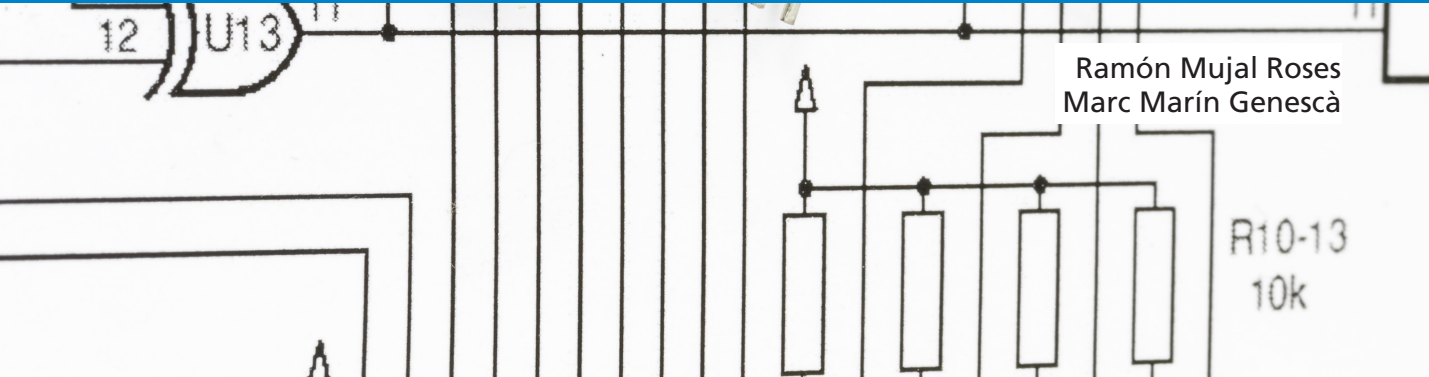


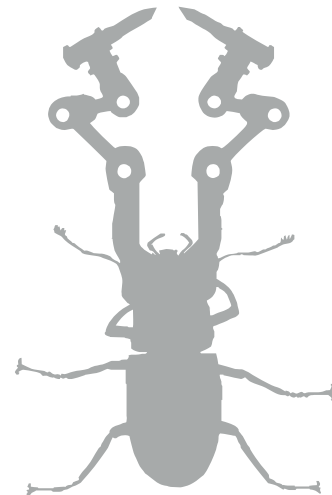


Teoría de circuits. Problemas →



Ramón Mujal Roses  
Marc Marín Genescà





UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA  
BARCELONATECH



iniciativa  
digital politècnica  
Publicacions Acadèmiques UPC

→ **UPCGRAU**

Teoría de circuitos. Problemas →

Ramón Mujal Roses  
Marc Marín Genescà

Primera edición: març de 2016

© Los autores, 2016

© Iniciativa Digital Politècnica, 2016  
Oficina de Publicacions Acadèmiques Digitals de la UPC  
Jordi Girona, 31  
Edifici Torre Girona, Planta 1, 08034 Barcelona  
Tel.: 934 015 885  
[www.upc.edu/idp](http://www.upc.edu/idp)  
E-mail: [info.idp@upc.edu](mailto:info.idp@upc.edu)

Depósito legal: B 6733-2016  
ISBN: 978-84-9880-580-2

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra sólo puede realizarse con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista en la ley.



# Índice

Índice.....	3
Introducción general.....	5
<b>PROBLEMAS DE CORRIENTE CONTINUA .....</b>	<b>7</b>
1 Asociación de resistencias.....	9
2 Asociación y transformación de fuentes de energía .....	17
3 Diferencia de potencial y balance de potencias.....	25
4 Métodos de Kirchhoff, de las mallas y de los nudos .....	37
5 Teoremas eléctricos.....	51
6 Thévenin, Norton y máxima potencia transferida .....	61
<b>PROBLEMAS DE CORRIENTE ALTERNA.....</b>	<b>75</b>
7 Circuitos eléctricos en alterna.....	77
8 Representación gráfica .....	97
9 Filtros Electricos En Alterna .....	103
10 Circuitos magnéticamente acoplados .....	111
11 Resonancia en circuitos eléctricos.....	123
12 Transitorios en circuitos eléctricos .....	131
13 Cálculo de potencias en circuitos monofásicos .....	159
14 Circuitos eléctricos trifásicos.....	191
<b>PROBLEMAS DE SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN.....</b>	<b>223</b>
15 Sistemas de distribución de energía eléctrica .....	225
<b>FORMULARIO.....</b>	<b>255</b>
<b>TABLAS.....</b>	<b>263</b>





## Introducción general

Esta obra pretende ser una recopilación de enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, pensados para las asignaturas eléctricas de grado de las ingenierías industriales actuales y, por tanto, útiles para los alumnos que se inician en estas materias. Concretamente, la obra consta de 359 problemas, 120 de los cuales son de corriente continua y el resto, 239, de corriente alterna, divididos en quince capítulos o secciones.

