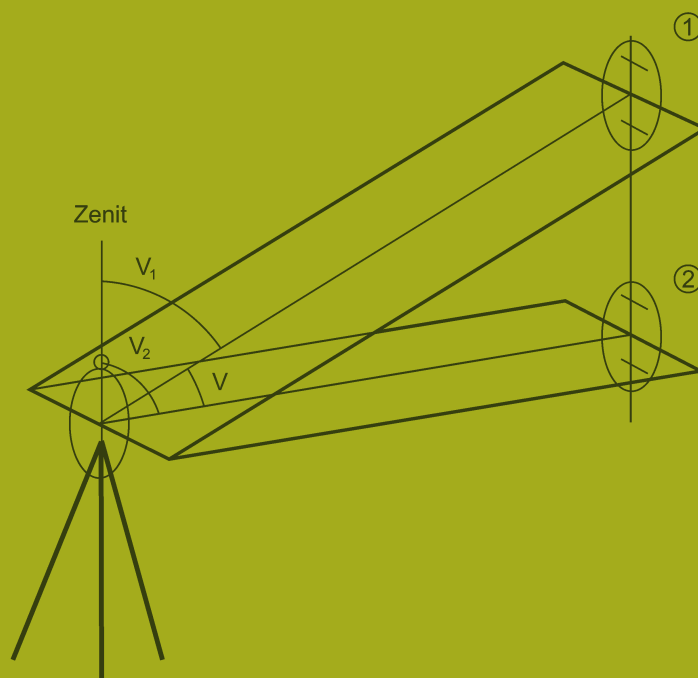


Joan Xiqués Llitjós
Jordi Xiqués Triquell

Topografia i replantejaments - I



Topografia i replantejaments - I

Joan Xiqués Llitjós
Jordi Xiqués Triquell

Topografia i replantejaments - I

Primera edició (Quaderns d'Arquitectes): setembre de 1994
Segona edició (Quaderns d'Arquitectes): setembre de 1996
Primera edició (Aula d'Arquitectura): setembre de 2003

Aquesta obra compta amb el suport
de la Generalitat de Catalunya

En col·laboració amb el Servei de Llengües i Terminologia de la UPC.

Dibuixos: Jordi Voltas

© Els autors, 1997

© Edicions UPC, 1997
Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL
Jordi Girona Salgado 31, 08034 Barcelona
Tel.: 934 016 883 Fax: 934 015 885
Edicions Virtuals: www.edicionsupc.es
A/e: edicions-upc@upc.es

Producció: CPET (Centre de Publicacions del Campus Nord)
La Cup. Gran Capità s/n, 08034 Barcelona

Dipòsit legal: B-36657-2003
ISBN: 978-84-9880-337-2

Són rigorosament prohibides, sense l'autorització escrita dels titulars del copyright, sota les sancions establertes a la llei, la reproducció total o parcial d'aquesta obra per qualsevol procediment, inclosos la reprografia i el tractament informàtic, i la distribució d'exemplars mitjançant lloguer o préstec públics.

Presentació

Les publicacions dirigides al desenvolupament de la *tècnica de representació gràfica de la forma i dimensions d'un terreny* són nombroses i, fins i tot, n'hi ha moltes estan enfocades a la docència. Quasi totes, però, o abasten camps extensos o són explicacions estrictes dels diferents aparells de prendre mides i mesures.

La pràctica de l'arquitectura, en general, i de l'arquitectura tècnica, en particular, requereix coneixements topogràfics amplis però concisos en relació amb l'edificació, ja que l'aplicació que se'n fa es realitza en un àmbit molt concret, amb uns vessants que s'inclinen cap a la construcció d'edificis (replantejaments i anivellaments), la urbanització de sectors (alineacions, rasants, etc.) i l'administració pública (que engloba les dues línies anteriors).

El camp és, doncs, dins de la seva amplitud, reduït si el comparem amb l'àrea que comprèn l'enginyeria tècnica topogràfica. D'aquí que aquesta publicació s'hagi enfocat cap a aquells temes específics, aïllant-los d'un context més general, a fi de complir en la mesura que sigui possible les condicions matemàtiques d'*el necessari i el suficient*.

La resta és útil tant a qui s'inicia en el camp de la topografia, com a l'estudiant de les escoles tècniques que tinguin aquesta matèria integrada en els seus temaris.

Joan Xiqués i Llitjós, professor titular de la Universitat Politècnica de Catalunya, acumula una docència en l'ensenyament de la topografia de més de trenta anys, cosa que li proporciona una gran experiència en la matèria, corroborada per la gran estima que li han dispensat sempre els seus alumnes durant una etapa tan dilatada, motiu pel qual en innumbrables ocasions ha estat i és sol·licitat per desenvolupar cursos en diferents localitats i províncies. L'enfocament encertat i la labor de síntesi són les grans qualitats d'aquesta publicació.

Jordi Xiqués i Triquell, havent assimilat les ensenyances del seu pare, les ha completat i ampliat amb la carrera d'enginyer tècnic topogràfic, estudis que ha compatibilitzat amb la pràctica desenvolupada a l'empresa privada i com a becari de la Universitat Politècnica de Catalunya, per la qual cosa hi ha incorporat els mètodes actuals més desenvolupats.

Els textos estan acompanyats amb figures explicatives simples que permeten al neòfit en aquests temes adquirir els coneixements adequats amb relatiu poc esforç, que era la intenció dels seus autors.

Barcelona, setembre de 1994
Jesús Gandullo Guerrero

Índex

1 Definicions i preliminars

1.1	La geodèsia	15
1.2	La topografia	15
1.3	L'agrimensura	15
1.4	Coordenades geogràfiques	15
1.4.1	Graduació dels paral·lels	16
1.4.2	Graduació dels meridians	16
1.5	Unitats de mesura utilitzades en topografia	17
1.5.1	Unitats de longitud	17
1.5.2	Unitats de superfície	17
1.5.3	Unitats angulars	17

2 Definició de mapa, carta i pla

2.1	Mapa	19
2.2	Carta	19
2.3	Pla	19
2.4	Límit dels plans	23
2.4.1	Error lineal	23
2.4.2	Error superficial	24

3 Escales numèriques i gràfiques

3.1	Escales més freqüents	27
3.2	Escales poc freqüents	27
3.3	Escales gràfiques	28
3.4	Dibuix de l'escala gràfica E 1:38	28
3.5	El límit de percepció visual i la seva relació amb les escales	29
3.6	Quadre comparatiu	29

4 Definició de planimetria, altimetria i taquimetria

4.1	Planimetria	31
4.2	Altimetria	31
4.3	Taquimetria	32

5 Alineacions i distàncies

5.1	Distància natural	33
5.2	Distància geomètrica	33
5.3	Distància reduïda	34
5.4	Desnivell	34
5.5	Distància horitzontal o agrària	34
5.6	Superfície horitzontal o agrària	35

6 Instruments topogràfics simples

6.1	Jalons, banderoles i estaques	37
6.2	Mollons o fites	37
6.3	Plomades	38
6.4	Cintes	38
6.5	Nivell de paleta, d'escaire o de bombolla	39
6.6	Escaire	39
6.7	Regles	39
6.8	Alidada de pínules	40
6.9	Escaire d'agrimensor	40
6.10	Nivelletes	40

7 Alineacions

7.1	Prolongació d'una alineació	41
7.2	Alineació en condicions especials	42
7.3	Traçament d'una alineació entre dos punts no visibles l'un de l'altre	43
7.4	Determinació de la intersecció de dues alineacions	44
7.5	Traçament d'una alineació perpendicular a una altra de donada	44
7.6	Alineació perpendicular a una altra, traçada per un extrem	45
7.7	Alineació perpendicular a una altra de donada, des d'un punt que li és exterior	46
7.8	Traçament d'una línia paral·lela a una altra de donada	46
7.9	Prolongació d'una alineació més enllà d'un obstacle	47
7.10	Mesurament de l'angle que formen dues alineacions donades: mètode gràfic i mètode analític	47
7.11	Altres problemes	48

8 Amidament directe de distàncies

8.1	Toleràncies del cadastre italià	55
8.2	Toleràncies del cadastre suís	55
8.3	Exemple d'aplicació de les toleràncies a un amidament	56

9 Amidament indirecte de distàncies

9.1	Fonament de l'estàdia	59
9.2	Exemple d'aplicació	61
9.3	Visuals inclinades	62
9.4	Reticle	63
9.5	Mires	64
9.6	Aparells taquimètrics	65

10 Angles que es consideren en topografia

10.1	Angles verticals	71
10.2	Angles horitzontals	72
10.3	Correcció d'angles. Regla de Bessel	73
10.4	Mètode de repetició	73
10.5	Mètode de reiteració	74
10.6	Agulla magnètica	75
10.7	Meridiana magnètica	75
10.8	Angle de declinació	76
10.9	Angle d'inclinació	76
10.10	Declinatòria	76

11 Planimetria

11.1	Determinació topogràfica d'un punt	77
11.2	Coordenades polars	77
11.3	Coordenades cartesianes	78
11.4	Coordenades bipolars lineals	79
11.5	Coordenades bipolars angulars	79

12 Mètode de coordenades cartesianes

12.1	Quadrants i signes	81
12.2	Coordenades cartesianes relatives i definitives d'un itinerari	82
12.3	Coordenades cartesianes definitives	83

13 Mètode d'itinerari

13.1	Enllaçament de les estacions	87
13.2	Itinerari tancat, I	87
13.2.1	Exercici resolt	88
13.2.2	Compensació de les X	91
13.2.3	Compensació de les Y	92
13.2.4	Càlcul de coordenades definitives	92
13.3	L'itinerari II enquadrat a l'itinerari I	92
13.3.1	Exercici resolt	95
13.3.2	Comprovació de les coordenades relatives	96
13.3.3	Comprovació de l'error respecte de la tolerància de 0,15%	96
13.3.4	Compensació de les X	96
13.3.5	Compensació de les Y	97
13.3.6	Càlcul de les coordenades definitives	97
13.4	L'itinerari III enquadrat en l'itinerari II i en l'itinerari I	98
13.4.1	Exercici resolt	99

14 Transport gràfic d'estacions

14.1	Transport per coordenades definitives	101
14.2	Gràfic dels tres itineraris calculats: I, II i III	102
14.3	Transport per coordenades cartesianes relatives	103
14.4	Transport per coordenades polars	103

15 Transmissió d'errors en els mètodes de transport per coordenades relatives i polars

15.1	Errors en el transport per coordenades relatives	105
15.2	Erros en el transport per coordenades polars	106
15.3	La fiabilitat del transport per coordenades cartesianes definitives	106

16 Mètodes de radiació

16.1	Croquis	109
16.2	Dades de camp	110
16.3	Dades de camp calculades	110
16.4	Radiació dels punts	111
16.5	Dibuix de la planimetria	112

17 Treball de camp

18 Disposició de les estacions i del seu enllaçament

18.1	Enllaçament directe de Moinot	117
18.2	Enllaçament indirecte de Porro	117
18.3	Enllaçament mixt de Villani	122
18.3.1	Primer mètode: resolució per coordenades relatives des de A i B als punts M i N	123
18.3.2	Segon mètode: resolució per càlcul i comprovació de la distància AB	125
18.4	Fórmules fonamentals de la taquimetria	127
18.5	Nombres generadors	127
18.6	Equip topogràfic de camp	128

19 Mètode d'intersecció

19.1	Fonament	131
19.2	Aplicació de la intersecció	133
19.3	Càlcul d'una intersecció	134
19.4	Un altre exemple de càlcul de la intersecció	136

20 Problemes per resoldre

1 Definicions i preliminars

1.1 La geodèsia

És la ciència per la qual podem realitzar aixecaments topogràfics de gran extensió, sense cap mena de límit.

Ha de considerar, però, la curvatura de la Terra.

Amb la geodèsia es realitzen malles i cadenes geodèsiques de triangulació, i s'aconsegueix la cartografia de països sencers, així com de la unió d'uns continents amb els altres.

1.2 La topografia

Amb els mètodes topogràfics aconseguim l'aixecament d'extensions de terreny sense que hi intervingui la curvatura de la Terra, és a dir, considerant la superfície que cal aixecar completament horitzontal.

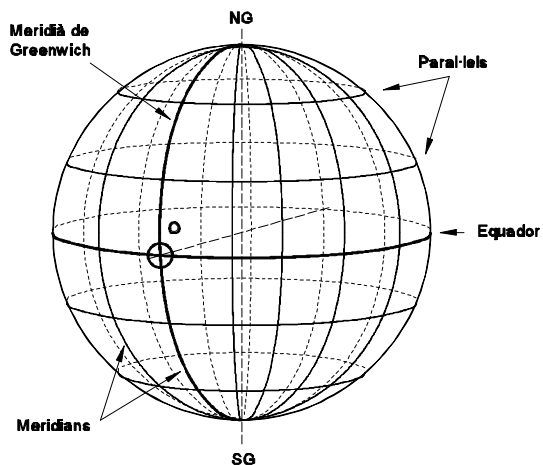
L'extensió de terreny que es pot considerar en aquestes condicions és de 100 km (= 100.000 m), equivalents a la longitud 1^g de meridià terrestre.

1.3 L'agrimensura

En l'agrimensura treballem amb instruments topogràfics simples, sense aparells de precisió. És a dir, es tracen alineacions, es temptegen superfícies i distàncies, es fan replantejaments i, en general, es realitzen treballs que no exigeixin gaire exactitud.

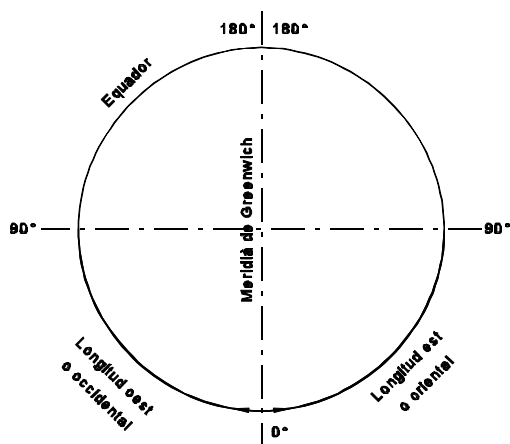
1.4 Coordenades geogràfiques

La Terra està dividida en meridians, que són cercles màxims que passen per l'eix de la Terra, i en paral·lels, que són cercles perpendiculars a l'eix de la Terra. El cercle més gran és l'equador i els altres van decreixent cap al pol nord i cap al pol sud.



L'origen de les coordenades geogràfiques és el punt 0, que és la intersecció de l'equador amb el meridià de Greenwich, meridià que es va escollir per convenció internacional i que passa per Londres, al costat de l'observatori de Greenwich (Fig. 1.1).

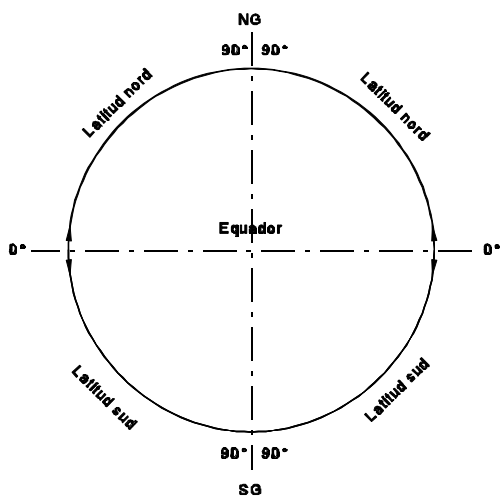
Fig. 1.1



1.4.1 Graduació dels paral·lels

La graduació de l'equador s'inicia des del meridià de Greenwich. Cap a la dreta s'anomena longitud est o oriental; i cap a l'esquerra, longitud oest o occidental (Fig. 1.2).

Fig. 1.2



1.4.2 Graduació dels meridians

Els meridians es graduen a partir de l'equador. Cap al nord geogràfic tenim la latitud nord i cap al sud geogràfic tenim la latitud sud (Fig. 1.3).

Per situar un punt per coordenades geogràfiques s'ha de buscar, doncs, la longitud sobre l'equador o els paral·lels, i la latitud sobre el meridià corresponent. La intersecció d'ambdues ens dona la situació del punt.

Fig. 1.3

Un altre assaig que es pot fer és escollir un punt determinat sobre un atlas i trobar les seves coordenades geogràfiques, traçant les paral·leles al meridià i al paral·lel corresponents i llegint-hi la graduació que correspon a la longitud i a la latitud.

Si tenim un atlas on hi hagi la ciutat de Londres, hem de localitzar, seguint el meridià de 0° , l'observatori de Greenwich, i traçant una paral·lela al paral·lel més immediat veurem que les coordenades geogràfiques són 0° de longitud i $51^\circ 28'$ de latitud nord.

1.5 Unitats de mesura utilitzades en topografia

1.5.1 Unitats de longitud

S'utilitzen les del sistema mètric decimal, amb els seus múltiples i submúltiples.

1 mm	(mil·límetre)	=	0,001	m
1 cm	(centímetre)	=	0,01	m
1 dm	(decímetre)	=	0,1	m
1 m	(metre)	=	1	m
1 dam	(decàmetre)	=	10	m
1 hm	(hectòmetre)	=	100	m
1 km	(quilòmetre)	=	1.000	m

1.5.2 Unitats de superfície

També s'usa el sistema mètric decimal.

Molt freqüentment s'utilitza l'hectàrea (ha), que equival a:

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ m} \times 100 \text{ m} = 10.000 \text{ m}^2$$

També s'usa el pam quadrat, que equival a:

$$1 \text{ m}^2 = 26,4678 \text{ pams quadrats}$$

1.5.3 Unitats angulars

Sistema sexagesimal:

El cercle està dividit en 360° (graus):	$1^\circ = 60'$	(minuts)
	$1' = 60''$	(segons)

Sistema centesimal:

El cercle està dividit en 400^g graus:	$1^g = 100^m$	(minuts)
	$1^m = 100^s$	(segons)

2 Definició de mapa, carta i pla

2.1 Mapa

És el resultat d'un aixecament de gran extensió en el qual s'ha de considerar la curvatura de la Terra; és a dir, es tracta del cas del mapa geodèsic: un mapa d'Espanya, un mapa d'Europa, etc. (Fig. 2.1).

2.2 Carta

La carta és un mapa molt específic. Un exemple pot ser la carta de navegació, sigui marítima o sigui aèria.

Per a la navegació aèria hi ha la carta de vol, que és més o menys extensa i hi estan representades les rutes, els aeroports, els senyals lluminosos, els corrents d'aire (depressions), les altures màximes, els sostres de vol, etc.

Per a la navegació marítima hi ha la carta nàutica o marina, que té representat tot allò que és necessari per a la navegació per mar, com són els ports, les profunditats, els bancs de sorra, els afloraments de roca, els fars, els punts localitzats amb referències d'observació, etc. (Fig. 2.2).

2.3 Pla

El pla és considerat sempre el pla topogràfic, per la qual cosa és el que necessitem en la nostra disciplina. Pot ser un aixecament planimètric, un pla taquimètric complet, de més o menys extensió, un pla urbà, un pla de variant de via, un pla per a la cubicació de terres, etc. (Fig. 2.3).

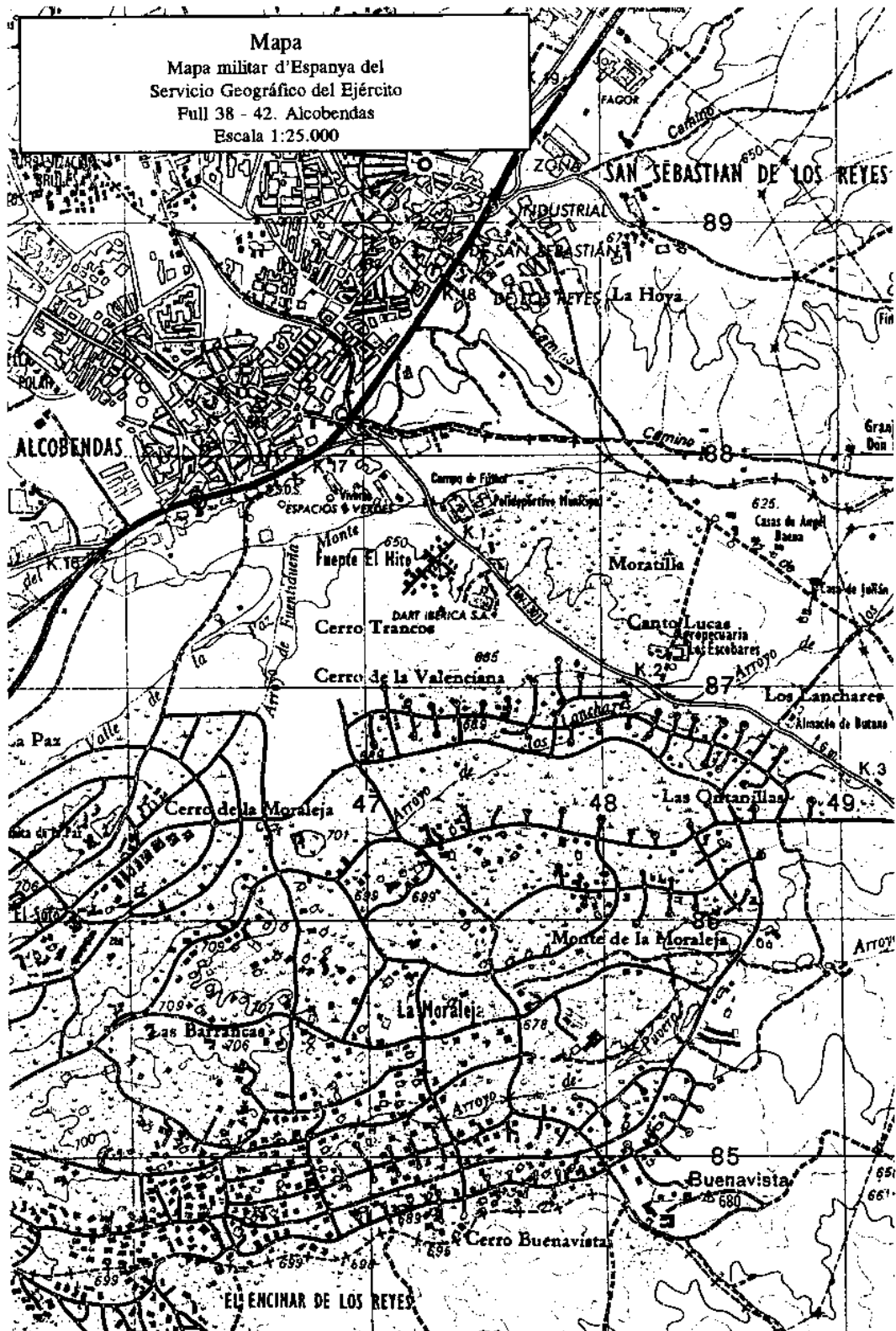


Fig. 2.1 Mapa

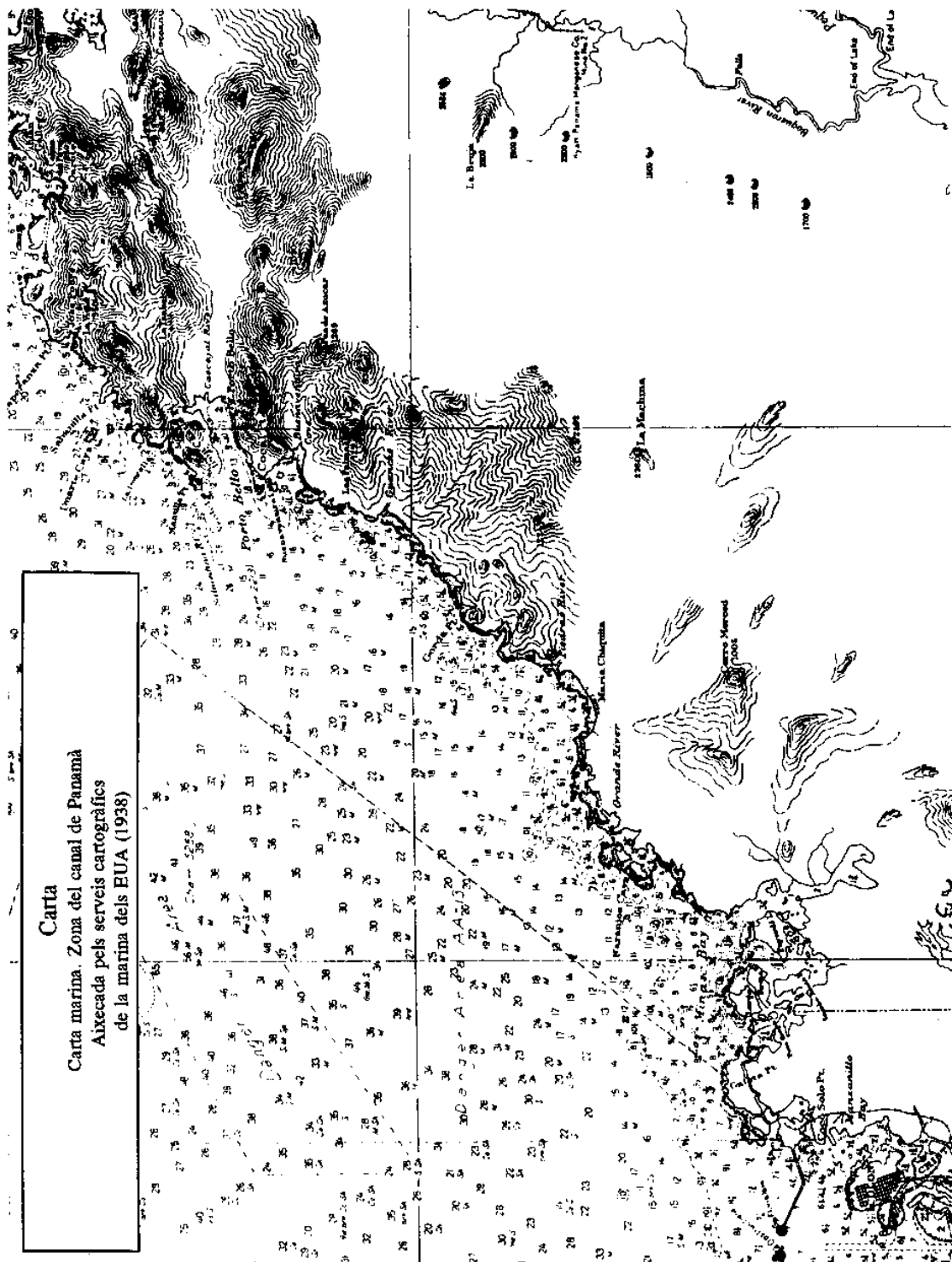


Fig. 2.2 Carta

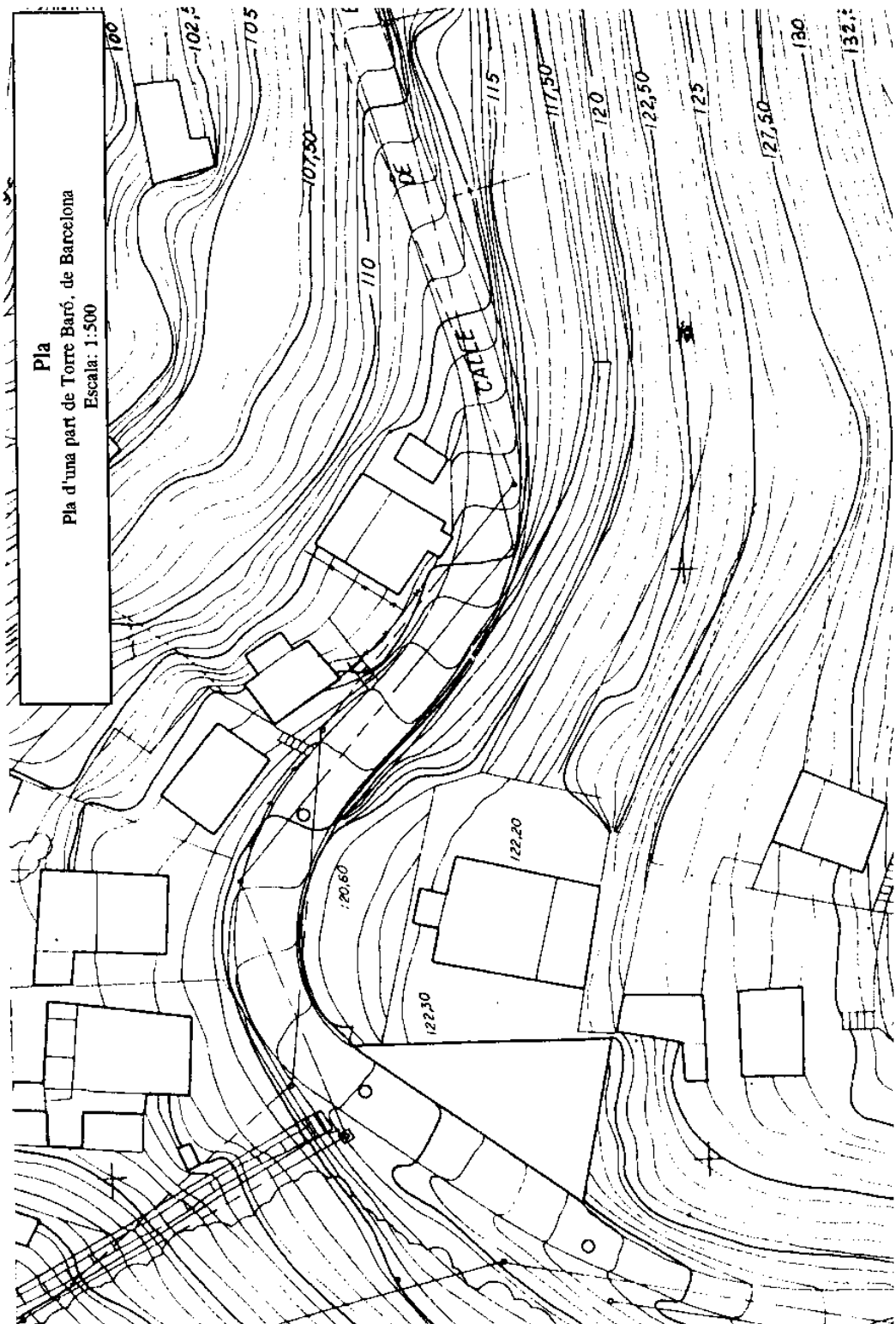


Fig. 2.3 Pla

2.4 Límit dels plans

Considerant la Terra esfèrica, apareix de seguida la impossibilitat de desenvolupar sobre un pla una porció de superfície esfèrica.

La geodèsia ensenya que la superfície esfèrica no és desenvolupable, com ho són, per exemple, les superfícies còniques i cilíndriques, ja que aquestes són reglades i engendrades per rectes, i en canvi l'esfèrica no.

D'aquí la necessitat de considerar per a les operacions purament topogràfiques un límit màxim d'extensió de la superfície que s'ha de representar, de manera que la puguem considerar totalment plana i que s'hi puguin realitzar tots els càlculs sense considerar la curvatura de la Terra.

Aquest límit d'extensió és un grau centesimal de meridià equivalent a 100 km, és a dir, 100.000 m.

Una extensió de 100 km és molt considerable; pocs treballs topogràfics, per no dir cap, abasten una extensió com aquesta.

2.4.1 Error lineal

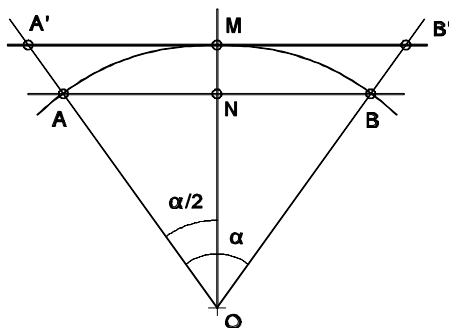


Fig. 2.4

A continuació demostrarem que la diferència entre la tangent A'B' i la corda és negligible, per la qual cosa encara ho serà més la diferència entre A'B' i l'arc AMB, ja que (Fig. 2.4):

$$A'B' > AMB > AB$$

Sabem que $\alpha = 1^g$ i que $\frac{\alpha}{2} = 0,5^g$

$$AMB = 100.000 \text{ m}$$

El radi terrestre és de 6.366.198 m.

Considerant el triangle A'MO, deduïm que:

$$\frac{A'M}{MO} = \tan \frac{\alpha}{2}, \quad \text{d'on} \quad A'M = r \times \tan \frac{\alpha}{2}$$

ja que $MO = r$ ($r = \text{radi}$)

Considerant el triangle ANO, diem que:

$$AN = OA \times \sin \frac{\alpha}{2} = R \times \sin \frac{\alpha}{2}$$

ja que $OA = r$

Aplicant els valors tenim:

$$A'M = r \tan \frac{\alpha}{2} = 6.366.198 \text{ m} \times 0,0078541244 = 50.000,91$$

Com que $A'B = 2 A'M$, $A'B' = 50.000,91 \times 2 = 100.001,82 \text{ m}$

$$AN = r \times \sin \frac{\alpha}{2} = 6.366.198 \times 0,0078538822 = 49.999,37$$

Com que $AB = 2 AN$, $AB = 49.999,37 \times 2 = 99.998,74 \text{ m}$

Busquem la diferència $A'B' - AB$:

$$\begin{array}{r} A'B' = 100.001,82 \text{ m} \\ AB = \underline{99.998,74 \text{ m}} \end{array}$$

$$\text{error total} = 3,08 \text{ m}$$

No sabem si aquest error és negligible, per la qual cosa a continuació calcularem l'error unitari per metre o error relatiu:

$$\frac{3,08}{100.000} = 0,0000308 \text{ m d'error per metre}$$

O sigui, que per metre tenim un error de tres centèsimes de mil·límetre, error totalment negligible. En qualsevol dels procediments topogràfics es cometen errors moltíssim més grans.

2.4.2 Error superficial

Una vegada comprovat l'error lineal, tot seguit comprovarem l'error superficial.

Valent-nos de la mateixa figura, l'únic que hem de fer és calcular la superfície del cercle de radi $A'M$ i la del cercle de radi AN i veure si la diferència és negligible.

La superfície d'un cercle és πr^2 .

Superfície de A'B' = πr^2 . En aquest cercle hem calculat $r = 50.000,91$ m. Després, aplicant valors tenim:

$$\pi r^2 = \pi \times 50.000,91^2 = 7.854.267.300 \text{ m}^2$$

Superfície AB. En aquest cercle hem calculat $r = 49.999,37$ m

$$\pi r^2 = \pi \times 49.999,37^2 = 7.853.783.500 \text{ m}^2$$

Diferència entre A'B' i AB

$$\begin{array}{rcl} \text{superfície A'B'} & = & 7.854.267.300 \text{ m}^2 \\ \text{superfície AB} & = & 7.853.783.500 \text{ m}^2 \\ \text{error total} & = & \underline{483.800 \text{ m}^2} \end{array}$$

L'error de quasi 500.000 m², aparentment, és inadmissible, però com que tractem superfícies de quasi 8.000 milions de metres quadrats, hem de calcular l'error unitari per poder-ho jutjar.

$$\text{error per m}^2 = \frac{483.800}{7.853.783.500} = 0,00006159933 \text{ m}^2$$

El que abans semblava un error excessiu, ara veiem que per cada metre quadrat es comet un error de sis-centes centmilèsimes de metre quadrat. L'error és, doncs, totalment admissible i més, encara, tenint en compte que la superfície que ens ocupa és la del casquet esfèric AMB, que és més petit que el A'B', però més gran que el AB. És a dir, hem buscat les superfícies més desfavorables.

3 Escales numèriques i gràfiques

El pla és una representació homològica del terreny i totes les seves parts estan en una relació constant que s'anomena *escala*. La relació es pot representar de la manera següent:

$$\frac{P}{T} = \frac{1}{E} \quad \text{equivale a} \quad \frac{\text{pla}}{\text{terreny}} = \frac{1}{\text{escala}}$$

Dir que un pla està confeccionat a l'escala 1:100 significa que una unitat en el pla són cent unitats en el terreny.

3.1 Escales més freqüents

Les escales més freqüents són les que comencen per 1, 2 i 5:

1:1	1:10	1:100	1:1.000	1:10.000	1:100.000 etc.
1:2	1:20	1:200	1:2.000	1:20.000	1:200.000 etc.
1:5	1:50	1:500	1:5.000	1:50.000	1:500.000 etc.

3.2 Escales poc freqüents

1:15 1:25 1:30 1:33 1/3 1:40 1:75 1:125 etc.

Les escales numèriques, sobretot les més freqüents, es poden manejar amb un doble decímetre corrent.

Les escales poc freqüents, i també qualsevol escala que es presenti, requereixen l'ajut d'una escala gràfica o escalímetre.

3.3 Escales gràfiques

Nosaltres podem confeccionar qualsevol escala gràfica. Per exemple, a continuació realitzem l'escala gràfica $E = 1:138$.

Utilitzem la relació $\frac{P}{T} = \frac{1}{E}$:

$$\frac{P}{1} = \frac{1}{138} ; \quad P = \frac{1}{138} = 0,007246$$

És a dir, 1 m en el terreny són 0,007 m (7 mm) en el paper.

