mm} \\ \frac{1}{4} \cdot 20 = 5{,}0\,\text{mm} \end{array} \right. \qquad s_t \leq \left| \begin{array}{l} b = 30\,\text{cm} \\ 15 \cdot \phi = 15 \cdot 2 = 30\,\text{cm} \\ 30\,\text{cm} \end{array} \right. \rightarrow \text{estrebat} = 1\text{e}\ \phi 6\,\text{mm c/ } 30\,\text{cm}$$

Condicions d'armadura mínima

$$\rho = \frac{A_{stot}}{A_c} = \frac{25{,}13\,\text{cm}^2}{30 \cdot 40\,\text{cm}^2} = 0{,}020 > 0{,}004 \quad \Rightarrow \text{correcte}$$

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = 1.092{,}73\,\text{kN} > 0{,}1 \cdot N_d = 0{,}1 \cdot 1151{,}3 = 115{,}13\,\text{kN} \Rightarrow \text{correcte}$$

Condició d'armadura màxima (com ω<1, correcte)

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = 1.092{,}73\ \text{kN} < A_c \cdot f_{cd} = 300 \cdot 400 \cdot \frac{25}{1{,}5} = 2.000.000\ \text{N} = 2.000\,\text{kN}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

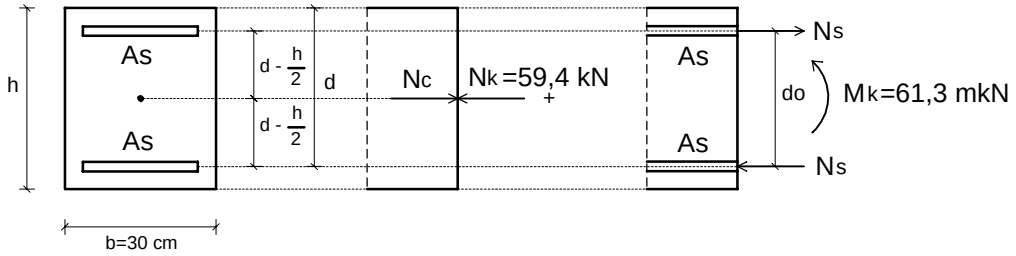
9.2 Pilar número 3, planta àtic

9.2.1 Predimensionament de la secció

Esforços característics predimensionats al pilar 3, planta àtic,

Axial: N_k=5,94 T=59,4 kN
Moment: M_k=6,13 mT=61,3 mkN

Equacions d'equilibri de la secció:



Considerem que d=0,9·h, aleshores les incògnites són A_s i h

$$h = \frac{N_d}{0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b} = \frac{59{,}4 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6}{0{,}85 \cdot (25/1{,}5) \cdot 300} = 22{,}36 \text{ mm} = 2{,}24 \text{ cm} \Rightarrow h = 30 \text{ cm}$$

Amb el cantell de 2,24 cm (inferior a la dimensió mínima que als pilars és de 25 cm), l'armadura necessària per suportar el moment de 61,3 mkN seria molt superior a la màxima admissible. Així doncs, cal augmentar el cantell de manera que l'armadura necessària, A_s, per absorbir el moment compleixi les condicions de quantia, llavors, la secció de formigó suportarà l'axial sense arribar a la màxima tensió. Aquest seria un pilar del segon tipus d'entre les tres casuístiques exposades al punt 2.2 del capítol 2.

En aquest cas, augmentem la secció a 30x30 cm^2 i ara comprovarem que l'armat se situa dins dels límits d'armat màxim i mínim.

$$A_s = \frac{M_d}{0{,}8 \cdot h \cdot f_{yd}} = \frac{61{,}3 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6}{0{,}8 \cdot 300 \cdot 500/1{,}15} = 939{,}93 \text{ mm}^2 = 9{,}40 \text{ cm}^2 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 3\phi 20 \text{ mm } (9{,}42 \text{ cm}^2) \\ 2\phi 25 \text{ mm } (9{,}82 \text{ cm}^2) \end{array} \right.$$

Condicions de l'armadura

Armadura mínima: $A_s \geq 0{,}002 \cdot b \cdot h = 0{,}002 \cdot 300 \cdot 300 = 180 \text{ mm}^2 = 1{,}8 \text{ cm}^2 < 9{,}4 \text{ cm}^2$

Armadura màxima: $A_s \cdot f_{yd} \leq 0{,}5 \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0{,}5 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5 = 750.000$

$$A_s = \frac{750.000}{500/1{,}15} = 1.725 \text{ mm}^2 = 17{,}25 \text{ cm}^2 > 9{,}40 \text{ cm}^2 \text{ N}$$

La quantia mecànica necessària obtinguda ($\omega = A_{tot} \cdot f_{yd} / A_c \cdot f_{cd}$=0,54) és una quantia mitjana que ens indica que el predimensionat de 30x30 cm^2 (b·h) és correcte.

En el predimensionament no s'ha tingut en compte el moment del pòrtic secundari, ni els augments de moments a causa del guerxament.

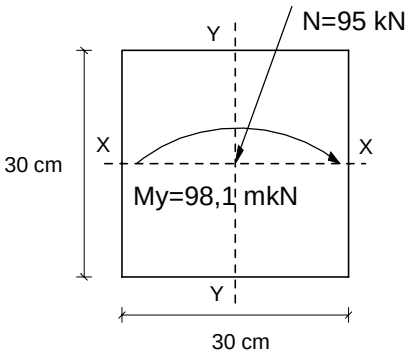
A les pàgines següents abordem el càlcul del mateix pilar amb diferents consideracions per tal de veure com incideixen els canvis en el seu comportament.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.2.2 Armat a flexió composta

Armat del pilar anterior (30x30 cm^2) sense tenir en compte el moment del pòrtic secundari ni l'efecte del guerxament.

Sol·licitació i excentricitats inicials



Esforços majorats a la planta baixa del pòrtic principal 1-2-3

Axial: N_d=95 kN
Moment: M_d=98,1 mkN

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{98,1}{95} = 1,033\ m = 103,3\ cm$$
$$e_x = 0$$

Excentricitat mínima al pla del pòrtic principal:

$$e_{mín} \geq \left| \begin{matrix} 2\ cm \\ \frac{h}{20} = \frac{30}{20} = 1,5\ cm \end{matrix} \right. \qquad e_y = 103,3\ cm > e_{mín} \Rightarrow M_y = 98,1 mkN$$

Armat al moment del pla X-X. Pòrtic principal

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{95 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,063$$
$$\mu = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{98,1 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,218$$

$$\omega = 0,53;\ \omega = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = 0,53$$
$$A_{stot} \cdot f_{yd} = 0,53 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5 = 795.000\ N$$
$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{795\ kN}{2} = 397,5\ kN \Rightarrow \left| \begin{matrix} 3\,\phi\,20\ mm\ \ (409,77\ kN) \\ 2\,\phi\,25\ mm\ \ (426,85\ kN) \end{matrix} \right.$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 397,5\ kN \Rightarrow A_s = \frac{397.500}{500/1,15} = 914,25\ mm^2 = 9,14\ cm^2$$

L'armat resultant és similar al predimensionament (A_s=9,4 cm^2), fins i tot una mica per sota. En la mesura que augmentin les sol·licitacions, les dimensions o armadures necessàries s'allunyaran de les predimensionades.

Armat al moment del pla Y-Y. Pòrtic secundari

Tot i que no estem considerant el moment en aquest pla, cal comprovar que l'armat anterior sigui capaç de suportar el moment mínim resultant de considerar l'axial actuant amb l'excentricitat mínima.

$$e_{mín} \geq \left| \begin{matrix} 2\ cm \\ \frac{h}{20} = \frac{30}{20} = 1,5\ cm \end{matrix} \right. ; \quad e_x = 0 < e_{mín} \Rightarrow M_x = N \cdot e_{mín} = 95 \cdot 0,02 = 1,9\ mkN$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{95 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,063$$
$$\mu = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{1,9 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,004$$

$$\omega = 0 \Rightarrow \text{armadura mínima}$$

Amb els dos rodons de les cantonades en tenim prou per suportar el moment mínim del pòrtic secundari.

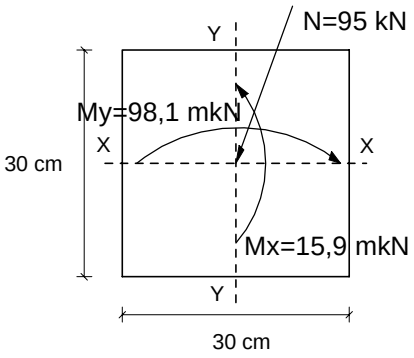
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.2.3 Armat a flexió esbiaixada

Armat del mateix pilar sense tenir en compte l'efecte del guerxament, però sí el moment majorat del pòrtic secundari, de valor M_d=15,9 mkN.

Aquest moment és superior al que produeix l'excentricitat mínima, calculat en el punt anterior, de valor 1,9 mkN. Així doncs, no es pot armar amb l'àbac de flexió composta, amb els dos moments per separat. Caldrà armar considerant l'actuació simultània en tots dos plans amb l'àbac en roseta per a flexió esbiaixada.

Esquema de sol·licitacions:



$$\left.\begin{aligned}\frac{M_x}{h_x}=\frac{15,9}{0,3}=53\ \text{kN}\\ \frac{M_y}{h_y}=\frac{98,1}{0,3}=327\ \text{kN}\end{aligned}\right| \Rightarrow \text{Armat a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic principal}$$

L'armat òptim és les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic principal, ja que el moment en relació amb el cantell, en aquest pla, és més gran del doble que el moment en relació amb el cantell del pòrtic secundari. S'armarà doncs en aquestes cares i es podrà comparar el resultat amb l'armat anterior.

De la lectura de l'àbac en roseta per a flexió esbiaixada, armadura a dues cares, d'=0.10·h podem extreure'n els resultats següents:

$$\left.\begin{aligned}\nu=\frac{N_d}{A_c\cdot f_{cd}}=\frac{95\cdot 10^3}{300\cdot 300\cdot 25/1,5}=0,063 &\quad \nu=0,0\Rightarrow \text{segons l'àbac roseta } \omega\approx 0,55\\ \mu_y=\frac{M_{yd}}{A_c\cdot h_y\cdot f_{cd}}=\frac{98,1\cdot 10^6}{300\cdot 300\cdot 300\cdot 25/1,5}=0,218=\mu_a &\quad \nu=0,2\Rightarrow \text{segons l'àbac roseta } \omega\approx 0,40\\ \mu_x=\frac{M_{xd}}{A_c\cdot h_x\cdot f_{cd}}=\frac{15,9\cdot 10^6}{300\cdot 300\cdot 300\cdot 25/1,5}=0,035=\mu_b &\quad \text{interpolant, per a } \nu=0,063\Rightarrow \omega\approx 0,50\end{aligned}\right|$$

El valor de ν dóna 0,063 i, per tant, es llegeix als quadrants de ν=0,0 i ν=0,2, per obtenir els corresponents valors de quantia mecànica ω i després interpolar per al valor de ν=0,063.

Coneixent ω es pot determinar la capacitat mecànica d'armadura total:

$$A_{stot}\cdot f_{yd}=\omega\cdot A_c\cdot f_{cd}=0,5\cdot 300\cdot 300\cdot 25/1,5=750.000\ \text{N}=750\ \text{kN}\Rightarrow A_s\cdot f_{yd}=\frac{750}{2}=375\ \text{kN}$$

$$A_s\cdot f_{yd}=187,5\ \text{kN}\Rightarrow \left|\begin{aligned}&5\phi 16\ \text{mm}\ (437,09\ \text{kN})\\ &3\phi 20\ \text{mm}\ (409,77\ \text{kN})\\ &2\phi 25\ \text{mm}\ (426,85\ \text{kN})\end{aligned}\right.$$

En aquest cas, la quantia necessària és molt similar a l'obtinguda al punt anterior.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

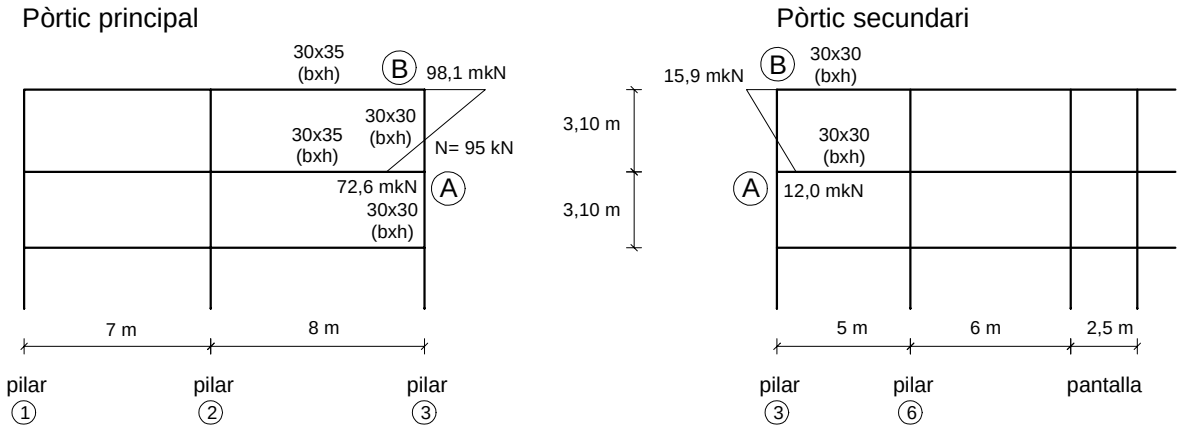
9.2.4 Armat a flexió esbiaixada amb guerxament

En el càlcul de l'armat del pilar número 3, a la planta àtic hem vist fins ara que, en el predimensionament, l'armadura necessària és molt semblant que l'armat amb l'àbac de flexió composta, tot i considerant el moment mínim que produeix l'excentricitat mínima o accidental en el pòrtic secundari.

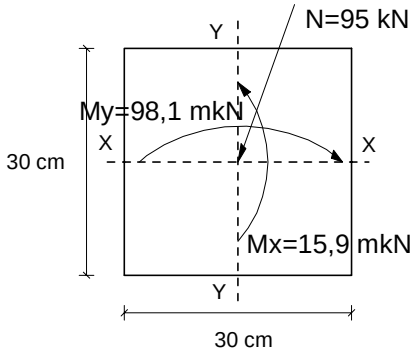
En aquest cas, el moment d'actuació al pòrtic secundari és superior al mínim i, per tant, s'ha d'armar amb l'àbac de flexió esbiaixada, considerant l'actuació simultània dels dos moments. Tot i així, l'armat és molt semblant a l'obtingut amb l'àbac de flexió composta, a causa probablement de la importància del moment del pòrtic principal respecte al del pòrtic secundari.

Afegim ara la consideració de la deformació de segon ordre per efecte del guerxament, que pot augmentar als valors dels moments i, per tant, invalidar l'armat anterior.

Les dades dimensionals considerades per aquest pilar són 30x30 (bxh), i la resta d'elements es consideren segons el que s'indica en el gràfic adjunt.



Sol·licitació i excentricitats inicials



$$e_x = \frac{M_x}{N} = \frac{15,9}{95} = 0,167\ \text{m} = 16,7\ \text{cm}$$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{98,1}{95} = 1,033\ \text{m} = 103,3\ \text{cm}$$

L'efecte del guerxament es considera quan l'esveltesa geomètrica del pilar és superior a 10. Aquesta depèn del coeficient α i, al seu torn, aquest depèn de les relacions de rigideses en els nusos superior i inferior del pilar, i de la desplaçabilitat de l'estructura. La comprovació es realitza en els dos plans.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Anàlisi del guerxament al Pòrtic principal

(Pòrtic translacional o desplaçable a partir de la planta baixa)

$$\psi_B = \frac{4 \cdot E \cdot I_{30\cdot30}/310}{4 \cdot E \cdot I_{30\cdot35}/800} = 1{,}63 \qquad \alpha = \sqrt{\frac{7{,}5 + 4 \cdot (1{,}63 + 3{,}25) + 1{,}6 \cdot 1{,}63 \cdot 3{,}25}{7{,}5 + (1{,}63 + 3{,}25)}} = 1{,}69$$

$$\psi_A = \frac{4 \cdot E \cdot I_{30\cdot30}/310 + 4 \cdot E \cdot I_{30\cdot30}/310}{4 \cdot E \cdot I_{30\cdot35}/800} = 3{,}25 \qquad \lambda_g = \frac{l_o}{h} = \frac{1{,}69 \cdot 310}{30} = \frac{523{,}9}{30} = 17{,}46 > 10 \Rightarrow \text{Guerxa}$$

Excentricitat addicional i moment final

e_0=103,3 cm (pòrtic translacional $\Rightarrow$ valor més gran de les excentricitats)
β_y=1 (armat a les dues cares perpendiculars al pla considerat)
ε=0,003 (axial quasi permanent < 70% de l'axial total)
ε_y=0,00217 (armat B-500-S)
$\Rightarrow$ K=0,000401

$$e_a = K \cdot \frac{h + 20 \cdot e_o}{h + 10 \cdot e_o} \cdot \frac{L_0^2}{h} = 0{,}000401 \cdot \frac{30 + 20 \cdot 103{,}3}{30 + 10 \cdot 103{,}3} \cdot \frac{523{,}9^2}{30} = 7{,}23 \text{ cm}$$

$$e_{tot} = e_0 + e_a = 103{,}3 + 7{,}23 = 110{,}53 \text{ cm}; \Rightarrow M_{tot} = N \cdot e_{tot} = 95 \cdot 1{,}105 = 105 \text{ mkN}$$

Anàlisi del guerxament al Pòrtic secundari

(Pòrtic intranslacional o indesplaçable)

$$\psi_B = \frac{4 \cdot E \cdot I_{30\cdot30}/310}{4 \cdot E \cdot I_{30\cdot30}/500} = 1{,}61 \qquad \alpha = \frac{0{,}64 + 1{,}4 \cdot (1{,}61 + 3{,}23) + 3 \cdot 1{,}61 \cdot 3{,}23}{1{,}28 + 2 \cdot (1{,}61 + 3{,}23) + 3 \cdot 1{,}61 \cdot 3{,}23} = 0{,}87$$

$$\psi_A = \frac{4 \cdot E \cdot I_{30\cdot30}/310 + 4 \cdot E \cdot I_{30\cdot30}/310}{4 \cdot E \cdot I_{30\cdot30}/500} = 3{,}23 \qquad \lambda_g = \frac{l_o}{h} = \frac{0{,}87 \cdot 310}{30} = \frac{269{,}7}{30} = 8{,}99 < 10 \Rightarrow \text{No guerxa}$$

En el pòrtic principal, l'esveltesa geomètrica és superior a 10. Cal considerar l'excentricitat addicional deguda al guerxament i, per tant, augmentar el moment inicial. El moment final calculat és de 105 mkN, superior al moment mínim.

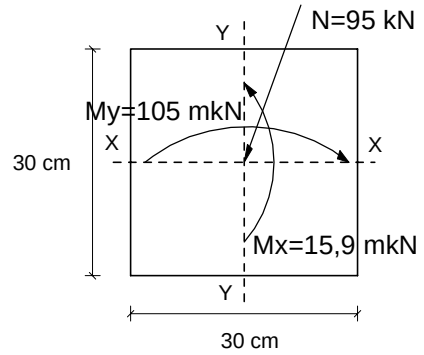
En el pòrtic secundari com que l'esveltesa geomètrica és inferior a 10, no cal considerar cap excentricitat addicional i, per tant, el moment és l'inicial de valor 15,9 mkN, i superior al mínim.

L'armat anterior queda, doncs, invalidat per l'augment del moment al pòrtic principal. La sol·licitació final és de flexió esbiaixada (els dos moments superiors al mínim) per la qual cosa no es pot armar com a dues flexions rectes, amb l'àbac de flexocompressió composta. Es considerarà l'actuació simultània dels dos moments i s'utilitzarà l'àbac en roseta per a flexió esbiaixada.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Sol·licitació final del pilar i disposició idònia de les armadures

És una sol·licitació de flexió esbiaixada, amb axial i dos moments, un a cadascun dels plans principals de la secció:



$$\left.\begin{aligned} \frac{M_x}{h_x} &= \frac{15,9}{0,3} = 53\,kN \\ \frac{M_y}{h_y} &= \frac{105}{0,3} = 350\,kN \end{aligned}\right| \Rightarrow \text{Armat a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic principal}$$

La disposició recomanable de les armadures seria a dues cares, ja que la relació entre moment i cantell en el pla del pòrtic principal és molt superior al doble que no pas al pla del pòrtic secundari. Així doncs, es continua amb el criteri de partida que s'havia considerat, armar les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic principal.