Los primeros siete capítulos están dedicados a la corriente continua. En ellos, se exponen los métodos, los teoremas y demás principios eléctricos básicos. Por tanto, es obligado resolver estos problemas antes de pasar a los ocho capítulos restantes, de corriente alterna, en que estos principios ya se dan por conocidos.

El último capítulo, dedicado a los sistemas eléctricos de distribución, viene a ser una aplicación práctica de todo lo aprendido y sirve al lector para pasar de los ejercicios puramente teóricos al aprendizaje en la realización de proyectos eléctricos de baja tensión.

Es por ello que cada capítulo empieza con problemas muy básicos y normalmente cortos, aptos para dar los primeros pasos en cada una de las secciones, y progresivamente se va pasando a problemas de más nivel, de dificultad media. Y, finalmente, en cada capítulo figuran algunos problemas que ya han aparecido en los exámenes, de más nivel y mayor complejidad, que permiten al lector comprobar si ha asimilado el tema de forma totalmente satisfactoria.

En definitiva, con esta obra se pretende ofrecer, en un solo libro, un compendio de problemas con sus respectivas soluciones sobre una materia de la cual existen obras teóricas excelentes pero que, para hallar problemas, es necesario consultar varias obras con el fin de obtener una visión global, y no siempre estos problemas van acompañados de sus respectivas soluciones. Este libro pretende cubrir esta laguna y no ofrece ningún problema sin la correspondiente solución.

En un futuro próximo, ya se está trabajando en una nueva edición del mismo que incluya, en cada capítulo, una selección de problemas totalmente resueltos, así como una breve introducción teórica, con lo cual el manejo del libro será más autónomo y más versátil.

Ramon Mujal Roses

Terrassa, febrero de 2016



# PROBLEMAS DE CORRIENTE CONTINUA

→ 1



## Asociación de resistencias

Este primer capítulo está formado por 15 enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, sobre corriente continua y, en concreto, sobre la asociación de resistencias. Son los primeros problemas que deben asimilarse, puesto que, al estar formados por elementos resistivos y en corriente continua (DC), se elimina el factor temporal, con lo cual el cálculo resulta mucho más sencillo y es más fácil asimilar los conceptos y las leyes aplicadas.

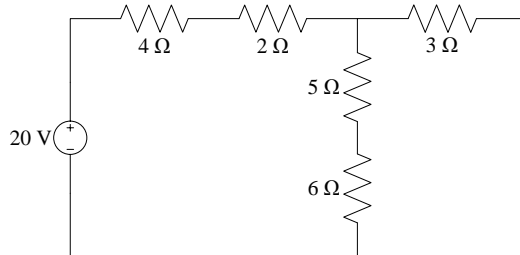
En concreto, tras la realización de estos problemas, que son de breve ejecución, el alumno debería haber asimilado las leyes fundamentales de la electricidad, como la Ley de Ohm, así como la forma de conectar los elementos eléctricos, en este caso resistencias. Y lo que es más importante: dependiendo de cada tipo de conexión, cómo y con qué herramientas es posible resolver estos problemas. Se analizarán la asociación en serie, en paralelo, en triángulo y en estrella, y para ello el estudiante deberá saber cómo transformar un circuito de estrella a triángulo, o viceversa, y determinar cuándo un elemento eléctrico se encuentra en cortocircuito, con lo cual a efectos prácticos este elemento no cuenta para los cálculos.

Los problemas están ordenados de menor a mayor dificultad, y alguno de ellos es de examen, lo cual propicia un estudio más real de la materia.



### Problema 1.1

Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la figura siguiente, vista desde el generador de tensión.

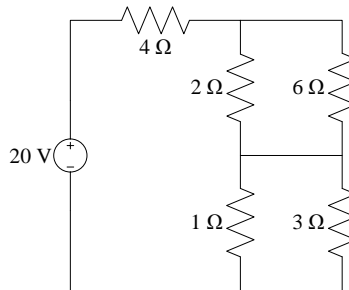


*Solución:*

$$R_{eq} = 8,36 \Omega .$$

### Problema 1.2

Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la figura siguiente, vista desde el generador de tensión.

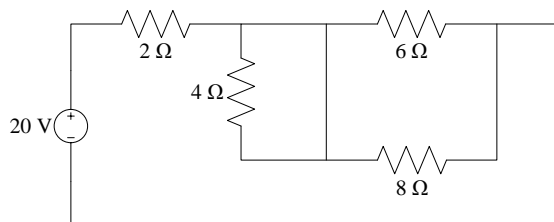


*Solución:*

$$R_{eq} = 6,25 \Omega$$

### Problema 1.3

Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la figura siguiente, vista desde el generador de tensión.