A continuació anem multiplicant per 1, 2, 3, 4 m, etc. i obtenim la longitud de l'escala.

Terreny	Pla o escala
1 m	0,007246
2 m	0,014493
3 m	0,021739
4 m	0,028985
5 m	0,036232
6 m	0,043478
7 m	0,050725
8 m	0,057971
9 m	0,065217
10 m	0,072464

Aquesta taula es pot prolongar fins que la longitud de l'escala gràfica sigui suficient. En aquest cas veiem que 10 m en el terreny són representats per 7,2 cm i, si volem, podem doblar-ho i tindrem un escalímetre de 14,4 cm per a 20 m.

Per dibuixar l'escala gràfica hem de fixar el doble decímetre i passar les quantitats des de l'origen, per no acumular errors gràfics.

3.4 Dibuix de l'escala gràfica E 1:38

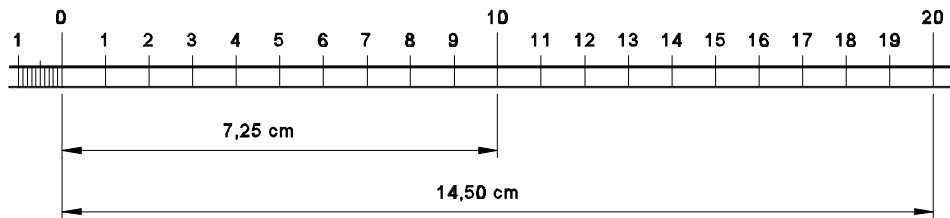


Fig. 3.1

A l'esquerra del zero es col·loca un altre mòdul i es divideix en 5 o 10 parts iguals per poder llegir fraccions de metre.

3.5 El límit de percepció visual i la seva relació amb les escales

S'entén per límit de percepció visual (LPV) el límit de visió de l'ull humà en un pla.

S'admet que la vista humana, llevat dels casos excepcionals, pot apreciar sobre un paper magnituds de fins a un cinquè de mil·límetre.

$$\text{LPV} = \frac{1}{5} \text{ mm} = 0,0002 \text{ m}$$

La seva relació amb les escales és molt important, ja que segons l'escala en què es treballi, el LPV adquireix un valor o altre en el terreny; per exemple:

si treballem a $E = 1:2.000$ tenim que

$$\frac{P}{T} = \frac{1}{E}; \quad \frac{0,0002 \text{ m}}{T} = \frac{1}{2.000}; \quad T = 0,0002 \times 2.000 = 0,40 \text{ m}$$

Això mateix es podria dir d'una altra manera: que treballant a escala 1:2.000, 40 cm del terreny són imperceptibles en el pla.

Es pot establir una petita taula amb la qual podem comparar el que acabem de dir per a diferents escales.

3.6 Quadre comparatiu

A l'escala		Són imperceptibles en el pla
E. 1:50	$0,0002 \cdot 50$	= 0,01 m
E. 1:500	$0,0002 \cdot 500$	= 0,10 m
E. 1:2.000	$0,0002 \cdot 2.000$	= 0,40 m
E. 1:10.000	$0,0002 \cdot 10.000$	= 2,00 m
E. 1:25.000	$0,0002 \cdot 25.000$	= 5,00 m
E. 1:50.000	$0,0002 \cdot 50.000$	= 10,00 m

Una aplicació important del LPV es troba en la concentració de punts taquimètrics en un aixecament topogràfic.

Quan ens disposem a fer un pla tipogràfic, hem de saber a quina escala hem de treballar.

Suposem que hem de treballar a E 1:500.

En un pla topogràfic qualsevol, una concentració de punts cada dos centímetres ja és excessiva, però observem què ocorre en el terreny:

$$\frac{P}{T} = \frac{1}{E}; \quad \frac{0,02}{T} = \frac{1}{500}; \quad T = \frac{0,02 \times 500}{1} = 10 \text{ m}$$

Veiem, doncs, que per mantenir en el pla una concentració de punts cada 2 cm, en el terreny hem de col·locar la mira no més a prop de cada 10 m.

Escala	Densitat en el pla	Distància en el terreny
E. 1:200	cada 2 cm	cada 4 m
E. 1:500	cada 2 cm	cada 10 m
E. 1:1.000	cada 2 cm	cada 20 m
E. 1:2.000	cada 2 cm	cada 40 m

4 Definició de planimetria, altimetria i taquimetria

4.1 Planimetria

És l'aixecament topogràfic de la part planimètrica del terreny, per exemple, la figura 4.1:

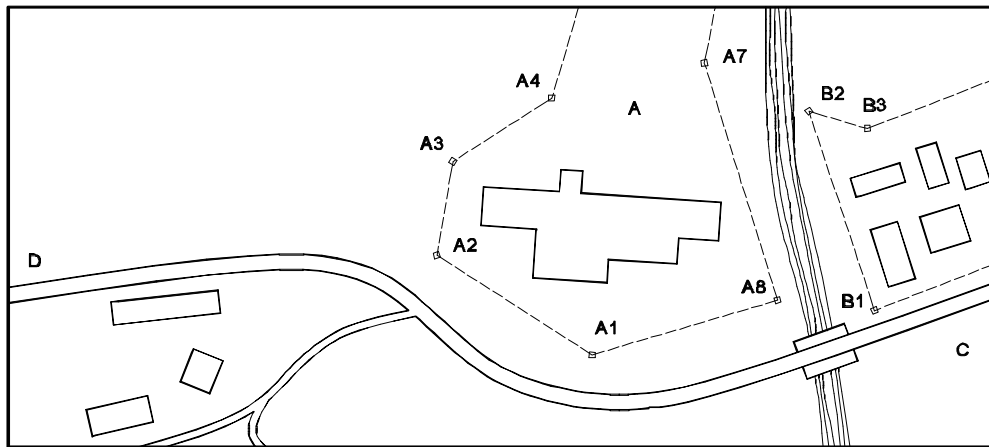


Fig. 4.1 Pla planimètric

Aquest pla de la figura és un pla en el qual podem veure la forma de les coses i podem amidar les distàncies i la separació d'un element en relació a un altre: per exemple, podem saber que el pont amida 15 m de longitud, que el camí amida 5 m d'ample, que la parcel·la A té una superfície de $x \text{ m}^2$ equivalent a tants pams quadrats, etc. En canvi, en aquest pla no podem saber l'altura que té el pont respecte del riu, o quina part del camí és més alta, si la C o la D, etc.: aquesta relació d'altures, ens la dóna l'altimetria.

4.2 Altimetria

L'altimetria completa la planimetria pel que fa a les altures; per exemple, si en el pla anterior hi col·loquem cotes o altures a uns quants punts, obtenim un pla com el de la figura 4.2:

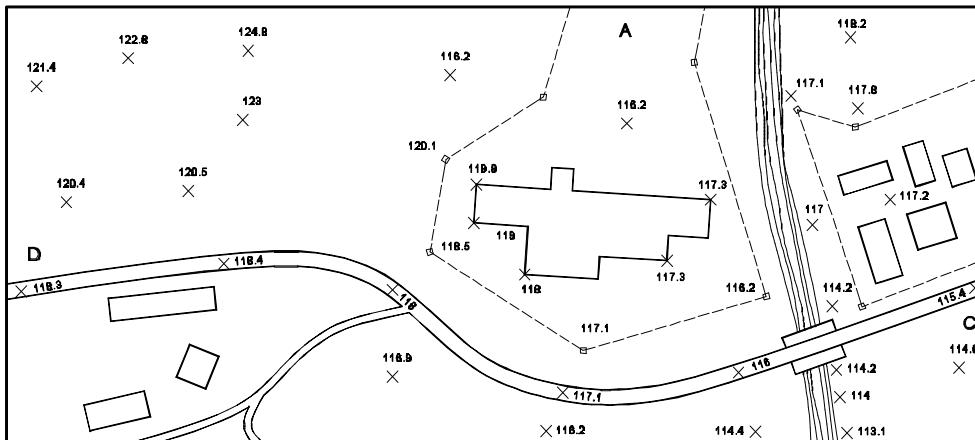


Fig. 4.2 Pla altimètric

Aquest pla ja té informació altimètrica: veiem que el camí va pujant des del punt C al D, que el pont és a x m sobre el llit del riu, que la parcel·la A té tot el seu contorn amb cotes, amb la qual cosa podem deduir els diferents desnivells que l'envolten, etc.

4.3 Taquimetria

En la taquimetria s'opera simultàniament amb la planimetria i l'altimetria, i dóna com a resultat un pla topogràfic complet, o pla taquimètric, com el de la figura 4.3, que és un pla complet amb les corbes de nivell.

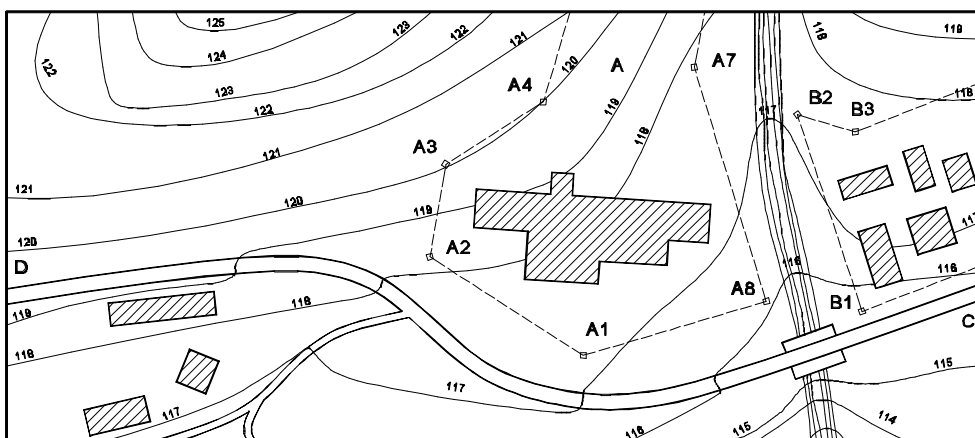


Fig. 4.3 Pla taquimètric

5 Alineacions i distàncies

Es denomina *alineació* tot pla determinat per dues verticals (Fig. 5.1).

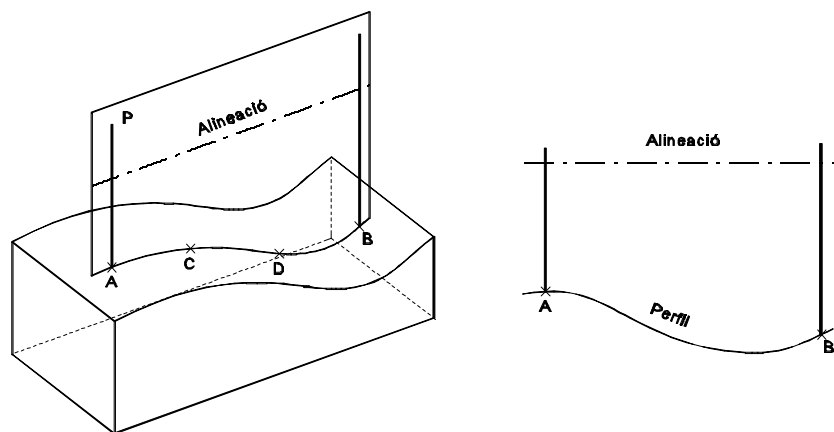


Fig. 5.1

El pla P està determinat per la vertical en A i per la vertical en B, i l'alineació és la intersecció del pla P amb el terreny, que al seu torn dona l'alineació ACDB.

5.1 Distància natural

A la figura 5.2 (pàg. següent) teniu il·lustrades la distància natural, la distància geomètrica, la distància reduïda i el desnivell.

La distància natural és la que recorreríem caminant des del punt A al B, sense apartar-nos de l'alineació.

5.2 Distància geomètrica

És la recta que uneix els dos punts. La majoria de vegades és una recta inclinada.

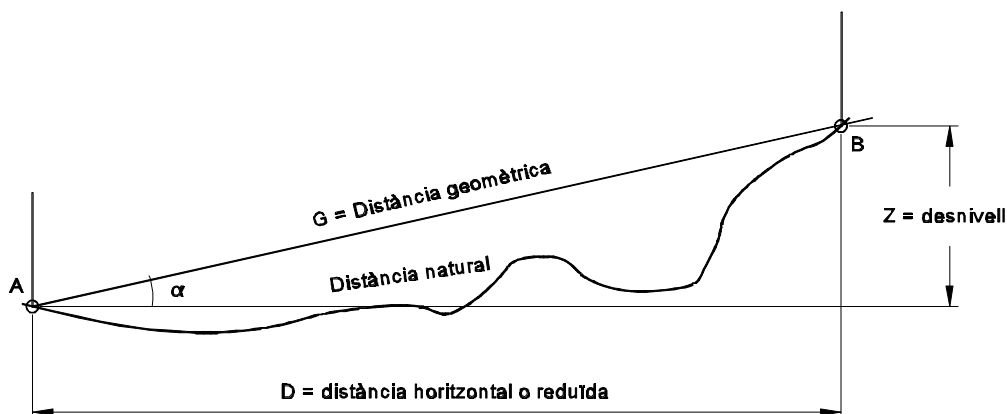


Fig. 5.2 Distància natural, distància geomètrica, distància reduïda i desnivell

5.3 Distància reduïda

És la distància horitzontal, és a dir, la projecció ortogonal de la distància geomètrica sobre el pla horitzontal.

5.4 Desnivell

És la diferència d'altures entre els punts A i B respecte del pla de comparació. (S'insistirà més en aquest concepte en les lliçons d'altimetria.)

5.5 Distància horitzontal o agrària

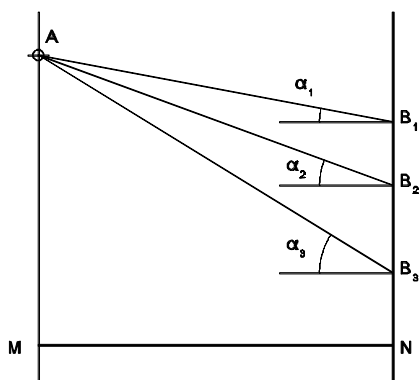


Fig. 5.3

En topografia no es considera cap altra distància que l'horitzontal, igual que ocorre amb les superfícies: una superfície inclinada no es pot considerar si no es redueix a la seva projecció ortogonal sobre el pla de comparació. La superfície horitzontal també s'anomena *superfície agrària*.

Si haguéssim de considerar aquestes distàncies per a la mateixa vertical de dos punts, resultaria que tindríem tres distàncies diferents, ja que $AB_1 < AB_2 < AB_3$; això no obstant, totes tenen la mateixa distància reduïda o horitzontal: MN; per tant, és evident que en topografia només es considera aquesta distància.

5.6 Superfície horitzontal o agrària

En la figura adjunta es pot observar que per a una mateixa superfície horitzontal ABCD podem tenir diverses superfícies inclinades que responguin a la mateixa projecció ortogonal (Fig. 5.4).

superfície AB_1C_1D

superfície AB_2C_2D

superfície AB_3C_3D

Aquestes tres superfícies són totes diferents i de valor superior a la ABCD.

La superfície ABCD és la projecció ortogonal de totes les altres superfícies. Per tant, aquesta superfície ABCD és, seguint el mateix paral·lisme del que ocorre amb les distàncies, la que s'ha de considerar en topografia i no cap altra.

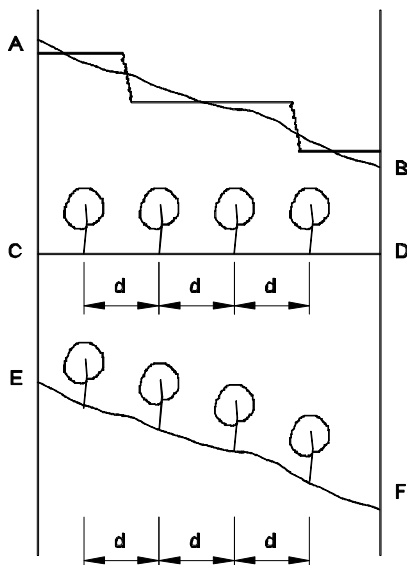
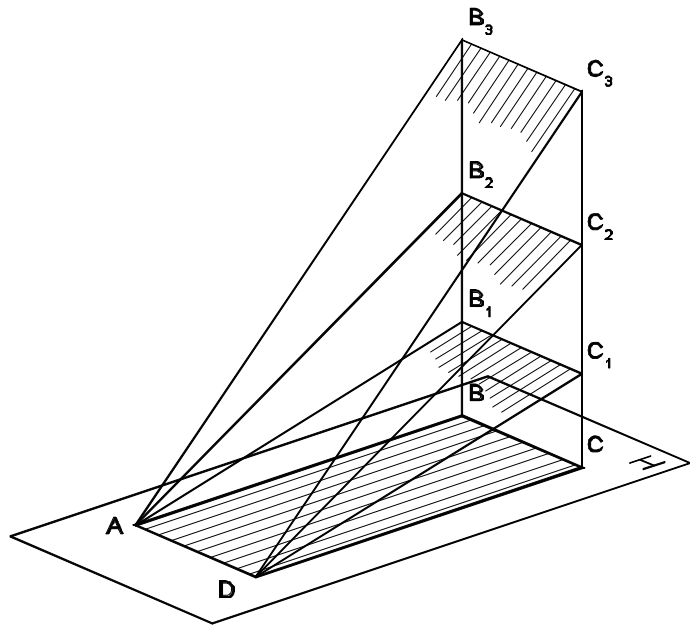


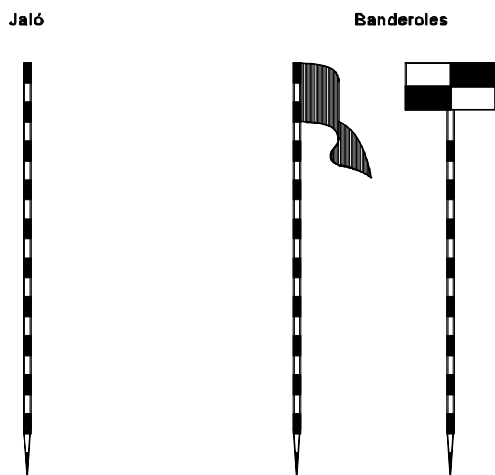
Fig. 5.5

L'agricultor, si disposa d'un terreny inclinat com el AB de la figura de l'esquerra, el transforma en feixes per poder-lo cultivar; per tant, sense adornar-se'n, redueix la superfície i n'aprofita només l'horitzontal (Fig. 5.5).

Ocorre el mateix en una plantació d'arbres: si és un terreny horitzontal, es disposen com a CD, però si el terreny és inclinat, es planten verticals amb la mateixa distància entre eixos, cosa que demostra que només s'aprofita la superfície horitzontal, CD.

6 Instruments topogràfics simples

6.1 Jalons, banderoles i estagues



El jaló serveix per assenyalar punts determinats i per traçar alineacions.

Les banderoles serveixen per al mateix que els jalons, però duen un drap vermell o una plaqueta perquè puguin ser localitzades des de lluny i perquè així s'hi puguin dirigir les visuals.

Fig. 6.1

Les estagues serveixen per clavar-les en el terreny i deixar-hi punts, com per exemple les estacions d'un itinerari que han de romandre fixes mentre duri el treball de l'aixecament. Després, ja no són necessàries (Fig. 6.2).

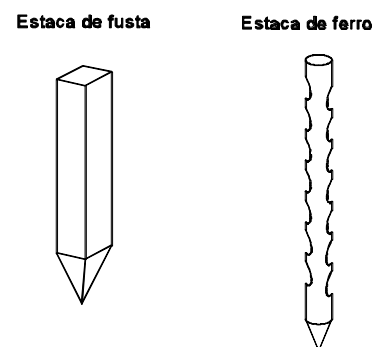


Fig. 6.2

6.2 Mollons o fites

Els mollons o fites solen ser de pedra o de formigó, acaben en punta de diamant i es col·loquen en el terreny abans convenientment preparat.

Serveixen per situar punts fixos permanents, com ara els límits de les propietats (Fig. 6.3).

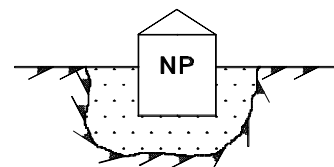


Fig. 6.3

6.3 Plomades

La plomada és un cilindre de ferro acabat en forma de con i que va unit per un cordill a una placa, també de ferro. La part curta de la placa de ferro, d , ha de ser igual que el radi de la plomada.

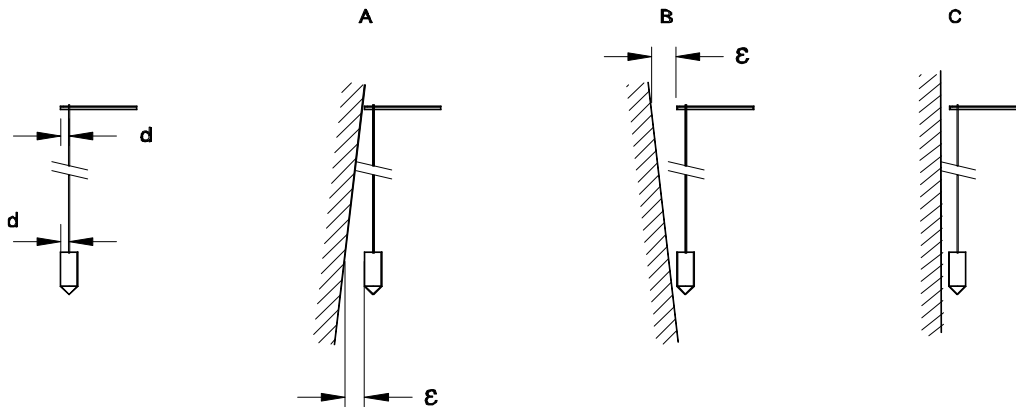


Fig. 6.4

A la figura 6.4, A i B mostren el desplom, ϵ , que tenen aquests paraments. C representa un parament perfectament fet a plom vertical.

6.4 Cintes

Són cintes mètriques de longituds variables de 20, 25, 30 o 50 m. Preferiblement, han de ser metàl·liques (Fig. 6.5)



Fig. 6.5

Els regles són prismes de fusta, de dos metres de longitud, i serveixen per col·locar horitzontalment elements, amb l'ajuda d'un nivell de paleta, d'escaire o de bombolla.

6.5 Nivell de paleta, d'escaire o de bombolla

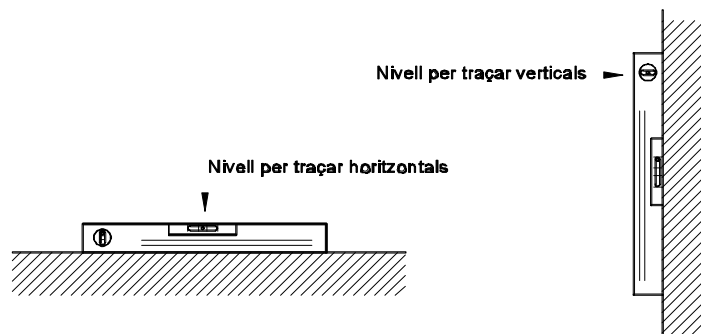


Fig. 6.6

El nivell de paleta, d'escaire o de bombolla serveix per anivellar horitzontalment les superfícies o per fer les funcions de plomada, tal com es pot veure a la figura 6.6.

6.6 Escaire

L'escaire, tal com el seu nom indica, és per traçar alineacions a escaire (en angle recte), és a dir, perpendiculars entre elles (Fig. 6.7).

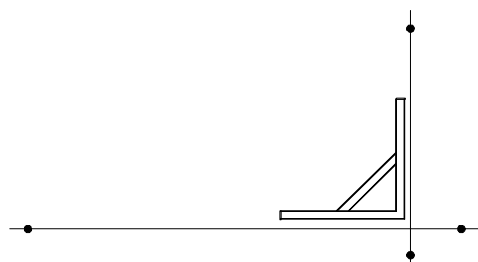


Fig. 6.7

6.7 Regles

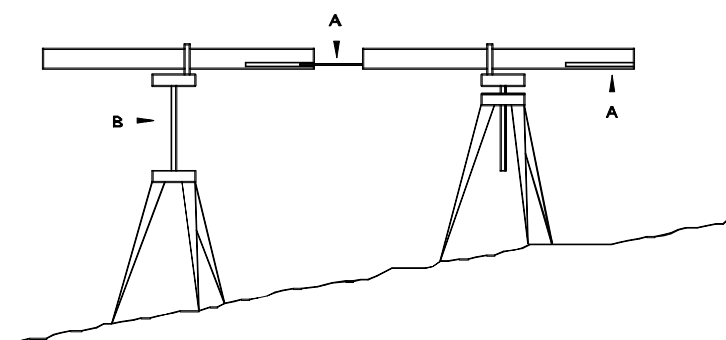


Fig. 6.8

Són prismes de fusta de 2 m de longitud, amb un reglet extensible, A, que serveix per ajustar-los entre ells (es treballa sempre amb dos regles). Tenen una base perquè es puguin fixar en un trípode, i un dispositiu, B, que permet pujar-los o baixar-los segons el que convingui.

També tenen un dispositiu d'anivellació (Fig. 6.8).

Amb un parell de regles es poden amidar distàncies amb bastant precisió en terrenys accidentats.

6.8 Alidada de pínules

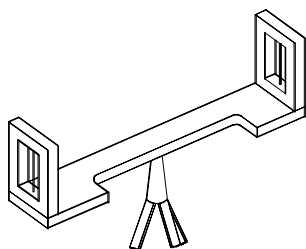


Fig. 6.9

Tal com indica el dibuix, és un reglet d'uns 40 cm, que en cada extrem porta una pínula, és a dir, una finestra amb un fil metàl·lic molt prim, en posició vertical.

Entreguardant aquestes dues pínules es poden traçar alineacions amb més precisió que amb els jalons (Fig. 6.9).

6.9 Escaire d'agrimensor

Es tracta d'un prisma de secció octogonal, amb una pínula a cada una de les seves vuit cares (Fig. 6.10).

Es poden traçar alineacions entre dues pínules diametralment oposades.

També es poden traçar alineacions perpendiculars entre elles o a 45° .

Hi ha escaires d'aquest tipus que duen una brúixola a la part superior, amb la qual cosa es poden traçar alineacions que formin qualsevol angle entre elles.

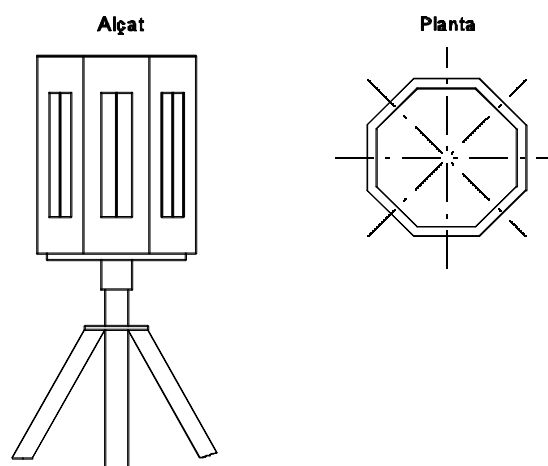


Fig. 6.10

6.10 Nivelletes

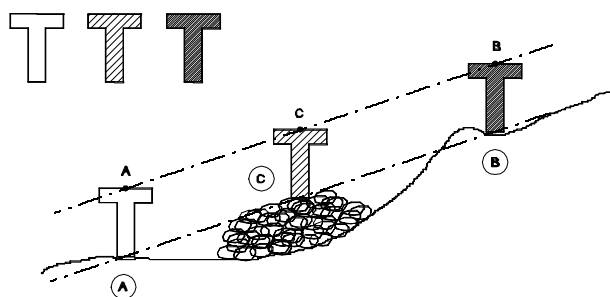


Fig. 6.11

Les nivelletes són tres T de fusta d'aproximadament 80 cm d'alçada, una de blanca, una altra de negra i una altra de vermella (Fig. 6.11), que serveixen per traçar rasants.

Per exemple, A i B són punts d'una rasant. Col·locant una nivelleta en A i una altra en B podem traçar la visual AB; aleshores s'intercala la tercera nivelleta en un punt C i la baixem o pugem fins que C estigui alineada amb A i amb B. En aquest moment tenim que el punt C està en alineació amb A i B, i en una paral·lela a ACB.

7 Alineacions

7.1 Prolongació d'una alineació

Problema núm. 1

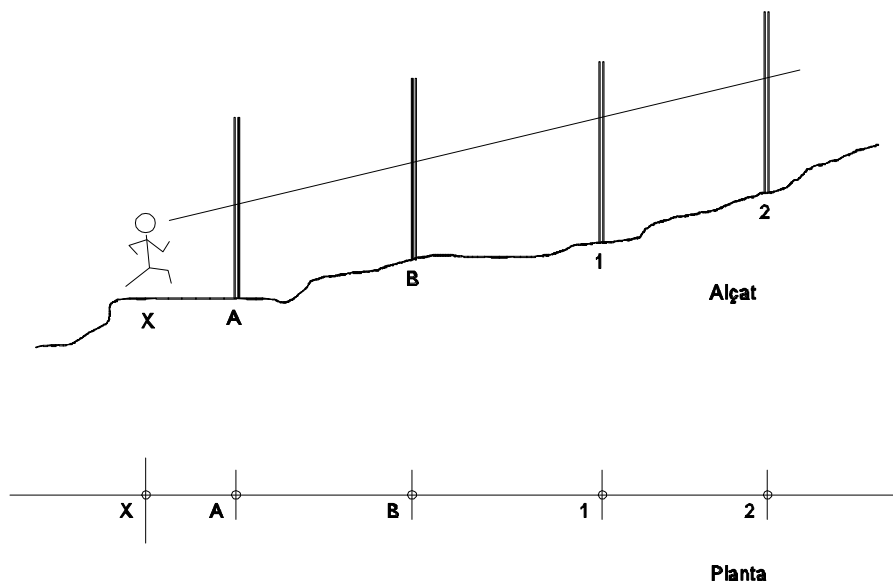


Fig. 7.1.a

Es col·loca un jaló en el punt A i una altre en el punt B de l'alineació que es pretén prolongar.

Un observador situat a X dona l'alineació i un auxiliar col·loca jalons intermedis, com, per exemple, l'1 i el 2, i prolonga l'alineació tant com faci falta. Per traçar una alineació al més precisa possible, dins del que permeti el seu traçat amb jalons, cal que es faci sempre visant els jalons per les generatrius del mateix costat, tal com s'indica a la figura 7.1.c.

A la figura 7.1.b podem observar que l'observador situat a X té un angle, α , de no visibilitat. Això fa que punts com els 1, 2, 3, 4 i 5, que no estan alineats, es pugui considerar que ho estan, ja que des de X no es veuen.

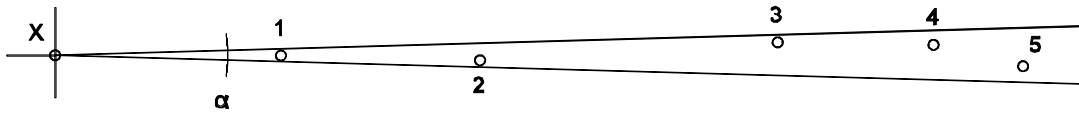


Fig. 7.1.b

En canvi, operant com s'indica a la figura 7.1.c, quan s'alineen pel mateix costat les generatrius de tots els jalons, l'alineació és perfecta, encara que hi hagi el mateix angle d'obscuritat, α .

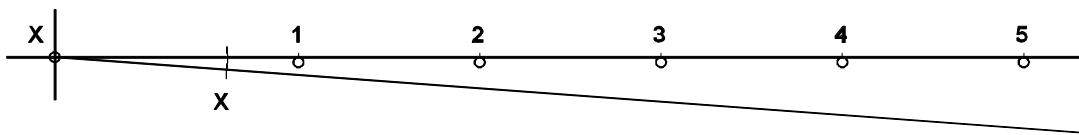


Fig. 7.1.c

7.2 Alineació en condicions especials

Problema núm. 2

Traceu una alineació AB, sabent que no podem situar-nos darrera d'aquests punts (Fig. 7.2).

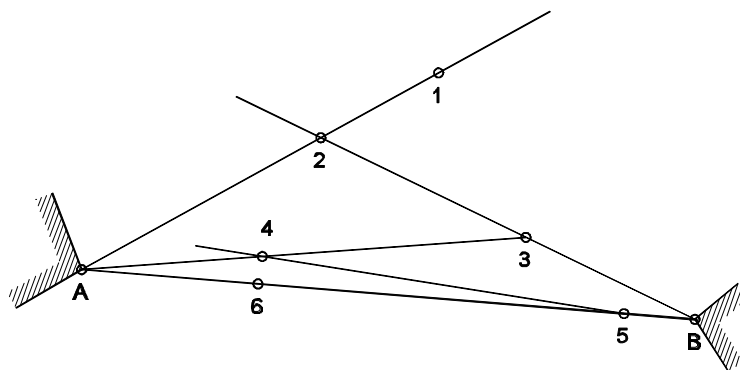


Fig. 7.2

S'opera de la manera següent:

Es col·loca un jaló en el punt 1 i es traça l'alineació 1A. Dins d'aquesta alineació s'escull un punt, el 2, i s'alineja amb B; es pren un punt de l'alineació 2B, el 3, i s'alineja amb A; es pren un punt de l'alineació 3A,

el 4, i s'alinea amb B; es pren un punt de l'alineació 4B, el 5, i s'alinea amb A, etc.; s'actua així fins a trobar, per exemple, un punt de l'alineació 6A, el 6, que alineant-lo amb B coincideixi amb el punt 5, cosa que demostra que els punts A, 5, 6 i B estan alineats i que, per tant, s'ha aconseguit el que s'havia proposat a l'enunciat.

7.3 Traçament d'una alineació entre dos punts no visibles l'un de l'altre

Problema núm. 3

Traceu una alineació entre dos punts A i B, els quals no són visibles l'un de l'altre, com és el cas de la figura adjunta, en què s'interposa un turó (Fig. 7.3).

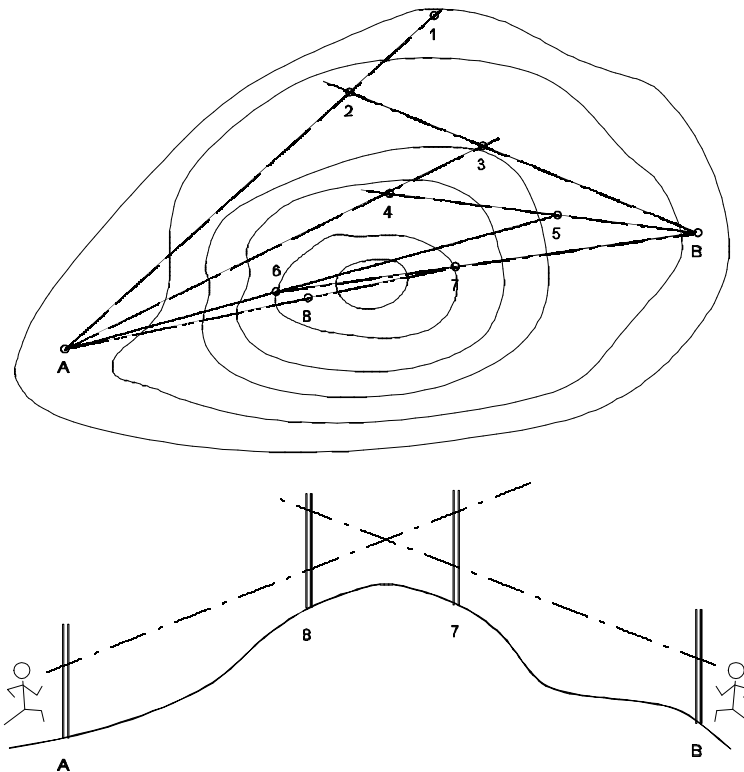


Fig. 7.3

Es comença col·locant un jaló en el punt 1, des del qual es divideix el jaló en A i es pugui traçar aquesta alineació.

S'escull un punt de l'alineació 1A, el 2, des del qual es vegi el jaló en B.

Com es pot veure clarament, estem utilitzant el procediment del problema anterior. Així, doncs, anem trobant punts: el 3, de l'alineació 2B, que vegi A; el 4, de l'alineació 3A, que vegi B; el 5, de l'alineació 4B, que vegi A, i així successivament fins a determinar els punts 7 i 8 que estan perfectament alineats amb A i B; queda resolt, així, el problema.

7.4 Determinació de la intersecció de dues alineacions

Problema núm. 4

Trobeu la intersecció d'una alineació AB amb una altra alineació CD (Fig. 7.4).

Es troben dos punts corresponents a l'eix de la primera alineació i dos punts, C i D, pertanyents a l'eix de la segona.

Es col·loquen dos observadors, X i Y, a cada una de les dues alineacions, perquè amb els jalons situats a AB i CD ens donin les alineacions i així puguem efectuar les prolongacions d'ambdues.

Un auxiliar amb un jaló va recorrent l'alineació AB en els punts 1, 2, etc., sense moure's d'aquesta alineació, atenent les indicacions de l'observador en X, fins que l'observador en Y li indica que està en alineació amb CD: aleshores, s'ha determinat el punt P, que és la intersecció que es buscava de les dues alineacions.