Càlcul de l'armadura col·locada a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic principal

De la lectura de l'àbac en roseta per a flexió esbiaixada, a dues cares, d'=0,10·h, en traiem les dades següents:

$$\left.\begin{aligned} \nu &= \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{95 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,063 \\ \mu_y &= \frac{M_{yd}}{A_c \cdot h_y \cdot f_{cd}} = \frac{105 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,233 = \mu_a \\ \mu_x &= \frac{M_{xd}}{A_c \cdot h_x \cdot f_{cd}} = \frac{15,9 \cdot 10^6}{300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5} = 0,035 = \mu_b \end{aligned}\right| \begin{aligned} &\nu = 0,0 \Rightarrow \text{segons l'àbac roseta } \omega \approx 0,58 \\ &\nu = 0,2 \Rightarrow \text{segons l'àbac roseta } \omega \approx 0,42 \\ &\text{interpolant, per a } \nu = 0,063 \Rightarrow \omega \approx 0,53 \end{aligned}$$

Càlcul de l'armadura

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = \omega \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0,53 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1,5 = 795.000\ N = 795\ kN \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = \frac{795}{2} = 397,5\ kN$$

Aquesta capacitat mecànica requereix un armat de

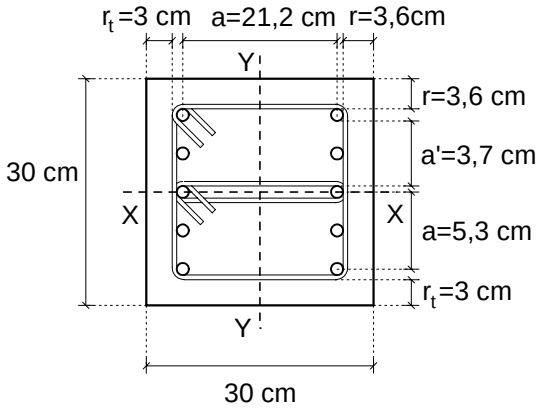
- 6 ϕ 14 mm per cara (12 ϕ en total) (401,58 kN)
- 5 ϕ 16 mm per cara (10 ϕ en total) (437,09 kN)
- 3 ϕ 20 mm per cara (6 ϕ en total) (409,77 kN)
- 2 ϕ 25 mm per cara (4 ϕ en total) (426,85 kN)

La solució amb ϕ 14 és poc viable ja que no acomplirien els requeriments de separació entre diàmetres. La solució amb ϕ 16 és viable, però caldria col·locar un estrep addicional a més del cèrcol de caixa, per tal d'estrebar la meitat de les barres. Les solucions amb ϕ 20 i 25 són viables i no necessiten cap estrep addicional.

Altres factors influiran en la tria de la solució, com la coherència amb la resta d'obra, la facilitat d'execució i control, l'economia, la disponibilitat en el mercat..., en el nostre exemple escollim la solució de 10 ϕ 16 mm.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Dibuix acotat de la secció



r=3,6 cm>3 cm Ambient I

rt=3 cm correcte

$$a' = 4{,}9\ \text{cm} > \left| \begin{array}{l} 2\ \text{cm} \\ \phi = 20\ \text{cm} \end{array} \right.$$

$$\text{T.M.A.} \leq \left| \begin{array}{l} 0{,}8 \cdot a' = 39\ \text{mm} \\ 0{,}8 \cdot r = 28\ \text{mm} \end{array} \right.$$

Per ser ambient I, totes les armadures (longitudinals i transversals) han de tenir un recobriment mínim de 30 mm. En haver triat ϕ 16, el recobriment mecànic serà de d' = 36 + 16/2 = 44,0 mm.

Segons els àbacs utilitzat, el recobriment mecànic hauria de ser de d' = 0,1·h, és a dir, 3 cm en el pla principal i 3 cm en el secundari. Els requeriments de recobriment obliguen a entrar l'armadura més cap a l'interior de la peça i això suposa una pèrdua de braç mecànic. És per aquest motiu que cal comprovar si l'armat triat finalment pot cobrir aquesta pèrdua de braç mecànic.

$A_s \cdot f_{yd}$ de càlcul x braç mecànic de càlcul ≤ $A_s \cdot f_{yd}$ necessària x braç mecànic real

Resultant de braç mecànic de càlcul: $\sqrt{27^2 + 27^2} = 38{,}18$ cm

$A_s \cdot f_{yd}$ necessària x braç mecànic de càlcul = 397,5 kN·0,45 m = 151,76 mkN

Resultant de braç mecànic real: $\sqrt{25{,}6^2 + 25{,}6^2} = 36{,}20$ cm

$A_s \cdot f_{yd}$ col·locada x braç mecànic real = 437,09 kN·0,362 = 158,22 mkN

Tot i haver-hi pèrdua de braç mecànic, l'escreix d'armadura col·locada respecte del que és estrictament necessari, cobreix la sol·licitació que es requereix.

Disposició de l'armat transversal (1 e ϕ 6 mm cada 24 cm)

$$\phi_t = 6\,\text{mm} \geq \left| \begin{array}{l} 6\,\text{mm} \\ \frac{1}{4} \cdot 20 = 5{,}0\,\text{mm} \end{array} \right. \qquad s_t \leq \left| \begin{array}{l} b = 30\,\text{cm} \\ 15 \cdot \phi = 15 \cdot 1{,}6 = 24\,\text{cm} \\ 30\,\text{cm} \end{array} \right. \rightarrow \text{estrebat} = 1\text{e}\ \phi 6\,\text{mm c/ } 30\,\text{cm}$$

Condicions d'armadura mínima

$$\rho = \frac{A_{stot}}{A_c} = \frac{20{,}11\,\text{cm}^2}{30 \cdot 30\,\text{cm}^2} = 0{,}022 > 0{,}004 \Rightarrow \text{correcte}$$

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = 874{,}18\,\text{kN} > 0{,}1 \cdot N_d = 0{,}1 \cdot 95 = 9{,}5\,\text{kN} \Rightarrow \text{correcte}$$

Condició d'armadura màxima (com ω<1, correcte)

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = 874{,}18\ \text{kN} < A_c \cdot f_{cd} = 300 \cdot 300 \cdot \frac{25}{1{,}5} = 1.500.000\ \text{N} = 1.500\,\text{kN}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

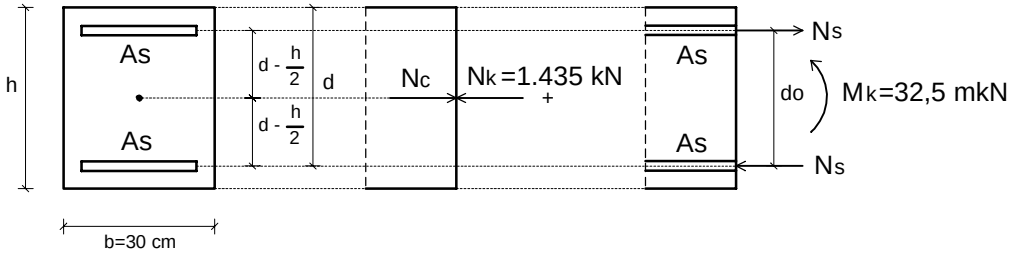
9.3 Pilar número 5, planta soterrani

9.3.1 Predimensionament de la secció

Esforços característics predimensionats al pilar 5, planta soterrani.

Axial: N_k=143,5 T=1.435 kN
Moment: M_k=3,25 mT=32,5 mkN

Equacions d'equilibri de la secció:



Considerem que d=0,9·h, aleshores les incògnites són A_s i h

$$h = \frac{N_d}{0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b} = \frac{1.435 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6}{0{,}85 \cdot (25/1{,}5) \cdot 300} = 540{,}2\,\text{mm} = 54\,\text{cm} \Rightarrow h = 55\,\text{cm}$$

Per tal de suportar l'axial, es necessita una secció de formigó de 30x55 cm^2. Ara es tracta de comprovar si aquesta secció pot resistir el moment, amb una quantia raonable, compresa entre la mínima i la màxima, i més aviat baixa per cobrir augments d'esforços deguts al guerxament, l'aparició d'esforços al pòrtic secundari, etc.

$$A_s = \frac{M_d}{0{,}8 \cdot h \cdot f_{yd}} = \frac{32{,}5 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6}{0{,}8 \cdot 550 \cdot 500/1{,}15} = 271{,}8\,\text{mm}^2 = 2{,}72\,\text{cm}^2 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 2\phi 16\,\text{mm}\ (4{,}02\,\text{cm}^2) \\ 1\phi 20\,\text{mm}\ (3{,}14\,\text{cm}^2) \end{array} \right.$$

Condicions de l'armadura

Armadura mínima: $A_s \geq 0{,}002 \cdot b \cdot h = 0{,}002 \cdot 300 \cdot 550 = 330\,\text{mm}^2 = 3{,}3\,\text{cm}^2 > 2{,}72\,\text{cm}^2$

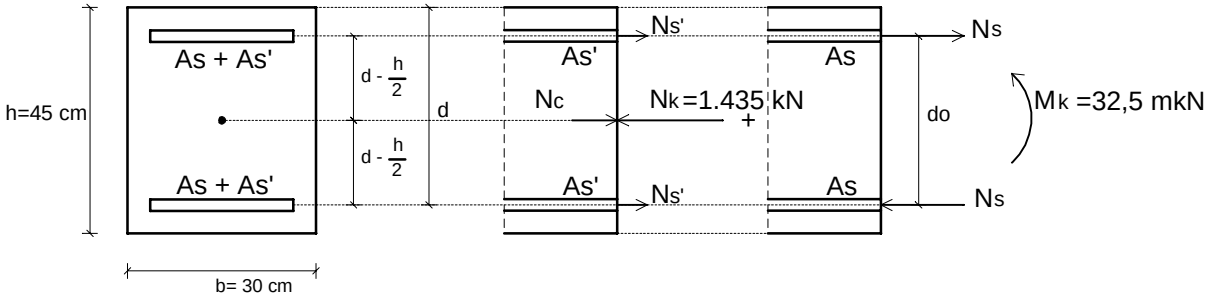
El predimensionament no és correcte ja que la quantia requerida és inferior a la mínima. La secció de formigó necessària per suportar l'axial és molt grossa i, en canvi, amb tant de cantell cal tan poca armadura per suportar el moment, que fins i tot és inferior a la mínima. Aquest seria un pilar del tercer tipus a dins de les tres casuístiques exposades al punt 2.2 del capítol 2.

Ara cal que proposem una quantia mitjana i que a partir d'ella predimensionem el cantell, o bé proposem un cantell més petit que el que hem obtingut abans, de manera que l'armadura A_s necessària per absorbir el moment compleixi les condicions de quantia. Llavors, la secció de formigó no podrà suportar l'axial tota sola, es superaria la tensió màxima. Així doncs, per absorbir l'axial, a més del formigó, es necessitarà armadura addicional A_s' a les dues cares. L'armadura total, $A_s + A_s$', haurà de complir les condicions de quantia màxima i mínima.

En aquest cas, disminuïm la secció a 30x45 cm^2. Les equacions d'equilibri que cal tenir en compte són les següents:

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Equacions d'equilibri de la secció:



1- $\Sigma F = 0$ $\quad N_k \cdot \gamma_f = N_c + 2 \cdot N_s'$; $\quad N_c = 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h$; $\quad N_s' = A_s' \cdot f_{yd}$

2- $\Sigma M = 0$ $\quad M_k \cdot \gamma_f = A_s \cdot f_{yd} \cdot d_0 = A_s \cdot f_{yd} \cdot 2 \cdot (d - \frac{h}{2})$

Coneixent b, h, i d = 0,9·h

$$1\text{-}\ A_s' = \frac{N_k \cdot \gamma_f - 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h}{2 \cdot f_{yd}}$$

$$2\text{-}\ A_s = \frac{M_k \cdot \gamma_f}{2 \cdot (d - \frac{h}{2}) \cdot f_{yd}} = \frac{M_k \cdot \gamma_f}{2 \cdot (0{,}9 \cdot h - \frac{h}{2}) \cdot f_{yd}} = \frac{M_k \cdot \gamma_f}{0{,}8 \cdot h \cdot f_{yd}}$$

Considerant b=30 cm, h=45 cm i d=0,9·h=40,5 cm, obtenim A_s i A_s' i comprovem que la suma de les dues compleix les condicions següents:

$$1\text{-}\ A_{s'} = \frac{N_k \cdot \gamma_f - 0{,}85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h}{2 \cdot f_{yd}} = \frac{1.435 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6 - 0{,}85 \cdot 25/1{,}5 \cdot 300 \cdot 450}{2 \cdot 500/1{,}15} = 441\,mm^2 = 4{,}41\,cm^2$$

$$2\text{-}\ A_s = \frac{M_k \cdot \gamma_f}{0{,}8 \cdot h \cdot f_{yd}} = \frac{32{,}5 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6}{0{,}8 \cdot 450 \cdot 500/1{,}15} = 332{,}2\,mm^2 = 3{,}32\,cm^2$$

L'armat total de predimensionament serà $A_s+A_{s'}$=3,32+4,41=7,73 cm^2, que es pot cobrir amb

4 ∅ 16 (8,04 cm^2)
3 ∅ 20 (9,42 cm^2)
2 ∅ 25 (9,82 cm^2)

Comprovem la quantia d'aquest armat final

Armadura mínima: $A_s \geq 0{,}002 \cdot b \cdot h = 0{,}002 \cdot 300 \cdot 450 = 270\ mm^2 = 2{,}7\ cm^2 < 7{,}73\ cm^2$

Armadura màxima: $A_s \cdot f_{yd} \leq 0{,}5 \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0{,}5 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5 = 1.125.000\ N$

$$A_s = \frac{1.125.000}{500/1{,}15} = 2.587{,}5\,mm^2 = 25{,}88\,cm^2 > 7{,}73\,cm^2$$

En principi, el predimensionament és correcte ja que la quantia requerida és superior a la mínima i inferior a la màxima.

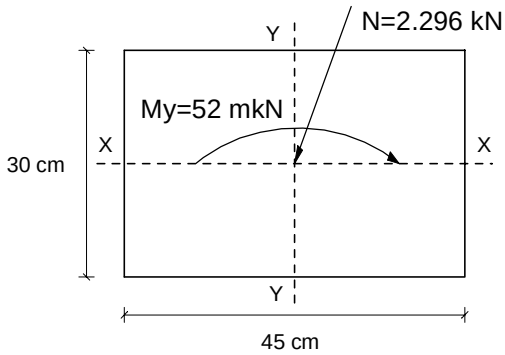
En les pàgines següents abordem el càlcul del mateix pilar amb diferents consideracions per tal de veure com incideixen els canvis en el seu comportament.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.3.2 Armat a flexió composta

Armat del pilar anterior (30x45 cm^2) sense tenir en compte el moment del pòrtic secundari ni l'efecte del guerxament.

Sol·licitació i excentricitats inicials



Esforços majorats a la planta baixa del pòrtic principal 4-5-6-7

Axial: N_d=2.296 kN
Moment: M_d=52 mkN

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{52}{2.296} = 0{,}0226\ \text{m} = 2{,}26\ \text{cm}$$

e_x =0

Excentricitat mínima al pla del pòrtic principal

$$e_{mín} \geq \left| \begin{matrix} 2\ \text{cm} \\ \frac{h}{20} = \frac{45}{20} = 2{,}25\ \text{cm} \end{matrix} \right. \qquad e_y = 2{,}26\ \text{cm} > e_{mín} \Rightarrow M_y = 52\ \text{mkN}$$

Armat al moment del pla X-X. Pòrtic principal

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2.296 \cdot 10^3}{300 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5} = 1{,}02$$

$$\mu = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{52 \cdot 10^6}{300 \cdot 450 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}051$$

$$\omega = 0{,}33;\ \omega = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = 0{,}33$$

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = 0{,}33 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5 = 742.500\ \text{N}$$

$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{742{,}5\ \text{kN}}{2} = 371{,}3\ \text{kN} \Rightarrow \left| \begin{matrix} 5\,\phi 16\ \text{mm}\ (437{,}09\ \text{kN}) \\ 3\,\phi 20\ \text{mm}\ (409{,}77\ \text{kN}) \end{matrix} \right.$$

$A_s \cdot f_{yd} = 371{,}3\ \text{kN} \Rightarrow A_s = \frac{371.300}{500/1{,}15} = 853{,}99\ \text{mm}^2 = 8{,}54\ \text{cm}^2$. Similar al predimensionament.

Armat al moment del pla Y-Y. Pòrtic secundari

Cal comprovar que l'armat anterior suporta el moment que produeix l'axial actuant amb l'excentricitat mínima i, si no és així, cal afegir-hi els rodons necessaris.

$$e_{mín} \geq \left| \begin{matrix} 2\ \text{cm} \\ \frac{h}{20} = \frac{30}{20} = 1{,}5\ \text{cm} \end{matrix} \right. ; \quad e_x = 0 < e_{mín} \Rightarrow M_x = N \cdot e_{mín} = 2.296 \cdot 0{,}02 = 45{,}9\ \text{mkN}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{2.296 \cdot 10^3}{300 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5} = 1{,}02$$

$$\mu = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{45{,}9 \cdot 10^6}{300 \cdot 450 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}068$$

$$\omega = 0{,}36;\ \omega = \frac{A_{stot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = 0{,}36$$

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = 0{,}36 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5 = 810.000\ \text{N}$$

$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{810\ \text{kN}}{2} = 405\ \text{kN} \Rightarrow 5\phi 16\ \text{mm}\ \ (437{,}09\ \text{kN})$$

En aquest cas, la sol·licitació en el pla del pòrtic secundari és més important que al principal, a causa de què el moment és molt similar i, en canvi, el cantell és més petit. Caldria afegir les barres necessàries a les cares perpendiculars al pla del pòrtic secundari, però comptabilitzant els rodons de cantonada. Així l'armat final seria 16ϕ16 mm repartits a les quatre cares (o bé 8ϕ20 mm).

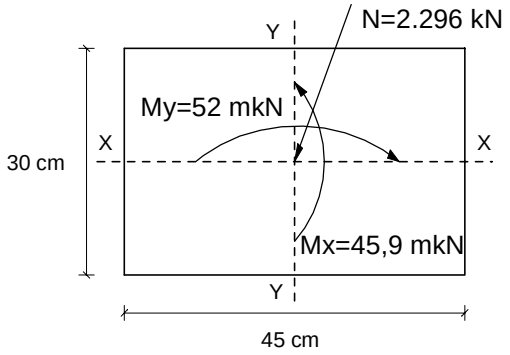
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.3.3 Armat a flexió esbiaixada

Armat del mateix pilar sense tenir en compte l'efecte del guerxament, però sí el moment majorat del pòrtic secundari, de valor M_d=4,8 mkN.

Tal com s'ha comprovat en el punt anterior, el moment del pòrtic principal és una mica superior al moment mínim (excentricitat inicial = 2,26 cm, excentricitat mínima = 2,25 cm), però no és així en el pòrtic secundari (moment causat per l'excentricitat mínima = 45,9 m kN, moment inicial a causa de les càrregues = 4,8 mkN). Caldrà considerar en aquest pla el moment mínim trobat abans (45,9 mkN). De fet, són els mateixos esforços que a l'apartat anterior i per tant l'armat trobat és vàlid, però ara s'armarà considerant la seva actuació de manera simultània en tots dos plans per tal de veure'n les diferències.

Esquema de sol·licitacions:



$$\left.\begin{aligned}\frac{M_x}{h_x}&=\frac{45,9}{0,3}=153,00\ \text{kN}\\ \frac{M_y}{h_y}&=\frac{52}{0,45}=115,55\ \text{kN}\end{aligned}\right| \Rightarrow \text{armat a quatre cares}$$

L'armat òptim és a quatre cares, o en tot cas a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic secundari, ja que el moment amb relació al cantell, en aquest pla, és una mica més gran que el moment amb relació al cantell de l'altre. Per tal de comparar els resultats obtinguts al punt anterior (16ϕ16 mm o 8ϕ20 mm repartits a les quatre cares) s'armarà amb l'armadura repartida uniformement a les quatre cares.