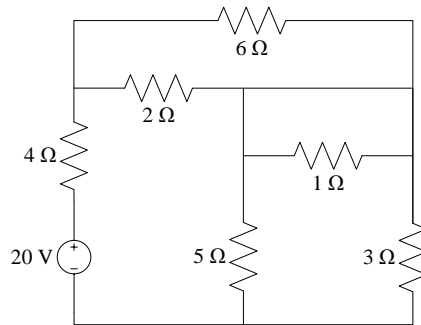


*Solución:*

$$R_{eq} = 5,43 \Omega$$

### Problema 1.4

Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la figura siguiente, vista desde el generador de tensión.

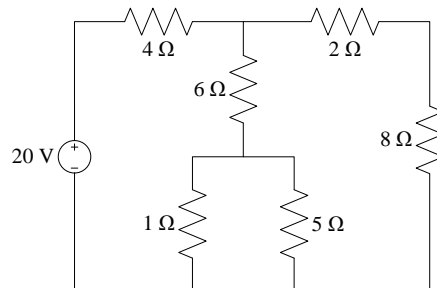


*Solución:*

$$R_{eq} = 7,38 \Omega$$

### Problema 1.5

Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la figura siguiente, vista desde el generador de tensión.



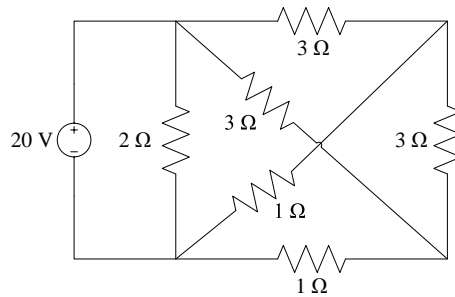
*Solución:*

$$R_{eq} = 8,06 \Omega$$



### Problema 1.6

Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la figura siguiente, vista desde el generador de tensión.

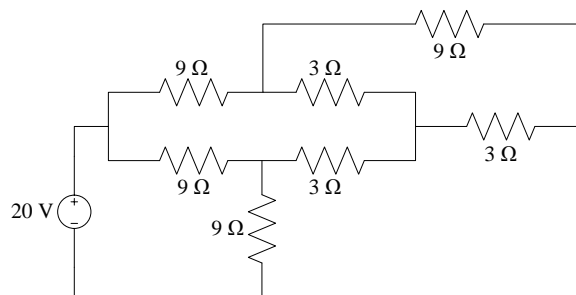


*Solución:*

$$R_{eq} = 1 \Omega$$

### Problema 1.7

Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la figura siguiente, vista desde el generador de tensión.

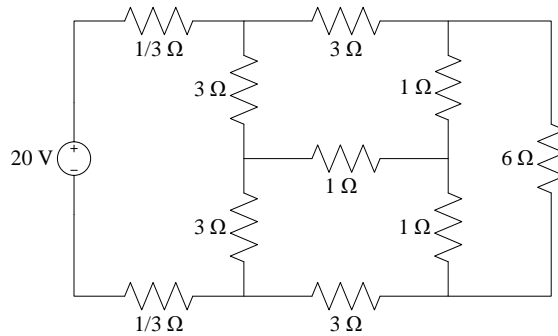


*Solución:*

$$R_{eq} = 6,75 \Omega$$

### Problema 1.8

Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la siguiente figura, vista desde el generador de tensión.

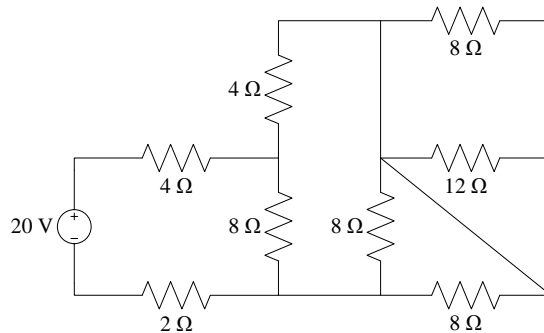


*Solución:*

$$R_{eq} = 4 \Omega$$

### Problema 1.9

Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la figura siguiente, vista desde el generador de tensión.

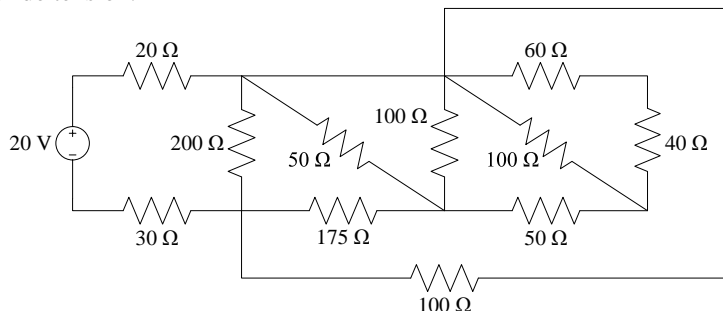


*Solución:*

$$R_{eq} = 10 \Omega$$

### Problema 1.10

Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la figura siguiente, vista desde el generador de tensión.