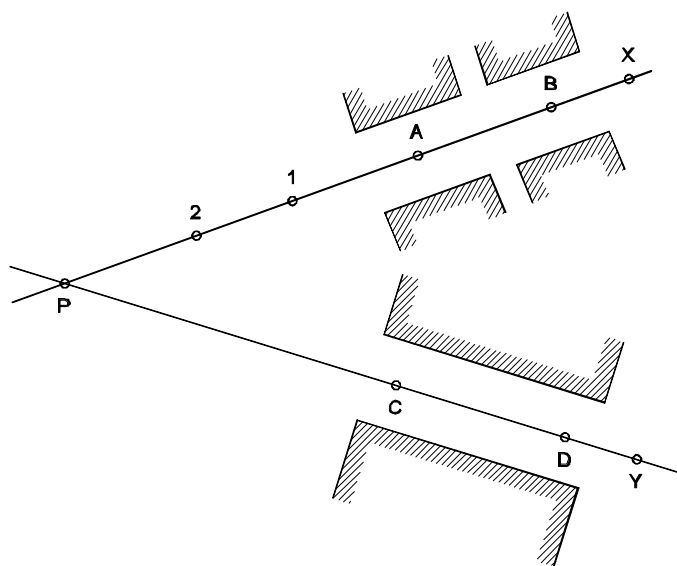


Fig. 7.4

7.5 Traçament d'una alineació perpendicular a una altra de donada

Problema núm. 5

Per un punt donat d'una alineació, traceu una altra alineació perpendicular a la primera en el punt esmentat (Fig. 7.5).

Suposem que l'alineació AB i el punt M pertanyent a aquesta alineació per on hem de traçar la perpendicular.

Un observador en A ens indica que estem sempre alineats amb AB.

A cada costat de M se situen dos punts a la mateixa distància, per exemple, 8 m. Aquests punts estan alineats amb AB.

Amb dues cordes de la mateixa longitud, o amb dues cintes mètriques de 20 m, sostenim els 20 m de cada cinta en els punts 1 i 2; tensant les dues cintes, ajuntem les anelles i en aquest punt clavem una estaca o un jaló, i deixem marcat, d'aquesta manera, el punt P.

El punt P, unit amb el punt M, ens determina una alineació PM, perpendicular a l'alineació AB, en el punt M.

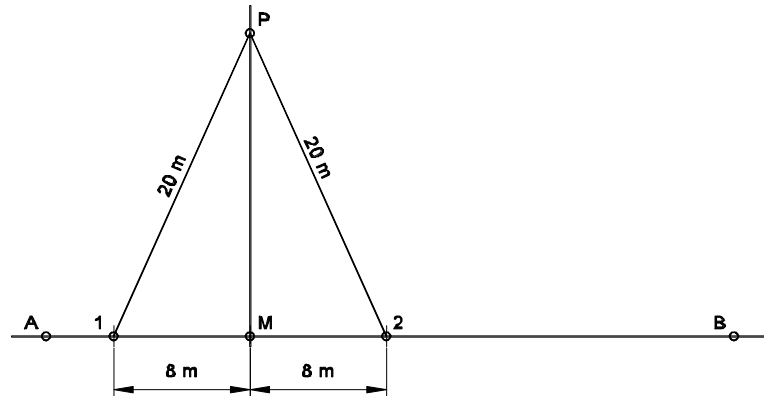


Fig. 7.5

7.6 Alineació perpendicular a una altra, traçada per un extrem

Problema núm. 6

Aixequem una alineació perpendicular a l'alineació AB donada, en el seu extrem A, suposant que en A no podem fer l'alineació amb B per falta d'espai.

Hi ha diferents procediments per resoldre aquest problema, però adoptarem el que considerem més precís, dins la utilització, només, de la cinta mètrica i dels jalons (Fig. 7.6).

Situem una estaca en un punt, 1, fora de l'alineació AB, la distància de la qual al punt A sigui igual o més petita que la de la cinta mètrica utilitzada.

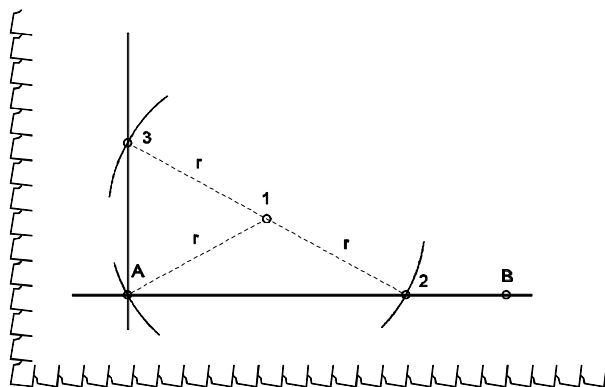


Fig. 7.6

Amidem la distància 1A i traslladem aquesta mateixa longitud a 1-2, col·locant el zero de la cinta a 1 i el jaló a 2, de forma que la magnitud es mantingui i que l'observador a B ens indiqui que el punt 2 està situat a l'alineació AB.

Es col·loca un jaló en el punt 2 i es procedeix a prolongar l'alineació 2-1 fins a un punt, 3, que disti del punt 1 la mateixa magnitud.

En aquest moment tenim en 1 el centre d'una circumferència de diàmetre 2-3 i, per tant, de radi $r = 1A = 1-2 = 1-3$, amb la qual cosa l'angle de l'alineació A3 amb la AB és recte; és a dir, les dues alineacions són perpendiculars entre elles en el punt A.

7.7 Alineació perpendicular a una altra de donada, des d'un punt que li és exterior

Problema núm. 7

Tenint una alineació AB i un punt P, que li és exterior, traceu una alineació perpendicular a AB i que passi pel punt P (Fig. 7.7).

Un observador en A o en B ens permet col·locar un jaló en un punt, 1, de l'alineació AB.

La situació del punt 1, sota el nostre criteri, ha de ser tan pròxima com sigui possible de la perpendicular baixada des de P a AB.

Segur que no l'encertem, però si ho fem amb el màxim de zel, ens hi acostarem bastant.

Aleshores, és qüestió d'aixecar en el punt 1 una alineació perpendicular a AB, utilitzant un dels aparells o dels mètodes ja coneguts.

Prolongant aquesta alineació, situem un punt 2 prop del punt P i comprovem, amb la distància d , que ens hem desviat a un costat o altre del punt P. És, doncs, qüestió d'amidar bé aquesta distància i córrer el punt 1 una distància D a una posició, Q, dins de l'alineació AB. D'aquesta manera queda determinada una alineació PQ perpendicular a la AB i que passa pel punt P.

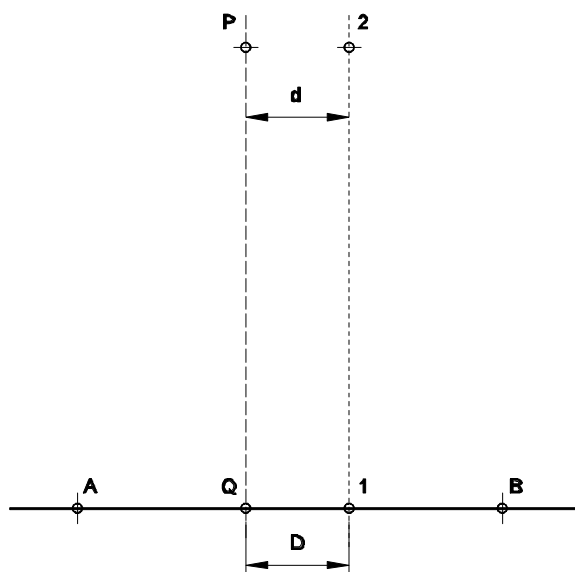


Fig. 7.7

7.8 Traçament d'una línia paral·lela a una altra de donada

Problema núm. 8

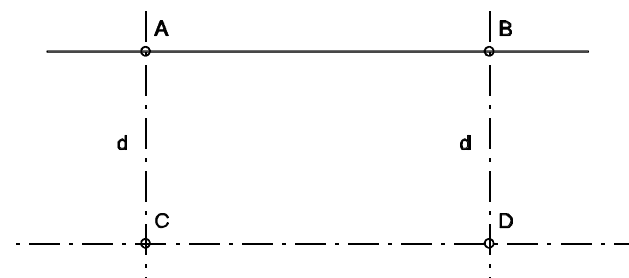


Fig. 7.8

També hi ha diversos procediments per a la resolució d'aquest problema.

Si l'alineació donada és la AB i la distància de l'alineació paral·lela ha de ser d , des dels punts A i B de l'alineació donada hem de traçar alineacions perpendiculars a AB i d'una magnitud igual a d . Així, queden fixats els punts C i D, pertanyents a una alineació paral·lela a AB i de distància d (Fig. 7.8).

7.9 Prolongació d'una alineació més enllà d'un obstacle

Problema núm. 9

Prolongueu l'alineació AB més enllà de l'obstacle P (Fig. 7.9).

En dos punts de l'alineació, es tracen alineacions perpendiculars de longitud d que depassin l'obstacle P. Així queden fixats els punts 1 i 2 de la nova alineació, paral·lela a AB, amb una distància, d , que les separa.

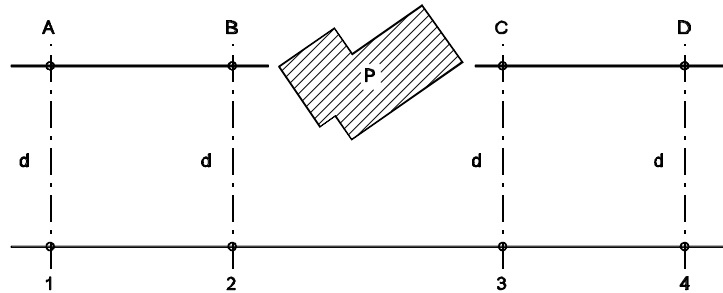


Fig. 7.9

Es prolonga l'alineació 1-2 més enllà de l'obstacle, de forma que es puguin fixar dos punts, com els 3 i 4. S'aixequen alineacions perpendiculars a l'alineació 1-4 per aquests punts i d'una magnitud igual a d , amb la qual cosa fixem els punts C i D, pertanyents a la prolongació de l'alineació AB.

7.10 Mesurament de l'angle que formen dues alineacions donades: mètode gràfic i mètode analític

Problema núm. 10. Mètode gràfic

Mesureu l'angle que formen les dues alineacions AB i CD.

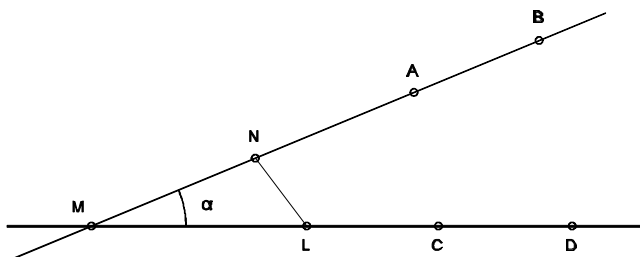


Fig. 7.10.a

Primer es procedeix per trobar el punt d'intersecció, M, de les dues alineacions (Fig. 7.10.a).

Sobre l'alineació MB s'amida una magnitud qualsevol, per exemple la MN, i es fixa un jaló a N.

Sobre l'alineació MD s'amida una altra distància, la ML, i es fixa un altre jaló a L.

Finalment s'amida la distància entre els jalons NL.

D'aquesta manera es té la magnitud dels tres costats d'un triangle, que es pot reproduir gràficament a qualsevol escala.

Problema núm. 10. Mètode analític

Mesureu l'angle que formen les dues alineacions AB i CD.

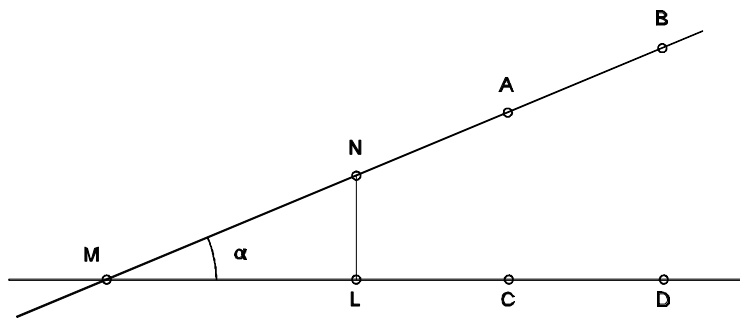


Fig. 7.10.b

L'angle que s'ha de mesurar és l'angle α , que forma les alineacions AB i CD (Fig. 7.10.b).

Es procedeix com en el cas anterior, només amb la diferència que per un punt qualsevol, L, de l'alineació MD, es traça una alineació perpendicular d'aquesta, fins a fer la intersecció amb l'alineació MB, en un punt, N. D'aquesta manera, tenim un triangle rectangle MLN (recte en L) i amidant les distàncies ML i NL tenim

$$\frac{NL}{ML} = \tan\alpha$$

Suposem que $NL = 17 \text{ m}$
 $ML = 33 \text{ m}$

Tenim que

$$\tan\alpha = \frac{17}{33} = 0,5151515$$

Arc de la tangent = $30,283697^\circ$

$\alpha = 30,28^\circ$

7.11 Altres problemes

Problema núm. 11

Amideu la distància AB , essent inaccessible el marge esquerre del riu on es troba el punt B . Els punts A i B són visibles l'un de l'altre (Fig. 7.11).

Arbitràriament i dins de l'alineació AB , situem un punt, N .

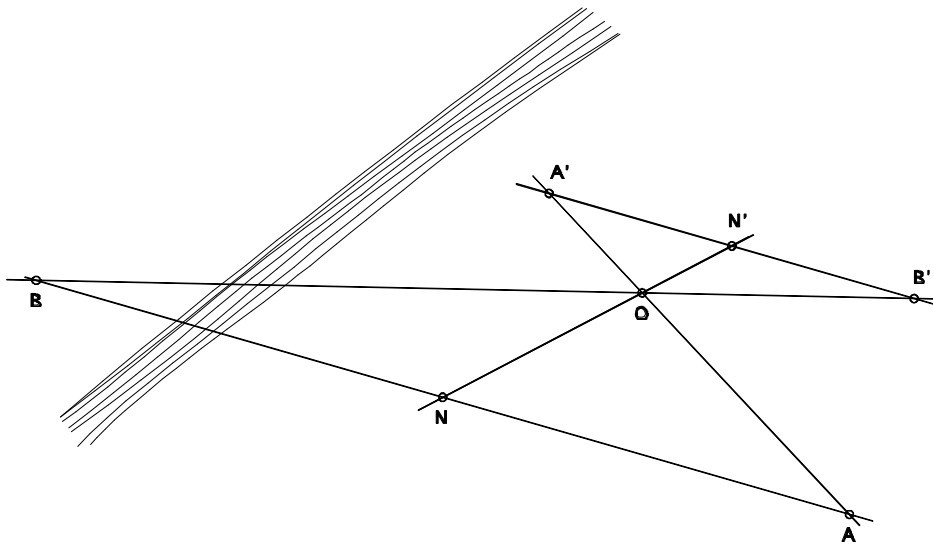


Fig. 7.11

També arbitràriament, situem un punt, O , des del qual siguin visibles els punts A , B i N .

Des de O es tracen les alineacions OA , ON i OB pel procediment ja exposat.

Tot seguit determinarem triangles semblants. Els podem reduir segons una relació coneguda; a l'exemple de la figura, és la relació d' $1/3$.

Es prolonga l'alineació OA fins a OA' , essent $OA' = OA/3$. Es fa el mateix amb ON : es prolonga fins a ON' , essent $ON' = ON/3$.

Una vegada ja tenim fixats els jalons en A' i N' , a continuació determinem la intersecció entre les alineacions BO i $A'N'$, que dona com a resultat el punt B' .

Com es pot observar a la figura, hem traçat uns triangles semblants, en els quals tots els seus costats estan en la relació d' $1/3$, per la qual cosa $AB = A'B' \times 3$.

Suposant que $A'B'$ amidi 64 m,

$$AB = 64 \times 3 = 192 \text{ m}$$

Problema núm. 12

Determineu la distància d'una alineació AB, estant situats els dos punts en un camp inaccessible (Fig. 7.12)

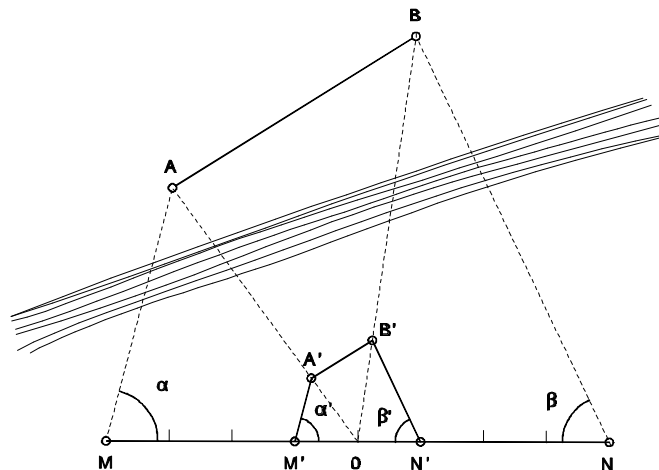


Fig. 7.12

Tracem arbitràriament una base MN, l'amidem i n'assenyalem el punt mitjà.

Des de tots els punts que tracem s'han de veure els punts A i B.

Essent O el centre de la base, s'ha de complir que $OM = ON$. Aquests segments es divideixen en una relació $1/n$ coneguda (en el nostre exemple $n = 4$), amb la qual cosa $OM/4 = OM'$ i $ON/4 = ON'$.

En els problemes anteriors, hem après a amidar els angles i a trobar les interseccions d'alineacions, coses que aplicarem en aquest cas.

Mesurem l'angle α en M i en tracem un altre d'igual en M', amb la qual cosa obtenim una alineació en M' paral·lela a la MA; i des del centre, O, trobem la intersecció, A', de les alineacions M'A' amb OA, amb la qual cosa ens queden dos triangles rectangles semblants, MOA i M'OA', de relació $1/4$.

Es procedeix de la mateixa manera amb ON i ON'. Es mesura l'angle β en N i es passa a N', i així s'obtenen els triangles NOB i N'OB', de relació $1/4$.

Ara veiem que els triangles AOB i A'OB' tenen els costats OA i OB comuns als triangles esmentats anteriorment, per la qual cosa també es troben en la mateixa relació d' $1/4$. Els costats importants d'aquests triangles són els costats AB i A'B', i ja que sabem la seva relació, és fàcil trobar la seva magnitud:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{4}; \quad AB = A'B' \times 4$$

Problema núm. 13

Determineu la distància d'una alineació, AB , estant situats els dos punts en un camp inaccessible (Fig. 7.13). En aquest cas disposem d'un aparell mesurador d'angles: un toedolit, un taquímetre, etc.

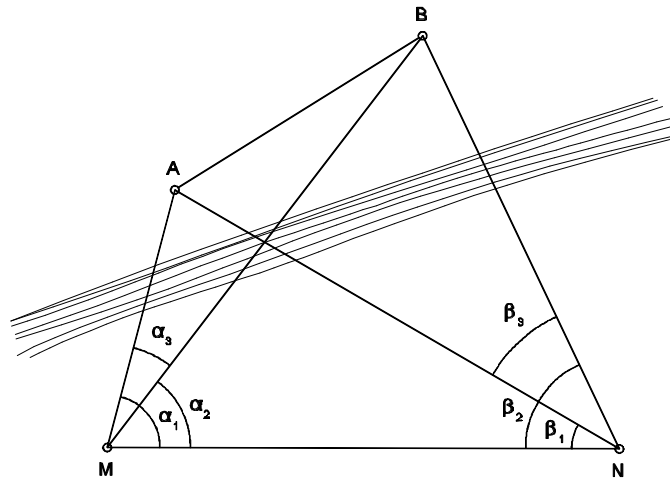


Fig. 7.13

Si disposem d'un aparell que mesura angles, l'amidament de la distància AB es farà d'una forma exacta, pel càlcul de triangles obliquangles.

Amidem primer la base, MN , i ho reiterem tantes vegades com sigui necessari perquè l'amidament sigui al més exacte possible.

Posant el taquímetre a cada extrem de la base, fem la lectura dels angles $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2$ i β_3 , repetint-ho, també, diverses vegades per obtenir una lectura fiable.

Del triangle MAN tenim un costat, que és la base, MN , i els angles extrems, α_1 i β_1 . Aquest és un cas de resolució de triangle obliquangle, amb la qual cosa s'obtenen els altres dos costats, AM i AN .

Per al triangle MBN ocorre el mateix. Tenim com a dades el costat base, MN , i els angles α_2 i β_2 . Resolent el triangle, obtenim els costats BM i BN .

Considerem, ara, el triangle MAB . Veiem que en coneixem els costats, MA i MB , pel càlcul dels triangles anteriors, i que en sabem l'angle $\alpha_3 (= \alpha_1 - \alpha_2)$. És, doncs, un altre cas de triangle obliquangle, del qual coneixem dos costats i l'angle que hi queda comprès. Resolent-lo, obtenim el valor del costat AB , que és el que buscàvem.

Encara que hàgim calculat el valor de AB , ara el comprovarem pel triangle NAB , del qual sabem NA i NB , i l'angle comprès: $\beta_3 = \beta_2 - \beta_1$. Calculant el triangle, s'obté novament el valor de AB .

Aquest sistema és molt precís. Malgrat tot, es fa la mitjana dels dos valors trobats per a AB .

Problema núm. 14

Prolongueu a través d'un obstacle una alineació que té els dos punts que la defineixen, A i B, situats en un terreny inaccessible (Fig. 7.14).

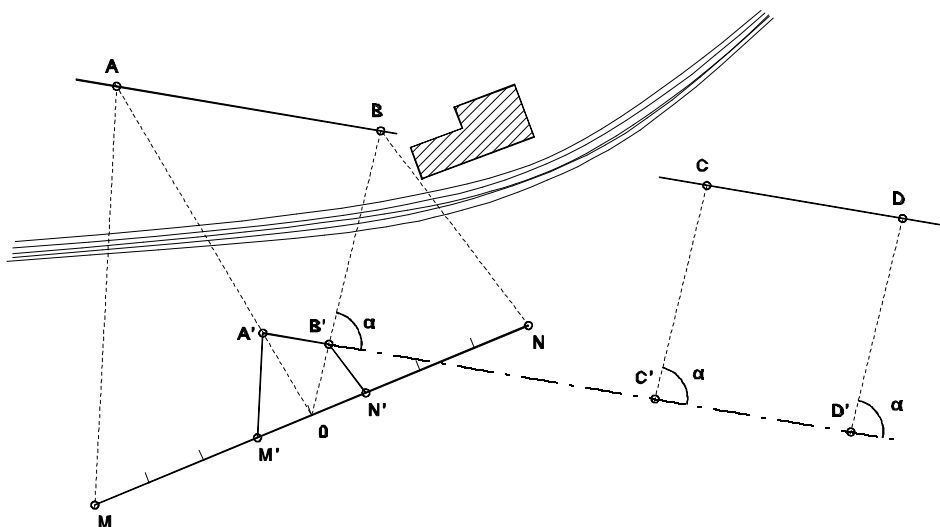


Fig. 7.14

La primera part d'aquest problema es resol igual que el problema núm. 12 (Fig. 7.12).

S'ha de tenir en compte que en aquest problema no ens importa la magnitud de la distància AB, sinó la prolongació de l'alineació A'B'.

Una vegada hem trobat els punts A' i B', sabent que aquesta alineació és paral·lela a la AB es procedeix a prolongar-la, fins a uns punts, C' i D', que hagin depassat l'obstacle.

Per una altra banda, mesurem l'angle, α , en el punt B' i el traslladem als punts C' i D', amb la qual cosa obtenim a tots dos punts alineacions paral·leles a B'B.

Ara calculem la distància B'B com segueix:

Se saben les distàncies ON', N'N i OB'; per tant, tenim que

$$\frac{ON'}{OB'} = \frac{N'N}{B'B}; \quad B'B = \frac{OB' \times N'N}{ON'}$$

Transportem aquesta magnitud a C' i D', i així aconseguim situar els punts C i D, que pertanyen a la prolongació de l'alineació AB, més enllà de l'obstacle, tal com es demanava en el problema.

Problema núm. 15

Prolongueu una alineació més enllà d'un obstacle, sabent que els punts A i B es troben en un terreny inaccessible (Fig. 7.15). En aquest problema s'utilitza un aparell mesurador d'angles.

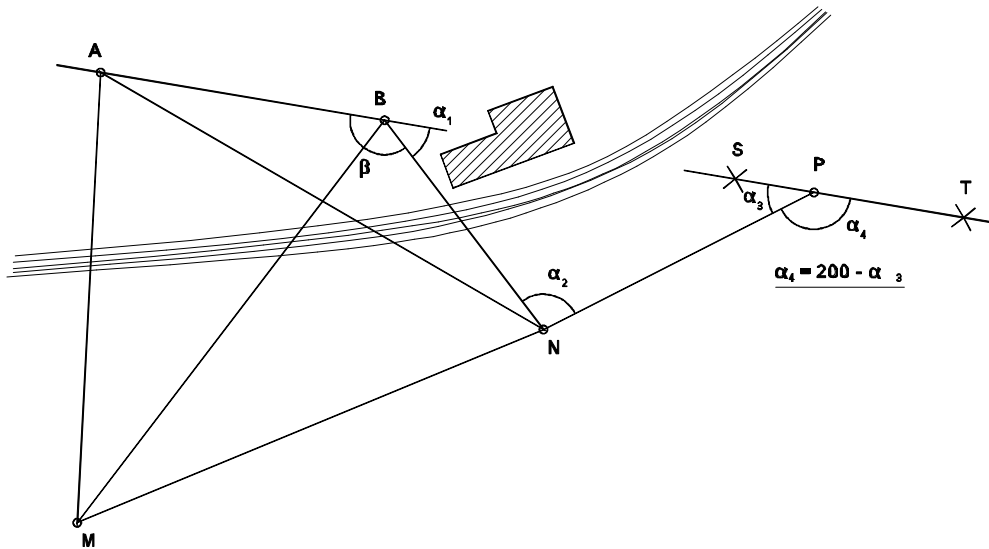


Fig. 7.15

La part analítica del problema núm. 13 (Fig. 7.13) ens ensenya a resoldre els triangles MAN, MBN, AMB i ANB, amb la qual cosa s'aconsegueix la magnitud dels angles ABM i MBN, la suma dels quals és el valor de l'angle β .

Si imaginem prolongada l'alineació AB fins al punt P, veiem clarament que l'angle α_1 és fàcil de determinar, ja que és suplementari de β .

Tracem una alineació arbitrària per N, però amb el criteri que hagi de fer la intersecció amb l'alineació AB en un punt P.

D'aquesta alineació arbitrària, NP, es pot mesurar l'angle α_2 .

Suposant resolt el problema, veiem que es forma un triangle, BPN, del qual coneixem el costat BN i els angles α_1 i α_2 . Així, doncs, podem calcular el costat NP; amb la distància d'aquest costat i amb l'angle α_2 podem situar amb precisió el punt P.

Coneixent l'angle α_3 i el seu suplementari, α_4 , podem situar punts de l'alineació prolongada, com són els punts S i T, i d'altres.

8 Amidament directe de distàncies

En moltes circumstàncies és necessari amidar directament una distància entre dos punts.

Si aquesta distància que s'ha d'amidar ha de ser precisa, és necessari repetir l'amidament diverses vegades per poder treure'n una mitjana que ens doni una mida fiable.

És evident que aquesta distància entre dos punts és sempre considerable, per la qual cosa l'amidament s'ha de fer per trams, fet que ens dóna possibilitats de cometre algun error.

Per limitar aquests possibles errors, hem de controlar els amidaments amb les toleràncies.

A continuació s'exposen les toleràncies establertes pel cadastre italià i pel suís.

8.1 Toleràncies del cadastre italià

$$t = 0,015 \sqrt{L} + 0,0008 ; \quad \text{en terreny pla}$$

$$t = 0,020 \sqrt{L} + 0,0008 ; \quad \text{en terreny abrupte}$$

$$t = 0,025 \sqrt{L} + 0,0008 ; \quad \text{en terreny accidentat}$$

8.2 Toleràncies del cadastre suís

$$\text{Instrucció I} \left\{ \begin{array}{ll} 0,001\sqrt{L} + \frac{L}{10.000} ; & \text{en terreny pla} \\ 0,003\sqrt{L} + \frac{L}{10.000} ; & \text{en terreny accidentat} \end{array} \right.$$

$$\text{Instrucció II} \left\{ \begin{array}{ll} 0,003\sqrt{L} + \frac{L}{5.000}; & \text{en terreny pla, poligonals principals} \\ 0,004\sqrt{L} + \frac{L}{5.000}; & \text{en terreny pla, poligonals secundàries} \end{array} \right.$$

$$\text{Instrucció III} \left\{ \begin{array}{ll} 0,02\sqrt{L} + \frac{L}{2.000}; & \text{en terreny pla} \\ 0,03\sqrt{L} + \frac{L}{2.000}; & \text{en terreny accidentat} \end{array} \right.$$

Les toleràncies del cadastre suís són més exigents, cosa per la qual són més recomanables.

La instrucció I es refereix a treballs de caràcter urbà.

La instrucció II és per a treballs topogràfics.

La instrucció III comprèn la resta de treballs.

8.3 Exemple d'aplicació de les toleràncies a un amidament

Per a l'amidament d'una distància s'han pres els amidaments següents:

$d_1 = 280,09 \text{ m}$
$d_2 = 280,05 \text{ m}$
$d_3 = 279,98 \text{ m}$
$d_4 = 279,89 \text{ m}$
$d_5 = 280,11 \text{ m}$
$d_6 = 280,04 \text{ m}$
$d_7 = 279,96 \text{ m}$
$d_8 = 280,16 \text{ m}$

Es comença pel càlcul de la mitjana de tots els amidaments:

$$D = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 + d_7 + d_8}{8} = \frac{2.240,28}{8} = 280,035$$

Com a tolerància considerem la que correspon al terreny accidentat de la instrucció I del cadastre suís:

$$T = 0,003 \sqrt{L} + \frac{L}{10.000}; \quad T = 0,003\sqrt{280,035} + \frac{280,035}{10.000} = 0,08 \text{ m}$$

A continuació s'ha de comprovar que la diferència entre la mitjana 280,035 i cada un dels amidaments sigui igual o més petita que la tolerància calculada, $T = 0,08 \text{ m}$.

Comprovant aquestes diferències:

Per a $d_1 = 0,055$
Per a $d_2 = 0,015$
Per a $d_3 = 0,055$
Per a $d_4 = 0,145^*$
Per a $d_5 = 0,075$
Per a $d_6 = 0,005$
Per a $d_7 = 0,075$
Per a $d_8 = 0,125^*$

* Aquestes diferències sobrepassen la tolerància 0,080.

Desestimem els amidaments d_4 i d_8 , les diferències dels quals amb la mitjana són superiors a la tolerància.

Procedim a calcular la nova mitjana:

$$D = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + d_5 + d_6 + d_7}{6} = \frac{1.680,23}{6} = 280,04$$

Comprovem la tolerància:

$$0,003 \sqrt{280,04} = 0,08 \text{ (no ha variat)}$$

Comprovem les diferències:

Per a $d_1 = 0,05$
Per a $d_2 = 0,01$
Per a $d_3 = 0,06$
Per a $d_5 = 0,07$
Per a $d_6 = 0,00$
Per a $d_7 = 0,08$

Totes les diferències entren en tolerància. En conseqüència, aquests sis amidaments són bons i com amidament definitiu s'accepta la seva mitjana:

$$D = 280,04 \text{ m}$$

9 Amidament indirecte de distàncies

9.1 Fonament de l'estàdia

Esquemàticament una estàdia consta de dos fils horitzontals i un ocular, mirant a través del qual es poden dirigir visuals als fils, de forma que es veuen projectades sobre la graduació d'una mira (Fig. 9.1)

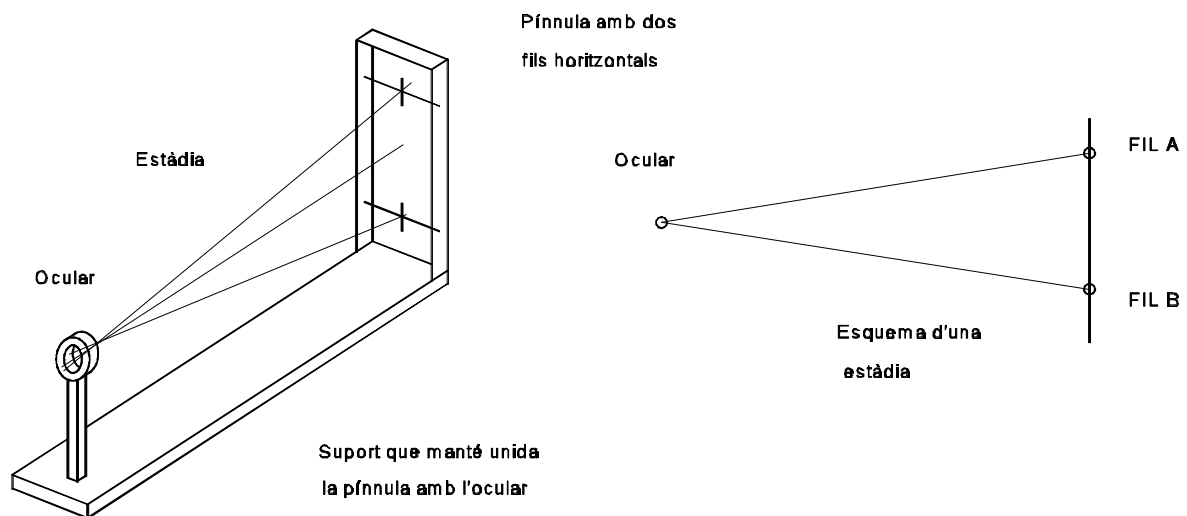


Fig. 9.1

L'estàdia es troba fixa en una estació, E. La separació dels fils A i B és la distància m , i la separació dels fils a l'ocular és la distància d (Fig. 9.2, pàg. següent).

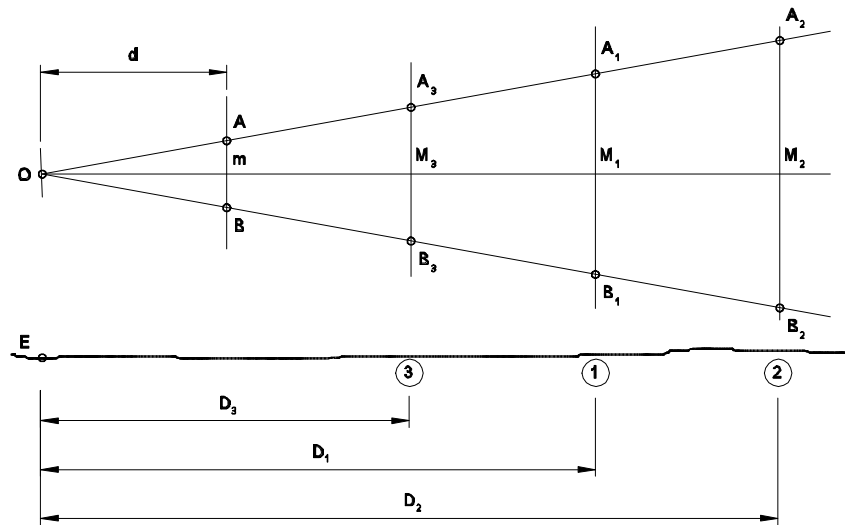


Fig. 9.2

Per a l'amidament de la distància D_1 , del punt 1 a l'estació, E, hem de considerar els triangles semblants OAB i OA_1B_1 ; aplicant el teorema de Tales tenim

$$\frac{d}{m} = \frac{D_1}{M_1}; \quad D_1 = \frac{d \times M_1}{m} = \frac{d}{m} \times M_1$$

Per amidar D_2 tenim els triangles OAB i OA_2B_2 , i es compleix

$$\frac{d}{m} = \frac{D_2}{M_2}; \quad D_2 = \frac{d}{m} \times M_2$$

Dóna el mateix per a D_3 amb els triangles OAB i OA_3B_3

$$\frac{d}{m} = \frac{D_3}{M_3}; \quad D_3 = \frac{d}{m} \times M_3$$

En comparar els tres amidaments podem observar que en tots apareix el terme constant $\frac{d}{m}$, fet que permet considerar que $\frac{d}{m} = K$, per la qual cosa els amidaments anteriors es transformen en

$$D_1 = M_1 \times K \quad D_2 = M_2 \times K \quad D_3 = M_3 \times K$$

Les M són les lectures de mira que s'obtenen per diferència de les lectures dels fils extrems i , per consegüent, el càlcul de les distàncies queda reduït a multiplicar la lectura de mira, M , per la constant estadimètrica, K .

Si construïm una estàdia de forma que en la constant $\frac{d}{m}$ sigui $m = 1$ unitat i $d = 100$ unitats, aleshores tenim

$$\frac{d}{m} = \frac{100}{1} = 100, \quad \text{és a dir que} \quad K = 100$$

D'aquesta forma hem obtingut una constant ideal per al càlcul de les distàncies.