De la lectura de l'àbac en roseta per a flexió esbiaixada, armadura a quatre cares, d'=0.10·h podem extreure'n els resultats següents:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c\cdot f_{cd}}=\frac{2.296\cdot 10^3}{300\cdot 450\cdot 25/1,5}=1,02\approx 1,0$$

$$\mu_y=\frac{M_{yd}}{A_c\cdot h_y\cdot f_{cd}}=\frac{52\cdot 10^6}{300\cdot 450\cdot 450\cdot 25/1,5}=0,051=\mu_2$$

$$\mu_x=\frac{M_{xd}}{A_c\cdot h_x\cdot f_{cd}}=\frac{45,9\cdot 10^6}{300\cdot 450\cdot 300\cdot 25/1,5}=0,068=\mu_1$$

$$\left.\begin{aligned}&\omega=0,38;\ \omega=\frac{A_{stot}\cdot f_{yd}}{A_c\cdot f_{cd}}=0,38\\ &A_{stot}\cdot f_{yd}=0,38\cdot 300\cdot 450\cdot 25/1,5=855.000\ \text{N}\\ &A_s\cdot f_{yd}=\frac{855\ \text{kN}}{4}=213,75\ \text{kN}\Rightarrow\end{aligned}\right| \Rightarrow \left|\begin{aligned}&3\phi 16\ \text{mm}\ (262,26\ \text{kN})\\ &2\phi 20\ \text{mm}\ (273,18\ \text{kN})\end{aligned}\right.$$

L'armat amb l'àbac roseta a quatre cares dóna una mica menys de capacitat mecànica per cada cara que l'armat anterior considerant dues flexions rectes. Si s'arma amb ϕ 20 mm, seria el mateix, però amb ϕ 16 mm, a l'armat anterior dóna 16 ϕ16 mm, i en aquest, 12 ϕ 16 mm.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

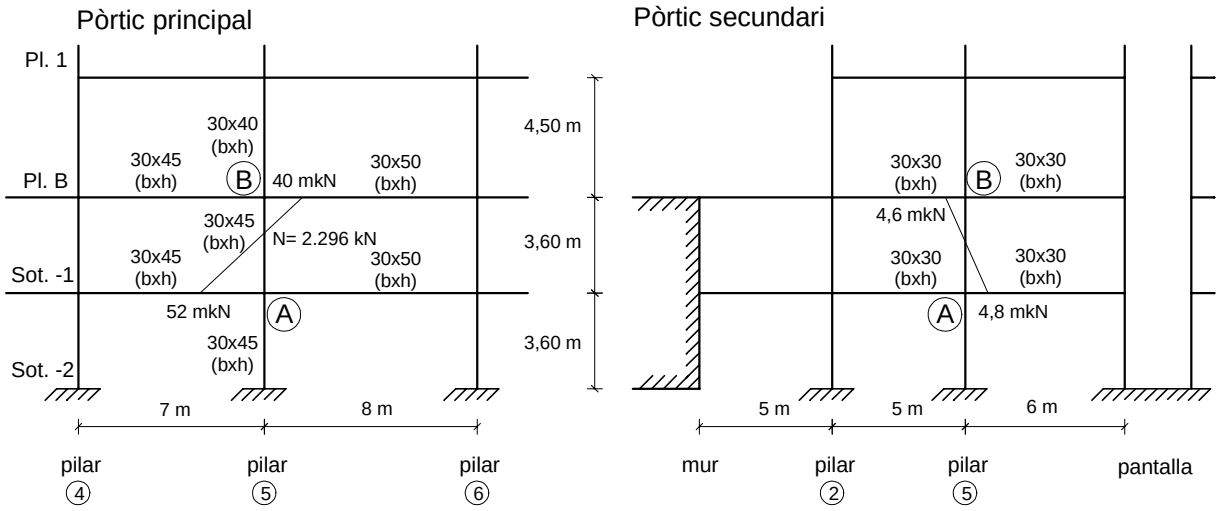
9.3.4 Armat a flexió esbiaixada amb guerxament

En el càlcul de l'armat del pilar número 5, a la planta soterrani hem vist fins ara que, en el predimensionament, l'armadura necessària és molt semblant que l'armat amb l'àbac de flexió composta, en el pòrtic principal, però en aquest cas, en considerar el moment mínim en el pòrtic secundari, cal col·locar més rodons a les cares perpendiculars per suportar-ho, però el predimensionament de la geometria continua essent vàlid.

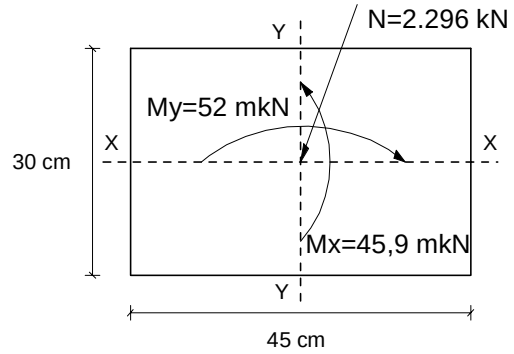
Amb els mateixos esforços, utilitzant l'àbac roseta, es necessita menys armadura que amb l'àbac de flexió composta.

Afegim ara la consideració de la deformació de segon ordre per efecte del guerxament, que pot augmentar els valors dels moments i, per tant, invalidar l'armat anterior.

Les dades dimensionals considerades per aquest pilar són 30x45 (bxh), i la resta d'elements es consideren segons el que s'indica en el gràfic adjunt.



Sol·licitació i excentricitats inicials



$$e_x = e_{mín} = 2\ \text{cm}$$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{52}{2.296} = 0{,}0226\ \text{m} = 2{,}26\ \text{cm}$$

L'efecte del guerxament es considera quan l'esveltesa geomètrica del pilar és superior a 10. Aquesta depèn del coeficient α, i, al seu torn, aquest depèn de les relacions de rigideses en els nusos superior i inferior del pilar, i de la desplaçabilitat de l'estructura. La comprovació es realitza en els dos plans.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Anàlisi del guerxament al Pòrtic principal

(Pòrtic intranslacional o indesplaçable a les plantes soterrades)

$$\psi_B = \frac{4\cdot E\cdot I_{30\cdot45}/360 + 4\cdot E\cdot I_{30\cdot40}/450}{4\cdot E\cdot I_{30\cdot45}/700 + 4\cdot E\cdot I_{30\cdot50}/800} = 1{,}38 \qquad \alpha = \frac{0{,}64 + 1{,}4\cdot(1{,}38+1{,}77) + 3\cdot 1{,}38\cdot 1{,}77}{1{,}28 + 2\cdot(1{,}38+1{,}77) + 3\cdot 1{,}38\cdot 1{,}77} = 0{,}83$$

$$\psi_A = \frac{4\cdot E\cdot I_{30\cdot45}/360 + 4\cdot E\cdot I_{30\cdot45}/360}{4\cdot E\cdot I_{30\cdot45}/700 + 4\cdot E\cdot I_{30\cdot50}/800} = 1{,}77 \qquad \lambda_g = \frac{l_o}{h} = \frac{0{,}83\cdot 360}{45} = \frac{298{,}8}{45} = 6{,}6 < 10 \Rightarrow \text{No guerxa}$$

Com que l'esveltesa geomètrica, λ_g, és inferior a 10, no cal considerar cap excentricitat addicional ni incrementar el valor del moment inicial en aquest pla.

Anàlisi del guerxament al Pòrtic secundari

(Pòrtic intranslacional o indesplaçable)

$$\psi_B = \frac{4\cdot E\cdot I_{45\cdot30}/360 + 4\cdot E\cdot I_{40\cdot30}/450}{4\cdot E\cdot I_{30\cdot30}/500} = 1{,}94 \qquad \alpha = \frac{0{,}64 + 1{,}4\cdot(1{,}94+2{,}27) + 3\cdot 1{,}94\cdot 2{,}27}{1{,}28 + 2\cdot(1{,}94+2{,}27) + 3\cdot 1{,}94\cdot 2{,}27} = 0{,}86$$

$$\psi_A = \frac{4\cdot E\cdot I_{45\cdot30}/360 + 4\cdot E\cdot I_{45\cdot30}/360}{4\cdot E\cdot I_{30\cdot30}/500 + 4\cdot E\cdot I_{30\cdot30}/600} = 2{,}27 \qquad \lambda_g = \frac{l_o}{h} = \frac{0{,}86\cdot 360}{30} = \frac{309{,}6}{30} = 10{,}32 > 10 \Rightarrow \text{Guerxa}$$

Com que l'esveltesa geomètrica, λ_g, és més gran que 10, cal incrementar el valor del moment en aquest pla i, per tant, l'armat anterior queda invalidat.

Els moments al cap i al peu del pilar tenen valors diferents, essent l'últim el més gran. Al ser l'estructura intranslacional segons aquest pla, es pot considerar com a excentricitat inicial o equivalent, el 60% del valor més gran menys el 40% del valor més petit (excentricitats a cap i peu de pilar, de signes contraris), però en aquest cas, com que les dues excentricitats són inferiors a la mínima, es considera aquesta mínima com a excentricitat inicial a efectes de càlcul.

Excentricitat addicional i moment final

$e_0 = e_{mín} = 2{,}00$ cm
$\beta_y = 1{,}5$ (armat a quatre cares)
$\varepsilon = 0{,}003$ (axial quasi permanent < 70% de l'axial total)
$\varepsilon_y = 0{,}00217$ (armat B-500-S)
$\Rightarrow K = 0{,}000423$

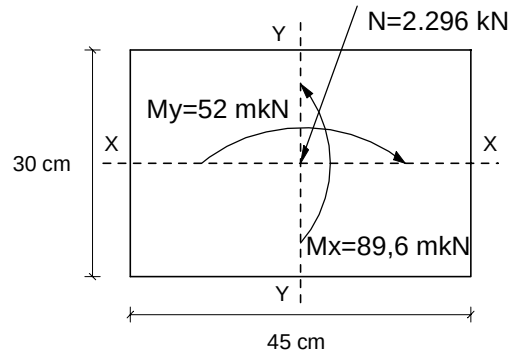
$$e_a = K\cdot\frac{h + 20\cdot e_o}{h + 10\cdot e_o}\cdot\frac{L_0^2}{h} = 0{,}000423\cdot\frac{30 + 20\cdot 2}{30 + 10\cdot 2}\cdot\frac{309{,}6^2}{30} = 1{,}90 \text{ cm}$$

$$e_{tot} = e_0 + e_a = 2{,}00 + 1{,}9 = 3{,}9 \text{ cm}; \quad \Rightarrow \quad M_{tot} = N\cdot e_{tot} = 2.296\cdot 0{,}039 = 89{,}55 \text{ mkN}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Sol·licitació final del pilar i disposició idònia de les armadures

És una sol·licitació de flexió esbiaixada, amb axial i dos moments, un a cadascun dels plans principals de la secció:



$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{M_y}{hy} = \dfrac{52,0}{0,45} = 115,5 \text{ kN} \\ \dfrac{M_x}{hx} = \dfrac{89,6}{0,30} = 298,6 \text{ kN} \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \text{armat a les dues cares} \\ \text{perpendiculars al pla} \\ \text{del pòrtic secundari} \end{array}$$

La disposició recomanable de les armadures seria a les dues cares perpendiculars al pla del pòrtic secundari, ja que la relació entre moment i cantell en aquest pla és superior al doble que no pas al pla del pòrtic principal. Així doncs, podem refer el càlcul de l'excentricitat addicional al pòrtic secundari amb el corresponent factor d'armat β=1, trobar el nou moment i armar a aquestes dues cares, o bé podem seguir amb el criteri d'armar a quatre cares, encara que no sigui la disposició idònia. Per tal de no allargar l'exemple, s'ha optat per la segona opció, encara que suposi un armat final probablement superior al que correspondria a una disposició idònia de les armadures.

Càlcul de l'armadura, col·locada a les quatre cares. De la lectura de l'àbac en roseta per a flexió esbiaixada, a quatres cares, d'=0,10·h, en treiem les dades següents:

$$\left.\begin{array}{l} \nu = \dfrac{2.296 \cdot 10^3}{300 \cdot 450 \cdot 25/1,5} = 1,02 \approx 1 \\ \mu_y = \dfrac{52 \cdot 10^6}{300 \cdot 450^2 \cdot 25/1,5} = 0,051 = \mu_2 \\ \mu_x = \dfrac{89,6 \cdot 10^6}{450 \cdot 300^2 \cdot 25/1,5} = 0,133 = \mu_1 \end{array}\right| \quad \nu = 1 \Rightarrow \text{segons àbac roseta } \omega \approx 0,58$$

Càlcul de l'armadura

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = \omega \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0,58 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 25/1,5 = 1.305.000 \text{ N} = 1.305 \text{ kN} \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = \frac{1.305}{4} = 326,25 \text{ kN}$$

Aquesta capacitat mecànica requereix un armat de

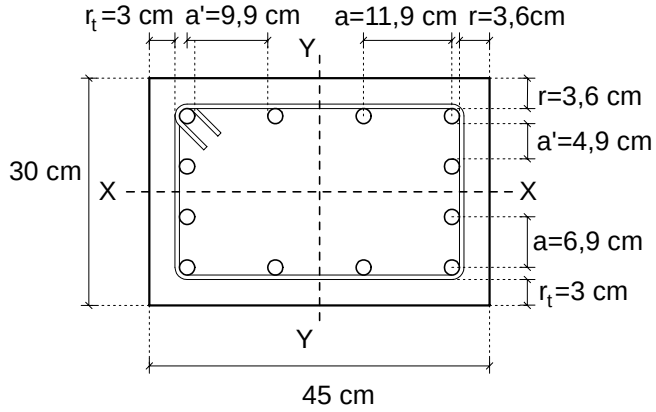
7 ϕ 12 mm per cara (28 ϕ en total) (344,21 kN),
5 ϕ 14 mm per cara (20 ϕ en total) (334,65 kN),
4 ϕ 16 mm per cara (16 ϕ en total) (349,67 kN),
3 ϕ 20 mm per cara (12 ϕ en total) (409,77 kN).

La solució amb ϕ 12 no és viable ja que no acomplirien els requeriments de separació entre diàmetres. La solució amb ϕ 14 és viable, però molt ajustada. La solució amb ϕ 16 és viable però caldria col·locar un estrep addicional a més del cèrcol de caixa, per tal d'estrebar la meitat de les barres. La solució amb ϕ 20 és viable i no necessita cap estrep addicional.

Altres factors influiran en la tria de la solució, com la coherència amb la resta d'obra, la facilitat d'execució i control, l'economia, la disponibilitat al mercat..., en el nostre exemple escollim la solució de 12 ϕ 20 mm repartits a les quatre cares.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Dibuix acotat de la secció



r=3,6 cm>3 cm Ambient I

rt=3 cm correcte

$$a' = 4{,}9\ \text{cm} > \begin{cases} 2\ \text{cm} \\ \phi = 20\ \text{cm} \end{cases}$$

$$\text{T.M.A.} \leq \begin{cases} 0{,}8 \cdot a' = 39\ \text{mm} \\ 0{,}8 \cdot r = 28\ \text{mm} \end{cases}$$

Per ser ambient I, totes les armadures (longitudinals i transversals) han de tenir un recobriment mínim de 30 mm. En haver triat ϕ 20, el recobriment mecànic serà de d' = 36 + 20/2 = 46,0 mm.

Segons els àbacs utilitzats, el recobriment mecànic hauria de ser de d' = 0,1·h, és a dir, 4,5 cm en el pla principal i 3 cm en el secundari. Els requeriments de recobriment obliguen a entrar l'armadura més cap a l'interior de la peça i això suposa una pèrdua de braç mecànic. És per aquest motiu que cal comprovar si l'armat triat finalment pot cobrir aquesta pèrdua de braç mecànic.

$A_s \cdot f_{yd}$ de càlcul x braç mecànic de càlcul ≤ $A_s \cdot f_{yd}$ necessària x braç mecànic real

Resultant de braç mecànic de càlcul: $\sqrt{40{,}5^2 + 27^2} = 48{,}67\ \text{cm}$

$A_s \cdot f_{yd}$ necessària x braç mecànic de càlcul = 326,25 kN·0,4867 m = 158,8 mkN

Resultant de braç mecànic real: $\sqrt{40{,}4^2 + 25{,}4^2} = 47{,}72\ \text{cm}$

$A_s \cdot f_{yd}$ col·locada x braç mecànic real = 409,77kN·0,4772 = 195,5 mkN

Tot i haver-hi pèrdua de braç mecànic, l'escreix d'armadura col·locada respecte del que és estrictament necessari, cobreix la sol·licitació que es requereix.

Disposició de l'armat transversal (1 e ϕ 6 mm cada 30 cm)

$$\phi_t = 6\,\text{mm} \geq \begin{cases} 6\,\text{mm} \\ \frac{1}{4} \cdot 20 = 5{,}0\,\text{mm} \end{cases} \qquad s_t \leq \begin{cases} b = 30\ \text{cm} \\ 15 \cdot \phi = 15 \cdot 2 = 30\ \text{cm} \\ 30\ \text{cm} \end{cases} \rightarrow \text{estrebat} = 1\text{e}\ \phi 6\ \text{mm c/ } 30\ \text{cm}$$

Condicions d'armadura mínima

$$\rho = \frac{A_{stot}}{A_c} = \frac{37{,}69\ \text{cm}^2}{30 \cdot 45\ \text{cm}^2} = 0{,}027 > 0{,}004 \Rightarrow \text{correcte}$$

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = 1.639{,}08\ \text{kN} > 0{,}1 \cdot N_d = 0{,}1 \cdot 2.296 = 229{,}6\ \text{kN} \Rightarrow \text{correcte}$$

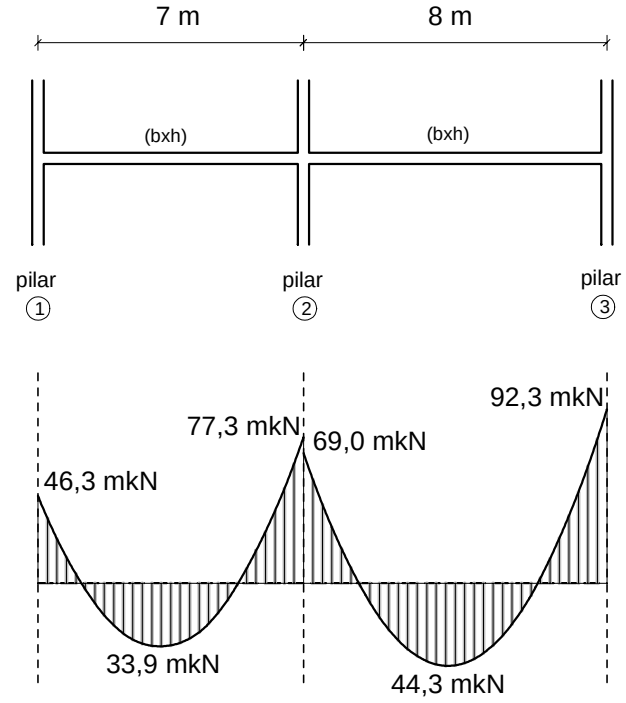
Condició d'armadura màxima (com ω<1, correcte)

$$A_{stot} \cdot f_{yd} = 1.639{,}08\ \text{kN} < A_c \cdot f_{cd} = 300 \cdot 450 \cdot \frac{25}{1{,}5} = 2.250.000\ \text{N} = 2.250\ \text{kN}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.4 Jàssera 1-2-3, planta 3_a

9.4.1 Predimensionament de la secció



Consideracions prèvies

No es considera en el càlcul l'efecte favorable de l'axial de compressió.

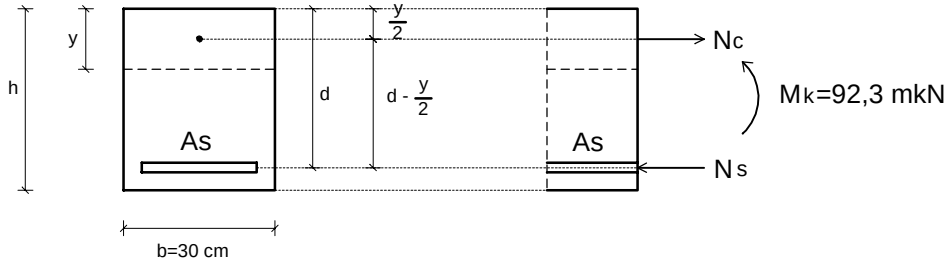
El mateix que en els pilars, els esforços majorats són els obtinguts mitjançant un programa d'ordinador (tipus Wineva o similar), i els característics predimensionats, els mateixos dividits per 1,6.

A la vista del diagrama, de totes les seccions, la més desfavorable és l'encastament al pilar 3.

Es predimensiona, doncs, la secció per suportar el moment característic de valor:

M_k=92,3 mkN

La base de la secció és de 30 cm, segons el criteri de partida.



Considerem que d = 0,9·h i y = 0,4·d, aleshores les incògnites són A_s i h.

$$d = \sqrt{\frac{M_k \cdot \gamma_f}{0{,}272 \cdot f_{cd} \cdot b}} = \sqrt{\frac{92{,}3 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6}{0{,}272 \cdot 25/1{,}5 \cdot 300}} = 329\ \text{mm} = 32{,}9\ \text{cm}$$

$$h = \frac{d}{0{,}9} = \frac{32{,}9}{0{,}9} = 36{,}55\ \text{cm} \Rightarrow h = 35\ \text{cm};\quad d = 0{,}9 \cdot h = 0{,}9 \cdot 35 = 31{,}5\ \text{cm}$$

$$As = \frac{0{,}34 \cdot fcd \cdot b \cdot d}{fyd} = \frac{0{,}34 \cdot 25/1{,}5 \cdot 300 \cdot 315}{500/1{,}15} = 1.232\ \text{mm}^2 = 12{,}32\ \text{cm}^2 \Rightarrow \begin{vmatrix} 7\phi 16\ \text{mm (quasi } 6\phi 16) \\ 4\phi 20\ \text{mm} \end{vmatrix}$$

A la vista del resultat (h=36,55 cm), hauríem d'agafar un cantell igual o superior (per exemple 40 cm), però en aquest cas agafarem 35 cm per aprofitar una mica la secció de formigó. Com veurem, la secció més desfavorable anirà més armada que les altres, però, mentre hi càpiga l'armadura, resistirà el moment. Un estudi de les deformacions finalment seria el que determinaria si el cantell és el correcte o és necessari augmentar-lo.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.4.2 Armat a flexió (armadura longitudinal)

Considerem la jàssera de secció constant de 30·35 cm^2 (b·h) amb un recobriment tal que el cantell útil sigui d = 30 cm. A partir del moment adimensional de càlcul (μ), i de la lectura del diagrama adimensional de flexió simple, trobarem la capacitat mecànica (ω) necessària en cada secció.