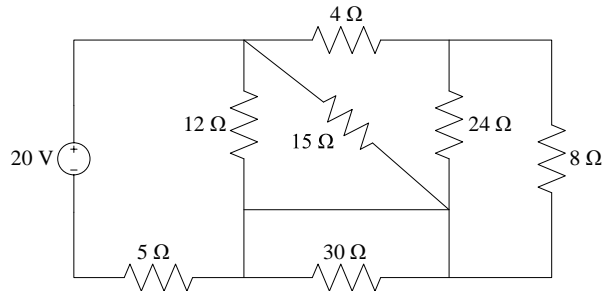


*Solución:*

$$R_{eq} = 100 \Omega$$

### Problema 1.11

Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la figura siguiente, vista desde el generador de tensión.

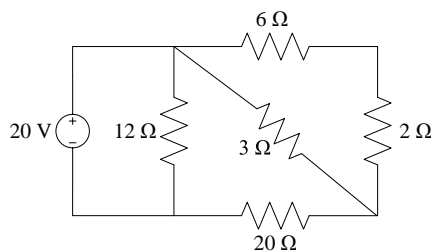


*Solución:*

$$R_{eq} = 9 \Omega$$

### Problema 1.12

Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la figura siguiente, vista desde el generador de tensión.

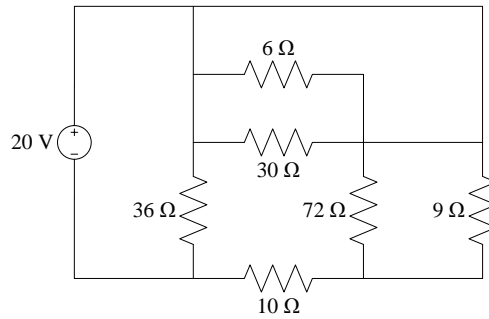


*Solución:*

$$R_{eq} = 7,79 \Omega$$

### Problema 1.13

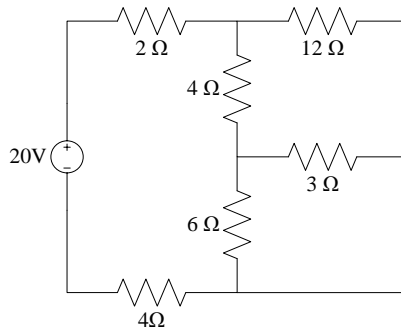
Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la figura siguiente, vista desde el generador de tensión.



*Solución:*  
 $R_{eq} = 12 \Omega$

### Problema 1.14

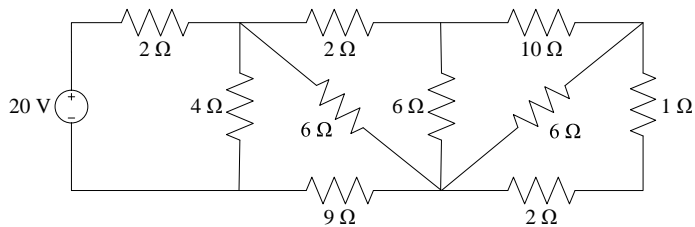
Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la figura siguiente, vista desde el generador de tensión.



*Solución:*  
 $R_{eq} = 10 \Omega$

### Problema 1.15

Hallar la resistencia equivalente del circuito eléctrico de la figura siguiente, vista desde el generador de tensión.



*Solución:*  
 $R_{eq} = 5 \Omega$

→2



## Asociación y transformación de fuentes de energía

Este segundo capítulo, formado por 10 enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, forma parte también de la sección de la corriente continua (DC) pero, en este caso, además de los elementos pasivos, se añaden diversos tipos de asociación de fuentes de alimentación, siempre ideales, como las de tensión o las de intensidad, y se dejan para posteriores capítulos las fuentes dependientes, algo más complejas.

Después de realizar estos problemas, ordenados por categorías y por dificultad, el alumno debería dominar los principales métodos de cálculo (Kirchhoff, mallas, nodos) y saberlos aplicar a circuitos con varias fuentes de energía, y no solo de tensión, sino también de intensidad. De hecho, el capítulo no está pensado solo para resolver los circuitos tal como se presentan, sino que, en la mayoría de casos, se requiere o se recomienda resolverlos por reducción del número de fuentes de energía.

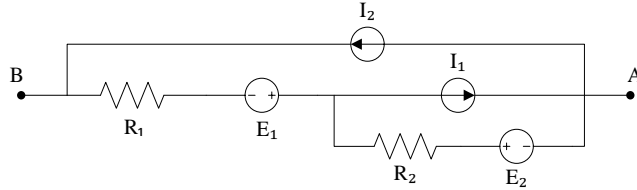
Por tanto, aunque el capítulo se centra en los principales métodos de cálculo, está pensado para ser resuelto por reducción de fuentes y por agrupación de elementos pasivos, en su mayor parte resistencias, para lo cual es necesario dominar la conversión de fuentes de tensión a intensidad, y viceversa.