9.2 Exemple d'aplicació

$$\left. \begin{array}{l} \text{lectura de } a = 2,796 \\ \text{lectura de } b = 0,200 \end{array} \right\} D = M \times K = 2,596 \times 100 = 259,60 \text{ m}$$

Queda, doncs, establert que $D = M \times K$.

Tot això és correcte per a una estàdia l'eix de la qual sigui horitzontal i, per tant, perpendicular al pla de la mira.

Això ofereix poques possibilitats, ja que si l'eix de l'estàdia ha de romandre sempre horitzontal, les possibilitats d'aplicar-la són mínimes.

Mentre el terreny sigui sensiblement horitzontal, no hi haurà problemes, però en un terreny accidentat l'aparell no arriba a punts d'elevació o de descens com mostra la figura 9.3.

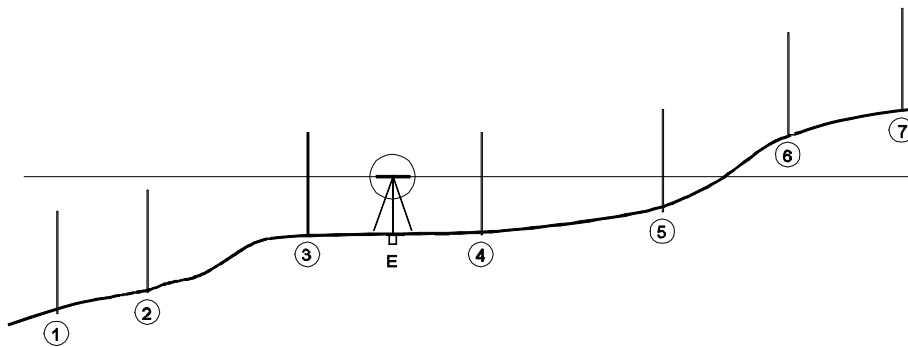


Fig. 9.3

La visual horitzontal de l'aparell en l'estació, E, arriba a la mira en els punts 3, 4 i 5, però no en els punts 1, 2, 6 i 7.

Això fa necessari trobar la forma de poder calcular la distància de punts que per la seva situació faci necessari realitzar visuals inclinades.

9.3 Visuals inclinades

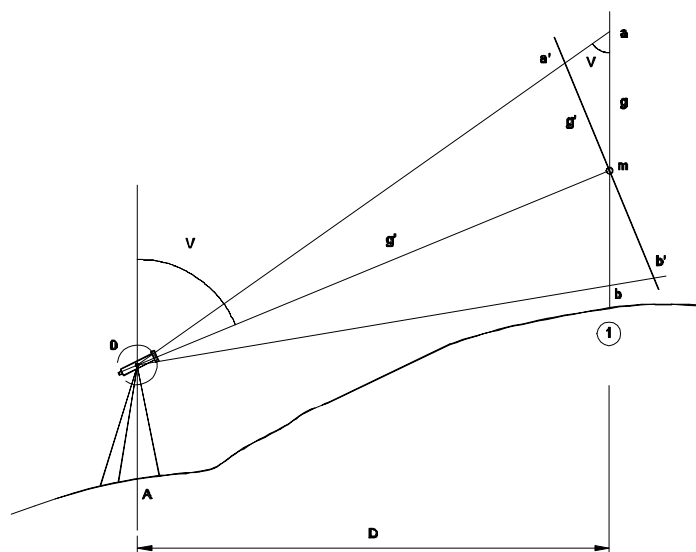


Fig. 9.4

En el cas d'una visual inclinada com la de la figura 9.4 podem observar el següent:

L'eix om de l'aparell no és perpendicular a la mira ab en el punt 1.

Ocorre, doncs, que per poder aplicar el fonament de l'estàdia en el punt 1 s'hauria de col·locar una mira a la posició $a'b'$, o sigui, perpendicular a om . Aleshores obtindríem el generador, g' , igual que trobàvem la distància; és a dir,

$$g' = M \times K$$

Una vegada hem obtingut g' seria fàcil trobar D , ja que

$$D = g' \times \sin V$$

Però tot això no és possible, ja que no podem trobar g' . Ara bé, observant el triangle rectangle $aa'm$ podem calcular g' en funció de g , que és el fals generador que llegim a la mira. És un generador més gran que el que hauríem de llegir.

$$g' = g \times \sin V$$

I abans havíem trobat $D = g' \times \sin V$

Després substituïm el valor de g' i tenim

$$D = g \times \sin V \times \sin V = g \times \sin^2 V$$

Definitivament tenim que qualsevol distància que s'amidi, horitzontal o inclinada, és

$$D = g \times \sin^2 V$$

Aquesta és una de les fórmules fonamentals de la taquimetria.

Si es vol analitzar més aquesta fórmula, arribarem a admetre que

$$D = M \times K \times \sin^2 V$$

ja que $g = M \times K$.

Amb això ja estem preparats per resoldre problemes propis del reticle i de l'amidament indirecte de distàncies.

9.4 Reticle

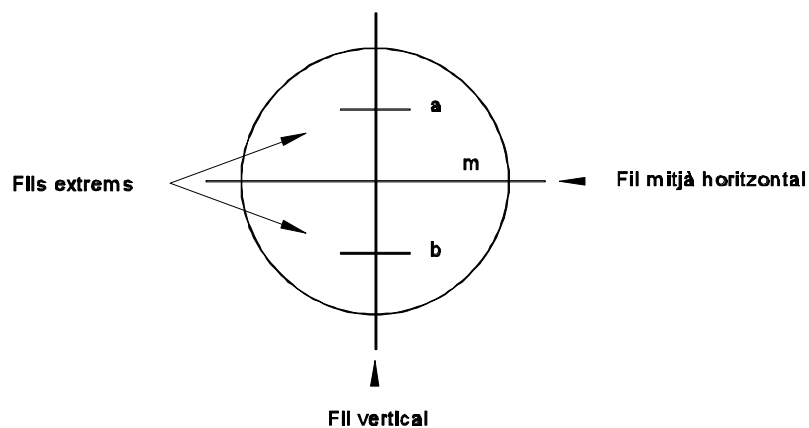


Fig. 9.5

El reticle és l'estàdia incorporada a la ullera del taquímetre (Fig. 9.5).

Es realitza la lectura de la mira amb els fils extrems, a i b , i de la seva diferència s'obté M .

9.5 Mires

La mira simple està graduada en centímetres, és a dir, és com un metre sense mil·límetres i aquests s'han d'interpol·lar.

Les divisions són en centímetres perquè la visió de la mira, a una certa distància, sigui més clara.

L'òptica de tots els aparells d'avui en dia és d'imatge directa; però encara hi ha models d'un ús molt bo, amb imatge invertida. És per això que a la figura 9.6 veiem unes mires que totes porten la graduació ascendent d'abaix cap amunt, però en algunes la numeració està invertida per als aparells amb òptica d'imatge inversa.

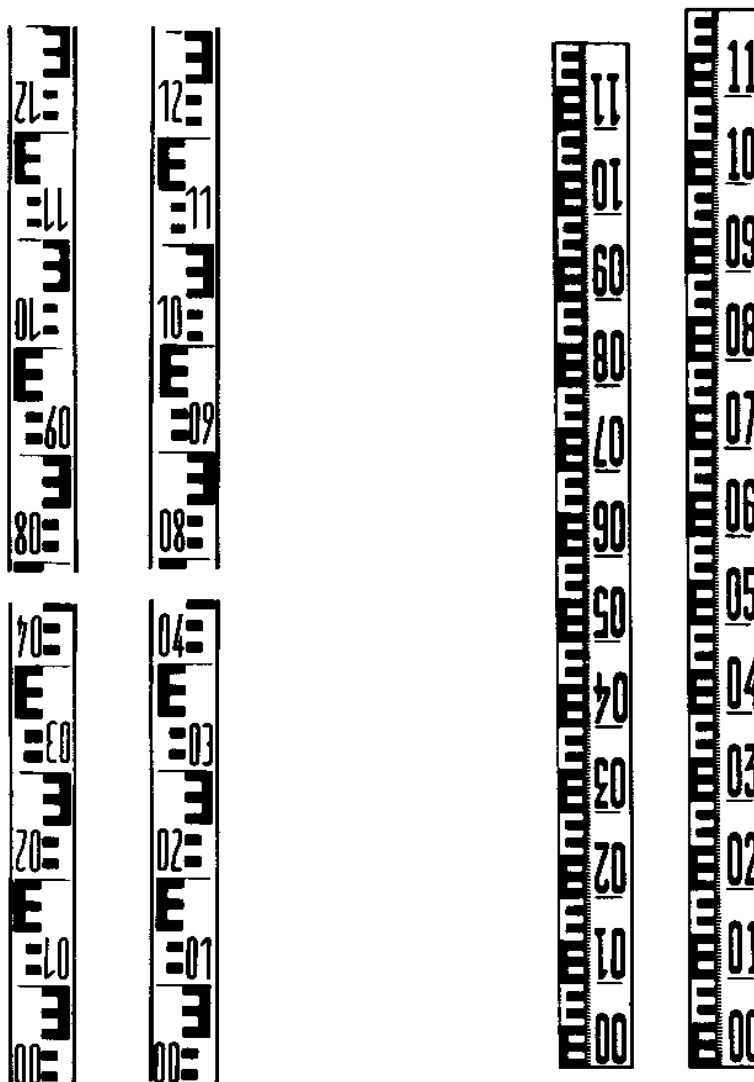


Fig. 9.6

9.6 Aparells taquimètrics

El taquímetre representat a la figura 9.7 és un dibuix esquemàtic, purament didàctic, perquè se'n vegin les parts més importants.

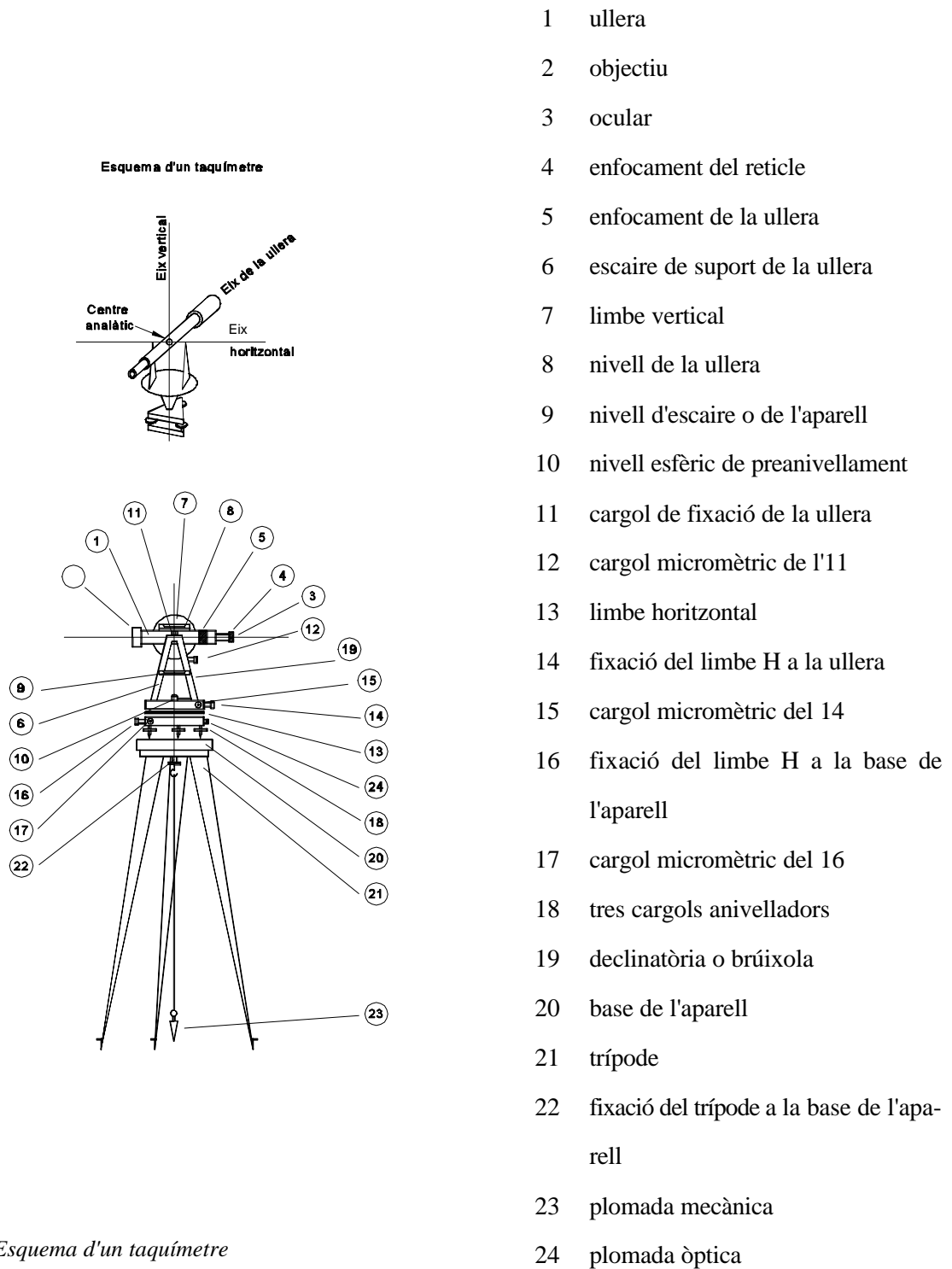


Fig. 9.7 Esquema d'un taquímetre

A la figura 9.8 es representa un taquímetre de la casa Amado Laguna de Rins, S.A., de Saragossa, de l'any 1929, en el qual veiem una autèntica correspondència amb l'esquema de la figura 9.7.

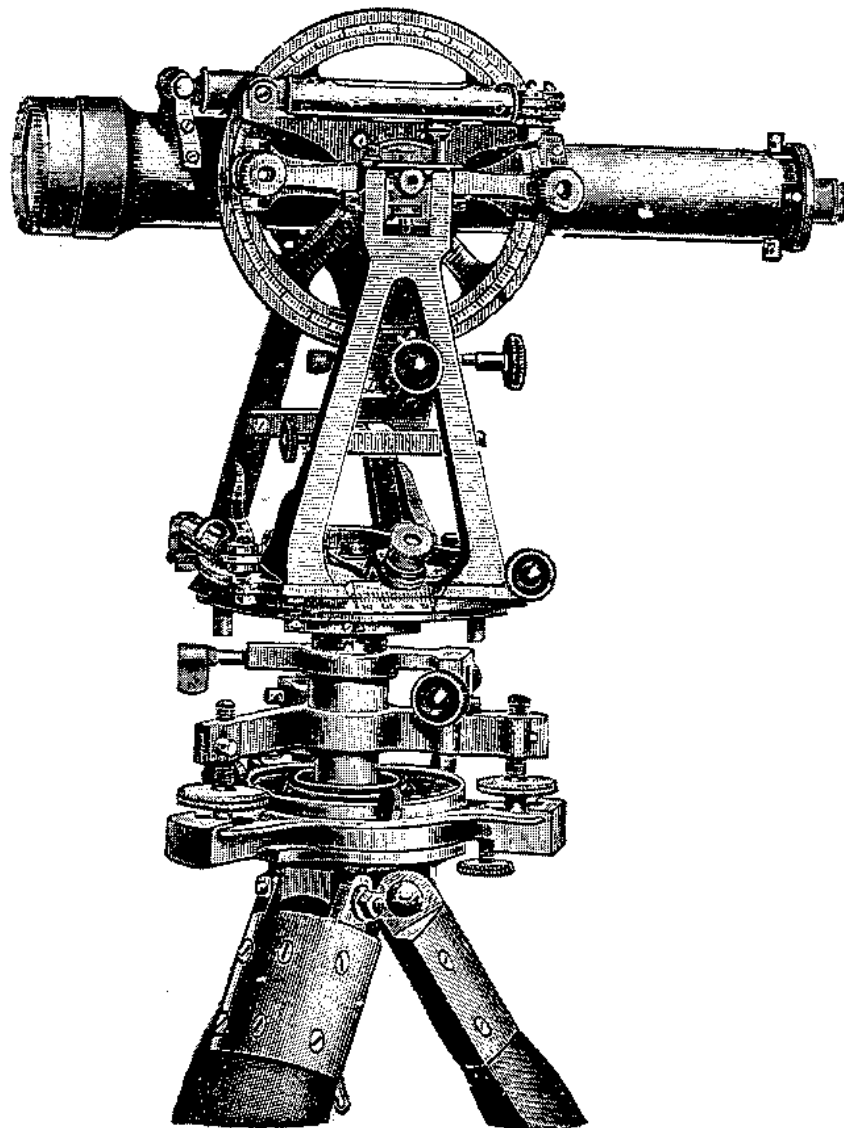


Fig. 9.8 Taquímetre de la casa Laguna Rins, S.A. (1929)

A la figura 9.9 es mostra un altre d'aquests taquímetres, aquest de la casa Hilderbrand, Alemanya, catàleg de 1939.

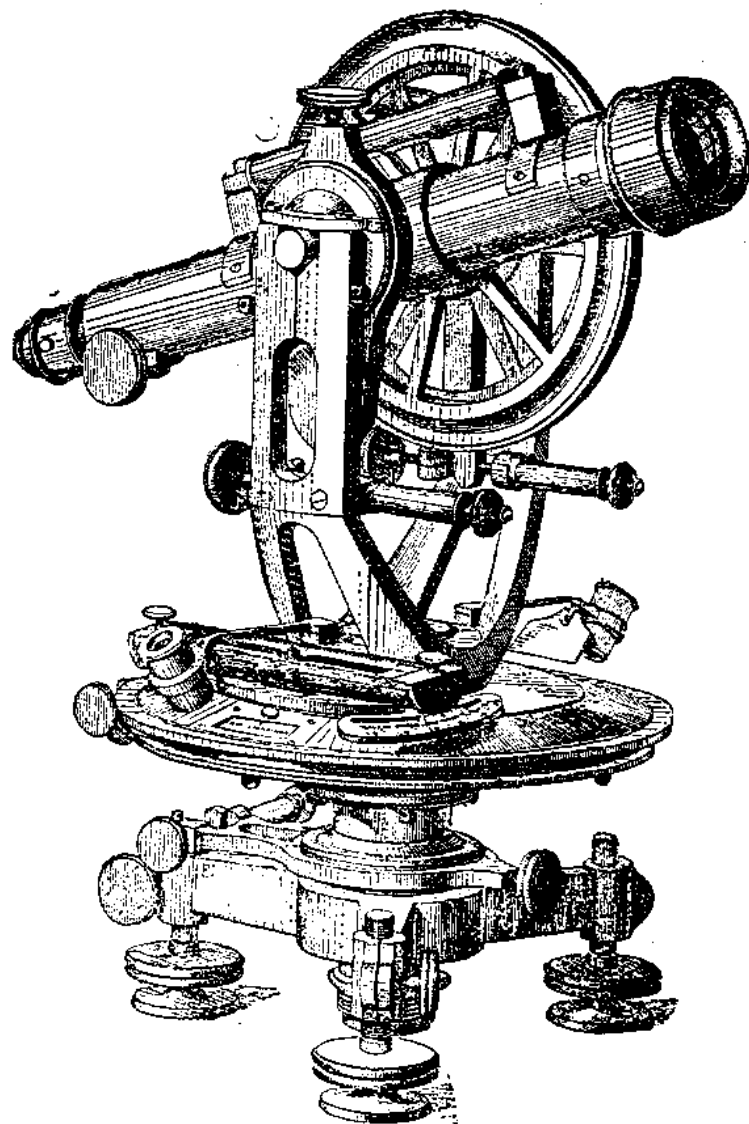


Fig. 9.9 Taquímetre de la casa Hilderbrand (1939)

A la figura 9.10 es presenta un dels taquímetres més tradicionals i precisos, de la casa Wild, de Suïssa.

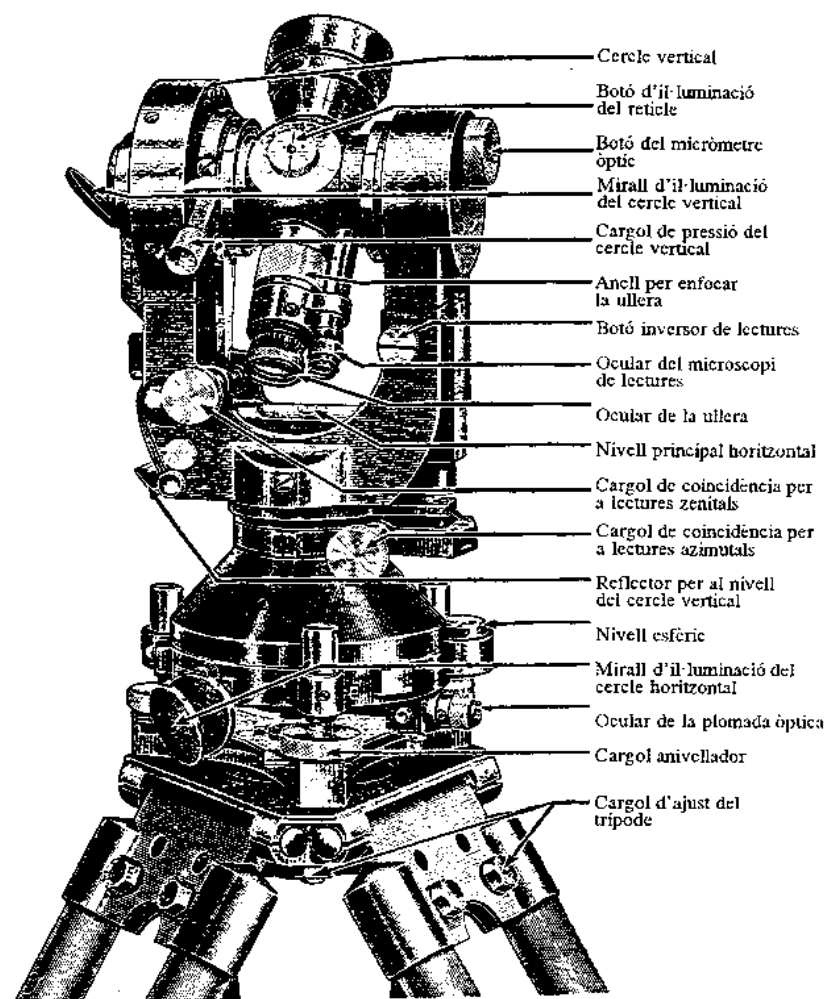


Fig. 9.10 Taquímetre de la casa Wild.

Amb tots aquests aparells s'han efectuat treballs de gran precisió durant moltes dècades. Els taquímetres i els teodolits han experimentat, però, grans transformacions.

Les figures 9.11 i 9.12 mostren dos taquímetres moderns, el TH-20D i el TH-20DC, de la casa Pentax.



Fig. 9.11 Taquímetre TH-20D,
de la casa Pentax

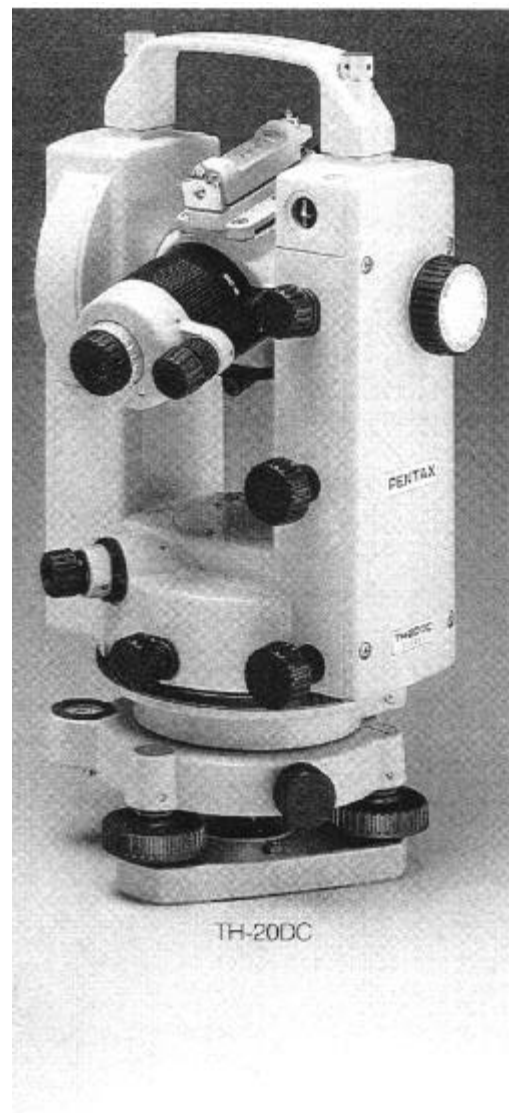


Fig. 9.12 Taquímetre TH-20DC,
de la casa Pentax

Actualment són totalment blindats, ofereixen més prestacions i són molt còmodes i més fàcils de manejar. Per exemple, en els antics s'havien de mesurar els angles horitzontal i vertical amb un microscopi sobre el limbe de llautó i interpolar amb un nònius; actualment, en canvi, porten un ocular petit al costat dret de la ullera i es veu la lectura digital en graus, minuts i segons.

10 Angles que es consideren en topografia

10.1 Angles verticals

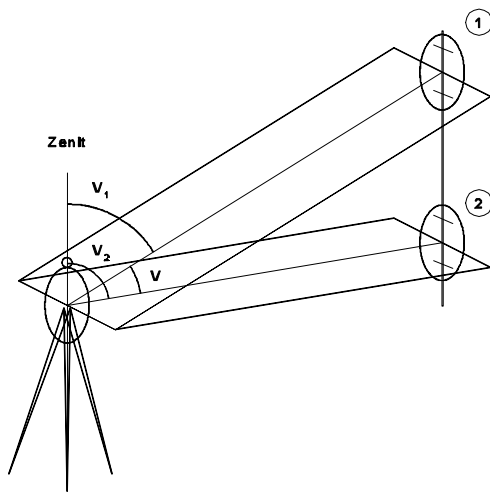


Fig. 10.1

Un angle com el V_A per a un punt A, més petit de 100° , s'anomena angle d'elevació; i un angle com el V_B per al punt B, més gran de 100° , s'anomena angle de descens (Fig. 10.2)

Mesurem els angles verticals amb el fil horitzontal central del reticle.

Per mesurar l'angle dels punts 1 i 2, tracem una visual des de l'estació fins a enrasar en el punt 1 i realitzem la lectura de l'angle zenital V_1 ; després visem el punt 2 i llegim l'angle zenital V_2 .

L'angle vertical és $V = V_2 - V_1$.

Els angles V_1 i V_2 , amb l'origen a la vertical del lloc, són angles zenitals; i els angles que resulten de la diferència dels dos zenitals s'anomenen angles verticals.

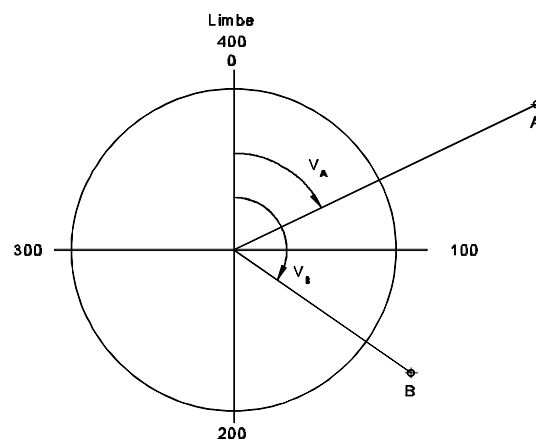


Fig. 10.2

10.2 Angles horitzontals

La vertical de l'estació, E, amb les verticals en els punts A i B, determina dos plans verticals i ens indica l'angle que formen les dues alineacions, α (Fig. 10.3).

Els angles horitzontals se suavitzen amb el fil vertical central del reticle.

Com que l'angle, α , ha estat mesurat amb un origen d'angles arbitrari, l'angle s'anomena horitzontal.

Si l'origen dels angles fos el nord geogràfic, l'angle mesurat seria un angle azimuthal (Fig. 10.4.a).

Si l'origen dels angles fos el nord magnètic, l'angle mesurat seria un angle rumb (Fig. 10.4.b).

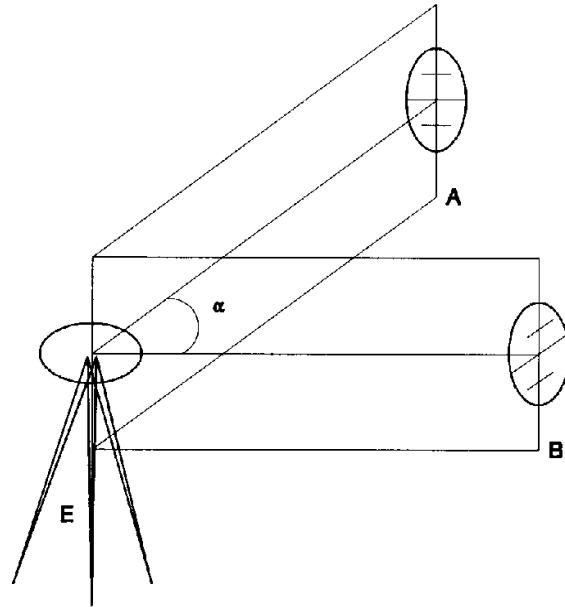


Fig.10.3

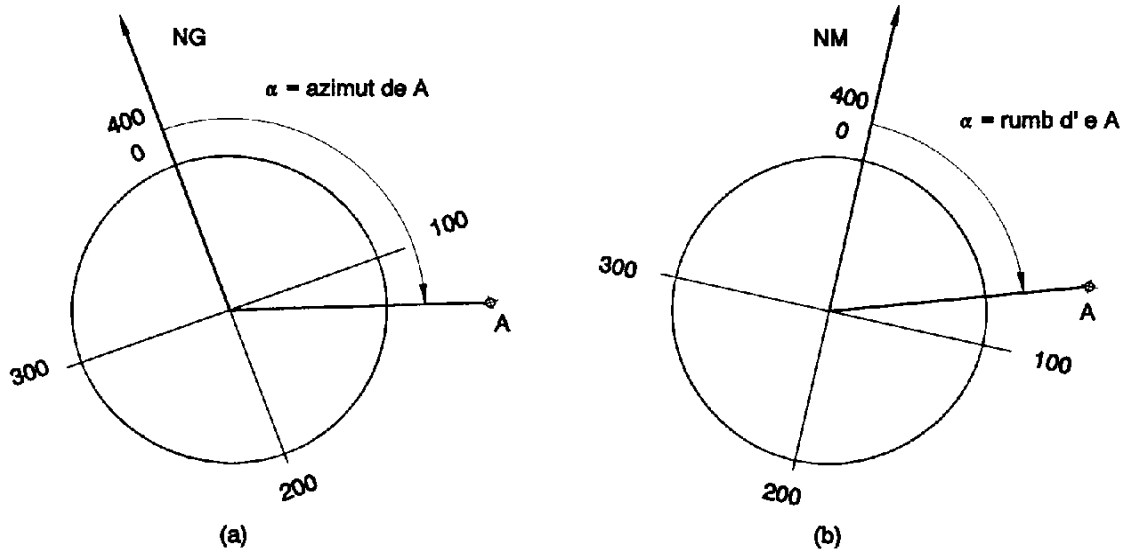


Fig. 10.4

10.3 Correcció d'angles. Regla de Bessel

Quan es mesuren angles, amb el mesurament dels quals s'hagi de procedir al càlcul de les distàncies, la magnitud d'aquests angles s'ha d'assegurar bé, procurant repetir les lectures per poder obtenir una mitjana fiable.

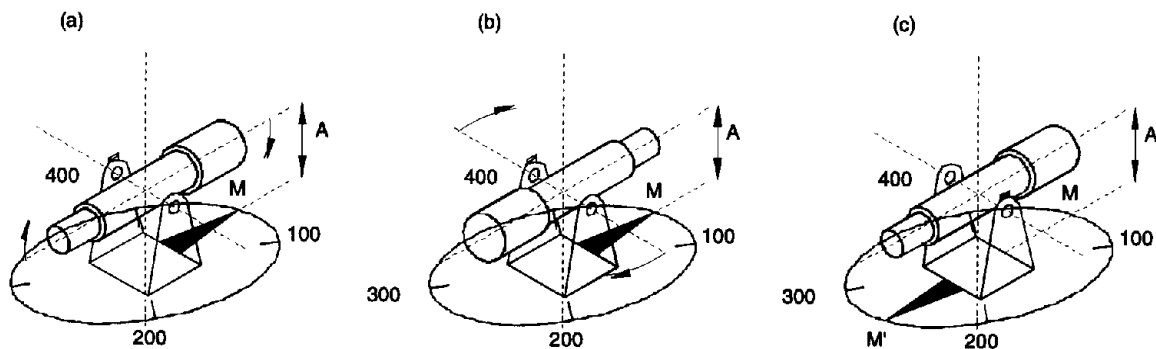


Fig. 10.5

A la figura 10.5.a es veu l'angle mesurat, θ , entre l'origen, O, i l'índex M del limbe horitzontal. Aquesta lectura s'anomena *de cercle directe* (CD).

Per corregir d'un possible error la lectura, es dóna una volta de campana a la ullera sobre el seu eix horitzontal, tal com s'indica a la figura 10.5.a, de manera que l'aparell quedi en la posició de la figura 10.5.b. Es pot observar que l'índex M del limbe horitzontal no s'ha mogut, però la ullera ha quedat en posició diametralment oposada al punt A.

En aquesta posició es fa un gir de 200° al voltant de l'eix vertical de l'aparell, de forma que la ullera torni a visar el punt A. En aquest moviment l'índex s'ha desplaçat des de M a M' i indica una lectura de $\theta + 200^\circ$ (Fig. 10.5.c). Aquesta lectura s'anomena *de cercle invers* (CI).

La regla de Bessel s'utilitza per corregir angles verticals.

10.4 Mètode de repetició

Aquest mètode consisteix a anar mesurant la magnitud angular, α , diverses vegades correlatives i només fer la lectura final.

Es procedeix de la manera següent:

El limbe està fixat a la base de l'aparell, amb la ullera visant A, i fem la lectura angular d'aquest punt (Fig. 10.6.a, pàg. següent).

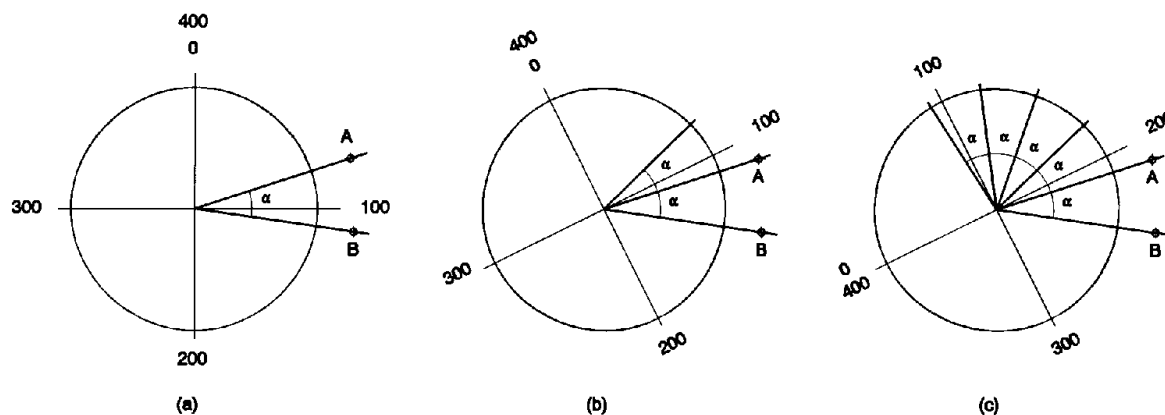


Fig. 10.6

Es col·loca la ullera en direcció B i no llegim l'angle, sinó que fixem la ullera al limbe i alliberem aquest de la base de l'aparell. Tornem a A, amb la qual cosa la ullera va arrossegant el limbe una magnitud, α . Desplaçant el zero una magnitud igual (Fig. 10.6.b) es torna a fixar el limbe a la base de l'aparell i s'allibera la ullera, que, portant-lo a B, torna a recórrer una magnitud α .

Aquesta operació es realitza el nombre de vegades que es cregui convenient i després es realitza l'última lectura.

En el nostre cas, hem fet cinc vegades l'operació. En conseqüència, la lectura final significa la magnitud de cinc vegades l'angle α , per la qual cosa, dividint per cinc, obtenim l'angle desitjat (Fig. 10.6.c).

10.5 Mètode de reiteració

Es tracta d'un mètode molt simple, consistent a mesurar l'angle, α , entre A i B en diversos sectors del limbe horitzontal. Amb això s'evita cometre un error de lectura, ja que el fet de realitzar sempre la lectura amb un origen diferent n'elimina la possibilitat.

Finalment es calcula la mitjana de totes les lectures efectuades i es pren aquesta mitjana com la magnitud final de α , que s'admet com a bona.