Jàssera 1-2

- Secció esquerra (encastament pilar 1). M^-_d = 74,0 mkN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{74{,}0 \cdot 10^6}{300 \cdot 300^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}164 \Rightarrow \omega = 0{,}188;\ A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}188 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5 = 282.000\ \text{N} = 282\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament} \left| \begin{array}{l} 4\phi 16\ (349{,}67\ \text{kN}) \\ 3\phi 20\ (409{,}77\ \text{kN}) \end{array} \right.$$

- Secció central. M^+_d = 54,3 mkN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{54{,}3 \cdot 10^6}{300 \cdot 300^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}121 \Rightarrow \omega = 0{,}132;\ A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}132 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5 = 198.000\ \text{N} = 198\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament} \left| \begin{array}{l} 3\phi 16\ (262{,}26\ \text{kN}) \\ 2\phi 20\ (273{,}18\ \text{kN}) \end{array} \right.$$

- Secció dreta (encastament pilar 2). M^-_d = 123,7 mkN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{123{,}7 \cdot 10^6}{300 \cdot 300^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}275 \Rightarrow \omega = 0{,}348;\ A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}348 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5 = 522.000\ \text{N} = 522\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament} \left| \begin{array}{l} 6\phi 16\ (524{,}51\ \text{kN}) \\ 4\phi 20\ (546{,}37\ \text{kN}) \end{array} \right.$$

Jàssera 2-3

- Secció esquerra (encastament pilar 2). M^-_d = 110,4 mkN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{110{,}4 \cdot 10^6}{300 \cdot 300^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}244 \Rightarrow \omega = 0{,}300;\ A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}300 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5 = 450.000\ \text{N} = 450\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament} \left| \begin{array}{l} 6\phi 16\ (524{,}51\ \text{kN}) \\ 4\phi 20\ (546{,}37\ \text{kN}) \end{array} \right.$$

- Secció central. M^+_d = 70,9 mkN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{70{,}9 \cdot 10^6}{300 \cdot 300^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}158 \Rightarrow \omega = 0{,}178;\ A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}178 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5 = 267.000\ \text{N} = 267\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament} \left| \begin{array}{l} 4\phi 16\ (349{,}67\ \text{kN}) \\ 2\phi 20\ (273{,}18\ \text{kN}) \end{array} \right.$$

- Secció dreta (encastament pilar 3). M^-_d = 147,7 mkN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{147{,}7 \cdot 10^6}{300 \cdot 300^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}328 \Rightarrow \begin{array}{l} \omega = 0{,}438;\ A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \\ \omega' = 0{,}015;\ A'_s \cdot f_{yd} = \omega' \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \end{array} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}438 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5 = 657.000\ \text{N} = 657\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament} \left| \begin{array}{l} 8\phi 16\ (699{,}35\ \text{kN}) \\ 6\phi 20\ (819{,}55\ \text{kN}) \end{array} \right.$$

El moment en aquesta darrera secció demana una mínima armadura de compressió. No fem el càlcul, però amb els dos rodons de caixa, segur que n'hi ha prou.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Elecció de diàmetres

Atenent l'estreta mesura de base (b=30 cm) caldria triar una solució amb menys de 6 barres. Per tant, la solució amb barres de ϕ 20 mm pot ser bona, sobretot si volem simplificar els reforços.

També cal tenir en compte la possibilitat de fer l'armat de caixa amb un diàmetre i els reforços locals amb diàmetres diferents. Així podem fer un armat molt més ajustat, encara que se'n compliqui la col·locació i el control.

En aquest cas hem escollit la solució amb barres de ϕ 16 mm per tal que serveixin per exemplificar la distribució dels reforços i els agrupaments de barres.

Moments resistits

Jàssera 1-2

- Secció esquerra (encastament pilar 1): $A_s f_{yd4\phi16} = 349{,}67$ kN

$$\omega = \frac{349{,}67 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}233 \Rightarrow \mu = 0{,}200 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}200 \cdot 300 \cdot 300^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 90{,}0 \text{ mkN}$$

- Secció central: $A_s f_{yd3\phi16} = 262{,}26$ kN

$$\omega = \frac{262{,}26 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}175 \Rightarrow \mu = 0{,}158 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}158 \cdot 300 \cdot 300^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 71{,}1 \text{ mkN}$$

- Secció dreta (encastament pilar 2): $A_s f_{yd6\phi16} = 524{,}51$ kN

$$\omega = \frac{524{,}51 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}350 \Rightarrow \mu = 0{,}275 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}275 \cdot 300 \cdot 300^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 123{,}8 \text{ mkN}$$

Jàssera 2-3

- Secció esquerra (encastament pilar 2): $A_s f_{yd6\phi16} = 524{,}51$ kN

$$\omega = \frac{524{,}51 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}350 \Rightarrow \mu = 0{,}275 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}275 \cdot 300 \cdot 300^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 123{,}8 \text{ mkN}$$

- Secció central: $A_s f_{yd4\phi16} = 349{,}67$ kN

$$\omega = \frac{349{,}67 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}233 \Rightarrow \mu = 0{,}200 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}200 \cdot 300 \cdot 300^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 90{,}0 \text{ mkN}$$

- Secció dreta (encastament pilar 3): $A_s f_{yd8\phi16} = 699{,}35$ kN

$$\omega = \frac{699{,}35 \cdot 10^3}{300 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}466 \Rightarrow \mu = 0{,}352 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}352 \cdot 300 \cdot 300^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 158{,}4 \text{ mkN}$$

Comprovació de quanties mínimes

$$\rho \geq 0{,}0028 \Rightarrow A_s = 0{,}0028 \cdot 30 \cdot 35 = 2{,}94 \text{ cm2} \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = 294 \cdot 500/1{,}15 = 127.826 \text{ N} = 127{,}83 \text{ kN}$$

$$A_s \cdot f_{yd} \geq 0{,}04 \cdot A_c \cdot f_{cd} = 0{,}04 \cdot 300 \cdot 350 \cdot 25/1{,}5 = 70.000 \text{ N} = 70{,}00 \text{ kN}$$

La primera condició és la més restrictiva $\Rightarrow A_s \cdot f_{yd} \geq 127{,}83$ kN $\Rightarrow$ com a mínim 2ϕ16 mm

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Longituds d'ancoratge

Per a les barres de la cara inferior (zona de bona adherència), la longitud d'ancoratge l_{bI} de les barres de ϕ 16 mm (B-500-S) en formigó HA-25 ha de complir:

$$l_{bI} = m \cdot \phi^2 = 15 \cdot 1{,}6^2 = 38{,}4 \text{ cm} \geq \left| \begin{array}{l} 15 \text{ cm} \\ 10 \cdot \phi = 10 \cdot 1{,}6 = 16 \text{ cm} \\ \dfrac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \dfrac{500}{20} \cdot 1{,}6 = 40 \text{ cm} \end{array} \right.$$

La condició més desfavorable de totes elles és l_{bI} = 40 cm

De l'armadura necessària per suportar el moment central de les jàsseres, un terç s'ha de prolongar fins als eixos dels suports extrems i ancorar-la amb la longitud d'ancoratge corresponent, i un quart de l'armadura fins als eixos dels suports centrals, i ancorar-la amb la longitud d'ancoratge corresponent. Si ancorem les dues barres de caixa ja haurem superat aquesta condició.

Aquests ancoratges a l'extrem de la jàssera tindran forma de patilla o ganxo en U amb una longitud d'ancoratge desenvolupada igual a l_{bI} = 40 cm.

Per a les barres de la cara superior (zona de mala adherència), la longitud d'ancoratge l_{bII} de les barres de ϕ 16 mm (B-500-S) en formigó HA-25 ha de complir:

$$l_{bII} = 1{,}4 \cdot m \cdot \phi^2 = 1{,}4 \cdot 15 \cdot 1{,}6^2 = 53{,}8 \text{ cm} \geq \left| \begin{array}{l} 15 \text{ cm} \\ 10 \cdot \phi = 10 \cdot 1{,}6 = 16 \text{ cm} \\ \dfrac{f_{yk}}{14} \cdot \phi = \dfrac{500}{14} \cdot 1{,}6 = 57{,}1 \text{ cm} \end{array} \right.$$

La condició més desfavorable de totes elles és l_{bII} = 57,1 cm≈58 cm

Els ancoratges de l'extrem de la jàssera tindran forma de ganxo en U amb una longitud d'ancoratge desenvolupada igual a l_{bII} = 58 cm.

En general, l'ancoratge de cada barra es farà per prolongació recta de la barra, excepte els extrems de la jàssera on no hi càpiga aquesta longitud. En aquests casos es doblegarà la barra formant una patilla o ganxo en U, segons la longitud necessària. La forma favorable d'aquests ancoratges permetria una reducció de la longitud d'ancoratge d'un 30% si es poguessin garantir uns recobriments laterals (perpendiculars al pla que conté l'armadura doblegada) mínims de 3 ϕ, però no és el nostre cas (3 ϕ = 3·16 = 4,8 cm).

En la secció dreta de la barra 2-3 (encastament amb el pilar 3) les 6 barres de reforç (les altres 2 fan de caixa), s'agrupen de dues en dues per tal d'acomplir les separacions entre rodons. Hi ha, doncs, tres grups de dues barres.

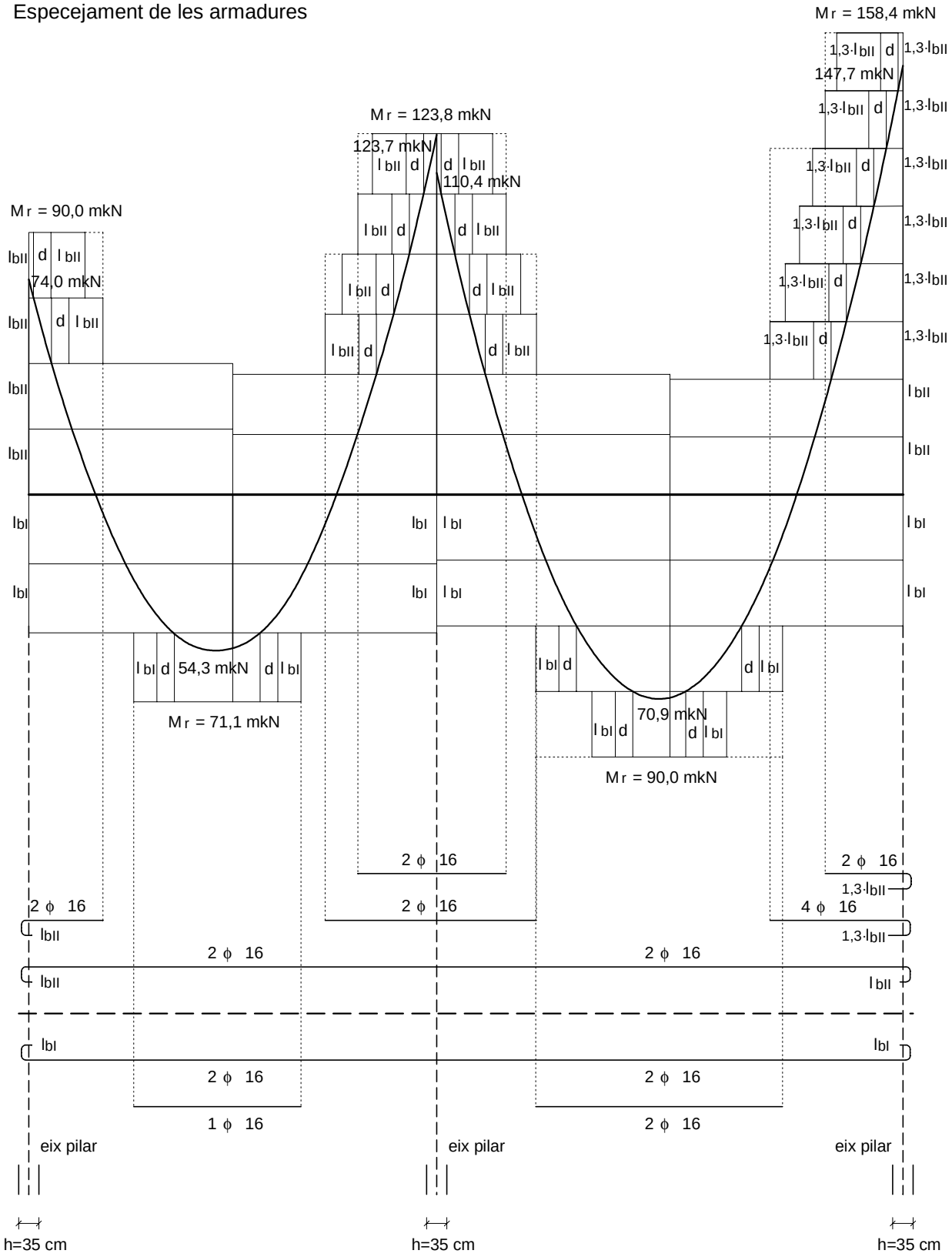
En aquest cas, les dues barres de cada grup deixen de ser necessàries a la mateixa secció a l'encastament en el pilar 3 i, per tant, la longitud d'ancoratge serà 1,3 vegades més gran que l_{bII}. En canvi, per l'altra banda, corresponent a la prolongació cap al centre del tram, les dues barres deixen de ser necessàries en seccions diferents, però tan pròximes una de l'altra que caldrà considerar-les la mateixa i, per tant, la longitud d'ancoratge serà també 1,3 vegades més gran que l_{bII}.

Armadura de pell

Amb jàsseres de cantell igual o inferior a 60 cm no és necessària l'armadura de pell.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Especejament de les armadures

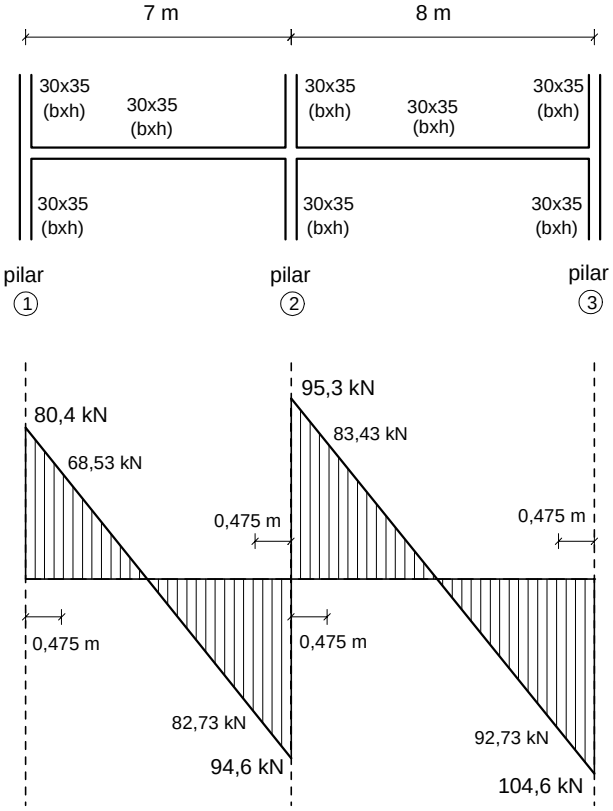


Les armadures de caixa tenen una longitud excessiva per poder-les transportar i col·locar. Cal tallar-les i solapar-les correctament.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.4.3 Armat a tallant (armadura transversal)

Diagrama de tallants majorat



Per suportar l'esforç tallant, cal disposar l'armat transversal, els estreps, que podem quantificar utilitzant l'analogia de la gelosia de Mörsch.

S'utilitzaran estreps de 2 branques de ϕ 6 mm, col·locats amb un angle de 90º.

Prèviament a l'armat, cal comprovar que el formigó, a la zona de l'ànima, és capaç de suportar la compressió obliqua, ja que en cas contrari caldria augmentar la secció.

En aquest cas, la comprovació es realitza respecte als tallants actuants en les seccions situades just a les cares dels pilars, ja que les jàsseres són encastades, i pel mateix motiu, l'armat es farà per cobrir els valors dels tallants que actuen en les seccions situades a la distància d'un cantell útil de les cares dels pilars.

Comprovació de l'esgotament del formigó per compressió obliqua

$$V_{u1}=0,3\cdot b\cdot d\cdot f_{cd}=0,3\cdot 300\cdot 300\cdot 25/1,5=450.000 \text{ N}=450 \text{ kN}$$

La secció de formigó pot resistir a compressió obliqua un tallant de valor 450 kN, molt superior als valors dels tallants màxims, per tant, no és necessari el càlcul dels valors dels tallants reduïts (a les cares dels pilars), que segur que seran més petits que els valors dels tallants als eixos.

Tallant efectiu (V_{rd} = valor que es troba a la distància d'un cantell útil de la cara del pilar)

Els pilars de la planta segona i tercera són de 30x35 cm (b·h), per tant, el tallant efectiu el trobarem a una distància de l'eix del pilar de d+35/2 = 30+17,5 = 47,5 cm. El valor es pot trobar per proporció de triangles, o bé restant al valor del tallant en la secció de l'eix del pilar, la part de càrrega majorada que gravita sobre aquesta distància (càrrega majorada uniforme sobre les dues jàsseres q_d=25 kN/m).

Jàssera 1-2

- Secció esquerra

  Vrd=80,4-25·0,475=68,53 kN

- Secció dreta

  Vrd=94,6-25·0,475=82,73 kN

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Jàssera 2-3

- Secció esquerra

  Vrd=95,3-25·0,475=83,43 kN

- Secció dreta

  Vrd=104,6-25·0,475=92,73 kN

Contribució del formigó

La contribució de l'àrea de formigó per resistir l'esforç tallant efectiu sorgeix de l'expressió:

$$V_{cu} = 0{,}1 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_i \cdot f_{cd})^{1/3} \cdot b \cdot d$$

La quantia geomètrica ρ_i de l'armadura traccionada varia al llarg de les dues jàsseres, en les diferents seccions. Hi ha seccions amb només 2 ϕ 16 mm i d'altres des de 3 fins a 8 ϕ 16 mm. Es podria tenir en compte aquesta variació de la contribució del formigó, o altrament, i pel costat de la seguretat, es pot considerar la quantia geomètrica més desfavorable, la menor, que correspon a la que té 2 ϕ 16 mm. Les dues jàsseres tenen la mateixa secció i l'armat mínim de 2 ϕ 16 mm per la qual cosa la contribució del formigó serà la mateixa.

$$\rho = \frac{4{,}021}{30 \cdot 30} = 0{,}00446 \quad (A_{s2\phi16} = 2{,}021\,cm^2)$$

$$V_{cu} = 0{,}1 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{300}}\right) \cdot (100 \cdot 0{,}00446 \cdot 25)^{1/3} \cdot 300 \cdot 300 = 36.523\,N = 36{,}52\,kN$$

Estrebat mínim

L'estrebat mínim es defineix per les següents condicions de separació màxima entre estreps:

$$s_{tmín} \leq \begin{cases} 0{,}8 \cdot d = 0{,}8 \cdot 30 = 24\ cm \\ 30\ cm \\ \dfrac{A_s \cdot f_{yd}}{0{,}02 \cdot b \cdot f_{cd}} = \dfrac{56{,}5 \cdot 400}{0{,}02 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5} = 226\ mm = 22{,}6\ cm \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A_s(2\phi 6\,mm) \\ f_{yd} \leq 400\ N/mm^2 \end{cases}$$

Quan l'armat a flexió és tal que necessita armadura a la cara comprimida, aleshores també cal comprovar que:

$$\phi_t \geq \frac{\phi_{màx}}{4} = \frac{16}{4} = 4\ mm; \qquad s_t \leq 15 \cdot \phi_{mín} = 15 \cdot 16 = 240\ mm = 24\ cm$$

la qual cosa, en el nostre exemple, només es dóna en l'encastament de la jàssera 2-3 amb el pilar 3.

Triem, doncs, un estrebat mínim format per un cèrcol de dues branques verticals, de diàmetre 6 mm col·locat cada 20 cm (1c ϕ 6mm c/ 20 cm).

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Tallant absorbit per l'estrebat mínim més la contribució de la secció de formigó

La contribució de l'armat, quan es tracta d'estreps a 90º, sorgeix de l'expressió

$$V_s = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_t} \quad \Rightarrow \quad V_{smín} = \frac{0{,}9 \cdot 300 \cdot 56{,}5 \cdot 400}{200} = 30510\ \text{N} = 30{,}51\ \text{kN}$$

$$V_{cu} + V_{smín} = 36{,}52\ \text{kN} + 30{,}51\ \text{kN} = 67{,}03\ \text{kN}$$

L'estrebat mínim juntament amb la contribució del formigó no cobreixen tots els valors dels tallants al llarg de les dues jàsseres. Es farà, doncs, una zonificació de tres estrebats diferents a cada jàssera. Les dues zones extremes, pròximes als pilars, més desfavorables, amb un estrebat més dens i la zona central de cada tram amb l'estrebat mínim.