Los problemas están ordenados de menor dificultad a mayor dificultad, y alguno de ellos es de examen, lo cual propicia un estudio más real de la materia.



### Problema 2.1

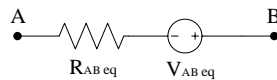
Reducir el circuito de la figura siguiente a un solo generador de tensión real entre los puntos A y B, con su respectiva resistencia equivalente en serie.



Solución:

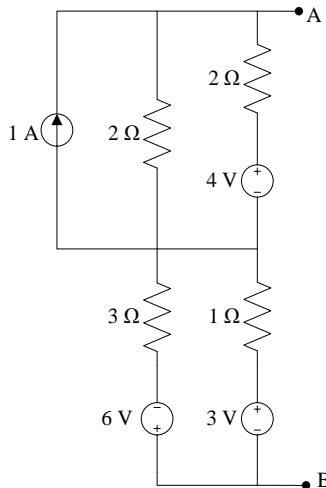
$$R_{AB \text{ eq}} = (R_1 + R_2) \Omega$$

$$V_{AB \text{ eq}} = \left( \frac{E_1 + R_2 \left( I_1 - \frac{E_2}{R_2} \right)}{R_1 + R_2} - I_2 \right) (R_1 + R_2) \text{ V}$$



### Problema 2.2

Reducir el circuito de la figura siguiente entre los puntos A y B a un solo generador real de tensión, con su respectiva resistencia equivalente en serie, y a un solo generador real de intensidad, con su respectiva resistencia equivalente en paralelo.



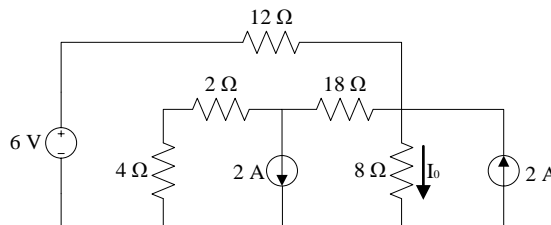
Solución:

Generador de tensión  $\rightarrow V_{AB\ eq} = 3,75\text{ V}$ ,  $R_{AB\ eq} = 1,75\ \Omega$

Generador de intensidad  $\rightarrow I_{AB\ eq} = 2,14\text{ A}$ ,  $R_{AB\ eq} = 1,75\ \Omega$

### Problema 2.3

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la intensidad  $I_0$  que circula por la resistencia utilizando el método de reducción de fuentes.

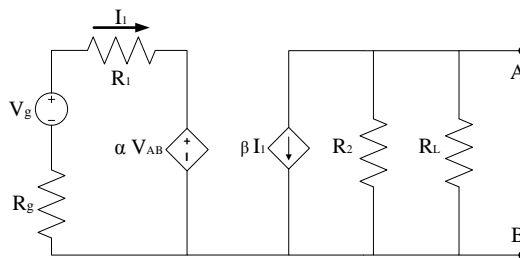


Solución:

$$I_0 = 1\text{ A}$$

### Problema 2.4

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la expresión de la relación  $\frac{V_{AB}}{V_g}$  mediante el método de reducción de fuentes.



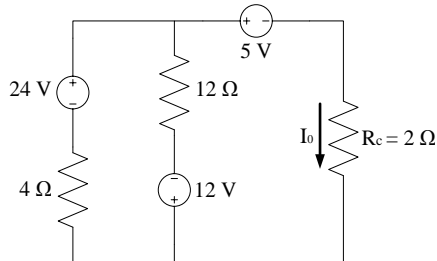
Solución:

$$\frac{V_{AB}}{V_g} = \left( \alpha - \left( \frac{R_1 + R_g}{\beta} \right) \left( \frac{R_2 + R_L}{R_1 + R_L} \right) \right)^{-1}$$



**Problema 2.5**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la intensidad  $I_0$  que circula por la resistencia  $R_C$  utilizando el método de transformación de fuentes. Hallar asimismo, la potencia que absorbe dicha resistencia.

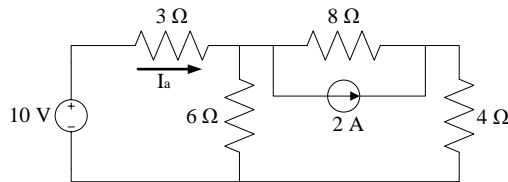


*Solución:*

$$I_0 = 2 \text{ A}, P = 8 \text{ W}$$

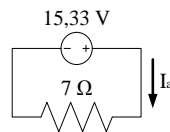
**Problema 2.6**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la intensidad  $I_a$  que circula por la resistencia utilizando el método de transformación de fuentes.