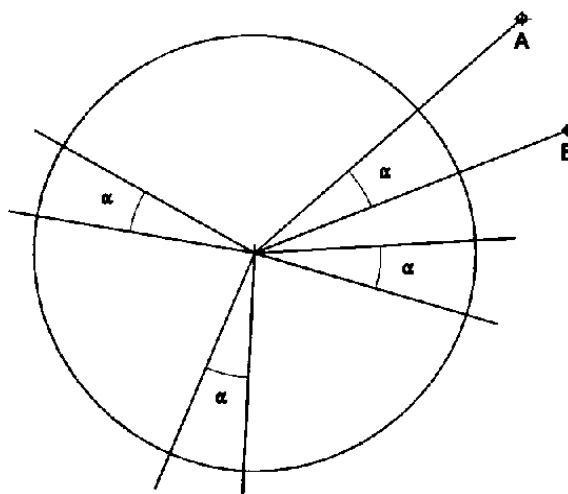


Fig.10.7

10.6 Agulla magnètica

És una agulla o una xapa de ferro fina, que està imantada. Hi ha imants naturals com, per exemple, el mineral magnetita. Aquesta agulla o imant té la propietat d'orientar-se en la direcció nord-sud magnètica de la Terra.

En física ja ens ensenyaven el clàssic experiment de col·locar sobre un paper llimadures de ferro i a sota, un imant. Les llimadures de ferro s'ordenaven com a la figura 10.8, seguint la direcció nord-sud de l'imant.

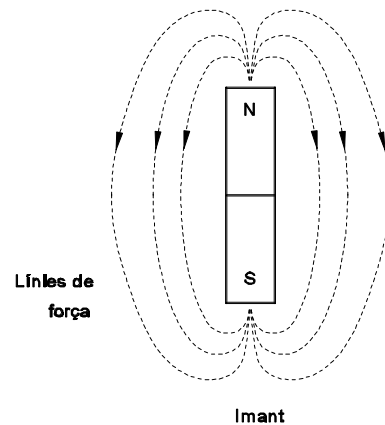


Fig. 10.8

10.7 Meridiana magnètica

La Terra és com un gigantesc imant. Té els pols nord i sud magnètics, que no coincideix amb els pols nord i sud geogràfics.

El nord i el sud magnètics es troben separats fins a 1.300 km un de l'altre en segons quines ocasions (Fig. 10.9).

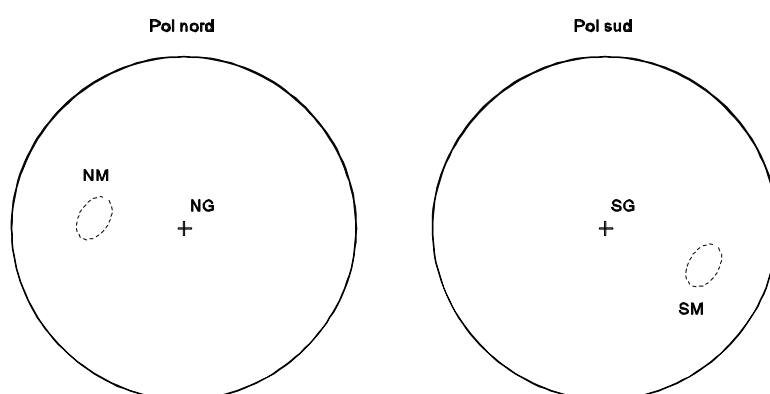


Fig. 10.9

Considerant el pol nord i el pol sud magnètics, podem dibuixar els meridians que van del nord magnètic (NM) al sud magnètic (SM), que són els meridians magnètics. D'aquí ve el concepte de *meridiana magnètica*, que és la direcció NM-SM que pren l'agulla imantada d'una brúixola.

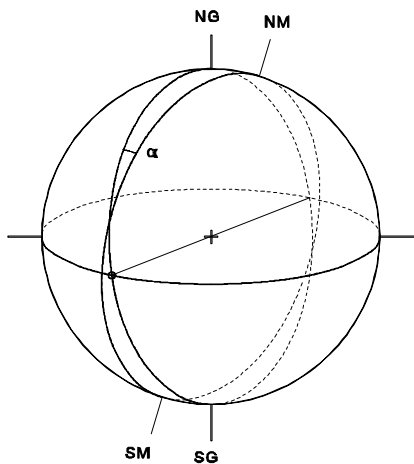


Fig. 10.10

10.8 Angle de declinació

La meridiana magnètica i la meridiana geogràfica formen un angle, α , que és l'anomenat *angle de declinació*. És un angle que va variant i que ha de ser consultat a un centre oficial de cartografia o astronomia (Fig. 10.10).

10.9 Angle d'inclinació

A la figura 10.11 es poden observar les línies de força que porten del NM al SM.

En un punt qualsevol de la superfície de la Terra, com per exemple el punt A, tracem la tangent de l'esfera i la tangent d'una altra línia de força, i veiem que, per la convergència de la línia de força, forma un angle, α , amb l'horitzontal.

Aquest angle de força, α , s'anomena angle d'inclinació.

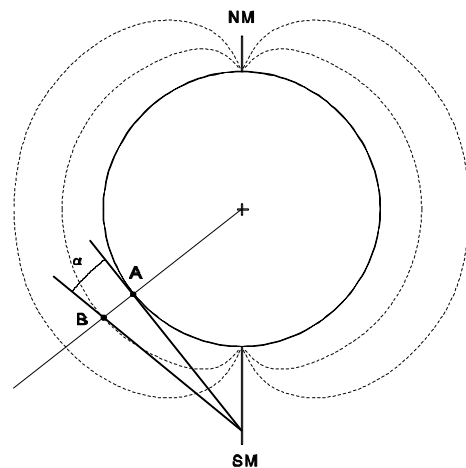


Fig. 10.11

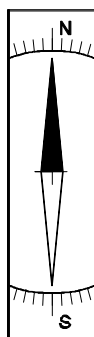


Fig. 10.12

10.10 Declinatòria

És una porció de brúixola suficient per trobar la direcció del nord-sud magnètica (Fig. 10.12).

És un instrument auxiliar del taquímetre, per poder orientar el limbe horitzontal cap al nord magnètic, i així poder llegir els rumbos.

Amb la declinatòria no es mesuren angles.

En molts taquímetres la declinatòria ja hi està incorporada.

11 Planimetria

11.1 Determinació topogràfica d'un punt

Els exemples que s'exposen a continuació són per fer l'aixecament d'un punt, i s'ha d'interpretar que tot el que es diu és extensible a tots els punts que es creguin necessaris en la realització d'un aixecament complet.

11.2 Coordenades polars

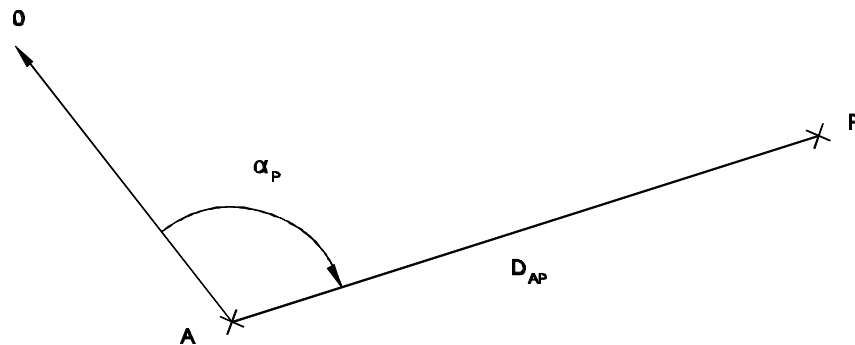


Fig. 11.1

Aquest mètode consisteix a fixar un origen d'angles, O, i un origen de distàncies (Fig. 11.1).

Amb aquests elements com a base de l'aixecament, es pren l'angle, α_P , i la distància AP; és a dir, el punt està determinat per un angle i una distància.

11.3 Coordenades cartesianes

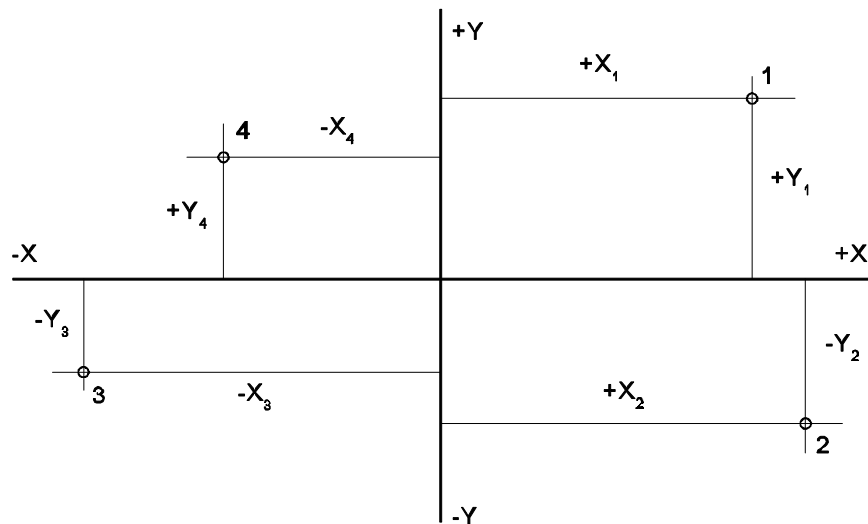


Fig. 11.2

El mètode de coordenades cartesianes pren com a origen dos eixos cartesianes, X i Y, amb un origen, O, que divideix el sistema en quatre quadrants (Fig. 11.2).

Les X a la dreta de l'eix de les Y, són positives i a l'esquerra d'aquest eix són negatives.

Les Y per sobre de l'eix de les X són positives i per sota d'aquest eix són negatives.

El punt 1 del primer quadrant té	$+X_1$	$+Y_1$
El punt 2 del segon quadrant té	$+X_2$	$-Y_2$
El punt 3 del tercer quadrant té	$-X_3$	$-Y_3$
El punt 4 del quart quadrant té	$-X_4$	$+Y_4$

11.4 Coordenades bipolars lineals

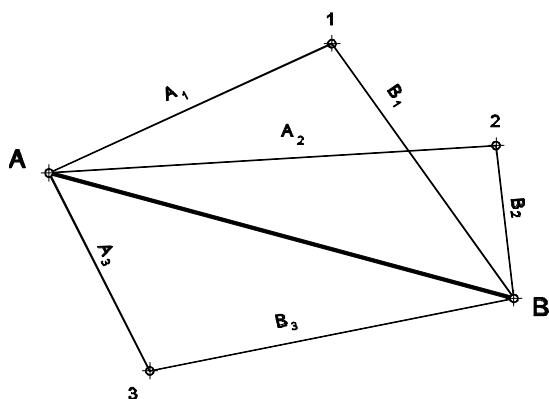


Fig. 11.3

Aquest mètode de coordenades bipolars lineals entra dins del sistema d'interseccions.

L'origen on es recolza és una base, AB, i els punts són amidats per les distàncies a cada un dels extrems de la base (Fig. 11.3).

Punts	Distància des de A	Distància des de B
1	$D = A_1$	$D = B_1$
2	$D = A_2$	$D = B_2$
3	$D = A_3$	$D = B_3$

Aquest mètode ha d'anar acompanyat d'un croquis que indiqui a quin costat de la base es troba el punt aixecat, ja que en fer la restitució del punt es podrien tenir dues solucions: un punt a cada costat de la base.

El mètode és fàcil. Consisteix a fer la intersecció des de cada vèrtex, A i B, amb la distància que hi ha fins al punt. El sistema es redueix a construir triangles donats els seus tres costats.

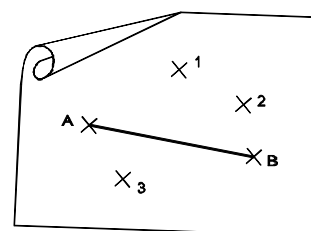


Fig. 11.4

11.5 Coordenades bipolars angulars

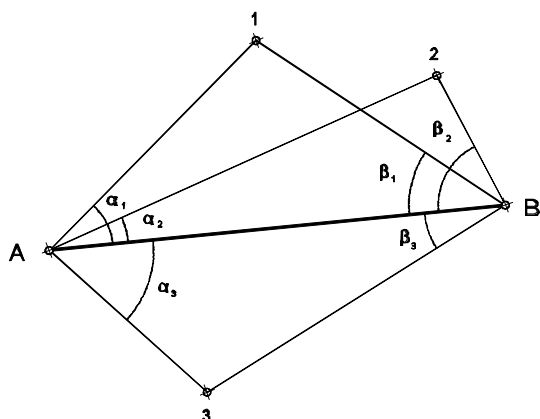


Fig. 11.5

Aquest mètode és molt semblant a l'anterior. També pertany al mètode d'intersecció (Fig. 11.5)

Es recolza sobre una base, AB, i des de cada un dels extrems es mesura l'angle de la visual traçada al punt corresponent. Així, es confecciona una taula de dades.

Punts	Angles llegits des de A	Angles llegits des de B
1	α_1	β_1
2	α_2	β_2
3	α_3	β_3

Per a aquest procediment d'angles interns entre la base i l'alineació del punt, fa falta un croquis, com en el mètode de coordenades bipolars lineals, per poder indicar si el punt es troba a un costat o a l'altre de la base.

A aquest mètode se li pot eliminar aquest inconvenient: en lloc d'utilitzar angles interns fem servir rumbos i amb això queda eliminat l'inconvenient del croquis. En tenim un exemple a la figura 11.6:

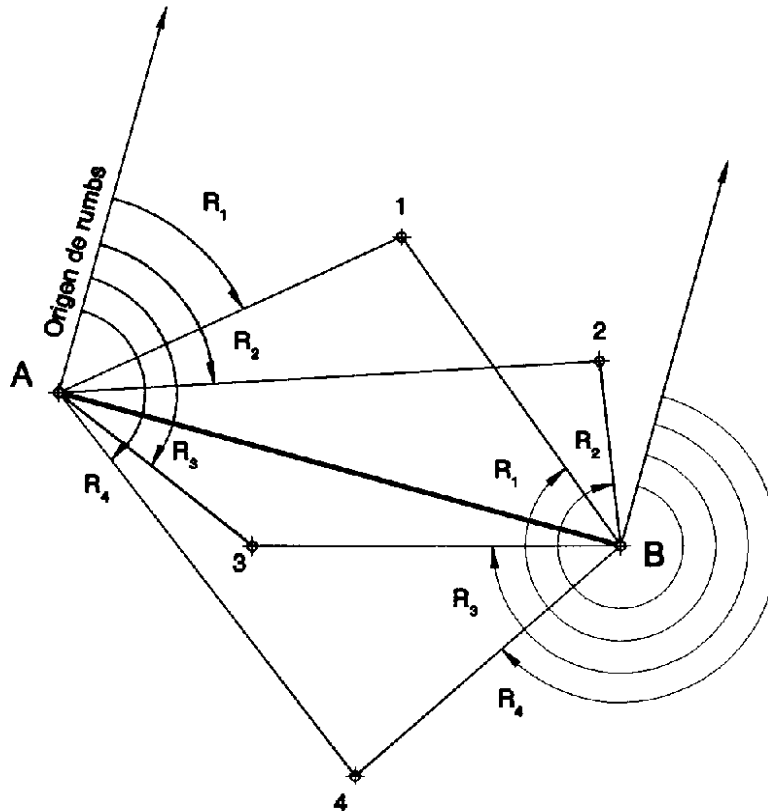


Fig. 11.6

Amb aquest procediment s'obtenen angles referits a un origen per la qual cosa el punt queda totalment determinat en el corresponent lloc del pla.

Els rumbos utilitzats en aquest sistema poden ser rumbos amb origen a NM o angles referits a qualsevol origen arbitrari.

Punts	Rumbos llegits des de A	Rumbos llegits des de B
1	R_1	R_1
2	R_2	R_2
3	R_3	R_3
4	R_4	R_4

12 Mètode de coordenades cartesianes

12.1 Quadrants i signes

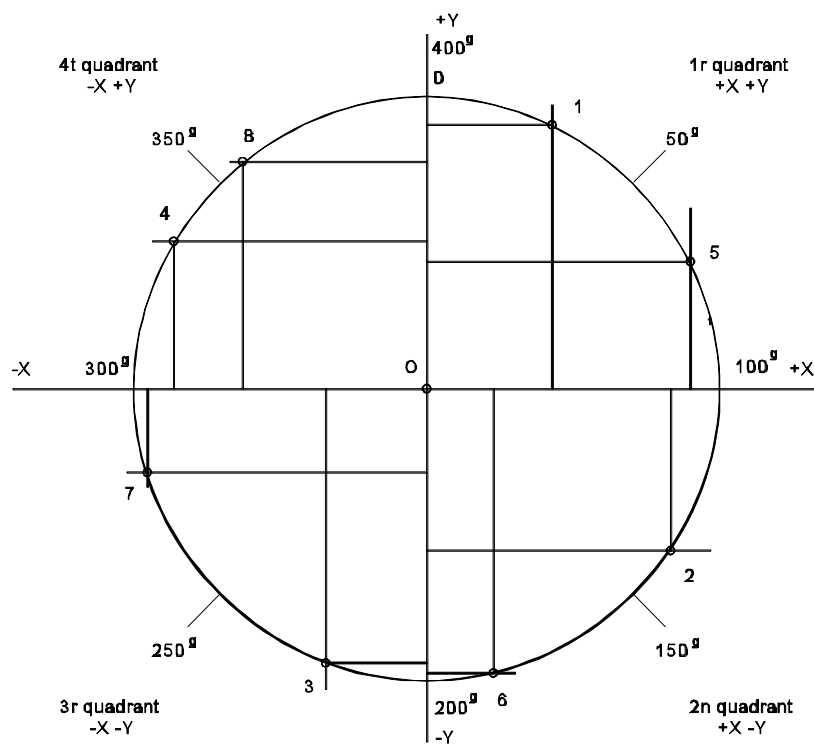


Fig. 12.1

Al gràfic de la figura 12.1 podem veure dos eixos de coordenades, X i Y, amb origen en el centre, O.

Aquests eixos divideixen l'espai en els quadrants primer, segon, tercer i quart.

Les X són positives a la dreta de l'eix de les Y, i són negatives a l'esquerra d'aquest eix.

Les Y són positives per sobre de l'eix de les X, i són negatives per sota d'aquest eix.

Per tant, els punts del primer quadrant tenen les coordenades $+X +Y$.

Els punts del segon quadrant tenen les coordenades $+X -Y$.

Els punts del tercer quadrant tenen les coordenades $-X -Y$.

I les coordenades d'un punt del quart quadrant són $-X +Y$.

Els signes, doncs, queden ja perfectament determinats.

Tot seguit analitzarem alguns punts dels diferents quadrants.

El cercle està dividit en quadrants. El primer quadrant va de 0° a 100° ; el segon quadrant, ja de 100° a 200° ; el tercer quadrant, de 200° a 300° ; i el quart quadrant, de 300° a 400° .

Si prenguéssim punts en els 50° , 150° , 250° i 350° , aquests punts tindrien les x i les Y de la mateixa magnitud en valor absolut, però de signe diferent.

Analitzem els vuit punt següents:

Punts	Coordenades	Valor absolut
1	+X +Y	X < Y
5	+X +Y	X > Y
2	+X -Y	X > Y
6	+X -Y	X < Y
3	-X -Y	X < Y
7	-X -Y	X > Y
4	-X +Y	X > Y
8	-X +Y	X < Y

12.2 Coordenades cartesianes relatives i definitives d'un itinerari

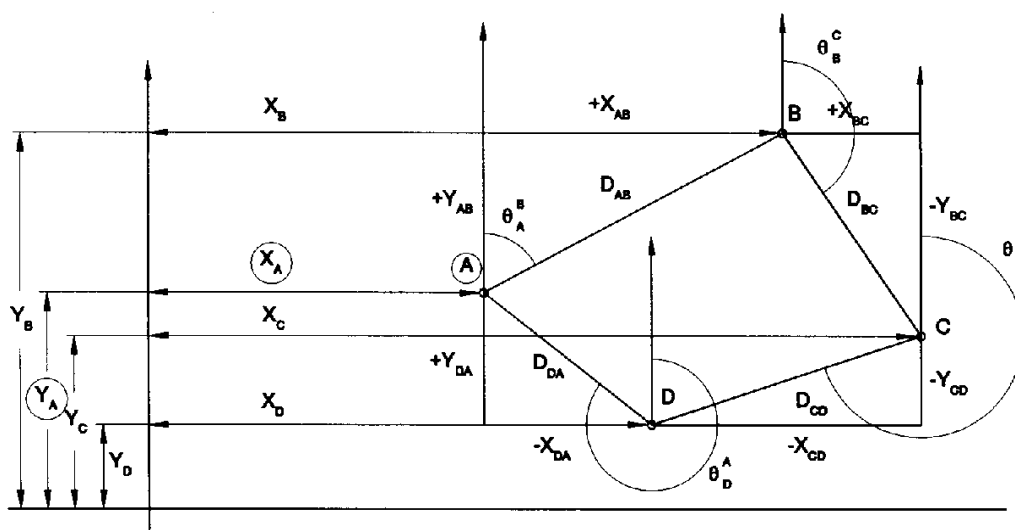


Fig. 12.2

A la figura 12.2 s'ha traçat un itinerari de quatre estacions A, B, C i D. Tenim, doncs, a partir de l'estació d'origen, A, la distància D_{AB} i el rumb θ_A^B . Amb aquest rumb i aquesta distància podem calcular les coordenades relatives de AB, que són $+X_{AB} + Y_{AB}$, ja que l'estació B respecte de la A es troba en el primer quadrant, per motiu del qual ambdues coordenades són positives.

Després ens aturem a B i amb la distància D_{BC} i el rumb θ_B^C calculem les coordenades relatives de B a C, que són $+X_{BC} - Y_{BC}$, ja que l'estació C respecte de la B es troba en el segon quadrant i és per aquest motiu que la X és positiva i la Y negativa.

A continuació ens estacionem a C i visem l'estació D, i amb la distància D_{CD} i el rumb θ_C^D calculem les coordenades relatives de C a D, que són $-X_{CD} - Y_{CD}$; totes dues són negatives, ja que l'estació D respecte de la C es troba en el tercer quadrant.

Finalment, ens estacionem a D i visem i llegim l'estació A de tancament i, amb les dades, la distància D_{DA} i el rumb θ_D^A , podem calcular les coordenades relatives, que resulten ser $-X_{DA} + Y_{DA}$, ja que com que l'estació A respecte de la D es troba en el quart quadrant, la X és negativa i la Y és positiva.

Aquestes coordenades que hem estat manejant són relatives perquè són coordenades d'una estació a una altra, és a dir, si considerem les coordenades relatives de BC, veiem que C respecte de B és en el segon quadrant, i això fa que X sigui positiva i que Y sigui negativa. Si ara volem les coordenades de CB, veiem que la distància és la mateixa i que el rumb també és $\pm 200^\circ$; per tant, les funcions trigonomètriques són les mateixes i la distància també, per la qual cosa les coordenades en valor absolut són iguals, però de signe contrari, ja que abans l'estació C respecte de la B era en el segon quadrant, cosa que motivava que la X fos positiva i la Y, negativa; això no obstant, l'estació B respecte de l'estació C és en el quart quadrant i, aleshores, tenim la X negativa i la Y positiva; podem dir, doncs, que

$$+X_{BC} = -X_{CB} \quad \text{i} \quad -Y_{BC} = +Y_{CB}$$

Hem d'observar a la figura que si partim de l'estació A i ho tanquem en aquesta estació, el recorregut de les X positives i el de les X negatives ha de ser igual en valor absolut, si no fos així, no arribaríem a A o en passaríem de llarg, per la qual cosa queda demostrat que la suma de positives i de negatives ha de ser igual.

$$\sum +X = \sum -X$$

Com a conseqüència, la diferència d'ambdues sumes en valor absolut ha de ser zero.

Ocorre el mateix amb les Y, si partim de A i ho tanquem a la mateixa A. És evident que hem recorregut el mateix camí per a les Y positives que per a les Y negatives, i s'ha complert que

$$\sum +Y = \sum -Y$$

La diferència de les dues sumes en valor absolut ha de ser zero.

Això que acabem de fer és el tancament de les coordenades relatives d'un itinerari tancat.

Si la diferència d'ambdues sumes, tant per a les X com per a les Y, no és zero, sinó que hi ha un error, o diferència, s'ha de comprovar si aquest error entra dins la tolerància. Si és així, s'ha de passar a la compensació de l'error esmentat i tancar definitivament l'itinerari.

El tancament dels itineraris es tracta en la pròxima lliçó, amb exemples numèrics.

12.3 Coordenades cartesianes definitives

Les coordenades relatives compensades són relatives, tal com s'ha dit, perquè són reversibles canviant de signe. Hem demostrat que

$$+X_{BC} = -X_{CB} \quad \text{i} \quad -Y_{BC} = +Y_{CB}$$

Aquestes coordenades canvien de signe segons el quadrant en què es troba l'estació corresponent. A continuació calcularem, doncs, les coordenades definitives, que són les particulars de cada estació.

Estacions	Coordenades relatives		Coordenades definitives	
	X	Y	X	Y
A	$+ X_{AB}$	$+ Y_{AB}$	$X_A = X_A$	$Y_A = Y_A$
B	$+ X_{BC}$	$- Y_{BC}$	$X_B = X_A + (X_{AB})$	$Y_B = Y_A + (Y_{AB})$
C	$- X_{CD}$	$- Y_{CD}$	$X_C = X_A + (X_{AB} + X_{BC})$	$Y_C = Y_A + (Y_{AB} - Y_{BC})$
D	$- X_{DA}$	$+ Y_{DA}$	$X_D = X_A + (X_{AB} + X_{BC} - X_{CD})$	$Y_D = Y_A + (Y_{AB} - Y_{BC} - Y_{CD})$
A			$X_A = X_A + (X_{AB} + X_{BC} - X_{CD} - X_{DA})$	$Y_A = Y_A + (Y_{AB} - Y_{BC} - Y_{CD} + Y_{DA})$

Amb el quadre superior i seguint la figura 12.2, on es troba representat l'itinerari, podem deduir le coordenades definitives de les estacions.

Fixem les coordenades de l'estació d'origen de forma que tot l'itinerari se'ns situï en el primer quadrant. D'aquesta manera totes les coordenades són positives.

L'origen de coordenades és O i les definitives de l'estació A són

$$X_A \quad \text{i} \quad Y_A$$

Per seguir bé el que estem fent, primer observem la figura i després el quadre adjunt.

Les coordenades definitives de l'estació B són les definitives de l'estació anterior A \pm les relatives; és a dir, que

$$X_B = X_A + X_{AB}$$

$$Y_B = Y_A + Y_{AB}$$

En el quadre observem que hi ha uns parèntesis que no es fan falta, però que es col·loquen al final per deduir la suma limitada per aquests parèntesis.

Les coordenades definitives de l'estació C són igual a les definitives de B \pm les relatives de B a C.

$$X_C = X_A + X_{AB} + X_{BC}$$

$$Y_C = Y_A + Y_{AB} - Y_{BC}$$

Les coordenades definitives de l'estació D són iguals que les definitives de C \pm les relatives de C a D.

$$X_D = X_A + X_{AB} + X_{BC} - X_{CD}$$

$$Y_D = Y_A + Y_{AB} - Y_{BC} - Y_{CD}$$

Finalment, calculem les coordenades de l'estació A com a comprovació que l'itinerari està tancat.

Les coordenades definitives de l'estació A són igual a les definitives de D \pm les relatives de D a A.

$$X_A = X_A + (X_{AB} + X_{BC} - X_{CD} - X_{DA})$$

$$Y_A = Y_A + (Y_{AB} - Y_{BC} - Y_{CD} + Y_{DA})$$

Ara hem tancat entre parèntesis uns sumands que veiem que són la suma de $\Sigma + x$ i $\Sigma - x$, i per a les Y, $\Sigma + y$ i $\Sigma - y$; per tant, tenint l'itinerari tancat entre parèntesis sumen zero i tenim que

$$X_A = x_A + 0 = X_A$$

$$Y_A = y_A + 0 = Y_A$$

Amb això queda explicat el tancament de coordenades d'un itinerari qualsevol i la deducció de coordenades definitives de les estacions per mitjà de les coordenades relatives compensades.

13 Mètode d'itinerari

13.1 Enllaçament de les estacions

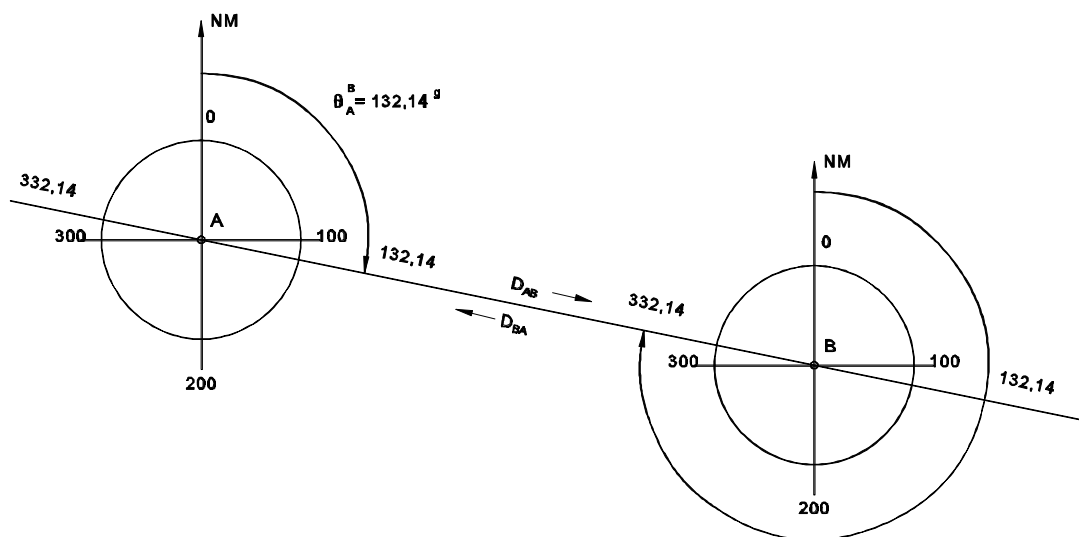


Fig. 13.1

Les estacions d'un itinerari s'enllacen per la distància i el rumb invers.

L'estació A de la figura 13.1 està enllaçada amb la B de la manera següent:

El rumb de A a B és $\theta_A^B = 132,14^\circ$ i la distància, D_{AB} .

En A, diametralment oposat a $132,14^\circ$, tenim $132,14 + 200 = 332,14$.

Quan ens estacionem a B operem tal com segueix:

- Col·loquem en el limbe horitzontal el *rumb invers*, que és el rumb directe $\pm 200^\circ$.
- Amb aquest rumb invers fixat a la ullera, visem l'estació A, amb la qual cosa el rumb BA és $\theta_B^A = 332,14^\circ$.

- Diametralment oposat tenim 132,14, o sigui, el *rumb directe*, amb la qual cosa, el O, nord magnètic, s'ha col·locat a l'estació B, exactament paral·lel a l'estació A.

Això és l'enllaçament de dues estacions per rumb invers. És anomenat, també, *enllaçament directe de Moinot*.

13.2 Itinerari tancat, I

Estacions	Rumbs			Distàncies		
	Llegits	Correcció	Corregits	De cara	D'esquena	Mitjana
R1						
R2	380,08			128,26	128,14	
R3	47,48			94,78	94,70	
R4	124,04			131,44	131,60	
R5	225,53			79,32	79,16	
R6	156,96			130,78	130,82	
R7	246,65			83,88	83,76	
R8	331,00			66,90	66,98	
R9	287,02			117,52	117,60	
R1	22,31			92,56	92,48	
R2	380,21					
R2						

Amb les dades de la pàgina anterior, calculeu i compenseu les coordenades cartesianes d'aquest itinerari, I, tancat.

Coordenades definitives de R1 $X = 12,264,04$ m $Y = 27.111,22$

Tolerància angular = $5\sqrt{\pi}$

Tolerància per a coordenades $T = 0,15\%$ o aplicant

$$\left\{ \begin{array}{l} T_X \geq K \frac{\sqrt{\sum X^2}}{200} \\ T_Y \geq K \frac{\sqrt{\sum Y^2}}{200} \end{array} \right\} \text{ essent } K = 1.$$

Primer es comprova si el rumb de sortida és igual al rumb de tancament; si no és així, es calcula la diferència.

$$\begin{array}{rcl} \text{rumb R1 R2 de sortida} & = & 380,08 \\ \text{rumb R1 R2 de tancament} & = & \underline{380,21} \\ \text{error de tancament} & = & 0,13 \end{array}$$

S'ha de comprovar si aquest error de 13 min és admissible.

Les toleràncies angulars admeses pel cadastre suís són

$$3^m\sqrt{\pi} \text{ per a poligonals principals}$$

$$5^m\sqrt{\pi} \text{ per a poligonals secundàries}$$

essent m el nombre d'eixos del polígon.

En aquests exercicis prendrem en consideració les poligonals secundàries, per la qual cosa aplicarem $5\sqrt{\pi}$. El resultat serà en minuts.

$$T = 5\sqrt{\pi} = 5 \times 3 = 15$$

L'error comès de 13 min és més petit que la tolerància de 15 min; per tant, es pot passar ja a la compensació angular.

En el càlcul de les coordenades, 13 min no influeixen en el resultat, per la qual cosa, es reparteix l'error en minuts sencers, tal com s'indica a l'exercici resolt.

Com que l'error és acumulatiu, es compensa, tal com es pot veure a la segona columna de la correcció angular.

Es procedeix a corregir els angles i se suma o es resta la correcció, segons que correspongui.

Per a les distàncies no s'han de fer més operacions que buscar-ne la mitjana.

Amb les distàncies mitjanes i els rumbos corregits, s'inicia el càlcul de coordenades relatives. Per exemple:

Coordenades relatives de R1 a R2

$$\text{sinus de } 380,08 \times 128,20 = X = -39,46$$

$$\text{cosinus de } 380,08 \times 128,20 = Y = +86,96$$

Coordenades relatives de R9 a R1

$$\text{sinus de } 22,19 \times 92,52 = X = +31,60$$

$$\text{cosinus de } 22,19 \times 92,52 = Y = +86,96$$

Com que l'itinerari és tancat, és a dir, com que es parteix d'una estació A i es retorna a aquesta mateixa estació, es compleix que:

La diferència entre $\sum + X$ i $\sum - X$ ha de ser zero.

La diferència entre $\sum + Y$ i $\sum - Y$ ha de ser zero.

Es realitza aquesta comprovació i es troba un error de 0,47 per a les X, i de 0,07 per a les Y, error que s'ha de compensar, però abans cal comprovar que l'esmentat error estigui dins de la tolerància que li correspongui.

En aquest exercici ens donen una tolerància de 0,15%.

La suma total de les X és $600,71 \times 0,15\% = 0,90$ m

La suma total de les Y és $619,49 \times 0,15\% = 0,93$ m

$$T_X = \frac{K\sqrt{\sum X^2}}{200} = 1,11\text{m} \qquad T_Y = \frac{K\sqrt{\sum Y^2}}{200} = 1,13\text{m}$$

Aplicant aquestes fórmules encara augmenta la tolerància, amb la qual queda confirmada la validesa dels errors i es pot passar a fer-ne la compensació.

Per realitzar-ho es calcula el coeficient de repartiment, que és l'error unitari o l'error per metre.

El recorregut total de les X, en valor absolut, és 600,71 m i l'error és de 0,47 m. Per tant, l'error unitari o coeficient de repartiment és

$$\sigma_X = \frac{0,47}{600,71} = 0,00078240748$$

Per a les Y es procedeix de la mateixa manera:

$$\sigma_Y = \frac{0,07}{619,49} = 0,00011299617$$

13.2.2 Compensació de les X

Es multiplica cada X pel coeficient de repartiment trobat i es col·loca a la columna C corresponent.

Aquest repartiment proporcional s'estima en centímetres, per la qual cosa s'ha de tenir en compte si l'última xifra està afectada per excés o per defecte.

La suma d'aquests repartiments ha de ser igual a l'error total.

A continuació, i en el cas concret de les X, es veu que perquè la suma de les X positives i negatives siguin

iguals, s'han d'augmentar les X positives i disminuir les negatives, en el nombre de centímetres que els hagi correspost en el repartiment proporcional, operació que dóna per resultat els valors de la columna de X relatives compensades.

Es comprova novament la diferència entre la suma de X positives i la suma de les X negatives, i es pot constatar que dóna zero.

Les X estan definitivament compensades.

13.2.3 Compensació de les Y

Es procedeix de la mateixa manera que per a les X.

En el cas de la Y, veiem que perquè les sumes de les positives i de les negatives siguin iguals, s'haurien de disminuir les positives i augmentar les negatives, i, una vegada compensades, comprovar que realment la diferència entre les positives i les negatives és zero.

Les Y estan definitivament compensades.

13.2.4 Càlcul de coordenades definitives

Si l'estació de sortida no té coordenades definitives prefixades, se li han de donar unes de prefixades, procurant que tot l'itinerari quedi en el primer quadrant, amb la qual cosa totes les coordenades definitives seran positives.

En aquest exercici ens donen les coordenades definitives de l'estació de sortida, que són:

$$X = 12.264,04 \text{ m} \quad Y = 27.111,22 \text{ m}$$

Tal com es va explicar en la teoria, aquestes coordenades es col·loquen a l'estació corresponent i es van trobant les coordenades de les estacions següents, sumant o restant (segons el signe) les coordenades relatives de les estacions corresponents.