Estrebat a les seccions més desfavorables (a un cantell útil de les cares dels pilars)

Jàssera 1-2

- Secció esquerra

$$V_s = V_{rd} - V_{cu} = 68{,}53 - 36{,}52 = 32{,}01\ \text{kN}$$

$$s_t = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0{,}9 \cdot 300 \cdot 56{,}5 \cdot 400}{32.010} = 190\ \text{mm} = 19\ \text{cm} \Rightarrow e = 2\,\phi\,6\ \text{c/15 cm}$$

- Secció dreta

$$V_s = V_{rd} - V_{cu} = 82{,}73 - 36{,}52 = 46{,}21\ \text{kN}$$

$$s_t = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0{,}9 \cdot 300 \cdot 56{,}5 \cdot 400}{46.210} = 132\ \text{mm} = 13{,}2\ \text{cm} \Rightarrow e = 2\,\phi\,6\ \text{c/10 cm}$$

Jàssera 2-3

- Secció esquerra

$$V_s = V_{rd} - V_{cu} = 83{,}43 - 36{,}52 = 46{,}91\ \text{kN}$$

$$s_t = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0{,}9 \cdot 300 \cdot 56{,}5 \cdot 400}{46.910} = 130\ \text{mm} = 13\ \text{cm} \Rightarrow e = 2\,\phi\,6\ \text{c/10 cm}$$

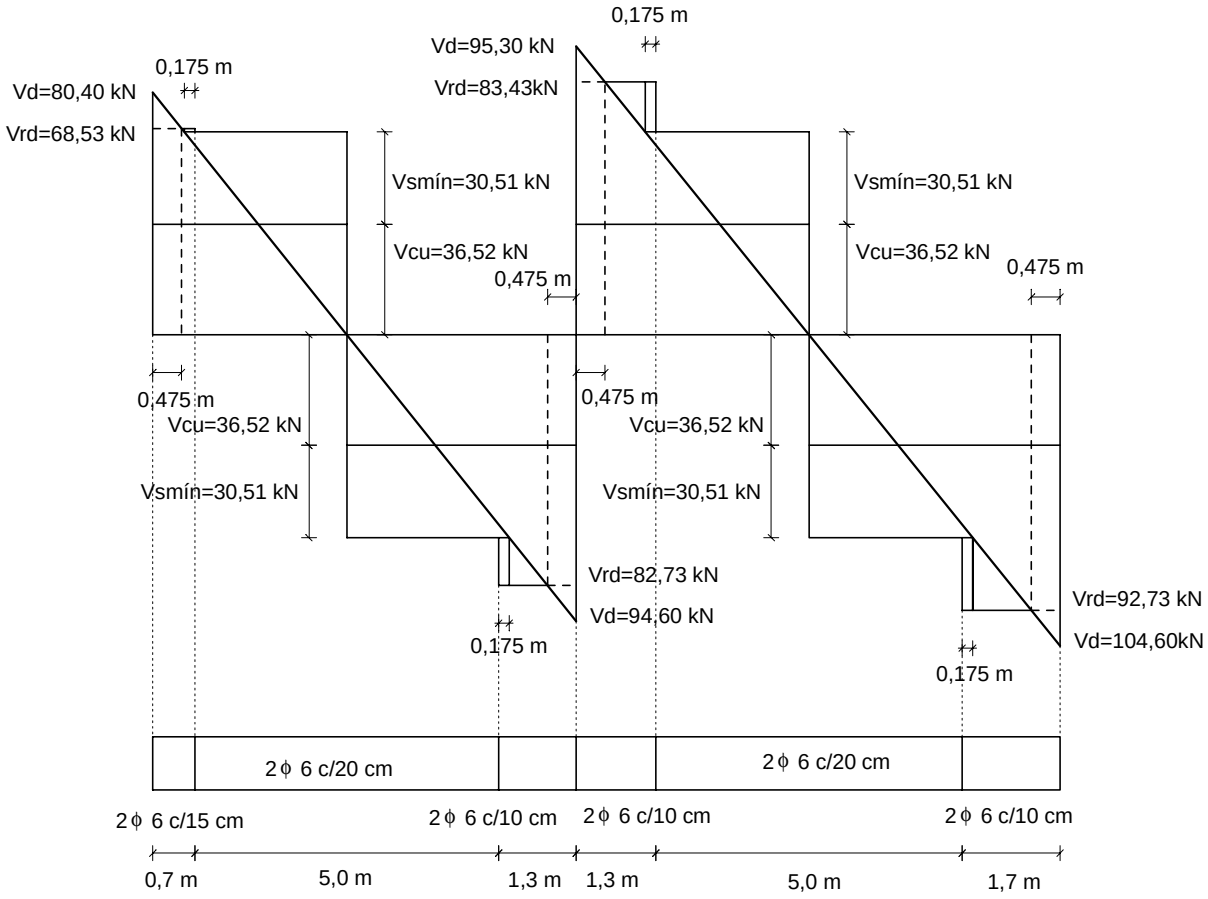
- Secció dreta

$$V_s = V_{rd} - V_{cu} = 92{,}73 - 36{,}52 = 56{,}21\ \text{kN}$$

$$s_t = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0{,}9 \cdot 300 \cdot 56{,}5 \cdot 400}{56.210} = 108\ \text{mm} = 10{,}8\ \text{cm} \Rightarrow e = 2\,\phi\,6\ \text{c/10 cm}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Zonificació de l'estrebat



Distància de l'estrebat mínim als eixos dels pilars

Jàssera 1-2

- Secció esquerra

$$V_{cu} + V_{smín} = 67{,}03 \Rightarrow 80{,}4 - 25 \cdot x = 67{,}03 \Rightarrow x = 0{,}53\,\text{m} \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 0{,}53 + 0{,}175 \approx 0{,}7\,\text{m}$$

- Secció dreta

$$V_{cu} + V_{smín} = 67{,}03 \Rightarrow 94{,}6 - 25 \cdot x = 67{,}03 \Rightarrow x = 1{,}10\,\text{m} \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 1{,}10 + 0{,}175 \approx 1{,}3\,\text{m}$$

Jàssera 12-3

- Secció esquerra

$$V_{cu} + V_{smín} = 67{,}03 \Rightarrow 95{,}3 - 25 \cdot x = 67{,}03 \Rightarrow x = 1{,}13\,\text{m} \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 1{,}10 + 0{,}175 \approx 1{,}3\,\text{m}$$

- Secció dreta

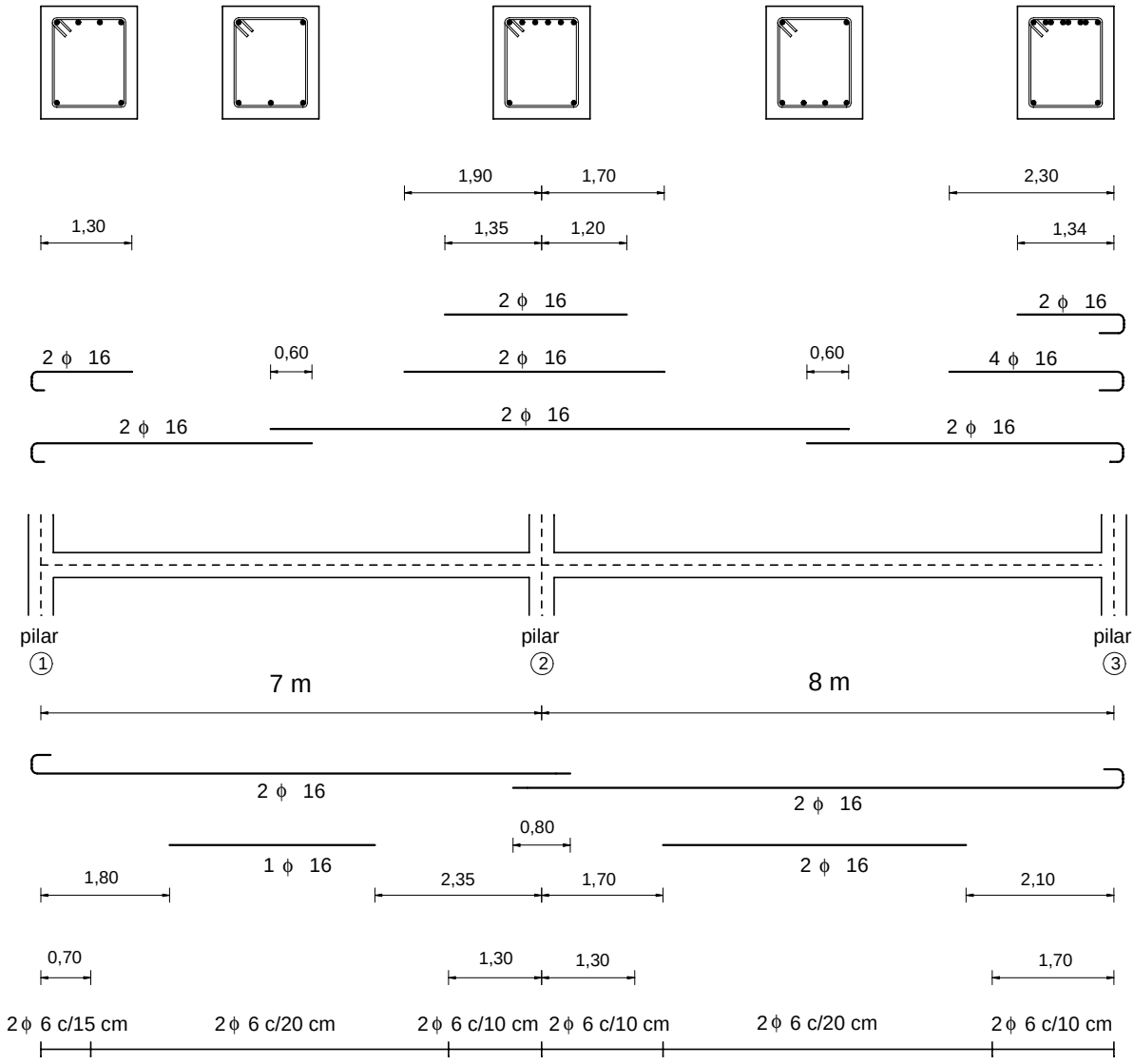
$$V_{cu} + V_{smín} = 67{,}03 \Rightarrow 104{,}6 - 25 \cdot x = 67{,}03 \Rightarrow x = 1{,}50\,\text{m} \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 1{,}50 + 0{,}175 \approx 1{,}7\,\text{m}$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.4.4 Plànol de tot l'armat

En la disposició final de les armadures podem comprovar que es pot complir el recobriment de 30 mm necessari en ambient I, fins i tot en el cas més desfavorable si s'agrupen els rodons del reforços de dos en dos. En aquest cas, que és l'encastament de la jàssera 2-3 amb el pilar 3, les 8 barres traccionades de la cara superior agrupades d'aquesta manera queden amb una separació de 2,5 cm i poden complir tots els requisits de separació mínima entre barres o grups de barres.

$$a' \geq \begin{cases} 2\ \text{cm} \\ \phi_{màx} = 16\ \text{mm} \\ \phi_{eq} = \sqrt{2 \cdot 16^2} = 22{,}6\ \text{mm} \quad \text{(diàmetre equivalent d'un grup de } 2\,\phi 16\text{)} \\ \dfrac{TMA}{0{,}8} = \dfrac{20\ \text{mm}}{0{,}8} = 25\ \text{mm} \end{cases}$$

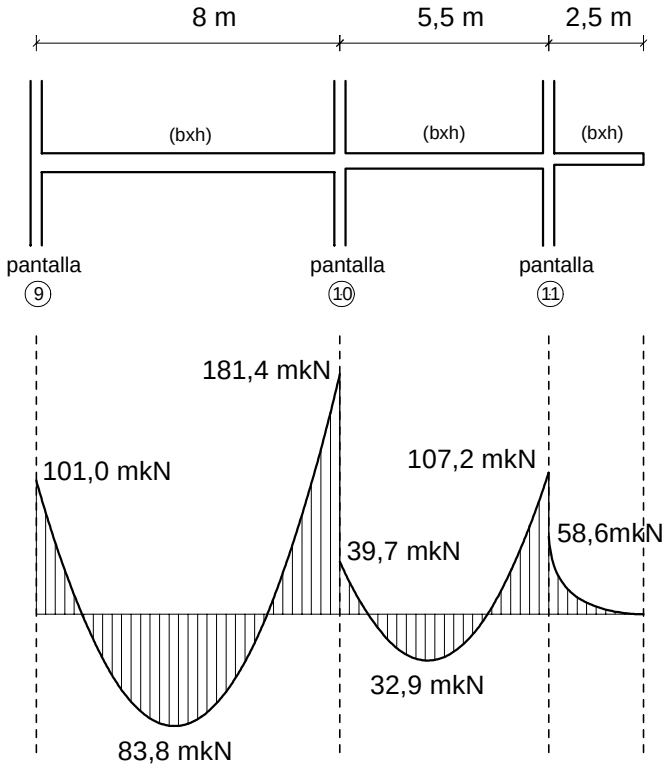


La longitud de solapament dels 2 ϕ 16 superiors de la caixa és del mateix valor que la d'ancoratge, pel fet de ser en zona comprimida (l_{bII}=0,58 m≈0,60 m). Els 2 ϕ 16 inferiors de la caixa es prolonguen fins als eixos i s'ancoren, per cada banda, amb la longitud corresponent (l_{bI}=40 cm).

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.5 Jàssera 9-10-11-Vol, planta 3_a

9.5.1 Predimensionament de la secció



Consideracions prèvies

No es considera en el càlcul l'efecte favorable de l'axial de compressió.

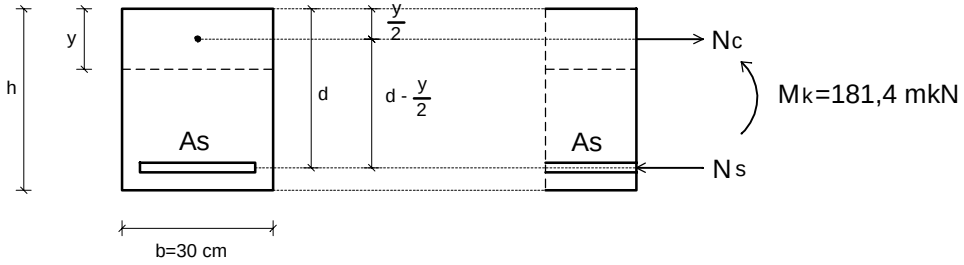
El mateix que en la jàssera anterior, els esforços majorats són els obtinguts mitjançant un programa d'ordinador (tipus Wineva o similar), i els característics predimensionats, els mateixos dividits per 1,6.

En aquest cas, les jàsseres i voladís tenen llums molt diferents, que provoquen moments molt diferents, per la qual cosa la secció no serà constant.

Predimensionem aquí la jàssera 9-10 per suportar, en la secció més desfavorable, un moment característic de valor:

M_k=181,4 mkN

La base de la secció és de 30 cm, segons el criteri de partida.



Considerarem d = 0,9·h i y = 0,4·d, aleshores les incògnites són A_s i h:

$$d = \sqrt{\frac{M_k \cdot \gamma_f}{0{,}272 \cdot f_{cd} \cdot b}} = \sqrt{\frac{181{,}4 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6}{0{,}272 \cdot 25/1{,}5 \cdot 300}} = 462\,mm = 46{,}2\,cm$$

$$h = \frac{d}{0{,}9} = \frac{46{,}2}{0{,}9} = 51{,}33\,cm \Rightarrow h=50\,cm;\quad d=0{,}9\cdot h=0{,}9\cdot 50=45\,cm$$

$$As = \frac{0{,}34 \cdot fcd \cdot b \cdot d}{fyd} = \frac{0{,}34 \cdot 25/1{,}5 \cdot 300 \cdot 450}{500/1{,}15} = 1.759\,mm^2 = 17{,}59\,cm^2 \Rightarrow \begin{vmatrix} 6\phi 20\,mm \\ 4\phi 25\,mm \end{vmatrix}$$

Vist el resultat (h=51,33 cm), hauríem d'agafar un cantell igual o superior (per exemple 55 cm), però agafarem 50 cm per, tal com passava amb la jàssera anterior, aprofitar una mica la secció de formigó.

Amb el mateix mètode i criteri, obtindríem una secció de predimensionament de 30x40 per la jàssera 10-11 i de 30x30 pel voladís.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.5.2 Armat a flexió (armadura longitudinal)

Jàssera 9-10 (secció bxd=30x45)

- Secció esquerra (encastament pantalla 9). M^-_d = 161,6 mkN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{161{,}6 \cdot 10^6}{300 \cdot 450^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}16 \Rightarrow \omega = 0{,}178;\ A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}178 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5 = 400.500\ \text{N} = 400{,}5\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament} \left| \begin{array}{l} 3\phi 20\ (349{,}77\ \text{kN}) \\ 2\phi 25\ (426{,}85\ \text{kN}) \end{array} \right.$$

- Secció central. M^+_d = 134,1 mkN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{134{,}1 \cdot 10^6}{300 \cdot 450^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}13 \Rightarrow \omega = 0{,}143;\ A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}143 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5 = 321.750\ \text{N} = 321{,}8\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament} \left| \begin{array}{l} 3\phi 20\ (409{,}77\ \text{kN}) \\ 2\phi 25\ (426{,}8\ \text{kN}) \end{array} \right.$$

- Secció dreta (encastament pantalla 10). M^-_d = 290,3 mkN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{290{,}3 \cdot 10^6}{300 \cdot 450^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}29 \Rightarrow \omega = 0{,}372;\ A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}372 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5 = 837.000\ \text{N} = 837{,}0\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament} \left| \begin{array}{l} 7\phi 20\ (956{,}14\ \text{kN}) \\ 4\phi 25\ (853{,}70\ \text{kN}) \end{array} \right.$$

Jàssera 10-11 (secció bxd=30x35)

- Secció esquerra (encastament pantalla 10). M^-_d = 63,5 mkN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{63{,}5 \cdot 10^6}{300 \cdot 350^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}104 \Rightarrow \omega = 0{,}132;\ A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}132 \cdot 300 \cdot 350 \cdot 25/1{,}5 = 231.000\ \text{N} = 231{,}0\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament} \left| \begin{array}{l} 2\phi 20\ (273{,}18\ \text{kN}) \\ 2\phi 25\ (426{,}85\ \text{kN}) \end{array} \right.$$

- Secció central. M^+_d = 52,7 mkN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{52{,}7 \cdot 10^6}{300 \cdot 350^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}086 \Rightarrow \omega = 0{,}095;\ A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}095 \cdot 300 \cdot 350 \cdot 25/1{,}5 = 166.250\ \text{N} = 166{,}3\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament} \left| \begin{array}{l} 2\phi 20\ (273{,}18\ \text{kN}) \\ 1\phi 25\ (213{,}42\ \text{kN}) \end{array} \right.$$

- Secció dreta (encastament pantalla 11). M^-_d = 171,5 mkN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{171{,}5 \cdot 10^6}{300 \cdot 350^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}28 \Rightarrow \omega = 0{,}36;\ A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}360 \cdot 300 \cdot 350 \cdot 25/1{,}5 = 630.000\ \text{N} = 630{,}0\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament} \left| \begin{array}{l} 5\phi 20\ (682{,}96\ \text{kN}) \\ 3\phi 25\ (640{,}27\ \text{kN}) \end{array} \right.$$

Voladís 11-Vol (secció bxd=30x25)

- Secció esquerra (encastament pantalla 11). M^-_d = 93,8 mkN

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{93{,}8 \cdot 10^6}{300 \cdot 250^2 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}300 \Rightarrow \omega = 0{,}390;\ A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \Rightarrow$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0{,}390 \cdot 300 \cdot 250 \cdot 25/1{,}5 = 487.500\ \text{N} = 487{,}5\ \text{kN} \Rightarrow \text{Armament} \left| \begin{array}{l} 4\phi 20\ (546{,}37\ \text{kN}) \\ 3\phi 25\ (640{,}27\ \text{kN}) \end{array} \right.$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

De la mateixa manera que en l'exemple anterior, l'estreta mesura de base (b=30 cm) aconsella que es triï una solució amb menys de 6 barres. La solució amb barres de ϕ 25 mm simplificaria molt els reforços.

En aquest cas, hem escollit la solució de caixa amb barres de ϕ 20 i reforços amb ϕ 25 mm per tal que serveixi com a exemple d'utilització de diàmetres diferents.