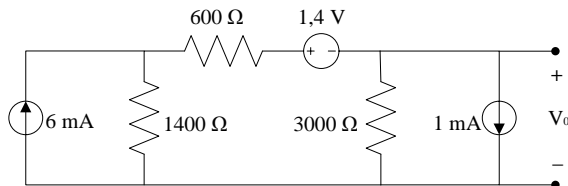
*Solución:*

$$I_a = 2,19 \text{ A}$$



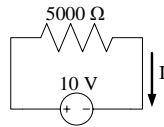
**Problema 2.7**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el voltaje  $V_0$  utilizando el método de transformación de fuentes.



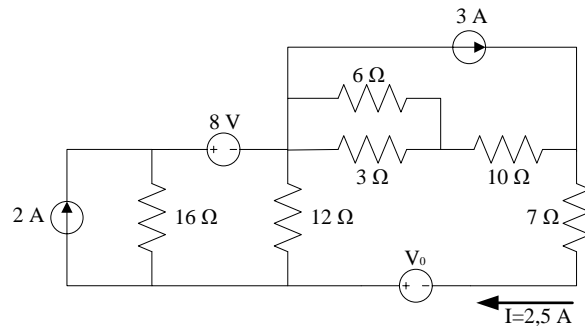
*Solución:*

$$V = 3 \text{ V}$$



### Problema 2.8

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la fuente de tensión  $V_0$  utilizando el método de transformación de fuentes.

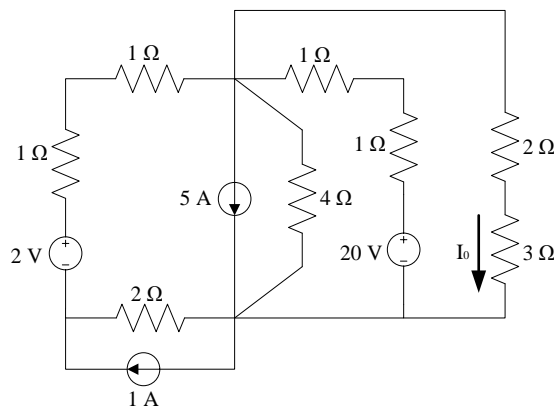


*Solución:*

$$R_{eq} = 4 \Omega$$

### Problema 2.9

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la intensidad  $I_0$  que circula por la resistencia utilizando el método de transformación de fuentes.



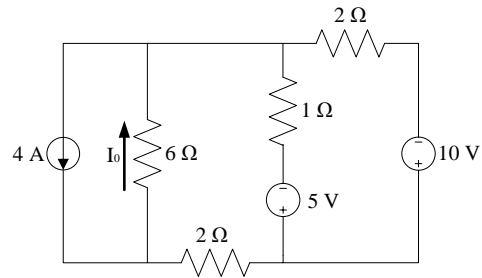


*Solución:*

$$I_0 = 1 \text{ A}$$

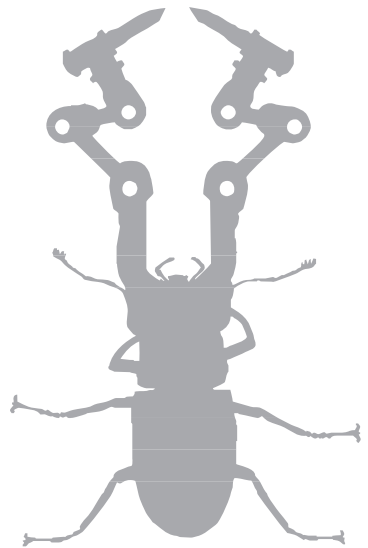
### Problema 2.10

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la intensidad  $I_0$  que circula por la resistencia utilizando el método de transformación de fuentes.



*Solución:*

$$I_0 = 2 \text{ A}$$



→ 3



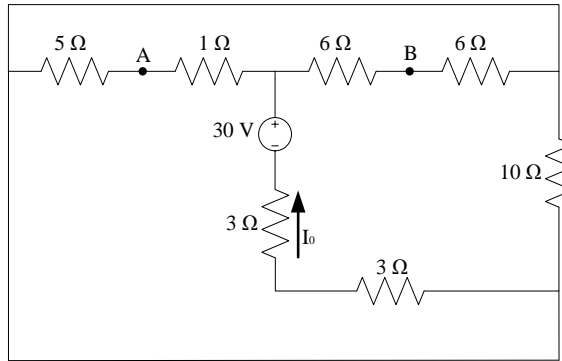
## Diferencia de potencial y balance de potencias