Com que aquest itinerari és tancat, retornem al final a les mateixes coordenades definitives de l'estació de tancament, A, per arrossegament de totes les coordenades relatives.

13.3 L'itinerari II enquadrat a l'itinerari I

Estacions	Rumbs			Distàncies		
	Llegits	Correcció	Corregits	De cara	D'esquena	Mitjana
R3						
S1	73,36			173,41	173,51	
S2	126,28			162,55	162,41	
S3	64,34			103,64	103,80	
S4	166,88			126,03	125,97	
S5	278,00			185,32	185,40	
S6	313,64			97,23	97,13	
R6	207,12			132,86	132,94	
R7	246,65					

Aquest itinerari es recolza en l'estació R3 de l'itinerari tancat anterior, com a estació de sortida i com a estació d'arribada es recolza en l'estació R6 del mateix itinerari I.

Per calcular aquest itinerari, es procedeix de la manera següent:

Es comprova quina diferència hi ha entre el rumb de tancament R6, $R7 = 246,65$ i el mateix rumb, però corregit, de l'itinerari I.: $R6 - R7 = 246,56$. S'ha trobat un erro de 0,09 min.

Comprovem si aquest error és admissible amb la fórmula que hem aplicat abans.

$$5\sqrt{\pi} = 5\sqrt{8} = 5 \times 2,83 = 14,14 \text{ min}$$

Veiem que l'error és admissible; per tant, passem ja a calcular l'itinerari.

S'inicia el càlcul per la correcció dels rumbs i fent la mitjana de les distàncies de cara i d'esquena.

Amb les distàncies mitjanes i els rumbs corregits, s'inicia el càlcul de les coordenades relatives en valor absolut i en el signe.

En un itinerari com el que tenim, partim d'una estació R3 i acabem en una estació R6, ambdues d'un nerari primari, I.

Tenint un concepte clar del que són coordenades relatives i coordenades definitives, sabem que les coordenades relatives entre dues estacions qualssevol s'obtenen trobant la diferència de les coordenades definitives corresponents a les dues estacions.

En els itineraris enquadrats s'ha de complir que la diferència entre la suma de X positives i de Y negatives sigui igual a la diferència entre la X definitiva de l'estació de partida i la X definitiva de l'estació d'arribada, i s'ha de complir el mateix en la suma de Y positives i de Y negatives: que sigui igual a la diferència entre la Y definitiva de l'estació de sortida i la Y definitiva de l'estació d'arribada.

El gràfic de la figura 13.2 aclareix el que abans s'ha dit.

Aquest gràfic és totalment hipotètic. No pertany a cap dels itineraris que ens ocupen.

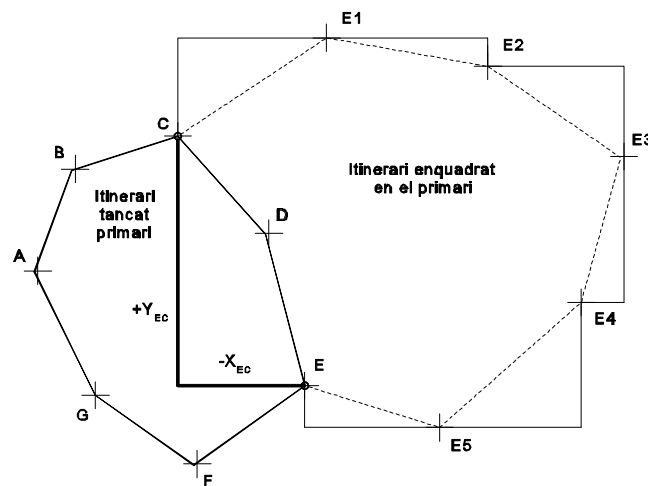


Fig. 13.2

A l'itinerari enquadrat a la figura, veiem que partim d'una estació C de l'itinerari primari i que arribem a una estació E del mateix itinerari primari.

És evident que la diferència de la suma de les X positives i de les X negatives no és zero, sinó que hi ha una diferència igual a $-X_{EC}$, i per a les Y també passa igual: la diferència entre les Y positives i les Y negatives hauria de ser igual a $+Y_{EC}$. Si la diferència no és exacta, aquest és l'error que s'ha de compensar.

Aquesta coordenada relativa $-X_{EC}$ és la diferència de les X definitives de l'estació de sortida, C, i de l'estació d'arribada, E.

La coordenada relativa $-X_{EC}$ és la diferència de les X definitives de l'estació de sortida, C, i de l'estació d'arribada, E.

La coordenada relativa $+Y_{EC}$ és la diferència de les Y definitives de l'estació de sortida, C, i de l'estació d'arribada, E.

Això vol dir que per al càlcul de les coordenades definitives s'ha de partir de les X i de les Y definitives de C, i s'ha d'arribar a les X i les Y definitives de E.

Quant a la resta, en el càlcul i la compensació de l'itinerari es procedeix com en un itinerari tancat.

13.3.2 Comprovació de les coordenades relatives

$\Sigma + X = 457,87$	$X \text{ definitiva de R3} = 12.288,93$
$\Sigma - X = \underline{284,02}$	$X \text{ definitiva de R6} = \underline{12.462,50}$
173,85	173,57
<u>173,57</u>	
0,28 error total de les X	

$\Sigma + Y = 146,23$	$Y \text{ definitiva de R3} = 27.302,79$
$\Sigma - Y = \underline{369,45}$	$Y \text{ definitiva de R6} = 27.079,36$
223,22	223,36
<u>223,36</u>	
0,14 error total de les Y	

13.3.3 Comprovació de l'error respecte de la tolerància de 0,15%

Suma total de la X = $741,89 \times 0,15\% = 1,11 \text{ m}$

Suma total de la Y = $515,68 \times 0,15\% = 0,77 \text{ m}$

Els errors són més petits que la tolerància. Per tant, són admissibles i es pot procedir a fer-ne la compensació.

Per a les X:

$$\sigma_X = \frac{0,28}{741,89} = 0,00037741444$$

Per a les Y

$$\sigma_Y = \frac{0,14}{515,68} = 0,00027148619$$

13.3.4 Compensació de les X

Es procedeix a la compensació de les X actuant igual que en un itinerari tancat.

Veiem que les quantitats 173,85 i 173,57 haurien de ser iguals i com que la 173,57 és intocable perquè pertany a un itinerari ja compensat, és la 173,85 la que ha de disminuir fins a convertir-se en 173,57. Per fer això s'han de disminuir les X positives i augmentar les X negatives fins a arribar a la compensació següent:

$$\begin{array}{r}
 \Sigma + X = 457,70 \\
 \Sigma - X = \underline{284,13} \\
 \\
 173,57 \\
 \underline{173,57} \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 X \text{ definitiva de R3} = 12.288,93 \\
 X \text{ definitiva de R6} = \underline{12.462,50} \\
 \\
 173,57
 \end{array}$$

Les X estan definitivament compensades.

13.3.5 Compensació de les Y

Es procedeix a compensar les Y de la mateixa manera que les X.

Veiem que els valors 223,22 i 223,36 haurien de ser iguals, però com que 223,36 és intocable perquè pertany a un itinerari compensat, el valor que haurà d'augmentar fins a convertir-se en 223,36 és el 223,22, i per aconseguir això és necessari que augmentin les positives i disminueixin les negatives, fins a arribar a la compensació següent:

$$\begin{array}{r}
 \Sigma + Y = 146,20 \\
 \Sigma - X = \underline{369,56} \\
 \\
 223,36 \\
 \underline{223,36} \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 Y \text{ definitiva de R3} = 27.302,79 \\
 X \text{ definitiva de R6} = \underline{27.079,43} \\
 \\
 223,36
 \end{array}$$

Les Y estan definitivament compensades.

13.3.6 Càlcul de les coordenades definitives

El càlcul de les coordenades difinitives es realitza partint de les coordenades definitives de R3 i sumant o restant (segons el signe) les coordenades relatives d'una estació a una altra, arribant a les coordenades definitives de R6.

13.4 L'itinerari III enquadrat en l'itinerari II i en l'itinerari I

Estacions	Rumbs			Distàncies		
	Llegits	Correcció	Corregits	De cara	D'esquena	Mitjana
S4	246,64			136,64	136,76	
U1	179,32			117,09	116,95	
U2	271,46			69,11	69,17	
U3	347,31			79,44	79,60	
U4	262,84			152,53	152,43	
U5	348,36			52,02	52,10	
R7	331,00					
R8						

La resolució d'aquest itinerari és igual que la del II, per la qual cosa es dona l'itinerari ja resolt, en què es pot seguir tot el procés i pot servir, així, d'exercici de repàs.

No s'ha d'oblidar que aquest itinerari s'inicia a l'estació S4 de l'itinerari II i acaba a l'estació R7 de l'itinerari I.

14 Transport gràfic d'estacions

14.1 Transport per coordenades definitives

Una vegada hem obtingut les coordenades definitives d'un itinerari, es procedeix a dibuixar aquest itinerari a l'escala necessària.

A la figura 14.1 (pàg. següent) els tres itineraris calculats anteriorment estan dibuixats a escala 1:2.500.

Com es pot comprovar tenim coordenades de la magnitud de 12.000 i 27.000 m. És, doncs, evident, que no podem anar a l'origen, ni tampoc és necessari.

Tot seguit buscarem la X més gran i la X més petita entre els tres itineraris enllaçats entre ells.

màxima $X = 12.746,63$ de l'estació S4 de l'itinerari II

mínima $X = \underline{12.224,61}$ de l'estació R2 de l'itinerari I

diferència 522,02 m

D'aquesta forma hem fixat els límits de les X a 522,02 m.

Per a les Y fem el mateix:

màxima $Y = 27.373,28$ de l'estació S1 de l'itinerari II

mínima $Y = \underline{26.981,22}$ de l'estació U5 de l'itinerari III

diferència 392,06 m

Els límits de la Y són a 392,06 m.

Sabem, doncs, que el gràfic que hem de dibuixar a l'escala corresponent ha de fer 522,02 m per 392,06 m.

Disposem, per tant, una quadrícula cada 50 m i observant aquest gràfic veiem que l'iniciem amb $X = 12.200$ i que arribem fins a $X = 12.750$.

Per a les Y, fem el mateix: anem de $Y = 26.950$ fins a $Y = 27.400$.

Una vegada traçada la quadrícula, hi passem les estacions pel mètode de coordenades cartesianes definitives, ja conegut.

Quan hem acabat el transport de totes les estacions dels tres itineraris, podem comprovar com totes queden emmarcades dins dels límits calculats al principi, és a dir, a 522,02 m per a les X i 392,06 m per a les Y.

Aquest mètode requereix una comprovació, que és molt important ja que és cabdal assegurar-se del fet que no hi hagi cap estació mal passada.

Es tracta d'anar comprovant les distàncies entre les estacions; per exemple, a l'itinerari I tenim que de R1 a R2 la distància és de 128,20 m; de R2 a R3, $D = 97,74$, etc.; i com que tenim aquestes distàncies en el càlcul de coordenades, la comprovació és fàcil.

14.2 Gràfic dels tres itineraris calculats: I, II i III

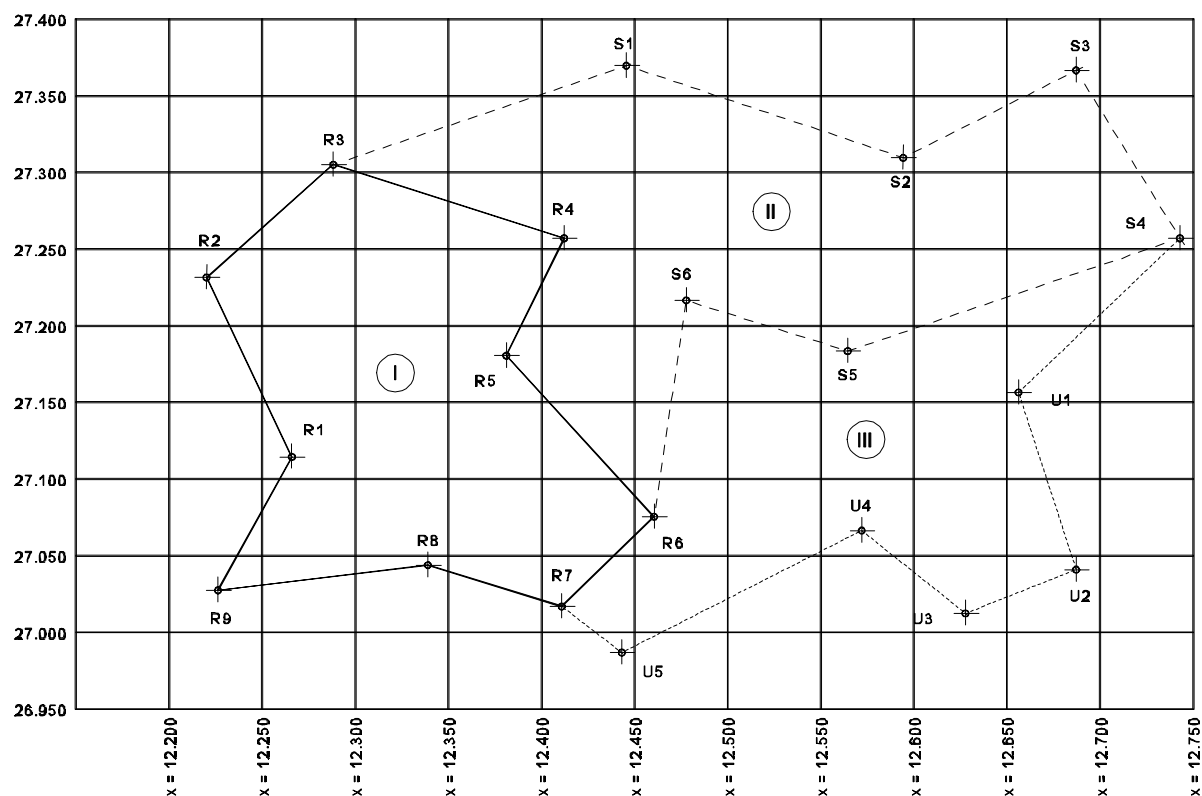


Fig. 14.1

14.3 Transport per coordenades cartesianes relatives

Les estacions d'un itinerari es poden passar al pla per coordenades cartesianes relatives, per la qual cosa tot seguit posarem un exemple d'aquest mètode. Més endavant comentarem els avantatges i els inconvenients de cada un dels mètodes que veurem.

Es dibuixa l'estació R1 i prenent-la com a origen es passen les coordenades relatives de R1 a R2, tenint en compte el valor i el signe, $-X$ i $+Y$.

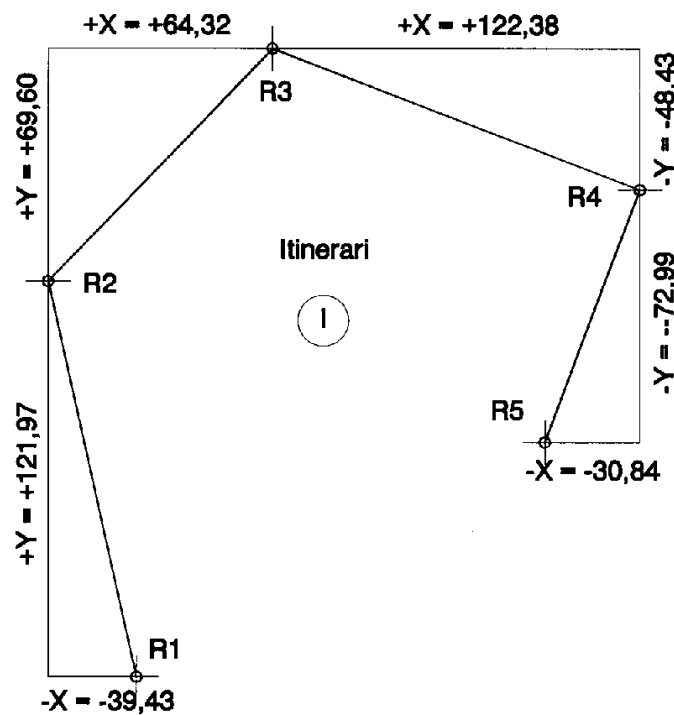


Fig. 14.2

Ara es pren com a origen l'estació R2 i fixem l'estació R3 per mitjà de les coordenades relatives, $+X$ i $+Y$ (Fig. 14.2).

Per fixar l'estació R4 passem les coordenades relatives $+X$ i $-Y$, prenent com a origen l'estació R3.

Prenent com a origen l'estació R4, fixem la R5 per mitjà de les coordenades relatives $-X$, $-y$.

I continuem així fins a finalitzar l'itinerari.

14.4 Transport per coordenades polars

Les coordenades polars d'un itinerari són els rumbos corregits i les distàncies mitjanes que, en definitiva, són les coordenades amb les quals hem calculat les coordenades cartesianes relatives de l'itinerari.

A la figura 14.3 es pot veure clarament el procés que s'ha seguit.

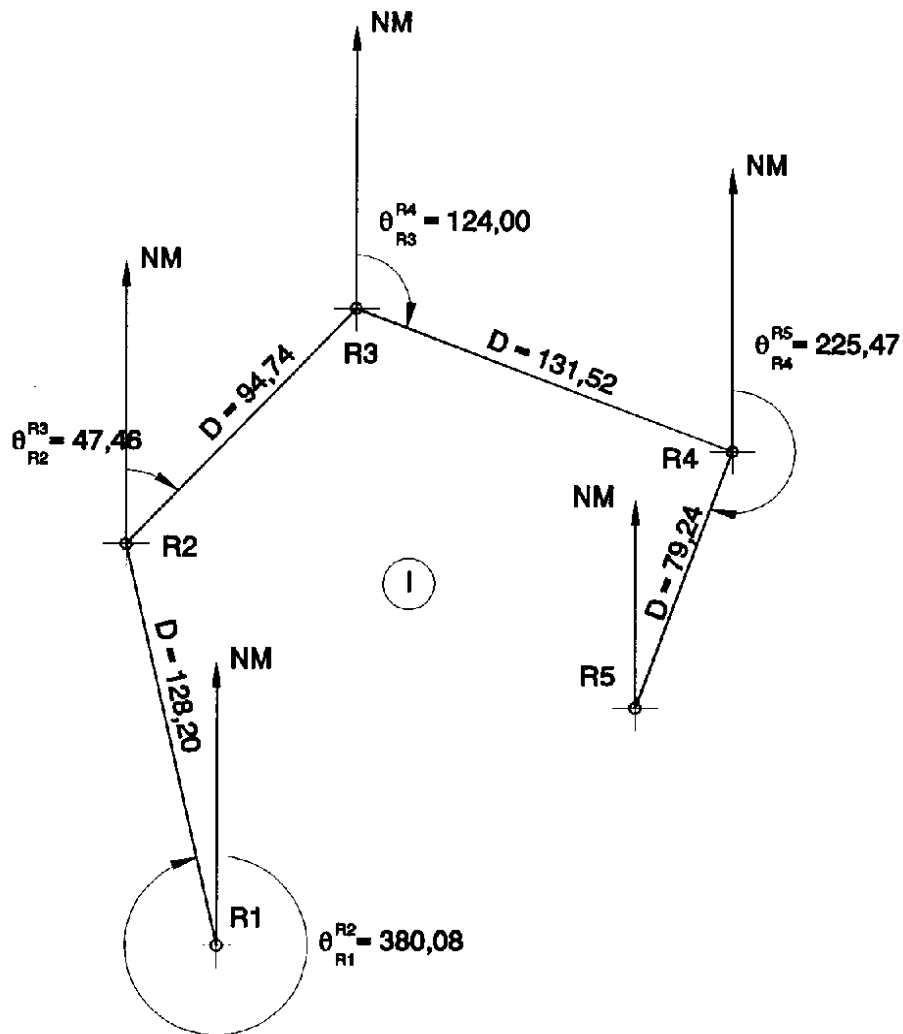


Fig. 14.3

Prenent R1 com a origen, amidem el rumb i la distància de R1 a R2 i fixem, així, l'estació R2.

Ara prenem com a origen l'estació R2 i amb el rumb i la distància de R2 a R3 fixem l'estació R3.

Fixem l'estació R4 prenent com a origen el rumb i la distància de R3 a R4.

Finalment, prenent com a origen R4 i amb el rumb i la distància de R4 a R5 fixem l'estació R5.

15 Transmissió d'errors en els mètodes de transport per coordenades relatives i polars

15.1 Errors en el transport per coordenades relatives

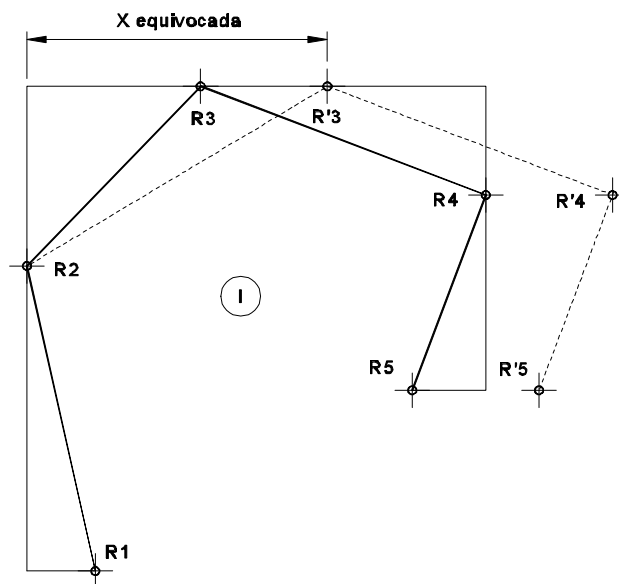


Fig. 15.1

Prenent com a exemple el mateix itinerari I, suposem que en passar l'estació R3 per coordenades cartesianes relatives cometem un error a les X, amb la qual cosa l'estació R3 se situa a R'3 (Fig. 14.4).

Com que les coordenades relatives són d'una estació a una altra, veiem com l'error repercuteix en totes les estacions que es dibuixen després de R3, ja que l'error que s'ha comès primer es va desplaçant a la resta del pla i situa les posicions posteriors en R'4 i R'5.

Encara que les coordenades relatives de R'3 a R'4 estiguin ben traçades, parteixen d'un origen erroni, que és R'3. Ocorre el mateix per a les coordenades relatives de R'4 a R'5. Són bones, però parteixen d'un origen R'4 equivocat.

En general, hem vist que el possible error comès en passar una estació al pla, aquest error és transmès a les successives estacions que es vagin dibuixant.

15.2 Errors en el transport per coordenades polars

Ocorre el mateix per a les coordenades polars (Fig. 15.2).

L'exemple de la figura ens mostra com a l'estació R3 es comet un error en el rumb que ens situa l'estació, a R'3.

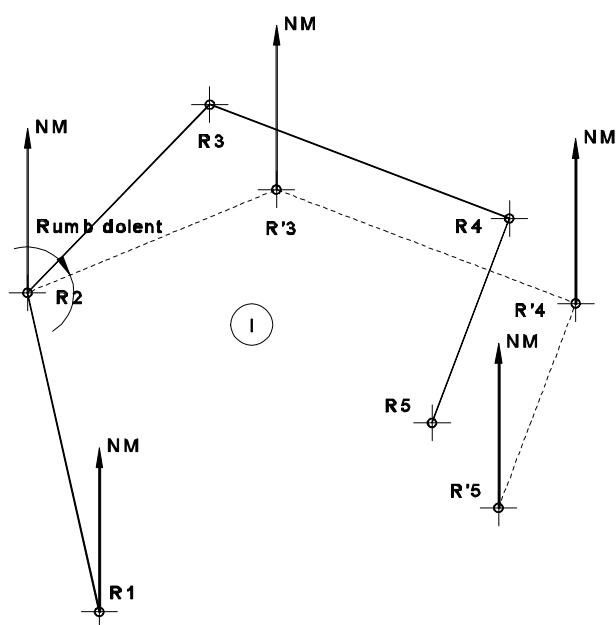


Fig. 15.2

Com que les coordenades polars són relatives d'una estació a una altra, això significa que, encara que no ens equivoquem més, les estacions R4 i R5 són desplaçades a R'4 i a R'5, perquè parteixen d'uns orígens erronis.

El rumb i la distància de R3 a R4 són els mateixos que de R'3 a R'4, però es recolzen en un origen R'3, que és fals.

Ocorre el mateix per a les coordenades polars de R4 a R5, que són iguals, però com que l'origen R'4 és fals, l'estació R5 se'ns situa a R'5.

El possible error, doncs, comès en passar el pla a una estació, es transmet a les estacions següents que es van dibuixant en el pla.

15.3 La fiabilitat del transport per coordenades cartesianes definitives

A la figura 15.1 representem la mateixa porció de l'itinerari I, les estacions del qual són posades al pla per coordenades cartesianes definitives.

A la figura s'aprecia perfectament la independència de cada estació respecte a les altres, de tal manera que en el supòsit, per exemple, que en passar l'itinerari al pla ens equivoquem en la coordenada X de l'estació R3, aquesta queda desplaçada a R'3, però no afecta en absolut les estacions següents, amb la qual cosa l'error queda localitzat en la mateixa estació R3, sense repercutir en cap altra.

És evident, doncs, que aquest mètode de dibuixar les estacions d'un itinerari per coordenades cartesianes definitives és més segur i al mateix temps més còmode que el mètode de coordenades cartesianes relatives i que el mètode de coordenades polars relatives.

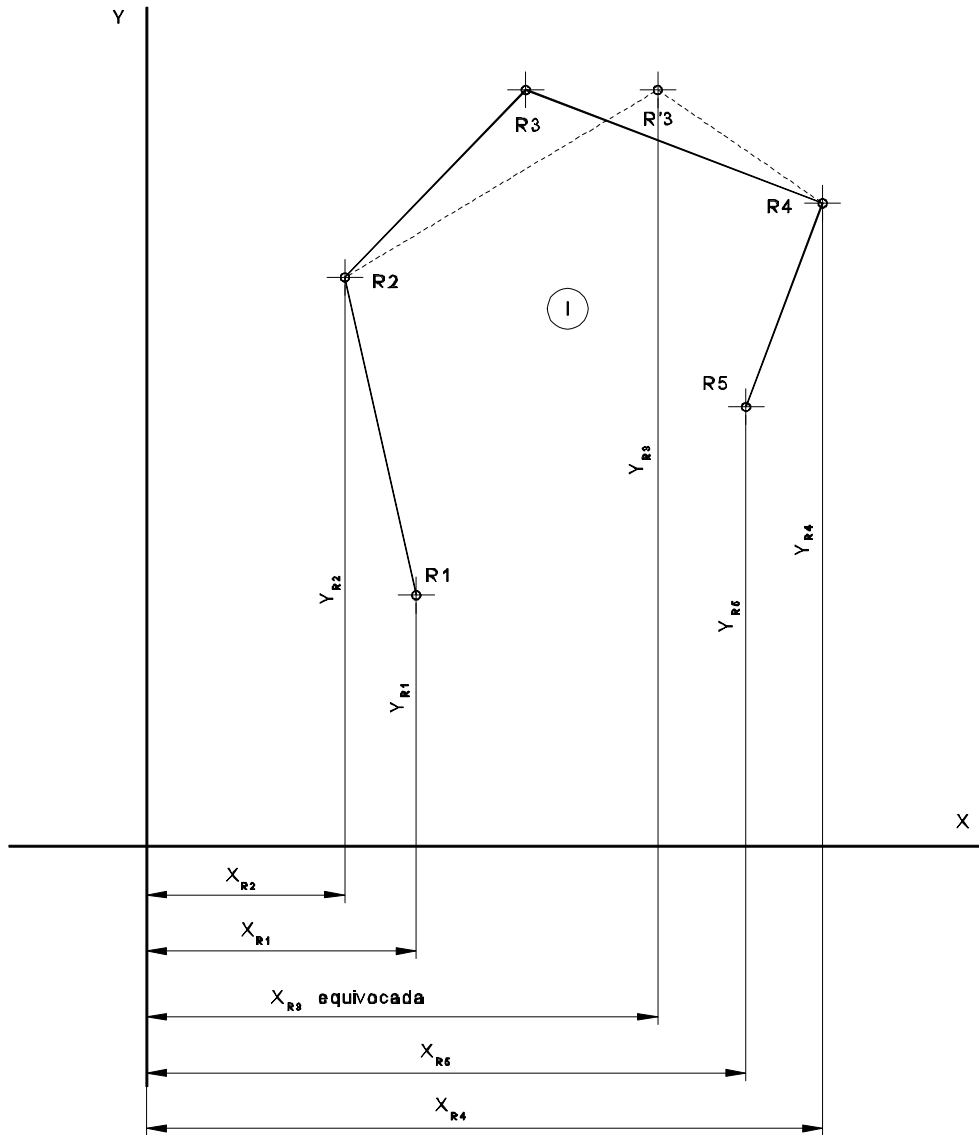


Fig. 15.3

16 Mètodes de radiació

Fins ara hem parlat de les estacions i dels itineraris, i del seu càlcul i compensació.

Aquestes estacions o punts semifixos són el recolzament per a tot aixecament topogràfic, però el que realment ens reproduïx el terreny en el plànol, són els punts de reompliment o de radiació.

Una vegada estan fixades les estacions, es realitza l'aixecament topogràfic a base dels corresponents punts de reompliment, radiats des de cada estació.

Amb un exemple es comprendrà millor el que ens ofereix el mètode de radiació.

16.1 Croquis

En el croquis de la figura 16.1 hi ha representades les estacions A i B.

En les dades de camp que es donen a la llibreta de la pàgina següent, es pot veure com des de l'estació A s'han radiat els punts 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 8; i des de l'estació B, els punts 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 i 16.

De la llibreta només es calcula la planimetria dels punts, ja que encara no hem arribat als temes altimètrics.

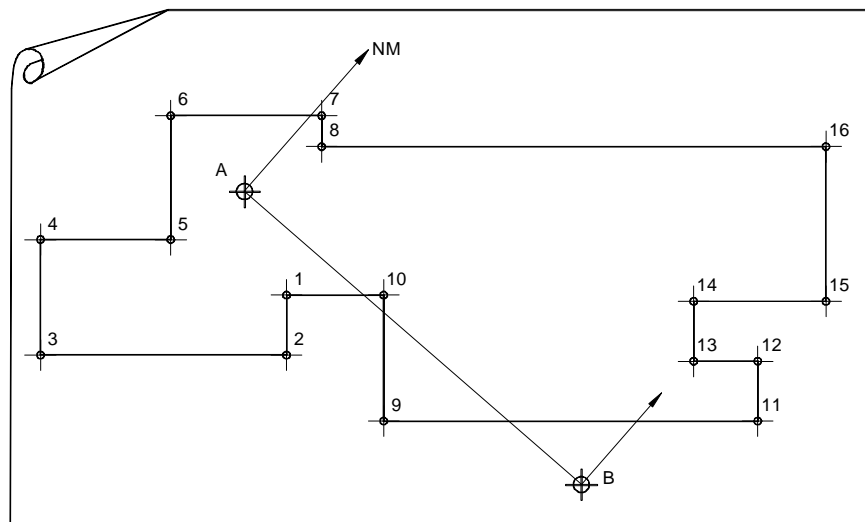


Fig. 16.1

Una vegada s'han calculat els punts, es confecciona el plànol, passant-los allà per mitjà de coordenades polars, que són les coordenades de la radiació.

Una vegada passats els punts i a la vista del croquis, es van unint tots aquells que s'hi indiquen.

Quan hàgim estudiat altimetria, repetirem aquest exemple incorporant-hi les cotes altimètriques.

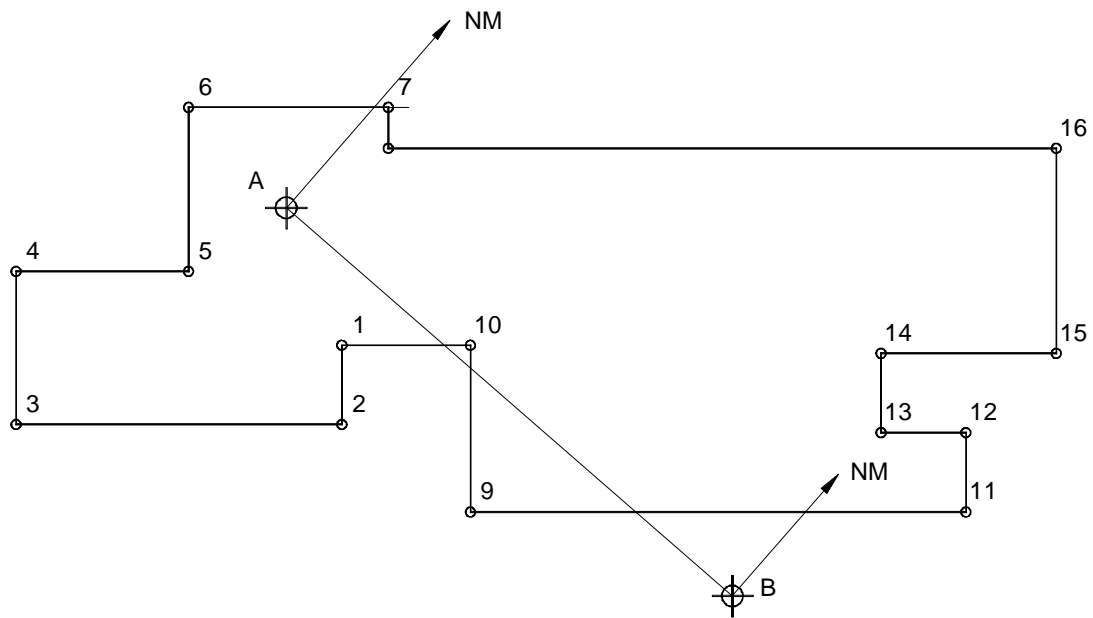


Fig. 16.3

17 Treball de camp

Tots els treballs de topografia, siguin de l'índole que siguin, tots s'inicien en el camp.

Per això, quan es parla de realitzar un treball topogràfic, el primer que se sap del cert és que aquest treball es farà sobre el terreny.

Evidentment, tot treball de camp comporta una continuïtat de treball en el gabinet, però en principi treballarem en el terreny.

Els treballs de camp són molts i variats. A continuació en fem la relació d'uns quants:

- traçament d'alineacions
- amidament de distàncies
- itineraris planimètrics
- itineraris altimètrics
- anivellació geomètrica de precisió
- anivellació trigonomètrica
- radiacions
- aixecaments taquimètrics
- replantejaments d'alineacions
- replantejaments d'obres
- replantejaments de corbes horitzontals d'enllaçament d'alineacions
- replantejaments de rasants
- replantejaments d'acords verticals
- traçament de perfils per als moviments de terres
- xarxes de triangulació
- aixecaments de punts per intersecció
- etc.

Aquests treballs i molts més són treballs que cal realitzar en el camp.

Un dels treballs més importants en topografia és l'itinerari i la radiació, base de tot aixecament taquimètric.

18 Disposició de les estacions i del seu enllaçament

En un aixecament taquimètric, és molt important la disposició de les estacions. Aquestes s'han de col·locar de forma que es vegi la quantitat més gran possible de terreny i que es tingui una bona visibilitat per a l'estació anterior i per a l'estació següent.

L'enllaçament entre les estacions per a la confecció de l'itinerari és molt important, i és una operació que s'ha de fer amb molt de compte i precisió.

Hi ha tres tipus d'enllaçament d'estacions:

- Enllaçament directe de Moinot
- Enllaçament indirecte de Porro
- Enllaçament mixt de Villani

18.1 Enllaçament directe de Moinot

L'enllaçament directe és el tipus que s'usa sempre per enllaçar les estacions d'un mateix itinerari, ja que la resta d'enllaçaments, com es veurà, són per a casos molt particulars.

Aquest enllaçament directe està explicat minuciosament en el punt 13.1 (Fig. 13.1).

18.2 Enllaçament indirecte de Porro

Aquest tipus d'enllaçament s'utilitza quan des d'una estació s'ha de salvar una gran distància per col·locar la següent i, per circumstàncies del terreny, des d'una no es veu l'altra.

En aquest cas s'han de buscar dos punts des dels quals siguin visibles les dues estacions. Aquests punts ens serviran de recolzament per aconseguir l'enllaçament de les dues estacions.

A continuació estudiarem el problema analitzant-lo pas a pas en un exemple numèric.

La figura 18.1 és el gràfic de l'exercici que ara resoldrem.