Moments resistits

Jàssera 9-10 (secció bxd=30x45)

- Secció esquerra (encastament pantalla 9): $A_s f_{yd2\phi20+1\phi25}$=486,60 kN

$$\omega = \frac{486{,}60 \cdot 10^3}{300 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}216 \Rightarrow \mu = 0{,}187 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}187 \cdot 300 \cdot 450^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 189{,}34\ \text{mkN}$$

- Secció central: $A_s f_{yd2\phi20+1\phi25}$=486,60 kN
  El mateix que en la secció esquerra

- Secció dreta (encastament pantalla 10): $A_s f_{yd2\phi20+3\phi25}$=913,45 kN

$$\omega = \frac{913{,}45 \cdot 10^3}{300 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}406 \Rightarrow \mu = 0{,}308 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}308 \cdot 300 \cdot 450^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 311{,}85\ \text{mkN}$$

- Caixa: $A_s f_{yd2\phi20}$=273,18 kN

$$\omega = \frac{273{,}18 \cdot 10^3}{300 \cdot 450 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}121 \Rightarrow \mu = 0{,}112 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}1127 \cdot 300 \cdot 450^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 113{,}4\ \text{mkN}$$

Jàssera 10-11 (secció bxd=30x35)

- Secció esquerra (encastament pantalla 10): $A_s f_{yd2\phi20}$=273,18 kN

$$\omega = \frac{273{,}18 \cdot 10^3}{300 \cdot 350 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}156 \Rightarrow \mu = 0{,}142 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}142 \cdot 300 \cdot 350^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 86{,}98\ \text{mkN}$$

- Secció central i caixa: $A_s f_{yd2\phi20}$=273,18 kN
  El mateix que en la secció esquerra

- Secció dreta (encastament pantalla 11): $A_s f_{yd2\phi20+2\phi25}$=700,00 kN

$$\omega = \frac{700{,}00 \cdot 10^3}{300 \cdot 350 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}400 \Rightarrow \mu = 0{,}305 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}305 \cdot 300 \cdot 350^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 186{,}81\text{mkN}$$

Voladís 11-Vol (secció bxd=30x25)

- Secció esquerra (encastament pantalla 11): $A_s f_{yd2\phi20+2\phi25}$=700,00 kN

$$\omega = \frac{700{,}00 \cdot 10^3}{300 \cdot 250 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}560 \Rightarrow \mu = 0{,}435 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}435 \cdot 300 \cdot 250^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 135{,}94\ \text{mkN}$$

- Caixa: $A_s f_{yd2\phi20}$=273,18 kN

$$\omega = \frac{273{,}18 \cdot 10^3}{300 \cdot 250 \cdot 25/1{,}5} = 0{,}218 \Rightarrow \mu = 0{,}202 \Rightarrow M_r = \frac{0{,}202 \cdot 300 \cdot 250^2 \cdot 25/1{,}5}{10^6} = 63{,}10\ \text{mkN}$$

Comprovació de quanties geomètriques mínimes

Jàssera 9-10

$$\rho \geq 0{,}0028 \Rightarrow \text{As} = 0{,}0028 \cdot 30 \cdot 50 = 4{,}20\ \text{cm}^2 \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} = 420 \cdot 500/1{,}15 = 182.608\ \text{N} = 182{,}61\ \text{kN}$$

Amb els 2 ϕ 20 mm de caixa, es cobreix la quantia geomètrica mínima. El mateix succeeix en la jàssera 10-11 i en el voladís.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Longituds d'ancoratge

Per a les barres de la cara inferior (zona de bona adherència), la longitud d'ancoratge L_{bI} de les barres de ϕ 20 mm i de ϕ 25 mm (B-500-S) en formigó HA-25 ha de complir:

$$\phi\ 20\ \text{mm}\qquad l_{bI} = m\cdot\phi^2 = 15\cdot 2{,}0^2 = 60{,}0\ \text{cm} \quad \geq \quad \left|\begin{array}{l} 15\ \text{cm} \\ 10\cdot\phi = 10\cdot 2{,}0 = 20\ \text{cm} \\ \dfrac{f_{yk}}{20}\cdot\phi = \dfrac{500}{20}\cdot 2{,}0 = 50\ \text{cm} \end{array}\right.$$

$$\phi\ 25\ \text{mm}\qquad l_{bI} = m\cdot\phi^2 = 15\cdot 2{,}5^2 = 93{,}8\ \text{cm} \quad \geq \quad \left|\begin{array}{l} 15\ \text{cm} \\ 10\cdot\phi = 10\cdot 2{,}5 = 25\ \text{cm} \\ \dfrac{f_{yk}}{20}\cdot\phi = \dfrac{500}{20}\cdot 2{,}5 = 62{,}5\ \text{cm} \end{array}\right.$$

Les condicions més desfavorable de totes elles són l_{bI} = 60 cm per barres de ϕ 20 mm i l_{bI} = 94 cm per barres de ϕ 25 mm.

De l'armadura necessària per suportar el moment central de les jàsseres, un terç s'ha de prolongar fins als eixos dels suports extrems i ancorar-la amb la longitud d'ancoratge corresponent, i un quart de l'armadura fins als eixos dels suports centrals, i ancorar-la amb la longitud d'ancoratge corresponent. Si ancorem les dues barres de caixa ja haurem superat aquesta condició.

Aquests ancoratges a l'extrem de la jàssera tindran forma de patilla o ganxo en U amb una longitud d'ancoratge desenvolupada igual a l_{bI} = 60 cm o 94 cm segons si són de ϕ 20 mm o de ϕ 25 mm.

Per a les barres de la cara superior (zona de mala adherència), la longitud d'ancoratge l_{bII} de les barres de ϕ 20 mm i de ϕ 25 mm (B-500-S) en formigó HA-25 ha de complir:

$$\phi\ 20\ \text{mm}\qquad l_{bII} = 1{,}4\cdot m\cdot\varphi^2 = 1{,}4\cdot 15\cdot 2{,}0^2 = 84\ \text{cm} \quad \geq \quad \left|\begin{array}{l} 15\ \text{cm} \\ 10\cdot\phi = 10\cdot 2{,}0 = 20\ \text{cm} \\ \dfrac{f_{yk}}{14}\cdot\phi = \dfrac{500}{14}\cdot 2{,}0 = 71{,}4\ \text{cm} \end{array}\right.$$

$$\phi\ 25\ \text{mm}\qquad l_{bII} = 1{,}4\cdot m\cdot\varphi^2 = 1{,}4\cdot 15\cdot 2{,}5^2 = 131{,}3\ \text{cm} \geq \quad \left|\begin{array}{l} 15\ \text{cm} \\ 10\cdot\phi = 10\cdot 2{,}5 = 25\ \text{cm} \\ \dfrac{f_{yk}}{14}\cdot\phi = \dfrac{500}{14}\cdot 2{,}5 = 89{,}3\ \text{cm} \end{array}\right.$$

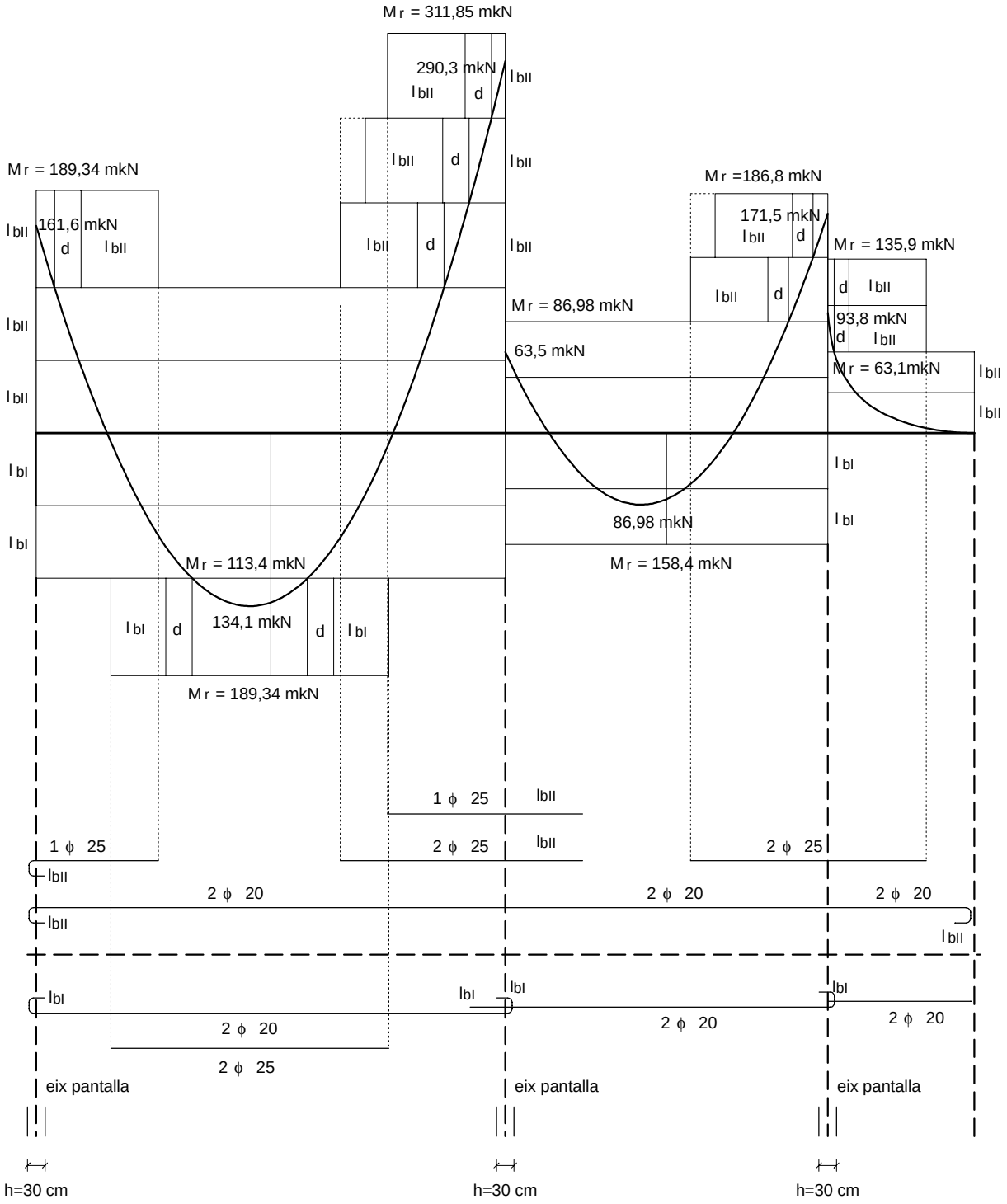
Les condicions més desfavorable de totes elles són l_{bII} = 84 cm per barres de ϕ 20 mm, i l_{bII} = 132 cm per barres de ϕ 25 mm.

Els ancoratges a l'extrem de la jàssera de les barres superiors tindran forma de ganxo en U amb una longitud d'ancoratge desenvolupada igual a l_{bII} = 84 cm o 132 cm segons si són de ϕ 20 mm o de ϕ 25 mm.

En general, l'ancoratge de cada barra es farà per prolongació recta de la barra, a excepció dels extrems de la jàssera on no hi càpiga aquesta longitud. En aquests casos es doblegarà la barra formant una patilla o ganxo en U, segons la longitud necessària. La forma favorable d'aquests ancoratges permetria una reducció de la longitud d'ancoratge d'un 30% si es poguessin garantir uns recobriments laterals (perpendiculars al pla que conté l'armadura doblegada) mínims de 3 ϕ, però no és el nostre cas (3 ϕ = 3·2,5 = 7,5 cm).

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Especejament de les armadures

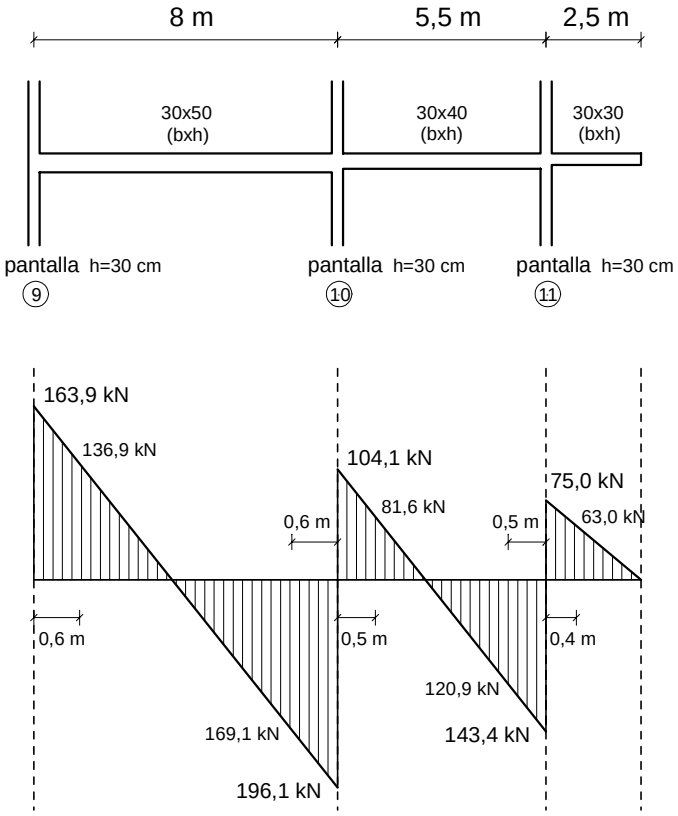


Les armadures de caixa tenen una longitud excessiva per poder-les transportar i col·locar. Cal tallar-les i solapar-les correctament.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.5.3 Armat a tallant (armadura transversal)

Diagrama de tallants majorat



Per suportar l'esforç tallant, cal disposar l'armat transversal, els estreps, que podem quantificar utilitzant l'analogia de la gelosia de Mörsch.

S'utilitzaran estreps de 2 branques de ϕ 6 mm, col·locats amb un angle de 90º.

Prèviament a l'armat, cal comprovar que el formigó, a la zona de l'ànima, és capaç de suportar la compressió obliqua, ja que en cas contrari caldria augmentar la secció.

En aquest cas, la comprovació es realitza respecte als tallants actuants en les seccions situades just a les cares de les pantalles, ja que les jàsseres són encastades, i pel mateix motiu, l'armat es farà per cobrir els valors dels tallants que actuen en les seccions situades a la distància d'un cantell útil de les cares de les pantalles.

Comprovació de l'esgotament del formigó per compressió obliqua

$$V_{u1}=0,3\cdot b\cdot d\cdot f_{cd}=0,3\cdot 300\cdot 250\cdot 25/1,5=375.000 \text{ N}=375 \text{ kN}$$

En la secció més petita se superen sobradament tots els valors del diagrama de tallants, fins i tot els de la resta de seccions amb més cantell. Així no cal trobar els valors reduïts dels tallants (a les cares de pantalles).

Tallant efectiu (V_{rd} = valor que es troba a la distància d'un cantell útil de la cara de la pantalla)

En el nostre exemple tenim pantalles de 30 cm de gruix, per tant, el tallant efectiu el trobarem a una distància de l'eix d+30/2 que en els diferents trams serà de 60, 50 o 40 cm, segons els cantells. El valor es pot trobar per proporció de triangles, o bé restant al valor del tallant en la secció de l'eix de la pantalla, la part de càrrega majorada que gravita sobre aquesta distància (càrrega majorada uniforme sobre les dues jàsseres q_d=45 kN/m, i sobre el voladís q_d=30 kN/m).

Jàssera 9-10

- Secció esquerra

  Vrd=163,9-45·0,6=136,9 kN

- Secció dreta

  Vrd=196,1-45·0,6=169,1 kN

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Jàssera 10-11

- Secció esquerra

  Vrd=104,1-45·0,5=81,6 kN

- Secció dreta

  Vrd=143,4-45·0,5=120,9 kN

Voladís11-Vol

- Secció esquerra

  Vrd=75,0-30·0,4=63,0 kN

Contribució del formigó

La contribució de l'àrea de formigó per resistir l'esforç tallant efectiu sorgeix de l'expressió:

$$V_{cu} = 0{,}1 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_i \cdot f_{cd})^{1/3} \cdot b \cdot d$$

Pel costat de la seguretat, considerarem la quantia geomètrica corresponent als 2 ϕ 20 mm tant en les jàsseres com en el voladís. En ser els cantells diferents, la contribució del formigó en les tres peces també ho serà.

Jàssera 9-10

$$\rho = \frac{6{,}283}{30 \cdot 45} = 0{,}00465 \quad (A_{s2\phi 20} = 6{,}283\ cm^2)$$

$$V_{cu} = 0{,}1 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{450}}\right) \cdot (100 \cdot 0{,}00465 \cdot 25)^{1/3} \cdot 300 \cdot 450 = 50.985\ N = 50{,}98\ kN$$

Jàssera 10-11

$$\rho = \frac{6{,}283}{30 \cdot 35} = 0{,}00598 \quad (A_{s2\phi 20} = 6{,}283\ cm^2)$$

$$V_{cu} = 0{,}1 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{350}}\right) \cdot (100 \cdot 0{,}00598 \cdot 25)^{1/3} \cdot 300 \cdot 350 = 45.429\ N = 45{,}43\ kN$$

Voladís 11-Vol

$$\rho = \frac{6{,}283}{30 \cdot 25} = 0{,}00838 \quad (A_{s2\phi 20} = 6{,}283\ cm^2)$$

$$V_{cu} = 0{,}1 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{250}}\right) \cdot (100 \cdot 0{,}00838 \cdot 25)^{1/3} \cdot 300 \cdot 250 = 39.164\ N = 39{,}16\ kN$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Estrebat mínim

L'estrebat mínim es defineix per les següents condicions de separació màxima entre estreps:

$$s_{tmín} \le \left| \begin{array}{l} 0{,}8 \cdot d = 0{,}8 \cdot 25 = 20 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \\ \dfrac{A_s \cdot f_{yd}}{0{,}02 \cdot b \cdot f_{cd}} = \dfrac{56{,}5 \cdot 400}{0{,}02 \cdot 300 \cdot 25/1{,}5} = 226 \text{ mm} = 22{,}6 \text{ cm} \end{array} \right. \rightarrow \left| \begin{array}{l} A_s (2\phi 6 \text{mm}) \\ f_{yd} \le 400 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right.$$

En el voladís, de cantell útil 25 cm, l'estrebat mínim, format per un estrep de dues branques de diàmetre 6 mm, ha de tenir una separació màxima de 20 cm, segons la primera condició.

En les dues jàsseres, la condició més restrictiva serà la tercera, la qual cosa implica una distància màxima de 22,6 cm.

Triem, doncs, un estrebat mínim format per un cèrcol de dues branques verticals, de diàmetre 6 mm, col·locat cada 20 cm en les tres peces (1c ϕ 6mm c/ 20 cm).

Tallant absorbit per l'estrebat mínim més la contribució de la secció de formigó

La contribució de l'armat, quan es tracta d'estreps a 90º, sorgeix de l'expressió

$$V_s = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_t} \quad \Rightarrow \quad V_{smín} = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{s_{tmín}}$$

Jàssera 9-10

$$V_{smín} = \frac{0{,}9 \cdot 450 \cdot 56{,}5 \cdot 400}{200} = 45.765 \text{ N} = 45{,}76 \text{ kN}$$

$V_{cu} + V_{smín} = 50{,}98 \text{ kN} + 45{,}76 \text{ kN} = 96{,}74 \text{ kN} < V_{rd}$ de les dues seccions dels extrems

Jàssera 10-11

$$V_{smín} = \frac{0{,}9 \cdot 350 \cdot 56{,}5 \cdot 400}{200} = 35.595 \text{ N} = 35{,}59 \text{ kN}$$

$V_{cu} + V_{smín} = 45{,}43 \text{ kN} + 35{,}59 \text{ kN} = 81{,}02 \text{ kN} < V_{rd}$ de les dues seccions dels extrems

Voladís

$$V_{smín} = \frac{0{,}9 \cdot 250 \cdot 56{,}5 \cdot 400}{200} = 25.425 \text{ N} = 25{,}42 \text{ kN}$$

$V_{cu} + V_{smín} = 39{,}16 \text{ kN} + 25{,}42 \text{ kN} = 64{,}58 \text{ kN} > V_{rd}$ de la secció esquerra

L'estrebat mínim juntament amb la contribució del formigó no cobreixen tots els valors dels tallants al llarg de les dues jàsseres. Es farà, doncs, una zonificació de tres estrebats diferents a cada jàssera. Les dues zones extremes, pròximes a les pantalles, més desfavorables, amb un estrebat més dens i la zona central de cada tram amb l'estrebat mínim.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

En el voladís no succeeix al mateix. Amb l'estrebat mínim i la contribució del formigó es suporta el tallant de qualsevol secció.

Estrebat a les seccions més desfavorables (a un cantell útil de les cares de les pantalles)

Jàssera 9-10

- Secció esquerra

$$V_s = V_{rd} - V_{cu} = 136{,}9 - 50{,}98 = 85{,}92 \text{ kN}$$

$$s_t = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0{,}9 \cdot 450 \cdot 56{,}5 \cdot 400}{85.920} = 106 \text{ mm} = 10{,}6 \text{ cm} \Rightarrow e = 2\,\phi\,6 \text{ c/}10 \text{ cm}$$

- Secció dreta

$$V_s = V_{rd} - V_{cu} = 169{,}1 - 50{,}98 = 118{,}12 \text{ kN}$$

$$s_t = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0{,}9 \cdot 450 \cdot 56{,}5 \cdot 400}{118.120} = 77 \text{ mm} = 7{,}7 \text{ cm} \Rightarrow e = 2\,\phi\,6 \text{ c/}7{,}5 \text{ cm}$$

Jàssera 10-11

- Secció esquerra

$$V_s = V_{rd} - V_{cu} = 82 - 45{,}43 = 36{,}17 \text{ kN}$$

$$s_t = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0{,}9 \cdot 350 \cdot 56{,}5 \cdot 400}{36.170} = 196 \text{ mm} = 19{,}6 \text{ cm} \Rightarrow e = 2\,\phi\,6 \text{ c/}15 \text{ cm}$$

- Secció dreta

$$V_s = V_{rd} - V_{cu} = 120{,}9 - 45{,}43 = 75{,}47 \text{ kN}$$

$$s_t = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s} = \frac{0{,}9 \cdot 350 \cdot 56{,}5 \cdot 400}{75.470} = 94 \text{ mm} = 9{,}4 \text{ cm} \Rightarrow e = 2\,\phi\,6 \text{ c/}7{,}5 \text{ cm}$$

La distància de 7,5 cm entre estreps, en la secció dreta de les dues jàsseres, és molt justa perquè es pugui vibrar correctament el formigó.