Este tercer capítulo, formado por 25 enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, está pensado también para corriente continua (DC), aunque en este caso existen tres secciones diferenciadas. Así, los 10 primeros problemas son simplemente de cálculo de diferencias de potencial en circuitos sencillos, parecidos a los que se han tratado en los capítulos precedentes, en los cuales son aplicables las mismas técnicas y fórmulas. Los 5 problemas siguientes, aunque los circuitos no presentan variaciones significativas, sí incorporan unos nuevos elementos que los diferencian: las fuentes dependientes, con lo cual se completa el estudio de las fuentes, una vez analizadas en los capítulos anteriores las fuentes independientes. Finalmente, los últimos 10 problemas son de balance de potencias; este balance se realiza en unos circuitos sumamente simples, en los cuales no intervienen variables que puedan desviar la atención del cálculo y los objetivos principales. Para su cálculo, será necesario saber buscar tensiones e intensidades y saber operar con los sentidos de estas magnitudes, para así poder calcular la potencia activa, tanto la generada como la consumida, y comprobar que su suma es igual a cero, y así demostrar que la energía no se genera ni se consume, sino que se transforma.

Los problemas están ordenados de menor a mayor dificultad, y alguno de ellos es de examen, lo cual propicia un estudio más real de la materia. Se aconseja prestar especial atención, en los problemas de balance de potencia, a la colocación de las tierras virtuales, puesto que un mismo problema con los mismos componentes puede arrojar distintos resultados parciales, aunque no globales, dependiendo de dónde se coloquen estas tierras virtuales.

**Problema 3.1**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la diferencia de potencial entre los puntos A y B ( $V_{AB}$ ) y la intensidad que circula por la resistencia  $I_0$ .

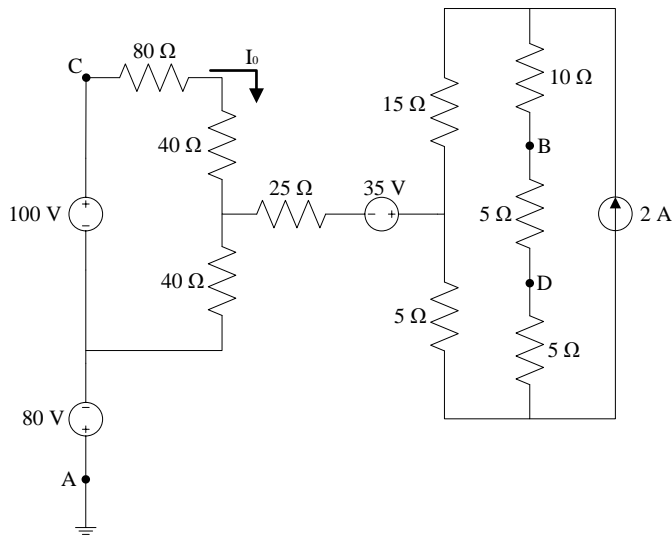


*Solución:*

$$V_{AB} = 4 \text{ V}, I_0 = 3 \text{ A}$$

**Problema 3.2**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, los voltajes entre los puntos  $V_{AB}$  y  $V_{DC}$  y la intensidad  $I_0$  que circula por la resistencia.

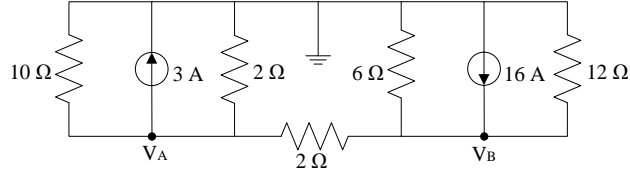


*Solución:*

$$V_{AB} = 15 \text{ V}, V_{DC} = -40 \text{ V}, I_0 = 0,63 \text{ A}$$

### Problema 3.3

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, los voltajes  $V_A$  y  $V_B$  utilizando como referencia de potencial la toma de tierra.

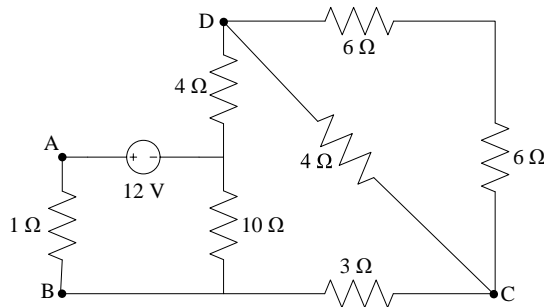


*Solución:*

$$V_A = 10 \text{ V}, V_B = 28 \text{ V}$$

### Problema 3.4

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, los voltajes entre los puntos  $V_{AB}$  y  $V_{CD}$ .

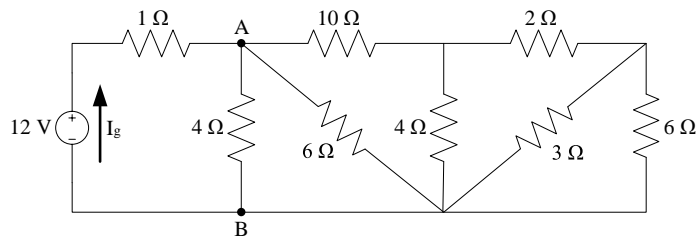


*Solución:*

$$V_{AB} = 2 \text{ V}, V_{CD} = 3 \text{ V}$$

### Problema 3.5

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el voltaje entre los puntos  $V_{AB}$  y la intensidad que circula por la fuente de tensión  $I_g$ .