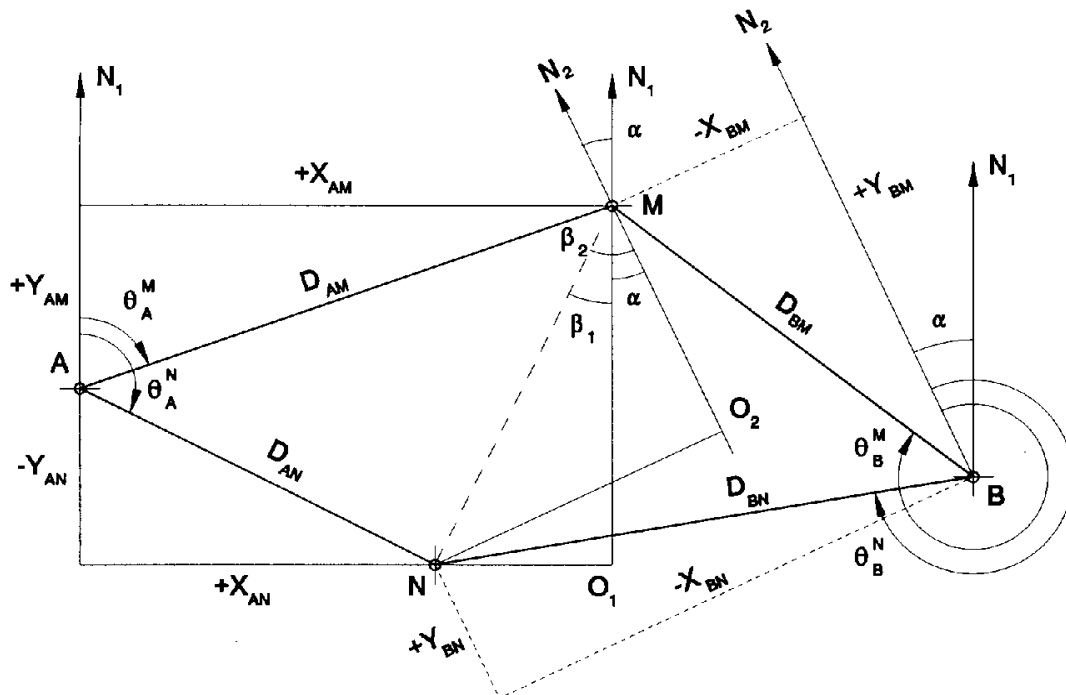


Fig. 18.1

Des de A no veiem B, però sí que veiem els punts M i N.

Dades preses des de A

$$\theta_A^M = 87,38^\circ \qquad D_{AM} = 170,64 \text{ m}$$

$$\theta_A^N = 128,76^\circ \qquad D_{AN} = 134,25 \text{ m}$$

A l'estació A tenim l'origen de rumbos N_1 , que és vàlid, amb la qual cosa les coordenades que es calculin també seran bones.

Ocorre que en no poder llegir el rumb θ_A^B , quan ens situem en B no podrem fer l'orientació amb el rumb invers i l'hauré de fer amb un rumb arbitrari, N_2 , que formarà amb el rumb bo d'origen, N_1 , l'angle de desviació que és necessari calcular, α .

L'angle de desviació és $\alpha = \beta_2 - \beta_1$.

Càlcul de les coordenades relatives des de A als punts M i N

$$X_{AM} = D_{AM} \times \sin \theta_A^M = 167,30$$

$$X_{AN} = D_{AN} \times \sin \theta_A^N = 120,78$$

$$Y_{AM} = D_{AM} \times \cos \theta_A^M = 33,61$$

$$Y_{AN} = D_{AN} \times \cos \theta_A^N = -58,61$$

Càlcul de l'angle β_1

Unint M i N amb una línia i des de M i N, tracem paral·leles als eixos de les X i de les Y corresponents, se'ns forma un triangle MO_1N , rectangle a O_1 , del qual es dedueix fàcilment que

$$\frac{O_1N}{O_1M} = \tan \beta_1 \quad O_1N = X_{AM} - X_{AN} = 167,30 - 120,78 = 46,58$$

$$O_1M = Y_{AM} + Y_{AN} = 33,61 + 58,61 = 92,22$$

Aquestes dades es prenen en valor absolut, prescindint del signe propi de les coordenades.

$$\tan \beta_1 = \frac{46,58}{92,22} = 0,5044458; \quad \arctan = 29,74$$

$\beta_1 = 29,74^\circ$

Dades preses des de B

$$\theta_B^M = 372,27^\circ \quad D_{BM} = 135,73 \text{ m}$$

$$\theta_B^N = 327,68^\circ \quad D_{BN} = 158,48 \text{ m}$$

Càlcul de les coordenades relatives des de B als punts M i N

$$X_{BM} = D_{BM} \times \sin \theta_B^M = -57,27$$

$$X_{BN} = D_{BN} \times \sin \theta_B^N = -143,73$$

$$Y_{BM} = D_{BM} \times \cos \theta_B^M = 123,06$$

$$Y_{BN} = D_{BN} \times \cos \theta_B^N = 66,76$$

Càlcul de l'angle β_2

$$\frac{O_2N}{O_2M} = \tan\beta_2 \quad O_2N = X_{BN} - X_{BM} = 143,73 - 57,27 = 86,46$$

$$O_2M = Y_{BM} - Y_{BN} = 123,06 - 66,76 = 56,30$$

Aquestes dades es prenen en valor absolut, prescindint del signe propi de les coordenades.

$$\tan\beta_2 = \frac{86,46}{56,30} = 1,5357015; \quad \arctan = 63,25$$

$$\beta_2 = 63,25^\circ$$

Càlcul de l'angle de desviació, α

$$\alpha = \beta_2 - \beta_1 = 63,25 - 29,74 = 33,51$$

$$\alpha = 33,51^\circ$$

Rectificació dels rumbos desviats

A la figura 18.1, i a l'estació B veiem com s'ha de restar l'angle de desviació, α , als rumbos θ_B^M i θ_B^N perquè es converteixin en rumbos vertaders amb origen a N_1 . Així, doncs,

$$\theta_B^M = 372,27 - 33,51 = 338,76 \quad \text{corregit}$$

$$\theta_B^N = 327,68 - 33,51 = 294,17 \quad \text{corregit}$$

Noves coordenades des de B a M i N, amb el rumb corregit

Observeu la figura 18.2.

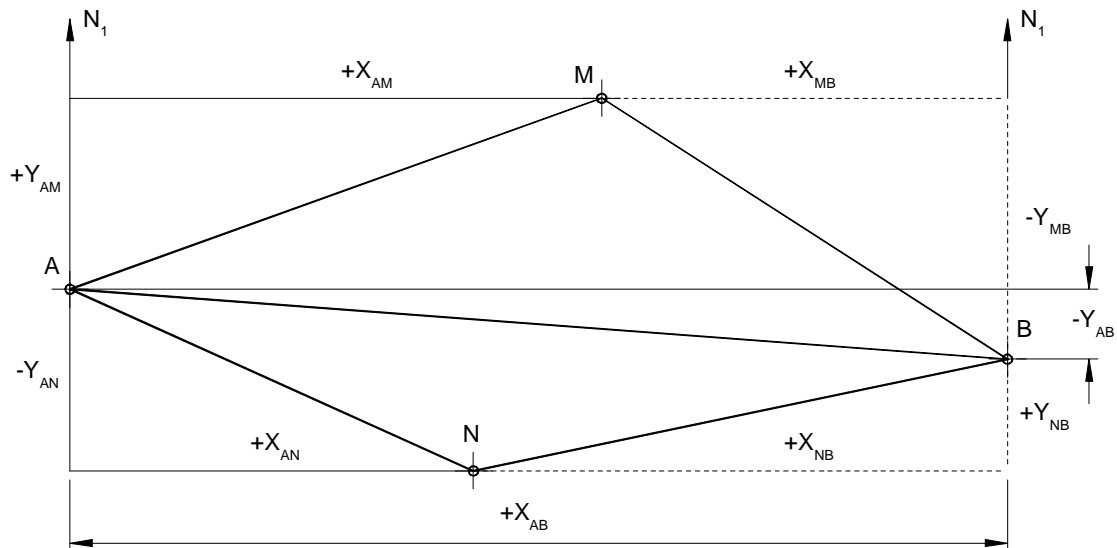


Fig. 18.2

Amb els rumb corregits i amb les distàncies, calclem les noves coordenades relatives des de B als punts M i N de la manera següent:

$$X_{BM} = D_{BM} \times \sin \theta_B^M = -111,34$$

$$X_{BN} = D_{BN} \times \sin \theta_B^N = -157,82$$

$$Y_{BM} = D_{BM} \times \cos \theta_B^M = 77,63$$

$$Y_{BN} = D_{BN} \times \cos \theta_B^N = -14,49$$

Per la condició de coordenades relatives, podem trobar les coordenades inverses de les que hem calculat, que tindran el mateix valor, però de signe contrari.

Coordenades inverses

$$X_{MB} = +111,34$$

$$X_{NB} = +157,82$$

$$Y_{MB} = -77,63$$

$$Y_{NB} = +14,49$$

Aquestes coordenades inverses són les traçades a la figura 18.2, on es poden seguir fàcilment el càlcul i la comprovació de les coordenades relatives de A a B, que és el que es pretén en aquest tipus d'enllaçament.

Càlcul de les coordenades de A a B passant pel punt M

$$X_{AB} = X_{AM} + X_{MB} = 167,30 + 111,34 = +278,64$$

$$Y_{AB} = Y_{AM} - Y_{MB} = 33,61 - 77,63 = -44,02$$

Càlcul de les coordenades comprovació, passant per N

$$X_{AB} = X_{AN} + X_{NB} = 120,78 + 157,82 = +278,60$$

$$Y_{AB} = Y_{AN} + Y_{NB} = -58,61 + 14,49 = -44,12$$

Com que la diferència és mínima, es fa la mitjana dels dos valors trobats per a les dues coordenades.

Mitjanes

$$X_{AB} = \frac{278,64 + 278,60}{2} = 278,62$$

$$Y_{AB} = \frac{-44,02 - 44,12}{2} = -44,07$$

$$X_{AB} = 278,62$$

$$Y_{AB} = -44,07$$

18.3 Enllaçament mixt de Villani

En aquest tipus d'enllaçament des de A es veu l'estació B, per la qual cosa es pot llegir el rumb θ_A^B i per la mateixa raó, quan ens estacionem a B, ens podem orientar a A per mitjà del rumb invers, θ_B^A . Això fa que l'origen de rumbos en les dues estacions es mantinguin paral·lels entre ells i, per tant, que siguin rumbos bons, és a dir, que no hi hagi angle de desviació, com a l'enllaçament indirecte.

En aquest enllaçament, doncs, la resolució consisteix simplement a calcular les coordenades relatives des de A fins als punt M i N, i des de B fins als mateixos punts, a fer la comprovació i a passar per M i després per N, tal com s'ha realitzat en l'última part de l'enllaçament indirecte (Fig. 18.1 i 18.2).

Hi ha un segon procediment per resoldre aquest enllaçament, consistent en el fet que en aquest cas hi ha la possibilitat de calcular la distància AB per mitjà de M i de N, amb la qual cosa tenim dos valors de AB, dels quals podem fer la mitjana (si l'error cau dins de la tolerància, per descomptat) i com que disposem del rumb θ_A^B és fàcil calcular directament les coordenades X_{AB} i Y_{AB} .

Els dos mètodes es desenvolupen a continuació.

Dades preses des de A

$$\theta_A^B = 277,40^\circ$$

$$\theta_A^M = 311,64^\circ \quad D_{AM} = 120,02 \text{ m}$$

$$\theta_A^N = 265,61^\circ \quad D_{AN} = 109,98 \text{ m}$$

Dades preses des de B

$$\theta_B^A = 77,40^\circ$$

$$\theta_B^M = 43,22^\circ \quad D_{BM} = 119,99 \text{ m}$$

$$\theta_B^N = 90,34^\circ \quad D_{BN} = 100,03 \text{ m}$$

18.3.1 Primer mètode: resolució per coordenades relatives des de A i B als punts M i N

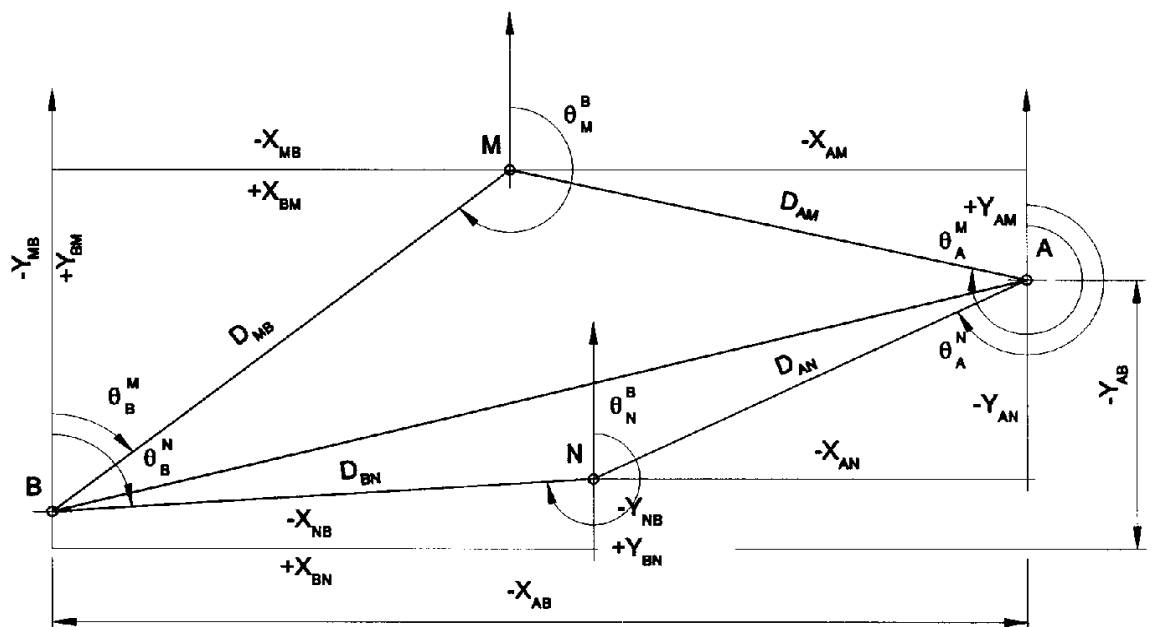


Fig. 18.3

Càlcul de les coordenades relatives des de A fins als punts M i N

$$X_{AM} = D_{AM} \times \sin \theta_A^M = -118,02 \qquad X_{AN} = D_{AN} \times \sin \theta_A^N = -94,32$$

$$Y_{AM} = D_{AM} \times \cos \theta_A^M = 21,82 \qquad Y_{AN} = D_{AN} \times \cos \theta_A^N = -56,56$$

Càlcul de les coordenades relatives des de B fins als punts M i N

$$X_{BM} = D_{BM} \times \sin \theta_B^M = 75,35 \qquad X_{BN} = D_{BN} \times \sin \theta_B^N = 98,88$$

$$Y_{BM} = D_{BM} \times \cos \theta_B^M = 93,38 \qquad Y_{BN} = D_{BN} \times \cos \theta_B^N = 15,12$$

Coordenades inverses: els mateixos valors amb signe contrari

$$X_{MB} = -75,35 \qquad X_{NB} = -98,88$$

$$Y_{MB} = -93,38 \qquad Y_{NB} = -15,12$$

Càlcul de comprovació de les coordenades de A a B

Passant per M

$$X_{AB} = -X_{AM} - X_{MB} = -118,02 - 75,35 = -193,37$$

$$Y_{AB} = Y_{AM} - Y_{MB} = 21,82 - 93,38 = -71,56$$

Passant per N

$$X_{AB} = -X_{AN} - X_{NB} = -94,32 - 98,88 = -193,37$$

$$Y_{AB} = -Y_{AN} - Y_{NB} = -56,56 - 15,12 = -71,68$$

Mitjanes

$$X_{AB} = \frac{-193,37 - 193,20}{2} = -193,29$$

$$Y_{AB} = \frac{-71,56 - 71,68}{2} = -71,62$$

La tolerància es fixa en un 0,2%

Per a $X_{AB} = 193,29 \times 0,002 = 0,39 \text{ m}$ error = 0,08

Per a $Y_{AB} = 71,62 \times 0,002 = 0,14 \text{ m}$ error = 0,06

Els errors són molt més petits que la tolerància. En conseqüència, les mitjanes es donen per bones.

18.3.2 Segon mètode: resolució per càlcul i comprovació de la distància AB

A la figura 18.4 es pot observar que $AB = AO_1 + O_1B$ i que també $AB = AO_2 + O_2B$, amb la qual cosa podem calcular la distància AB per dos camins i després fer la mitjana dels resultats, en el cas que no siguin iguals.

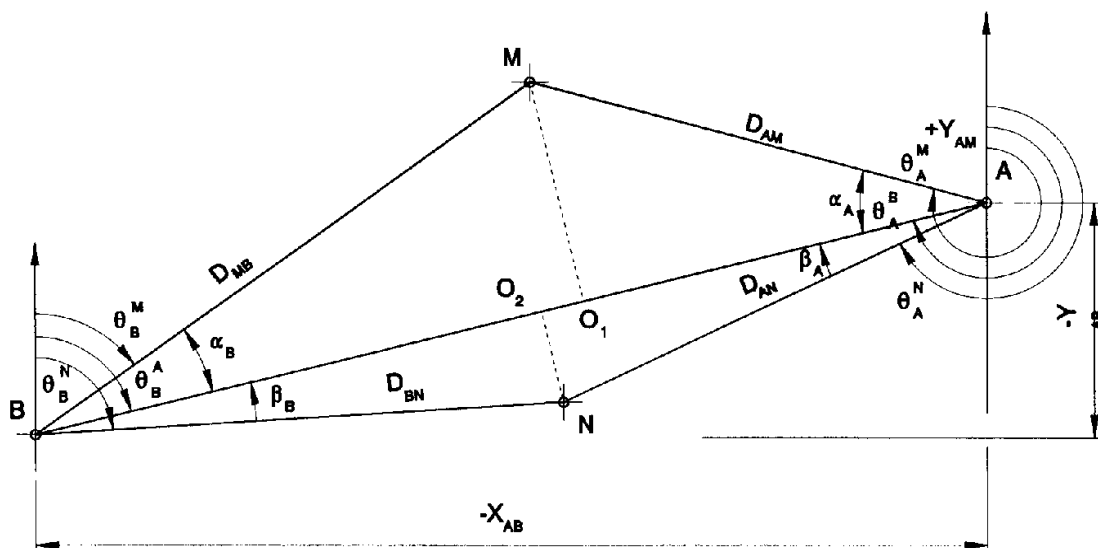


Fig. 18.4

Càlcul de la distància AB passant per M

$$\alpha_A = \theta_A^M - \theta_A^B = 311,64 - 277,40 = 34,24 \quad \alpha_A = 34,24^\circ$$

$$\alpha_B = \theta_B^A - \theta_B^M = 77,40 - 43,22 = 34,18 \quad \alpha_B = 34,18^\circ$$

$$AO_1 = D_{AM} \times \cos \alpha_A = 120,02 \times \cos 34,24 = 103,08 \text{ m}$$

$$O_1B = D_{BM} \times \cos \alpha_B = 119,99 \times \cos 34,18 = \underline{103,11 \text{ m}}$$

$$AB = 206,19 \text{ m}$$

Càlcul de la distància AB passant per N

$$\beta_A = \theta_A^B - \theta_A^N = 277,40 - 265,61 = 11,79 \quad \beta_A = 11,79^\circ$$

$$\beta_B = \theta_B^N - \theta_B^A = 90,34 - 77,40 = 12,94 \quad \beta_B = 12,94^\circ$$

$$AO_2 = D_{AN} \times \cos \beta_A = 109,98 \times \cos 11,79 = 108,10 \text{ m}$$

$$O_2B = D_{BN} \times \cos \beta_B = 100,03 \times \cos 12,94 = \underline{97,97 \text{ m}}$$

$$AB = 206,07 \text{ m}$$

Mitjana

$$AB = \frac{206,19 + 206,07}{2} = 206,13 \text{ m}$$

Càlcul de les coordenades de A a B

$$X_{AB} = D_{AB} \times \sin \theta_A^B = 206,13 \times \sin 277,40 = -193,28$$

$$Y_{AB} = D_{AB} \times \cos \theta_A^B = 206,13 \times \cos 277,40 = -71,65$$

$$X_{AB} = -193,28$$

$$Y_{AB} = -71,65$$

En tots aquests problemes en què es manegen coordenades relatives, s'han de tenir molt en compte els signes que aquestes tenen, ja que és molt més greu un error de signe que de magnitud.

Per exemple, si en el càlcul d'una coordenada de 260 m es comet un error d'1 m, aquest error, que potser sembla excessiu, no obstant això es pot compensar i pot arribar a ser absorbit; però si l'error és de signe, com per exemple, que en lloc de +260 m s'hagin pres -260 m, l'error comès és un error de 520 m, sense cap compensació possible i que destrueix totalment el treball.

És per això que en els enunciats dels problemes es concreta "calculeu les coordenades i el seu signe", fent així una crida a posar atenció al perill que representa cometre un error d'aquest tipus.

18.4 Fórmules fonamentals de la taquimetria

Si recorrem tot el que hem vist des de la primera lliçó fins ara, podem anar recordant totes les fórmules utilitzades, tant en planimetria com en altimetria, i confeccionar, així, una relació de les que són fonamentals:

Generador $g = M \times K$

Distància reduïda $D = g \times \sin^2 V$

Coordenada X $X = D \times \sin H$

Coordenada Y $Y = D \times \cos H$

Tangent taquimètrica $t = D \times \cotan V$

Desnivell $z = h - m \pm t$

18.5 Nombres generadors

Generador	g
Angle horitzontal	H
Angle vertical	V
Altura d'aparell h	
Altura de mira	m

18.6 Equip topogràfic de camp

El professional sap molt bé de què ha de constar l'equip topogràfic de camp per a cada un dels treballs.

Aquí en fem la relació d'alguns, perquè serveixi a l'alumne per fer-se una idea del que es necessita.

El treball de camp requereix una organització, que comença en la determinació de l'equip idoni segons el treball.

Aixecament d'un pla taquimètric d'extensió mitjana

Equip material

- taquímetre amb el seu trípode corresponent
 - declinatòria, si l'aparell no la porta incorporada
 - estakes de fusta per al terreny tou
 - estakes de ferro per al terreny dur
 - un cisell, una maceta, un pinzell i pintura vermella per a les estacions en sòl urbà
 - plomada mecànica auxiliar
 - nivell de paleta, d'escaire o de bombolla
 - banderoles o jalons (un mínim de sis)
 - llibreta taquimètrica
 - paper per a croquis
 - tauler per a suport del paper del croquis i de la llibreta taquimètrica
 - de 2 a 4 mires taquimètriques, amb divisions de centímetres
 - nivells esfèrics per a les mires
 - taules de replantejaments
 - llapis dur i tou
 - llapis vermell
 - goma d'esborrar
 - xiulet
 - cinta mètrica de 50 m com a mínim
 - doble metre
 - caputxó plàstic per al taquímetre (protecció en cas de pluja)
-

- cartera-motxilla per a tot el material
- càmera fotogràfica
- calculadora amb funcions trigonomètriques
- maquineta de fer punta al llapis
- prismàtics per localitzar senyals

Equip humà

- 1 topògraf
- 1 aparatista
- 1 llibretista
- 3 portamires

Anivellació geomètrica

Equip material

- nivell equialtimètric de precisió amb el seu tríode corresponent
- 2 mires de nivell amb divisions en mil·límetres dobles i pivot de recolzament
- 2 plaques de ferro de recolzament de les mires
- 2 nivells esfèrics per a mires
- llibreta d'anivellació
- estagues de ferro o de fusta, per a punts fixos
- tot el que s'ha descrit abans que pugui ser necessari per a aquest treball

Equip humà

- 1 topògraf
- 1 ajudant
- 2 portamires

Doble anivellació

Equip material de precisió

- 2 nivells equialtimètrics de precisió, amb els seus corresponents tríodes
 - 4 mires d'anivellació amb graduació en dobles mil·límetres amb pivot de recolzament
 - 4 plaquetes de ferro de recolzament per a les mires
 - 4 nivells esfèrics per a mires
 - llibreta d'anivellació
 - paper per a croquis
 - tot el material necessari per a dibuix, notes i càlcul
-

Equip humà

- 2 topògrafs
- 2 ajudants
- 4 portamires

Treballs de replantejaments*Equip material*

- pla del replantejament
- taquímetre, amb el seu trípode corresponent
- nivell equialtimètric, amb el seu trípode
- llibreta d'anivellació
- paper per a croquis i apunts
- calculadora
- taules per al replantejament de corbes d'enllaçament
- 6 jalons
- 2 mires de nivell amb pivot de recolzament
- 2 nivells esfèrics per a mires
- 2 plaquetes de ferro de recolzament per a mires
- cinta mètrica, de 20 a 50 m
- plomada auxiliar
- transportador centesimal
- transportador sexagesimal
- diverses estaques de ferro i fusta
- cordill
- tot el material necessari per a dibuix, notes i càlcul

Equip humà

- 1 topògraf
 - 1 aparatista
 - 1 ajudant
 - 2 portamires
-

19 Mètode d'intersecció

19.1 Fonament

El mètode d'intersecció es basa en la possibilitat de construir un triangle, donats tres dels elements que el constitueixen, menys en el cas que les dades siguin els tres angles, ja que aleshores el problema no té solució.

La geometria plana i la trigonometria ens faciliten la resolució de triangles rectangles i obliquangles per a tots els casos, excepte la situació esmentada dels tres angles.

Si coneixem tres dels elements d'un triangle, ja sigui per mesurament directe o bé per càlcul, és possible fer la restitució i veurem com en tots els casos es transforma en un problema d'intersecció (Fig. 19.1)

1r *Donats els tres costats*

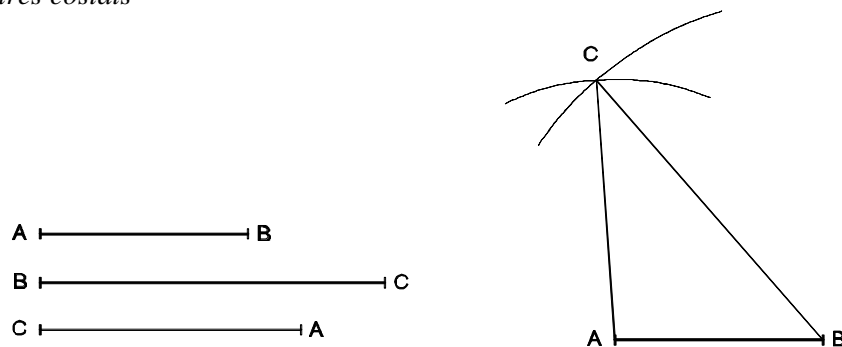


Fig. 19.1

Es pren AB com a base. Es traça un arc amb centre en A i de radi AC.

Es traça un altre arc amb centre en B i de radi BC, que fa la intersecció amb el primer en el punt C.

El punt C es troba per la intersecció dels altres dos costats traçats des dels dos extrems de la base: A i B.

2n Donada una base AB i els angles adjacents (Fig. 19.2)

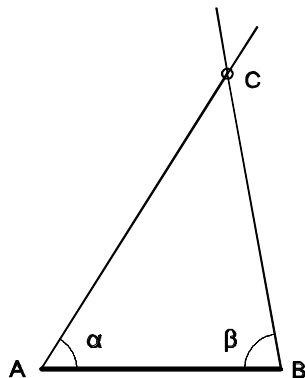


Fig. 19.2

La restitució es fa com segueix:

Es dibuixa la base AB.

Es passa l'angle corresponent, α , a l'extrem A.

Es procedeix igual amb l'angle β des de l'extrem B.

La intersecció d'aquestes dues direccions ens determina el punt C que estàvem buscant i, al mateix temps, hem determinat els costats restants: AC i BC.

3r Donada la base, un dels angles adjacents i l'angle oposat

Per fer la restitució es procedeix com segueix (Fig. 19.3).

Es dibuixa la base AB i es passa l'angle, α , de l'extrem A.

Es prolonga la direcció AC' i en un punt qualsevol s'hi dibuixa l'angle β , oposat a la base.

Es traça una paral·lela a C'B' fins que passi per l'extrem B de la base i es realitza la intersecció que determina la veritable posició del punt C en el costat AC.

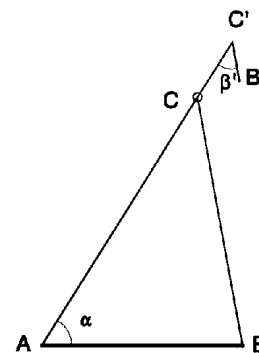


Fig. 19.3

4t Donats dos costats i l'angle comprès (Fig. 19.4)

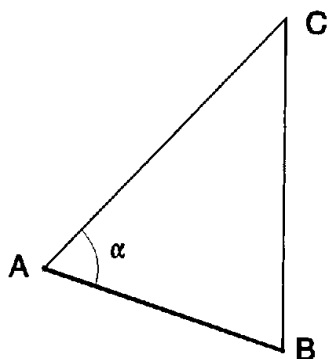


Fig. 19.4

La restitució d'aquest cas és immediata, ja que si tenim la base AB, es dibuixa l'angle α i, en la direcció que aquest indica, es dibuixa el costat AC, de manera que ja queda determinada la posició del vèrtex C i només s'ha d'unir C amb B per obtenir el tercer costat i tancar, així, el triangle.

Gràficament sembla fàcil, però analíticament no ho és tant.

Tant l'amidament de la base, com la lectura dels angles, són amidaments en què s'han d'utilitzar bons aparells i cal fer moltes reiteracions per obtenir una bona mitjana com a dada definitiva fiable.

En el mètode de la intersecció, si la restitució es vol fer gràficament, no és gaire precisa. Això no obstant, amb les dades obtingudes en el camp, podem calcular perfectament les coordenades cartesianes relatives o definitives del vèrtex que cal aixecar i, aleshores, ja estem dins del sistema cartesià de coordenades, que és el més precís.

19.2 Aplicació de la intersecció

Quan necessitem situar punts fixos que ens serveixen de recolzament en una obra de certa importància i, sobretot, de gran extensió, recorrem al mètode de la intersecció.

S'escull una bona base, amidada amb precisió, i des d'aquesta es van aixecant punts o vèrtexs per intersecció.

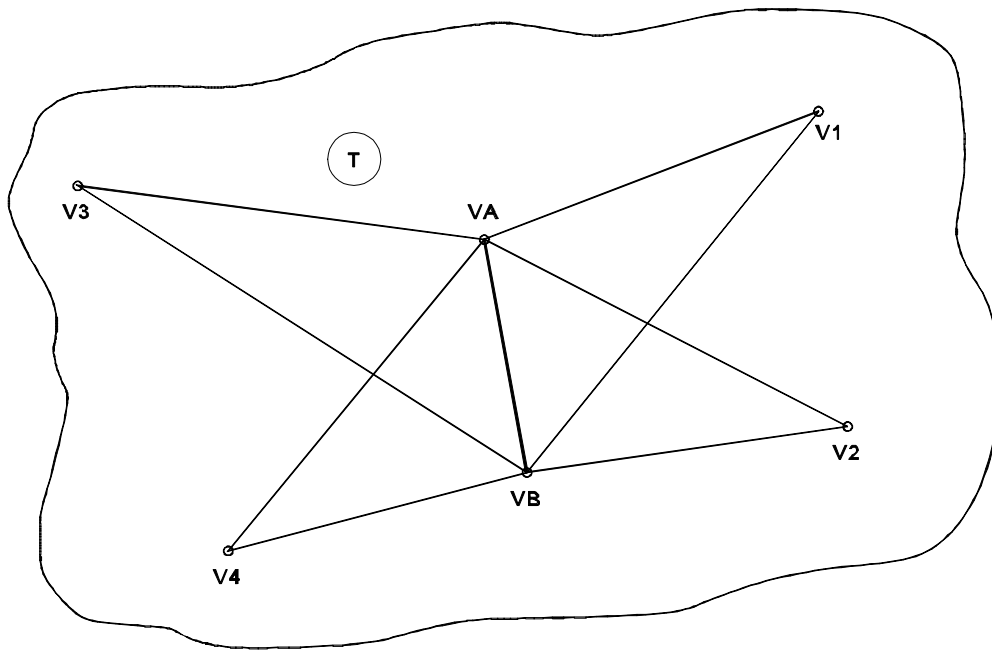


Fig. 19.5

En el croquis de la figura 19.5 tenim que T és una àrea de treball d'extensió considerable i volem situar quatre punts, V_1 , V_2 , V_3 i V_4 amb coordenades de precisió.

Busquem el lloc idoni on es pugui situar una base $V_A V_B$, amb la qual cosa ja tenim dos vèrtexs més, i, des d'aquesta base, pel mètode de la intersecció, fixem els vèrtexs V_1 , V_2 , V_3 i V_4 .

19.3 Càlcul d'una intersecció

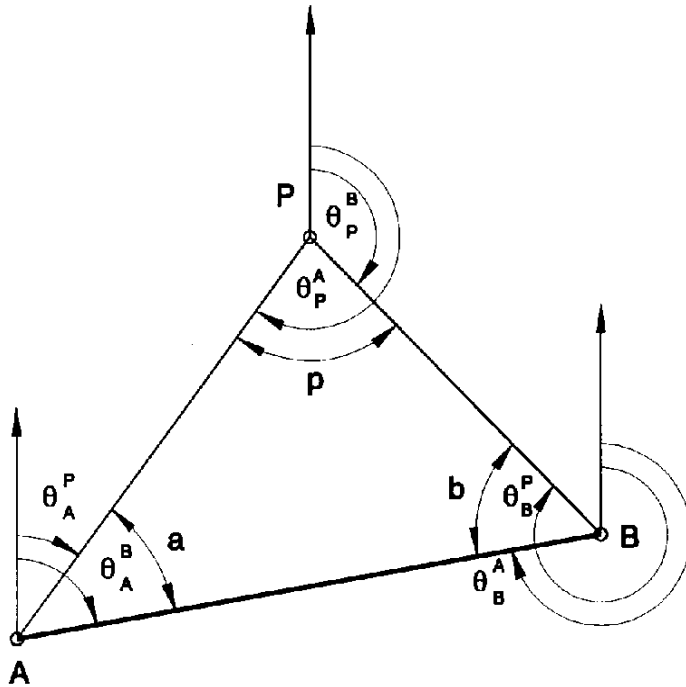


Fig. 19.6

Dades

Base: $\overline{AB} = 250 \text{ m}$

Rumb de la base: $\theta_A^B = 86,72^\circ$

Angles interiors:
 $a = 46,18$
 $b = 64,12$
 $p = 89,64$

Comprovació dels angles interiors

Tolerància angular

$$2,5 \times 1,5 \times \sqrt{n} = 3,75\sqrt{3} = 6,50 \text{ min}$$

$$\begin{aligned} a &= 46,18 \\ b &= 64,12 \\ p &= \underline{89,64} \end{aligned}$$

$$199,94$$

$$\underline{200,00}$$

error total 0,06

$$\text{error} = \frac{0,06}{3} = 0,02 \text{ min}$$

S'ha de compensar 0,02 a cada angle, sumant-li aquest repartiment, ja que l'error és en menys.

$$a = 46,18 + 0,02 = 46,20 \quad \sin = 0,6636651$$

$$b = 64,12 + 0,02 = 64,14 \quad \sin = 0,8455042$$

$$p = 89,64 + 0,02 = 89,66 \quad \sin = 0,9868387$$

$$\begin{array}{r} \hline 199,94 \quad 0,06 \quad 200,00 \end{array}$$

Càlcul dels rumbos

$$\text{El rumb } \theta_A^B = \theta_B^A = 286,72$$

$$\theta_A^P = \theta_A^B - a = 86,72 - 46,20 = 40,52 \quad \theta_P^A = 240,52$$

$$\theta_B^P = \theta_B^A + b = 286,72 + 64,14 = 350,86 \quad \theta_P^B = 150,86$$

Càlcul de les distàncies

Teorema dels sinus: $\frac{\sin p}{AB} = \frac{\sin a}{BP} = \frac{\sin b}{AP}$

$$AP = \frac{AB \times \sin b}{\sin p} = \frac{250 \times 0,8455042}{0,9868387} = 214,195 \text{ m}$$

$$BP = \frac{AB \times \sin a}{\sin p} = \frac{250 \times 0,6636651}{0,9868387} = 168,129 \text{ m}$$

Càlcul de les coordenades, directe des de A

$$X_{AP} = D_{AP} \times \sin \theta_A^P = 214,195 \times 0,5943737 = \underline{+127,321 \text{ m}}$$

$$Y_{AP} = D_{AP} \times \cos \theta_A^P = 214,195 \times 0,8041889 = \underline{+172,253 \text{ m}}$$

Càlcul de les coordenades, passant per B

$$X_{AB} = D_{AB} \times \sin \theta_A^B = 250,00 \times 0,9783214 = +244,58 \text{ m}$$

$$Y_{AB} = D_{AB} \times \cos \theta_A^B = 250,00 \times 0,2070921 = +51,773 \text{ m}$$

$$X_{BP} = D_{BP} \times \sin \theta_B^P = 168,129 \times 0,6974903 = -117,268 \text{ m}$$

$$Y_{BP} = D_{BP} \times \cos \theta_B^P = 168,129 \times 0,7165941 = +120,48 \text{ m}$$

Comprovació

$$X_{AP} = X_{AB} - X_{BP} = 244,58 - 117,268 = \underline{+ 127,312 \text{ m}}$$

$$Y_{AP} = Y_{AB} + Y_{BP} = 51,773 + 120,48 = \underline{+ 172,253 \text{ m}}$$

19.4 Un altre exemple de càlcul de la intersecció

Els angles ens són donats en segons i l'extrem A de la base té coordenades cartesianes definitives (Fig. 19.7).