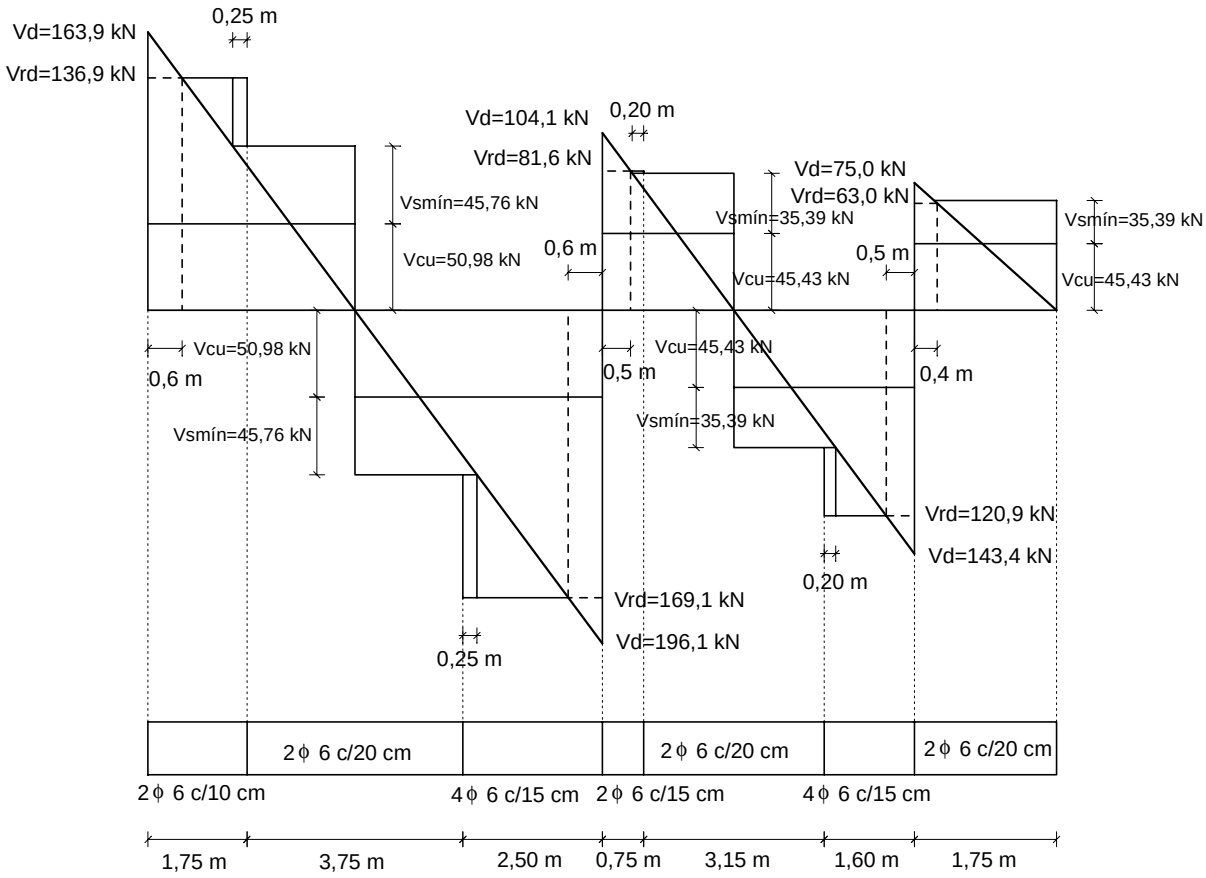
Una solució seria col·locar en lloc d'un estrep cada 7,5 cm, dos cada 15 cm (4 branques en lloc de dues), o bé encara millor, canviar de diàmetre, utilitzar barres de ϕ 8 mm.

L'àrea de 2 ϕ 8 mm és quasi el doble que la de 2 ϕ 6 mm i, aleshores, la separació entre estreps, per suportar el mateix tallant, també seria quasi el doble.

Continuem de totes maneres l'exercici amb la zonificació dels estreps amb ϕ 6 mm per tal de no refer els càlculs.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Zonificació de l'estrebat



Distància de l'estrebat mínim als eixos dels pilars

Jàssera 9-10

- Secció esquerra

$$V_{cu} + V_{smín} = 96,74 \Rightarrow 163,9 - 45 \cdot x = 96,74 \Rightarrow x = 1,49\,m \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 1,49 + 0,25 \approx 1,75\,m$$

- Secció dreta

$$V_{cu} + V_{smín} = 96,74 \Rightarrow 196,1 - 45 \cdot x = 96,74 \Rightarrow x = 2,21\,m \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 2,21 + 0,25 \approx 2,50\,m$$

Jàssera 10-11

- Secció esquerra

$$V_{cu} + V_{smín} = 81,02 \Rightarrow 104,1 - 45 \cdot x = 81,02 \Rightarrow x = 0,51\,m \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 0,51 + 0,20 \approx 0,75\,m$$

- Secció dreta

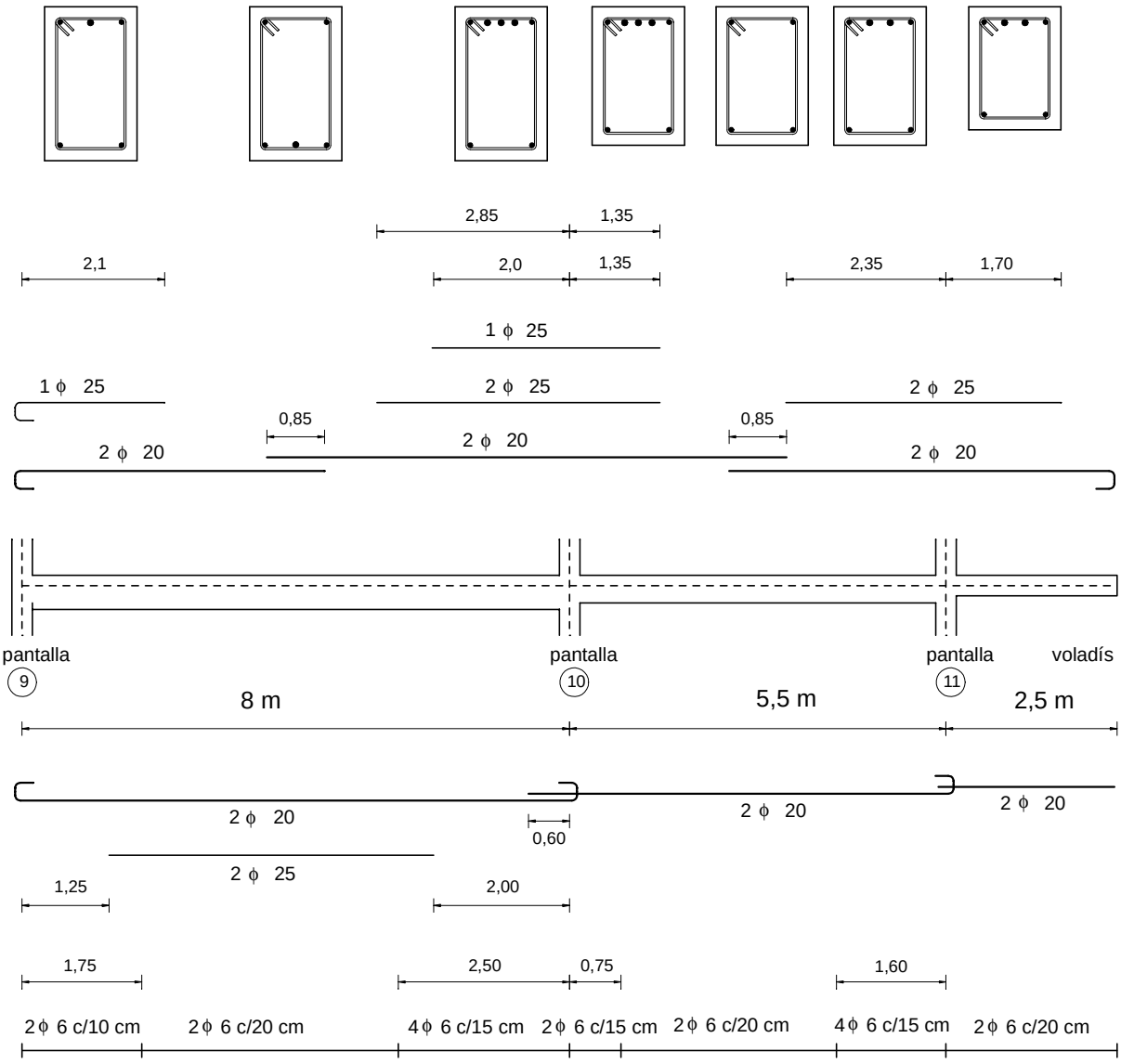
$$V_{cu} + V_{smín} = 81,02 \Rightarrow 143,4 - 45 \cdot x = 81,02 \Rightarrow x = 1,39\,m \Rightarrow x + \frac{h}{2} = 1,39 + 0,20 \approx 1,60\,m$$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

9.5.4 Plànol de tot l'armat

En la disposició final de les armadures podem comprovar que es pot complir el recobriment de 30 mm necessari en ambient I.

$$a' \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_{màx} = 25 \text{ mm} \\ \dfrac{TMA}{0,8} = \dfrac{20 \text{ mm}}{0,8} = 25 \text{ mm} \end{cases}$$



La longitud de solapament dels 2 ϕ 20 superiors de la caixa és igual a la longitud d'ancoratge, pel fet ser en zona comprimida (l_{bII}=0,84 m≈0,85 m). Els 2 ϕ 20 inferiors de la caixa es prolonguen fins als eixos i s'ancoren, per cada banda, amb la longitud corresponent (l_{bI}=60 cm).

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

10 Taules, diagrames adimensionals i àbacs roseta

Seccions rectangulars

Acers de duresa natural amb resistències $400\ \mathrm{N/mm^2} \le f_{yk} \le 500\ \mathrm{N/mm^2}$

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

10.1 Taula de seccions i capacitats mecàniques dels acers

SECCIONS EN cm² I MASSES EN kg/m

Diàmetre ϕ (mm)	Massa (kg/m)	NOMBRE DE BARRES								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	0,222	0,283	0,565	0,848	1,131	1,414	1,696	1,979	2,262	2,545
8	0,395	0,503	1,005	1,508	2,011	2,513	3,016	3,519	4,021	4,524
10	0,617	0,785	1,571	2,356	3,142	3,927	4,712	5,498	6,283	7,069
12	0,888	1,131	2,262	3,393	4,524	5,655	6,786	7,917	9,048	10,179
14	1,208	1,539	3,079	4,618	6,158	7,697	9,236	10,776	12,315	13,854
16	1,578	2,011	4,021	6,032	8,042	10,053	12,064	14,074	16,085	18,096
20	2,466	3,142	6,283	9,425	12,566	15,708	18,850	21,991	25,133	28,274
25	3,853	4,909	9,818	14,726	19,635	24,544	29,453	34,361	39,270	44,179
32	6,313	8,042	16,085	24,127	32,170	40,212	48,255	56,297	64,340	72,382
40	9,865	12,566	25,133	37,699	50,266	62,832	75,398	87,965	100,531	113,098

CAPACITAT MECÀNICA EN Kn — ACER B 500 S — f_{yk} = 500 N/mm²

$U = A_s \cdot f_{yd}$ $U' = A'_s \cdot f_{yd}$ — $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ — γ_s = 1,15

Diàmetre ϕ (mm)	NOMBRE DE BARRES									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	12,29	24,59	36,88	49,17	61,47	73,76	86,05	98,35	110,64	122,93
8	21,85	43,71	65,56	87,42	109,27	131,13	152,98	174,84	196,69	218,55
10	34,15	68,30	102,44	136,59	170,74	204,89	239,03	273,18	307,33	341,48
12	49,17	98,35	147,52	196,69	245,86	295,04	344,21	393,38	442,56	491,73
14	66,93	133,86	200,79	267,72	334,65	401,58	468,51	535,44	602,37	669,30
16	87,42	174,84	262,26	349,67	437,09	524,51	611,93	699,35	786,77	874,18
20	136,59	273,18	409,77	546,37	682,96	819,55	956,14	1092,73	1229,32	1365,91
25	213,42	426,85	640,27	853,70	1067,12	1280,54	1493,97	1707,39	1920,82	2134,24
32	349,67	699,35	1049,02	1398,69	1748,37	2098,04	2447,72	2797,39	3147,06	3496,74
40	546,37	1092,73	1639,10	2185,46	2731,83	3278,19	3824,56	4370,92	4917,29	5463,65

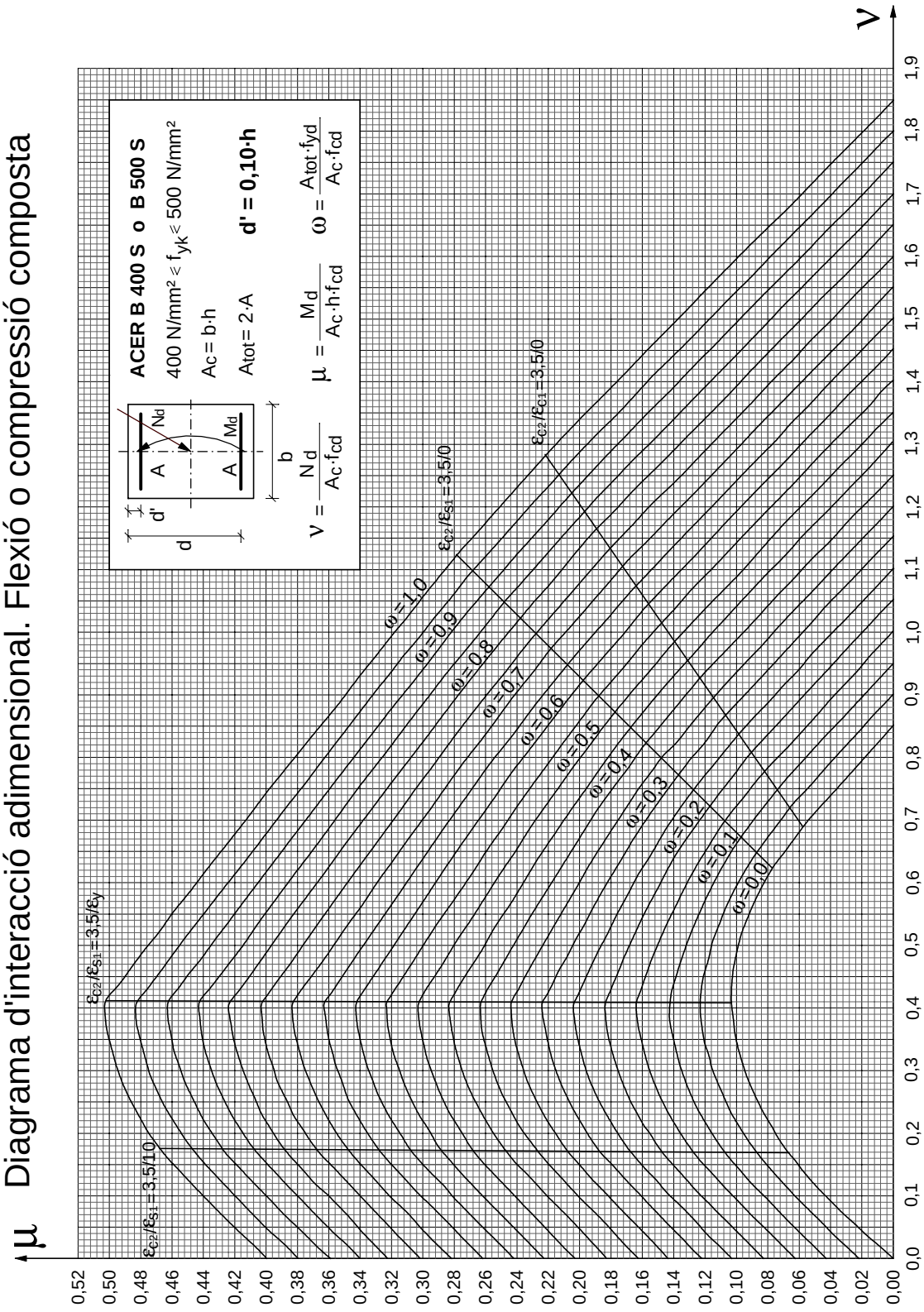
CAPACITAT MECÀNICA EN Kn — ACER B 400 S — f_{yk} = 400 N/mm²

$U = A_s \cdot f_{yd}$ $U' = A'_s \cdot f_{yd}$ — $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ — γ_s = 1,15

Diàmetre ϕ (mm)	NOMBRE DE BARRES									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	9,83	19,67	29,50	39,34	49,17	59,01	68,84	78,68	88,51	98,35
8	17,48	34,97	52,45	69,93	87,42	104,90	122,39	139,87	157,35	174,84
10	27,32	54,64	81,95	109,27	136,59	163,91	191,23	218,55	245,86	273,18
12	39,34	78,68	118,01	157,35	196,69	236,03	275,37	314,71	354,04	393,38
14	53,54	107,09	160,63	214,18	267,72	321,26	374,81	428,35	481,89	535,44
16	69,93	139,87	209,80	279,74	349,67	419,61	489,54	559,48	629,41	699,35
20	109,27	218,55	327,82	437,09	546,37	655,64	764,91	874,18	983,46	1092,73
25	170,74	341,48	512,22	682,96	853,70	1024,43	1195,17	1365,91	1536,65	1707,39
32	279,74	559,48	839,22	1118,96	1398,69	1678,43	1958,17	2237,91	2517,65	2797,39
40	437,09	874,18	1311,28	1748,37	2185,46	2622,55	3059,65	3496,74	3933,83	4370,92

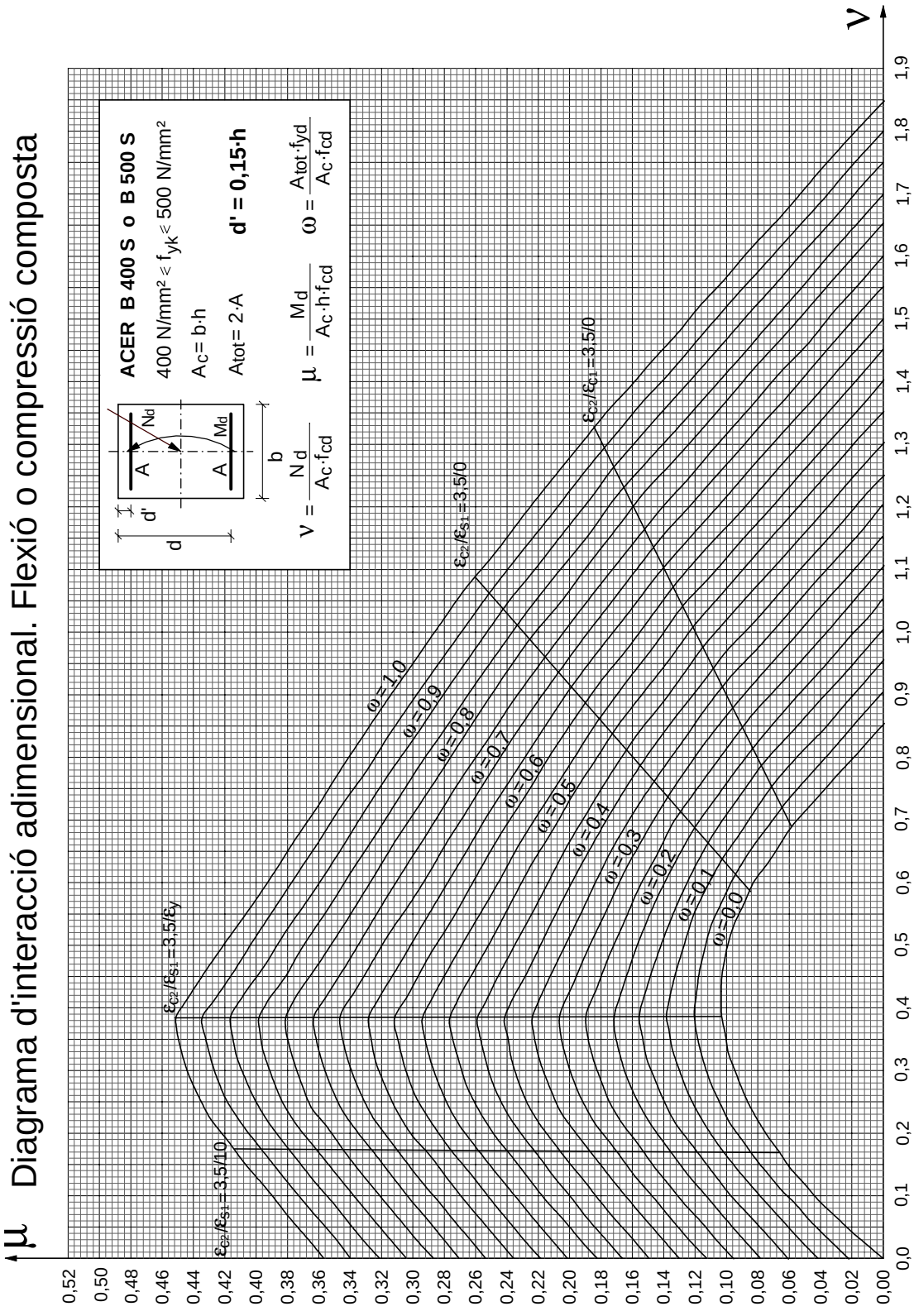
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