Ara calcularem les coordenades cartesianes definitives del vèrtex P pel mètode de la intersecció.

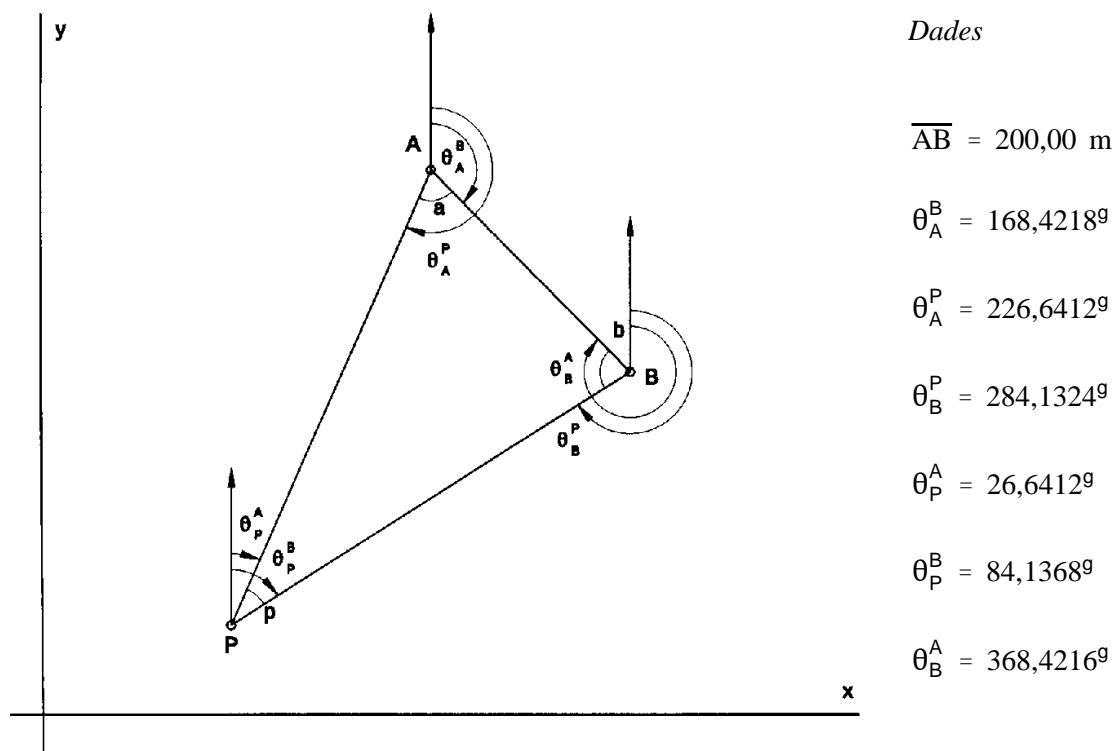


Fig. 19.7

$$X_A = 227,642 \text{ m}$$

$$Y_A = 388,174 \text{ m}$$

Càlcul dels angles interiors per diferència de rumbos

$$a = \theta_A^P - \theta_A^B = 226,6412 - 168,4218 = 58,2194^g$$

$$b = \theta_B^A - \theta_B^P = 368,4216 - 284,1324 = 84,2892^g$$

$$p = \theta_P^B - \theta_P^A = 84,1368 - 26,6412 = 57,4956^g$$

$$200,0042^g$$

Compensació angular

$$\frac{0,0042}{3} = 0,0014 \text{ és l'error per excés. Per tant:}$$

$$a = 58,2194 - 0,0014 = 58,2180 \quad \sin = 0,7922491$$

$$b = 84,2892 - 0,0014 = 84,2878 \quad \sin = 0,9696975$$

$$p = 57,4956 - 0,0014 = 57,4942 \quad \sin = 0,7852605$$

$$200,0042 \quad 0,0042 \quad 200,0000$$

Correcció dels rumbos

Una vegada compensats els angles, és molt fàcil corregir els rumbos.

Observant el croquis de la pàgina anterior és fàcil comprendre que perquè a es redueixi 14 s hem d'augmentar 7 s el rumb θ_A^B i disminuir 7 s el rumb θ_A^P :

$$\theta_A^B = 168,4218 + 0,0007 = 168,4225$$

$$\theta_A^P = 226,6412 - 0,0007 = 226,6405$$

Com que aquests rumbos ja estan corregits, ja es poden calcular els inversos directament:

$$\theta_B^A = 368,4225$$

$$\theta_P^A = 26,6405$$

Tenint el rumb corregit θ_P^A i l'angle corregit p fem el càlcul directament

$$\theta_P^B = \theta_P^A + P = 26,6405 + 57,4942 = 84,1347$$

En conseqüència,

$$\theta_B^P = 284,1347$$

Relació de rumbos corregits

$$\theta_A^B = 168,4225 \qquad \theta_B^A = 368,4225$$

$$\theta_A^P = 226,6405 \qquad \theta_P^A = 26,6405$$

$$\theta_B^P = 284,1347 \qquad \theta_P^B = 84,1347$$

Comprovació dels rumbos

$$a = \theta_A^P - \theta_A^B = 226,6405 - 168,4225 = 58,2180$$

$$b = \theta_B^A - \theta_B^P = 368,4225 - 284,1347 = 84,2878$$

$$p = \theta_P^B - \theta_P^A = 84,1347 - 26,6405 = \underline{57,4942}$$

200,0000

Càlcul de les distàncies

Teorema dels sinus: $\frac{\sin p}{AB} = \frac{\sin a}{BP} = \frac{\sin b}{AP}$

$$AP = AB \times \frac{\sin b}{\sin p} = \frac{200 \times 0,9696975}{0,7852605} = 246,9747 \text{ m}$$

$$BP = AB \times \frac{\sin a}{\sin p} = \frac{200 \times 0,7922491}{0,7852605} = 201,7799 \text{ m}$$

Càlcul de les coordenades relatives, directe des de A

$$X_{AP} = D_{AP} \times \sin \theta_A^P = \underline{-100,361 \text{ m}}$$

$$Y_{AP} = D_{AP} \times \cos \theta_A^P = \underline{-225,664 \text{ m}}$$

Càlcul de les coordenades, passant per B

$$X_{AB} = D_{AB} \times \sin \theta_A^B = +95,185$$

$$Y_{AB} = D_{AB} \times \cos \theta_A^B = -175,897$$

$$X_{BP} = D_{BP} \times \sin \theta_B^P = -195,546$$

$$Y_{BP} = D_{BP} \times \cos \theta_B^P = -49,767$$

Comprovació

$$X_{AP} = +X_{AB} - X_{BP} = 95,185 - 195,546 = \underline{-100,361 \text{ m}}$$

$$Y_{AP} = -Y_{AB} - Y_{BP} = 175,897 - 49,767 = \underline{-225,664 \text{ m}}$$

Càlcul de les coordenades definitives de P

Definitives de A	Relatives de AP		Definitives de P
X = + 227,642	- 100,361	=	+ 127,281
Y = + 388,174	- 225,664	=	+ 162,510

Problemes

20 Problemes per resoldre

Problemes de magnituds

1 Indiqueu l'equivalència en hectàrees de les magnituds de superfície següents:

- | | | |
|---------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| a) 284,362 m ² | b) 844,33 m ² | c) 7,64 m ² |
| d) 20,130 m ² | e) 0,132 m ² | f) 3.144.318 m ² |
| g) 64,18 m ² | h) 1.000.000 pams ² | |

2 Reduïu a metres quadrats les superfícies següents:

- | | | |
|-----------------------------|---------------------------------|-------------------------|
| a) 64,43 ha | b) 0,44 ha | c) 7,16 ha |
| d) 795.607 ha | e) 0,000144 ha | f) 1.142.137 ha |
| g) 74.617 pams ² | h) 17.816.424 pams ² | i) 17 pams ² |

Problemes d'escales

3 Dibuixeu l'escala gràfica E I:155.

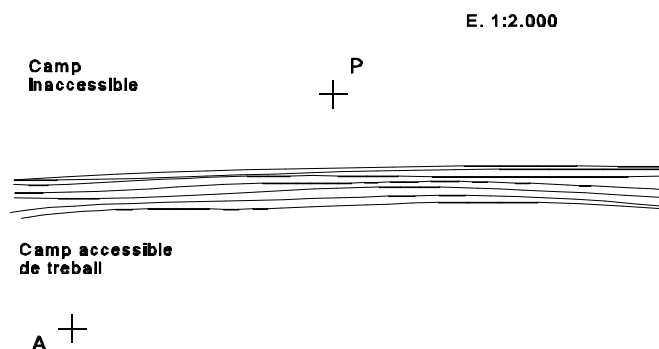
4 Dibuixeu l'escala gràfica E I:225

5 Un solar de forma rectangular representat a escala 1:500 amida en el plànol 34 x 87 cm. Calculeu la superfície d'aquest solar, en hectàrees i en pams quadrats.

- 6 Un terreny de forma rectangular amida en el terreny 194 x 92 m. Indiqueu quines dimensions tindrà el dibuix d'aquest terreny en un pla a escala 1:2.000 i calculeu la superfície en pams quadrats.
- 7 Una finca de forma rectangular representada a E 1:500 amida en el pla 87 x 120 cm. Calculeu quant amida el dibuix en un pla a E 1:2.000.
- 8 Una porció de cultiu de forma rectangular amida en el terreny 562 x 227 m. Disposem d'un paper de longitud il·limitada, però només de 0,80 m d'ample. Determineu l'escala que hem d'adoptar i indiqueu les dimensions definitives del dibuix.
- 9 Una extensió de terreny de forma rectangular té una superfície de 8,50 ha. Està dibuixat a E 1:1.000. En aquest dibuix, un dels costats amida 25 cm. Calculeu les dimensions que a la realitat amida aquest terreny.
- 10 Considerant el límit de percepció visual igual a un cinquè de mil·límetre, indiqueu quina escala s'ha d'adoptar perquè 1 m del terreny sigui imperceptible en el pla.
- 11 Treballant a E 1:20.000, indiqueu quina magnitud del terreny és imperceptible en el pla, admetent un límit de percepció visual de 0,0002 m.

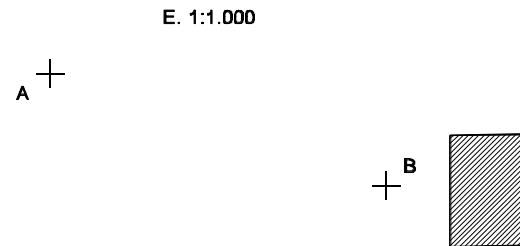
Problemes de distàncies i alineacions

- 12 Tots aquests problemes s'han de resoldre analíticament. Les dades necessàries es prenen sobre el dibuix que acompanya l'enunciat, amb transportador centesimal per als angles (taquímetre) i amb escalímetre per a les distàncies (cinta mètrica metàl·lica). Totes les dades, també, s'han de prendre com si s'estigués en el camp, o sigui, des del camp accessible de treball.



Calculeu la distància AP analíticament, utilitzant el taquímetre i la cinta mètrica.

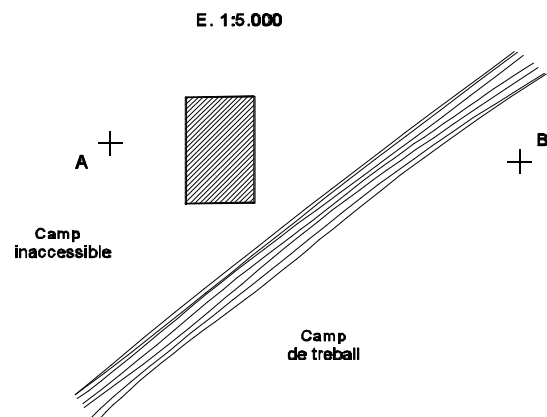
- 13 Prolongueu l'alineació AB més enllà de l'obstacle, utilitzant el taquímetre i la cinta mètrica (solució analítica). Tots els camps són accessibles.



- 14 Donada una alineació \overline{AB} amb un obstacle intermedi:

- 1 Calculeu analíticament la distància AB.
- 2 Prolongueu l'alineació en el camp accessible de B.

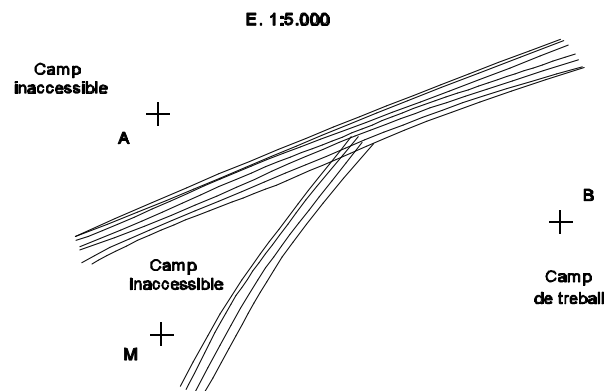
Per a aquests treballs s'usa el taquímetre i la cinta mètrica.



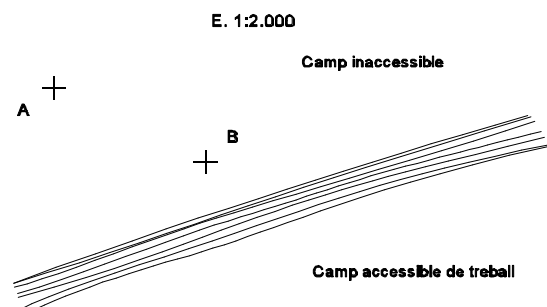
- 15 Presa de dades amb taquímetre i cinta mètrica.

Calculeu analíticament la magnitud de la perpendicular traçada des del punt M a l'alineació AB.

Els camps de A i B són inaccessibles: només es poden prendre dades des del camp on està situat el punt B.



- 16 Disposant de taquímetre i de cinta mètrica, replantegeu el punt P que estigui en la prolongació de l'alineació AB en el camp accessible de treball i que estigui a una distància de 150 m del punt A.



Problemes d'amidament directe de distàncies

En el càlcul de la distància més probable d'aquests tres exercicis, aplicarem les toleràncies del *cadastre suís*.

17 Calculeu la distància més probable entre dos punts donades les mides següents:

$$d_1 = 280,09 \text{ m} \quad d_2 = 280,05 \text{ m} \quad d_3 = 279,98 \text{ m} \quad d_4 = 279,89 \text{ m}$$

$$d_5 = 280,11 \text{ m} \quad d_6 = 280,04 \text{ m} \quad d_7 = 279,96 \text{ m} \quad d_8 = 280,16 \text{ m}$$

Tolerància (instrucció I: terreny accidentat):

$$0,003\sqrt{L} + \frac{L}{10.000}$$

18 Calculeu la distància més probable entre dos punts donades les mides següents:

$$d_1 = 118,22 \text{ m} \quad d_2 = 118,23 \text{ m} \quad d_3 = 118,19 \text{ m}$$

$$d_4 = 118,21 \text{ m} \quad d_5 = 118,21 \text{ m} \quad d_6 = 118,18 \text{ m}$$

Tolerància (instrucció I: terreny accidentat):

$$0,001\sqrt{L} + \frac{L}{10.000}$$

19 Calculeu la distància més probable entre dos punts donades les mides següents:

$$d_1 = 200,42 \text{ m} \quad d_2 = 200,54 \text{ m} \quad d_3 = 200,46 \text{ m} \quad d_4 = 200,38 \text{ m}$$

$$d_5 = 200,64 \text{ m} \quad d_6 = 200,44 \text{ m} \quad d_7 = 200,36 \text{ m} \quad d_8 = 200,48 \text{ m}$$

Tolerància (instrucció I: terreny accidentat):

$$0,004\sqrt{L} + \frac{L}{5.000}$$

Aixecament d'un pla per coordenades cartesianes

- 20** Donat un origen, O (centre del paper), i el quadre adjunt d'abscisses i ordenades, restituiu el polígon unint els punts en l'ordre següent:

1-2-3-4-5-6-7-8-1

Amideu els costats del polígon i calculeu la superfície en hectàrees, metres quadrats i pams quadrats.

E 1:500

Punts	X Abscisses (m)	Y Ordenades (m)
P1	-22,00	+8,00
P2	+2,50	+23,50
P3	+10,50	+11,00
P4	+39,50	+29,50
P5	+53,50	+8,00
P6	-11,25	-34,00
P7	-28,25	-7,50
P8	-16,50	0

- 21** Resoleu aquest exercici igual que el núm. 20:

E 1:2.000

Punts	X Abscisses (m)	Y Ordenades (m)
P1	-78,50	+37,00
P2	+71,50	+81,00
P3	+77,00	+62,00
P4	+152,00	+84,00
P5	+168,00	+29,00
P6	-30,50	-28,50
P7	-25,00	-49,00
P8	-51,00	-56,50

Aixecament d'un plànol per coordenades polars

22 Dibuixeu la superfície que s'ha de representar unint els punts en l'ordre següent:

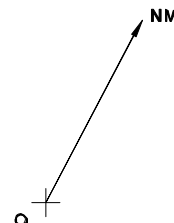
1-2-3-4-5-1

Preneu un origen de distància i un origen de rumbos NM a l'extrem esquerre del paper.

Amideu els costats del polígon i calculeu la superfície en hectàrees, metres quadrats i pams quadrats.

E 1:2.000

Punts	Rumbos centesimals	Distàncies m
P1	43,30	168,00
P2	55,80	242,00
P3	71,90	281,00
P4	108,20	243,00
P5	185,30	100,00



23 Dibuixeu la superfície que s'ha de representar unint els punts en l'ordre següent:

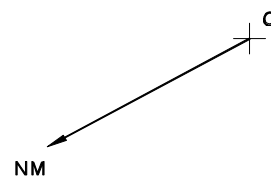
5-1-2-3-4-5

Preneu un origen de distància i un origen de rumbos NM en el centre del paper.

Amideu els costats del polígon i calculeu la superfície en hectàrees, metres quadrats i pams quadrats.

E 1:10.000

Punts	Rumbos centesimal	Distàncies m
P5	244,00	800,00
P1	22,00	720,00
P2	110,50	720,00
P3	124,20	710,00
P4	209,50	850,00



Aixecament d'un pla per coordenades bipolars lineals

24 Dibuixeu la base en posició horitzontal, en el centre del paper.

Longitud de la base: $\overline{AB} = 735,00$ m

Dibuixeu la superfície que s'ha de representar i uniu els punts de la manera següent:

1-2-3-4-5-1

Els punts 1 i 2 són sobre de la base.

Amideu els costats del polígon i calculeu la superfície en hectàrees, metres quadrats i pams quadrats.

E 1:5.000

Punts	Distàncies des de A (m)	Distàncies des de B (m)
P1	375,00	535,00
P2	670,00	335,00
P3	-620,00	-340,00
P4	-485,00	-475,00
P5	-205,00	-680,00

25 Dibuixeu la base en posició horitzontal, en el centre del paper.

Longitud de la base: $\overline{AB} = 50,00$ m.

Dibuixeu la superfície que s'ha de representar i uniu els punts de la manera següent:

1-2-3-4-5-6

Els punts 1, 2 i 3 estan situats per sobre de la base.

Amideu els costats del polígon i calculeu la superfície en hectàrees, metres quadrats i pams quadrats.

E 1:500

Punts	Distàncies des de A (m)	Distàncies des de B (m)
P1	10,50	53,50
P2	51,50	40,00
P3	55,75	11,50
P4	-29,00	-24,25
P5	-41,50	-25,00
P6	-37,75	-37,75

Aixecament de plans per coordenades bipolars angulars

26 Dibuixeu la base de recolzament en posició horitzontal en el centre del paper.

Longitud de la base: $\overline{AB} = 600,00$ m

Orientació de la base: de A a B = $280,00^g$, de B a A = $82,00^g$

Uniu els punts en l'ordre següent:

1-2-3-4-5-6-7-8-1

Amideu els costats del polígon i calculeu la superfície en hectàrees, metres quadrats i pams quadrats.

E 1:5.000

Punts	Rumbs en A	Rumbs en B
P1	203,10	115,10
P2	233,20	130,50
P3	305,10	59,00
P4	299,80	48,90
P5	313,20	30,10
P6	334,00	50,80
P7	234,20	110,00
P8	213,00	104,80

27 Dibuixeu la base de recolzament en posició horitzontal en el centre del paper.

Longitud de la base: $\overline{AB} = 171,50$ m.

Orientació de la base: de A a B = $133,50^g$, de B a A = $333,50^g$

Uniu els punts en l'ordre següent:

1-2-3-4-5-6-7-8-1

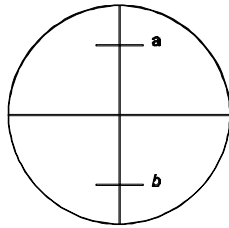
Amideu els costats del polígon i calculeu la superfície en hectàrees, metres quadrats i pams quadrats.

E 1:1.000

Punts	Rumbs en A	Rumbs en B
P1	99,80	377,70
P2	106,90	397,00
P3	142,90	302,90
P4	145,80	316,00
P5	155,70	302,90
P6	186,20	317,00
P7	94,90	344,10
P8	118,90	353,80

Problemes de reticles

28

*Dades*

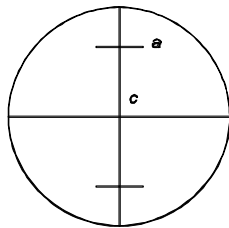
$a = 2.046$

$b = 1.442$ Calculeu la distància D

$V = 96,17^g$

$K = 100$

29

*Dades*

$a = 2.406$

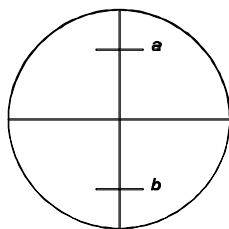
$c = 1.704$ Calculeu la distància D

$V = 106,42^g$

$K = 100$

Calculeu la lectura del fil b

30

*Dades*

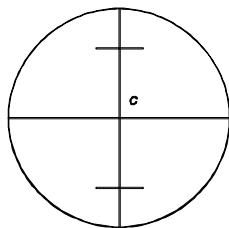
$a = 1.864$

$b = 0,250$ Calculeu la constant K

$D = 79,39$ m

$V = 108,14^g$

31

*Dades*

$c = 2.492$

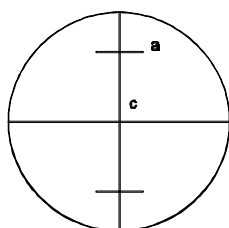
$D = 119,32$ m

$V = 88,64^g$

$K = 100$

Calculeu la lectura dels fils a i b Comproveu la distància D

32

*Dades*

$a = 2.818$

$c = 1.709$

$V = 112,82^g$

$K = 100$

Calculeu la distància D sense
calcular la lectura del fil b

Exercicis d'itineraris, radiació, enllaçaments i interseccions

- 33 Amb les dades adjuntes, calculeu i compenseu les coordenades cartesianes definitives de l'itinerari tancat, compost per les estacions A, B, C i D.

S'han de donar els resultats finals amb només dues xifres decimals.

S'han de comprovar totes les toleràncies. Per a l'error angular es prendrà com a coeficient el 7.

La resolució de l'exercici ha de ser clara i ordenada.

Dibuixeu el gràfic a E 1:1.000.

Coordenades definitives de A: $X_A = 200$ m; $Y_A = 200$ m

Estacions	Alçada de la ullera	Punts observats	Angles		Lectura dels fils	
			Horitzontal	Vertical	Extremes	Mitjana
A	1,35	B	387,16	101,78	1,174 0,500	0,837
B	1,42	A	187,16	98,97	1,474 0,800	1,137
		C	38,83	97,76	1,568 1,000	1,284
C	1,51	B	238,83	103,20	1,069 0,500	0,784
		D	276,39	98,73	1,273 0,500	0,886
D	1,48	C	76,39	101,86	1,773 1,000	1,387
		A	164,78	102,10	1,600 0,600	1,100
A	1,31	D	364,78	97,98	2,100 1,100	1,600
		B	387,24			

- 34 Calculeu i compenseu les coordenades cartesianes definitives de l'itinerari enquadrat en dues estacions de l'itinerari anterior, compost per les estacions següents: C, E1, E2, E3 i A.

Dibuixeu el gràfic a E 1:1.000 i uniu-lo al gràfic del problema anterior.

La resolució de l'exercici ha de ser clara i ordenada.

Estacions	Alçada de la ullera	Punts observats	Angles		Lectura dels fils	
			Horitzontal	Vertical	Extremes	Mitjana
C	1,51	E ₁	330,50	98,99	1,309 0,500	0,905
E ₁	1,46	C	130,50	101,53	1,810 1,000	1,405
		E ₂	237,74	97,77	1,796 1,000	1,398
E ₂	1,48	E ₁	37,74	102,64	1,396 0,600	0,998
		E ₃	168,70	104,12	1,079 0,500	0,798
E ₃	1,53	E ₂	368,70	96,87	1,578 1,000	1,289
		A	128,71	102,43	1,377 0,600	0,988
A	1,35	E ₃	328,71	97,98	1,776 1,000	1,388
		B	387,11			

Itinerari

35 Calculeu i penseu les coordenades relatives d'aquest itinerari enquadrat.

Calculeu les coordenades definitives de les estacions.

Dibuixeu l'itinerari per coordenades cartesianes definitives, a escala 1:1.000, en un full doble central en posició apaisada.

Per a la tolerància angular es pren el coeficient 7.

La tolerància per a les X i Y és 0,15%.

El rumb RS corregit a l'itinerari de suport és 216,42.

Coordenades definitives de:

- estació de partida, M: X = 8.412,22 Y = 5.318,15

- estació d'arribada, R: X = 8.634,70 Y = 5.185,91

Estacions	Alçada de la ullera	Punts observats	Angles		Lectura dels fils	
			Horitzontal	Vertical	Extremes	Mitjana
M	1,46	A	111,34	103,20	1,049 0,200	0,624
A	1,52	M	311,34	97,88	1,348 0,500	0,924
		B	147,82	103,47	1,701 1,000	1,351
B	1,58	A	347,82	97,25	1,300 0,600	0,950
		C	123,01	97,21	0,977 0,500	0,739
C	1,49	B	323,01	104,92	0,979 0,500	0,740
		R	155,94	99,95	1,781 1,100	1,441
R	1,44	C	355,94	100,65	1,181 0,500	0,840
		S	216,32			

Radiació

36 Calculeu les radiacions efectuades des de les estacions A i B.

Dibuixeu la radiació per coordenades polars, a escala E 1:1.000, unint els punts en l'ordre següent:

1-7-4-8-11-5-3-9-12-6-2-10-1

Estacions	Alçada de la ullera	Punts observats	Angles		Lectura dels fils	
			Horitzontal	Vertical	Extremes	Mitjana
A	1,48	B	50,00	94,70	1,268 0,200	0,734
		1	377,89	96,94	1,095 0,500	0,797
		2	23,54	98,16	1,277 1,000	1,138
		3	77,52	97,34	1,347 0,600	0,974
		4	87,53	96,97	1,828 0,500	1,164
		5	128,93	97,03	1,881 1,100	1,490
		6	181,89	97,02	0,957 0,600	0,779
B	1,51	A	250,00	101,04	2,261 1,200	1,730
		7	121,04	102,96	1,077 0,500	0,789
		8	107,33	104,92	1,548 1,000	1,274
		9	239,84	109,13	1,113 0,500	0,807
		10	269,90	104,43	2,175 1,100	1,637
		11	185,89	103,97	1,619 0,500	1,059
		12	219,94	104,33	1,348 0,200	0,774

Radiació

37 Amb les dades de camp de la llibreta taquimètrica adjunta realitzeu les els exercicis següents:

Calculeu la radiació efectuada des de les estacions A i B.

Dibuixeu la radiació per coordenades polars a l'escala 1:1.000.

Uniu els punts de la radiació en l'ordre següent:

- polígon 1: 5-1-2-9-8-5

- polígon 2: 3-7-6-10-4-3

Estacions	Alçada de la ullera	Punts observats	Angles		Lectura dels fils	
			Horitzontal	Vertical	Extremes	Mitjana
A	1,43	B	293,62	99,75	2,200 0,200	1,200
		6	289,02	95,99	1,790 1,000	1,395
		7	320,90	98,51	1,162 0,200	0,681
		8	260,75	97,57	1,427 0,500	0,963
		9	323,38	98,92	0,657 0,100	0,379
		10	278,78	97,20	1,425 0,200	0,812
B	1,51	A	93,62	100,23	2,800 0,800	1,800
		1	29,52	101,83	1,448 1,000	1,224
		2	48,88	98,31	2,303 1,100	1,702
		3	53,47	99,94	0,979 0,200	0,589
		4	90,18	104,44	0,558 0,100	0,329
		5	142,13	99,69	1,045 0,500	0,773

Enllaçament mixt

- 38** A, B i C són estacions d'un itinerari. Entre A i B s'ha realitzat un enllaçament mixt.

Calculeu l'enllaç pel procediment de calcular la distància AB.

Dibuixeu el gràfic complet a escala 1:2.000.

$$\begin{aligned} \text{Dades preses des de A:} \quad & \theta_A^B = 266,90^\circ \\ & \theta_A^M = 290,00^\circ \quad D_A^M = 180,00 \text{ m} \\ & \theta_A^N = 240,00^\circ \quad D_A^N = 134,00 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Dades preses des de B:} \quad & \theta_B^A = 66,90^\circ \\ & \theta_B^M = 30,00^\circ \quad D_B^M = 117,00 \text{ m} \\ & \theta_B^N = 90,00^\circ \quad D_B^N = 154,00 \text{ m} \\ & \theta_B^C = 130,00^\circ \quad D_B^C = 140,00 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{Coordenades definitives de A:} \quad X_A = 2.106,26 \text{ m} \quad Y_A = 1.195,80 \text{ m}$$

- 39** S'ha fet un enllaçament mixt entre A i B.

Calculeu l'enllaç pel procediment de calcular les coordenades cartesianes relatives.

Calculeu les coordenades definitives de l'estació B.

Dibuixeu el gràfic complet a escal 1:1.000.

$$\begin{aligned} \text{Dades preses des de A:} \quad & \theta_A^B = 131,00^\circ \\ & \theta_A^M = 159,00^\circ \quad D_A^M = 85,00 \text{ m} \\ & \theta_A^N = 115,00^\circ \quad D_A^N = 135,00 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Dades preses des de B:} \quad & \theta_B^A = 331,00^\circ \\ & \theta_B^M = 310,00^\circ \quad D_B^M = 111,00 \text{ m} \\ & \theta_B^N = 368,00^\circ \quad D_B^N = 61,00 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{Coordenades definitives de A:} \quad X_A = 1.327,50 \text{ m} \quad Y_A = 2.100,00 \text{ m}$$

Itinerari

- 40 a) Amb les dades adjuntes calculeu i compenseu les coordenades cartesianes definitives de l'itinerari enquadrat entre les estacions E3 i E7.

L'angle de tancament entre E7 i E8 corregit en l'itinerari primari és 265,00

El coeficient per al càlcul de la tolerància angular és 7.

Coordenades definitives

E3 X = 2.350,20 Y = 3.125,70

E7 X = 2.421,20 Y = 3.051,00

t = 0,20%

- b) Dibuixeu el gràfic de l'itinerari, per coordenades cartesianes, a escala 1:1.000.

Estacions	Alçada de la ullera	Punts observats	Angles		Lectura dels fils	
			Horitzontal	Vertical	Extremes	Mitjana
E3	1,58	A	76,49	99,95	1,000 0,099	0,550
A	1,62	E3	276,49	99,96	1,500 1,601	1,051
		B	130,98	100,05	1,700 0,774	1,237
B	1,60	A	330,98	99,98	2,500 1,576	2,038
		C	226,97	100,04	1,600 0,959	1,279
C	1,56	B	26,97	99,95	2,000 1,361	1,680
		E7	294,96	100,06	1,800 1,109	1,454
E7	1,60	C	94,96	99,97	2,000 1,311	1,655
		E8	264,95			

Càlcul d'una intersecció simple

41 Croquis (no està a escala):

Calculeu i comproveu les coordenades definitives del punt P.

Dades

$$\overline{AB} = 200,00 \text{ m}$$

$$\theta_A^B = 168,4218^\circ$$

$$\theta_A^P = 226,6412^\circ$$

$$\theta_B^P = 284,1324^\circ$$

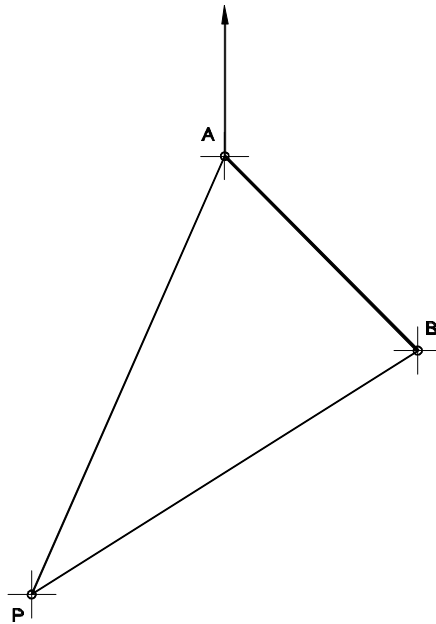
$$\theta_P^A = 26,6412^\circ$$

$$\theta_P^B = 84,1368^\circ$$

$$\theta_B^A = 368,4216^\circ$$

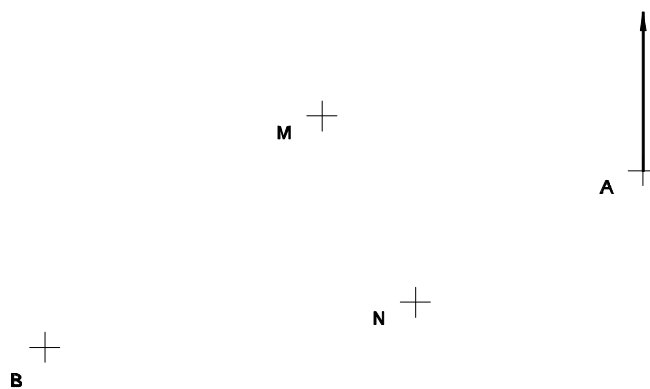
$$X_A = 227,642 \text{ m}$$

$$Y_A = 388,174 \text{ m}$$



Enllaçament mixt o de Villani

42 Croquis (no està a escala):



Calculeu les coordenades definitives de l'estació B sabent que les de l'estació A són:

$$X_A = 766,82 \text{ m} \quad Y_A = 439,44 \text{ m}$$

- Calculeu pel mètode de coordenades relatives una altra vegada els punts M i N.
- Calculeu-ho pel mètode de la distància AB.
- Dibuixeu l'enllaç a E 1:2.000.

Dades preses des de A

$$\theta_A^B = 277,40^\circ$$

$$\theta_A^M = 311,64^\circ \quad D_{AM} = 120,02 \text{ m}$$

$$\theta_A^N = 265,61^\circ \quad D_{AN} = 109,98 \text{ m}$$

Dades preses des de B

$$\theta_B^A = 77,40^\circ$$

$$\theta_B^N = 90,34^\circ \quad D_{BN} = 100,03 \text{ m}$$

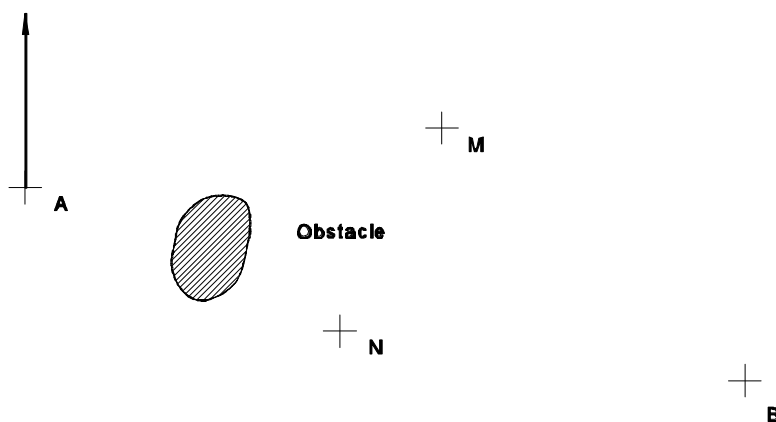
$$\theta_B^M = 43,22^\circ \quad D_{BM} = 119,99 \text{ m}$$

Enllaçament indirecte o de Porro

- 43 Calculeu i comproveu una altra vegada, dels punts M i N, les coordenades definitives de l'estació B, sabent que les coordenades definitives de A són:

$$X_A = 210,17 \text{ m} \quad Y_A = 312,63 \text{ m}$$

Dibuixeu l'enllaç a escala 1:2.000.



Dades preses des de A

$$\theta_A^M = 87,38^\circ \quad D_{AM} = 170,64 \text{ m}$$

$$\theta_A^N = 128,76^\circ \quad D_{AN} = 134,25 \text{ m}$$

Dades preses des de B

$$\theta_B^M = 372,27^\circ \quad D_{BM} = 135,73 \text{ m}$$

$$\theta_B^N = 327,68^\circ \quad D_{BN} = 158,48 \text{ m}$$