10.2 Diagrama adimensional per a flexocompressió composta (d=0,10·h)



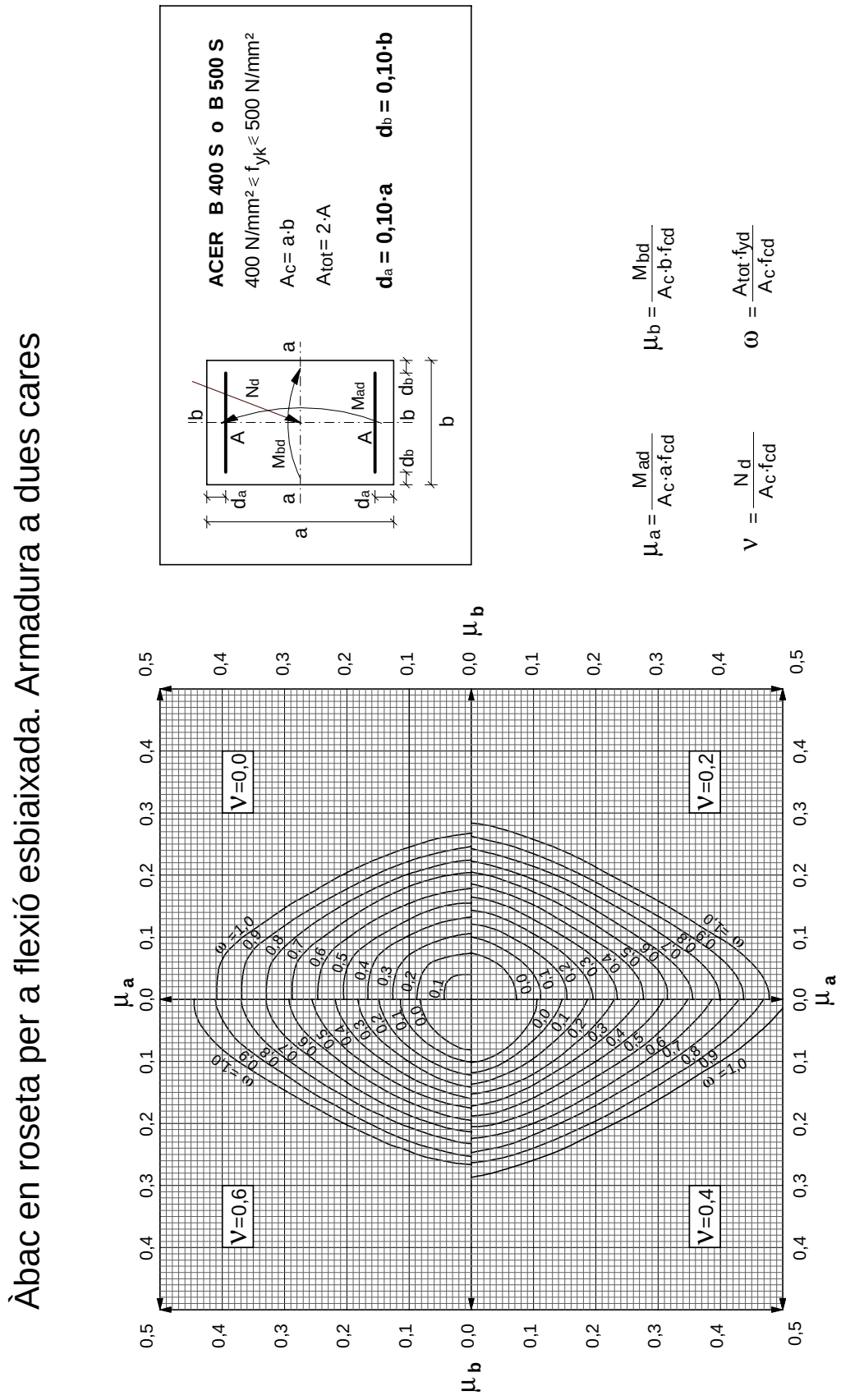
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

10.3 Diagrama adimensional per a flexocompressió composta (d=0,15·h)



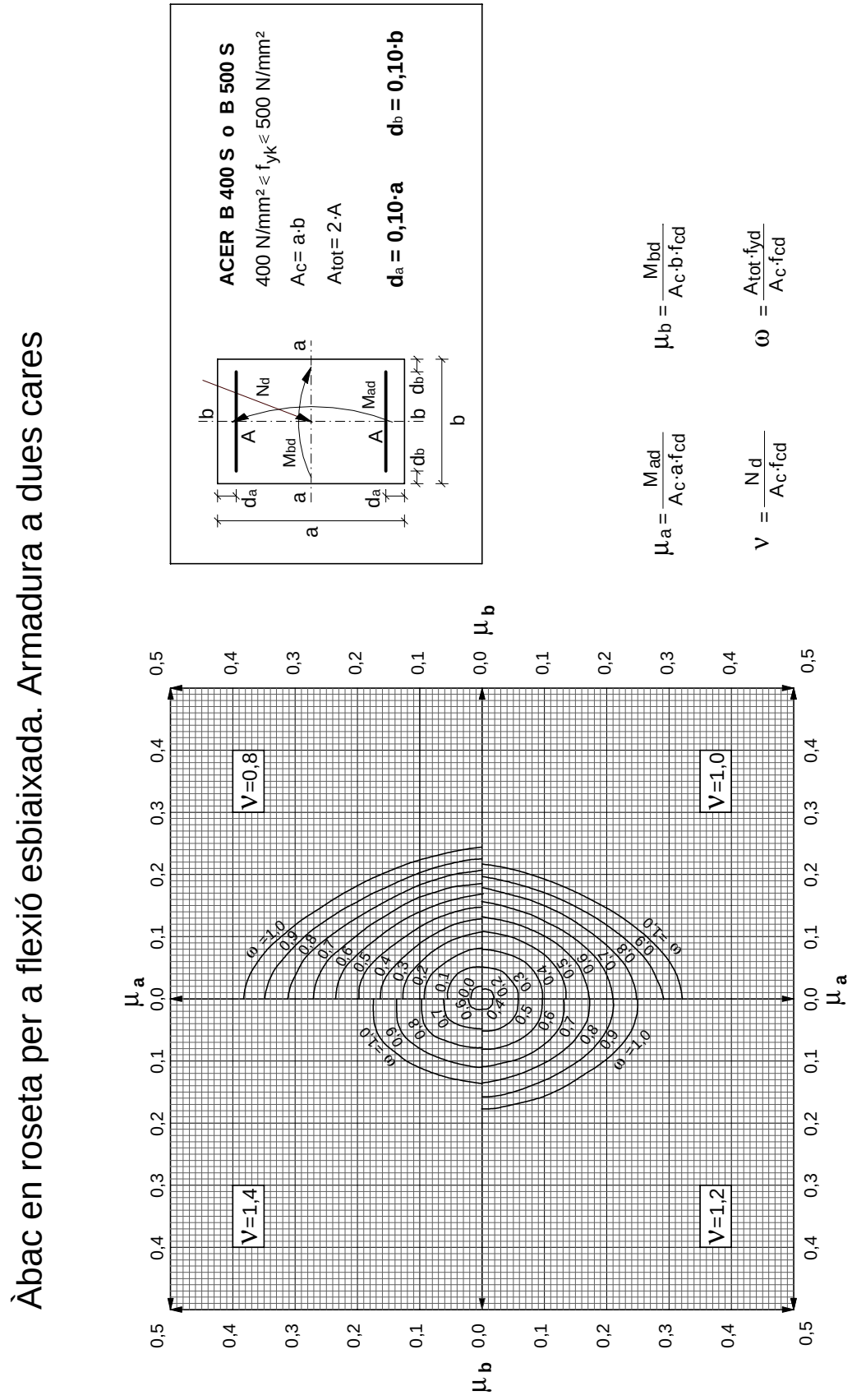
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

10.4 Àbac en roseta per a flexió esbiaixada. Armadura a dues cares (ν=0,0 fins a ν=0,6)



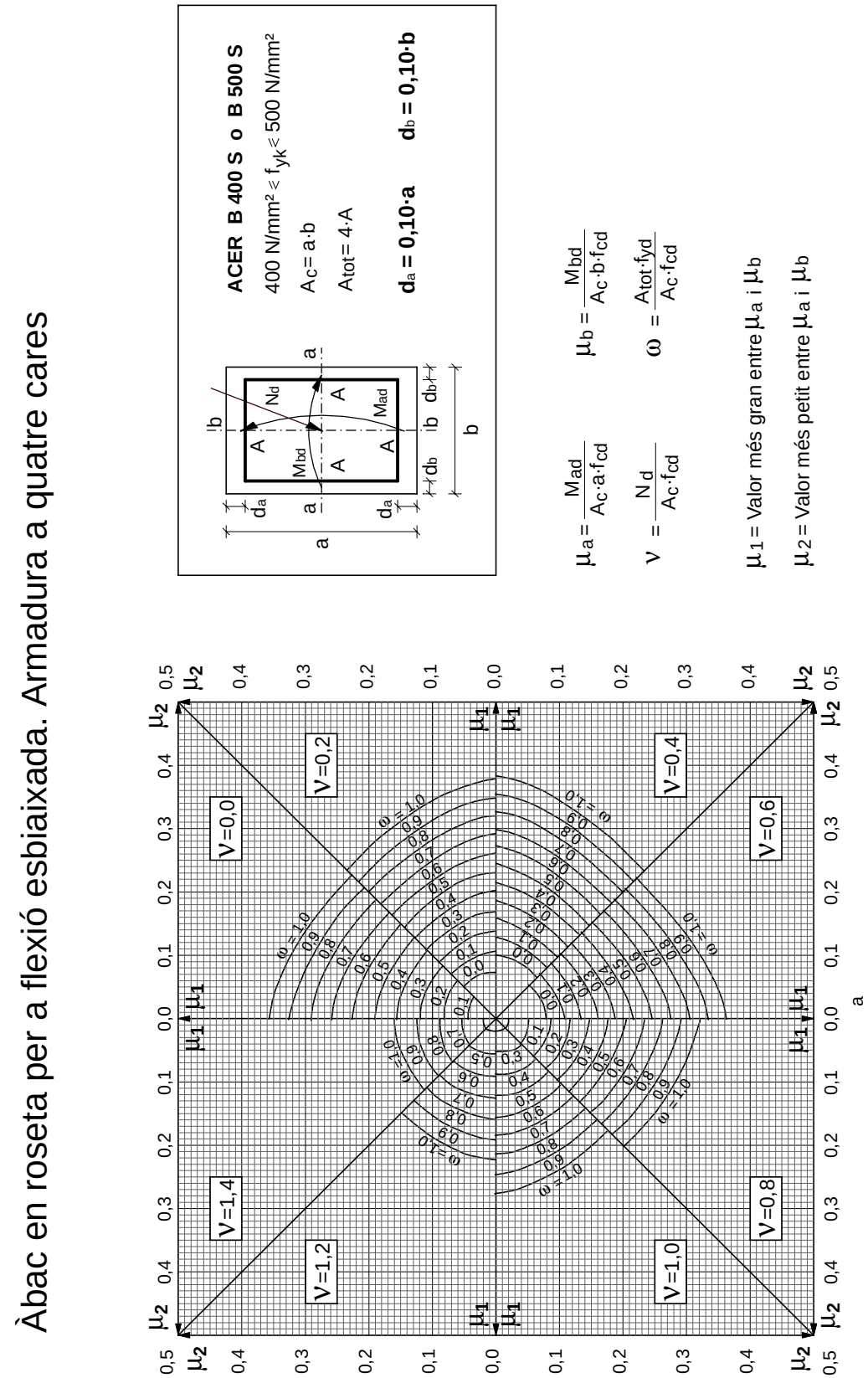
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

10.5 Àbac roseta per a flexió esbiaixada. Armadura a dues cares (ν=0,8 fins a ν=1,4)



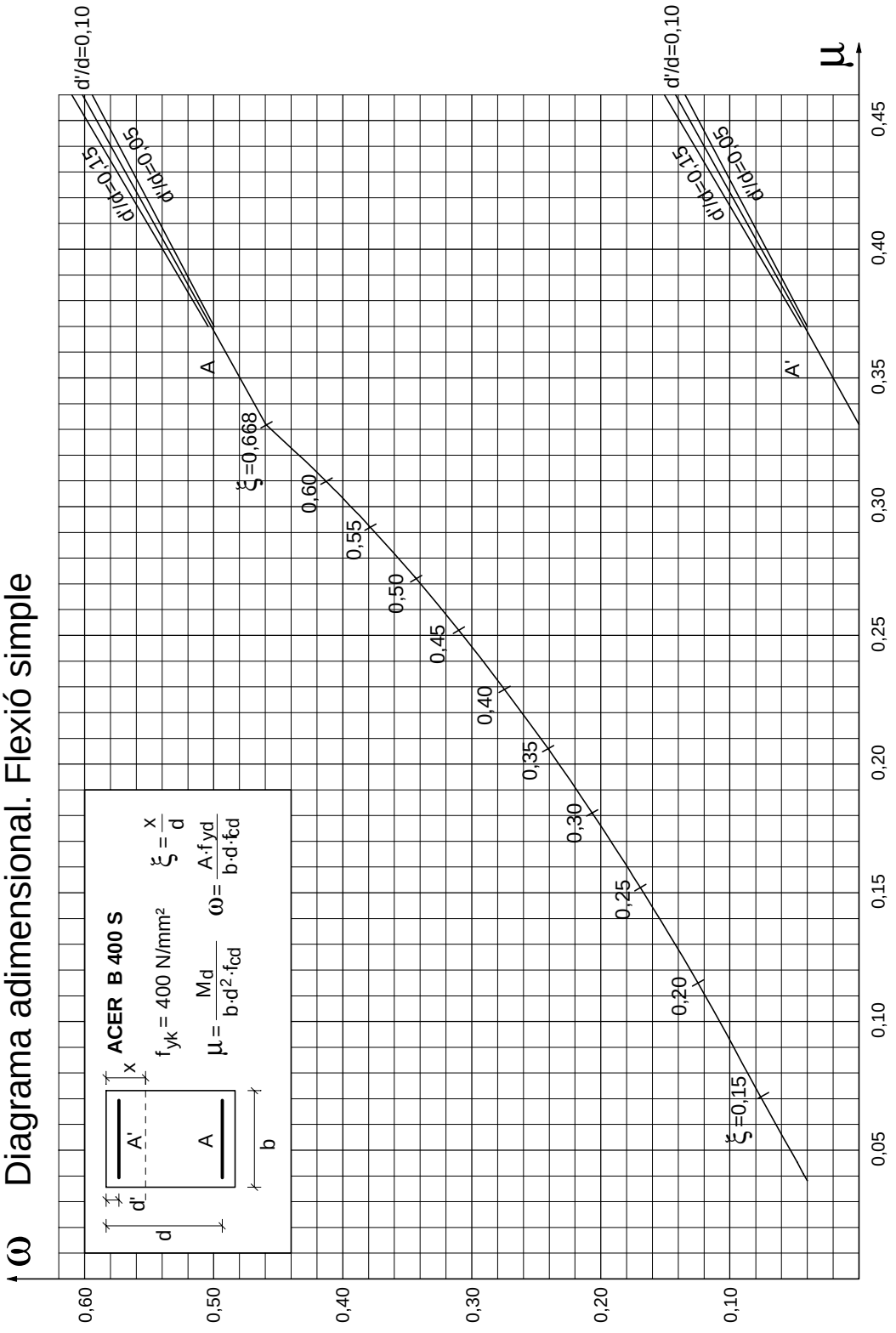
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

10.6 Àbac en roseta per a flexió esbiaixada. Armadura a quatre cares (ν=0,0 fins a ν=1,4)



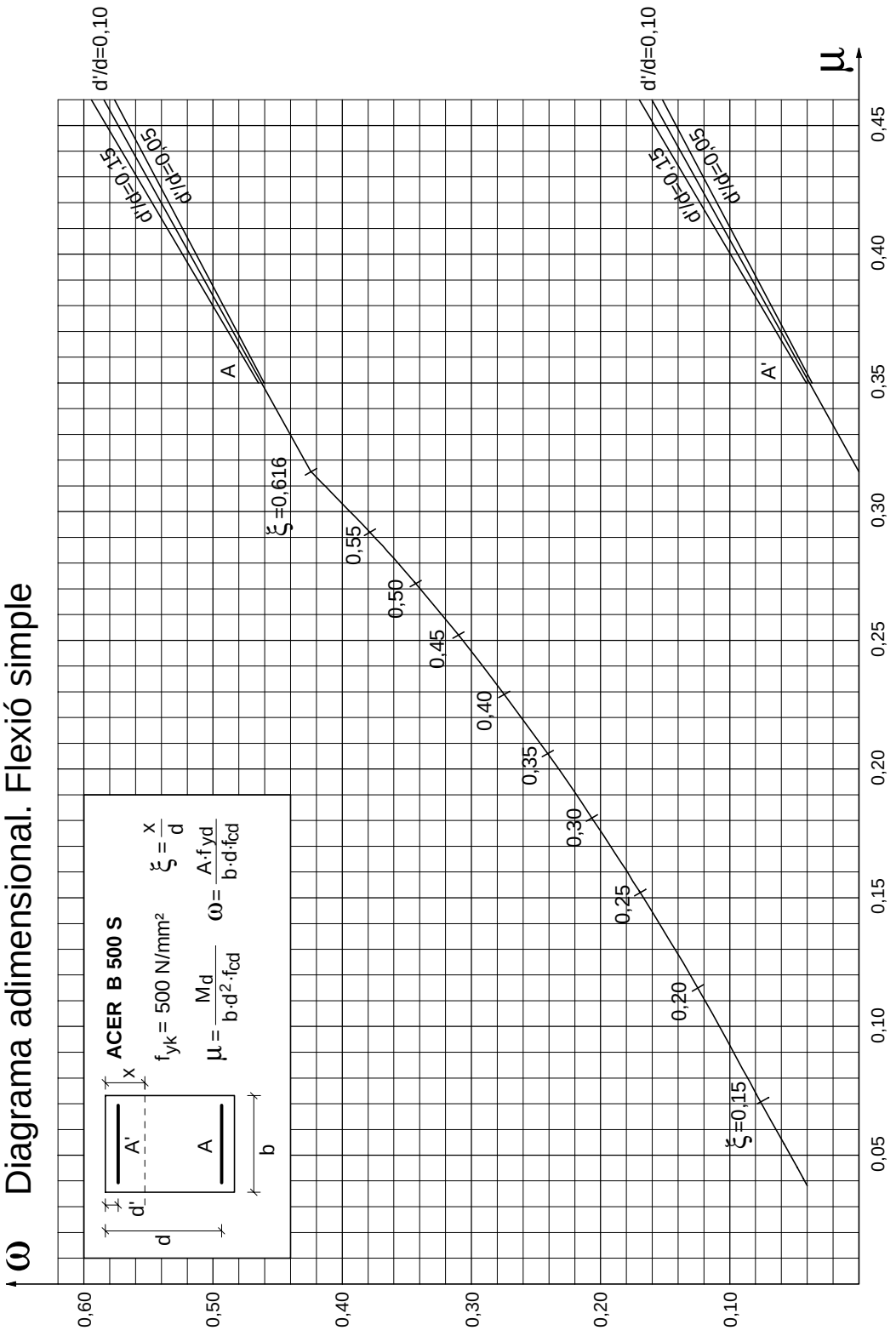
© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

10.7 Diagrama adimensional per a flexió simple. f_{yk}=400 N/mm^2



© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

10.8 Diagrama adimensional per a flexió simple. f_{yk}=500 N/mm^2



© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002

Bibliografia

BUXADÉ, C.; MARGARIT, J. Seccions i sostres sense bigues de formigó armat. Disseny i càlcul. Edicions UPC, Barcelona.

MARISTANY, J. Pandeo de estructuras de hormigón armado. Edicions UPC, Barcelona.

MARISTANY, J. Cálculo de rotura de losas fungiformes. Edicions UPC, Barcelona.

MURCIA, J., AGUADO, A. Y MARÍ, A. (1993). Hormigón armado y pretensado. Edicions UPC, Barcelona.

JIMÉNEZ MONTOYA, P.; GARCIA MESSEGUER, A.; MORÁN CABRÉ, F. Hormigón armado. Gustavo Gili, Barcelona.

CALAVERA, J. Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón armado para edificios. Tomos I y II. Intemac, Madrid.

DELIBES, A. Tecnologia y propiedades mecánicas del hormigón. Intemac, Madrid.

LEONHARDT, F. Construcciones de hormigón, 7 vols. Interciencia, Río de Janeiro.

Normativa:

Instrucción de Hormigón Estructural EHE. Ministerio de Fomento, Madrid.

Normas tecnológicas de la edificación. Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo (MOPU), Madrid.

© Els autors, 2002; © Edicions UPC, 2002