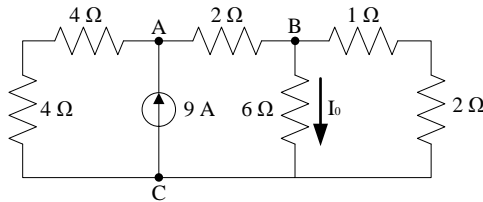


*Solución:*

$$V_{AB} = 8 \text{ V}, I_g = 4 \text{ A}$$

### Problema 3.6

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, los voltajes entre los puntos  $V_{AB}$  y  $V_{AC}$  y la intensidad  $I_0$  que circula por la resistencia.

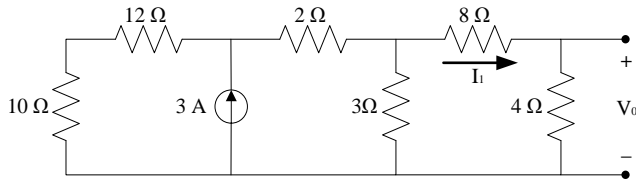


*Solución:*

$$V_{AB} = 12 \text{ V}, V_{AC} = 24 \text{ V}, I_0 = 2 \text{ A}$$

### Problema 3.7

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el voltaje  $V_0$  y la intensidad  $I_1$  que circula por la resistencia.

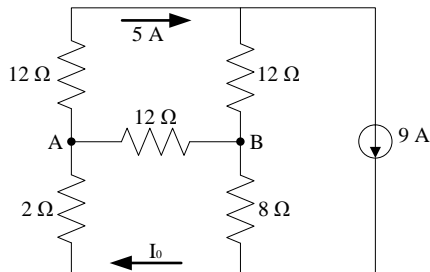


*Solución:*

$$V_0 = 2 \text{ V}, I_1 = 0,5 \text{ A}$$

### Problema 3.8

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la diferencia de potencial entre los puntos A y B ( $V_{AB}$ ) y la intensidad  $I_0$  que circula por la resistencia.

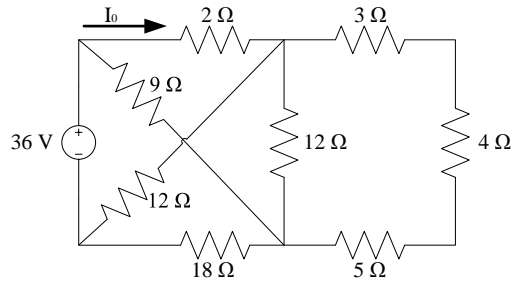


*Solución:*

$$V_{AB} = 12 \text{ V}, I_0 = 6 \text{ A}$$

### Problema 3.9

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la intensidad  $I_0$  que circula por la resistencia.

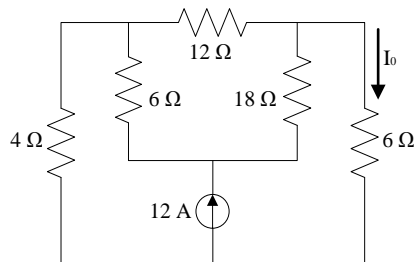


*Solución:*

$$I_0 = 3 \text{ A}$$

### Problema 3.10

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la intensidad  $I_0$  que circula por la resistencia.

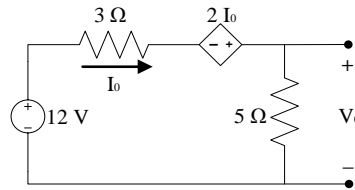


*Solución:*

$$I_0 = 4 \text{ A}$$

### Problema 3.11

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la tensión  $V_0$  y la intensidad  $I_0$  que circula por la resistencia.

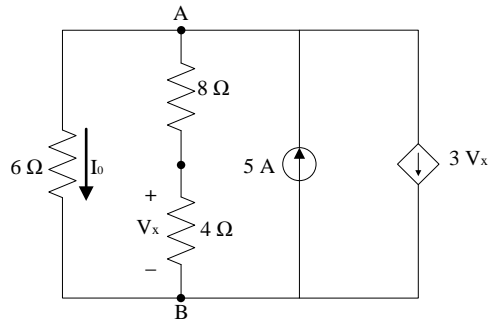


Solución:

$$V_0 = 10 \text{ V}, I_0 = 2 \text{ A}$$

### Problema 3.12

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la tensión entre los puntos  $V_{AB}$  y la intensidad  $I_0$  que circula por la resistencia.

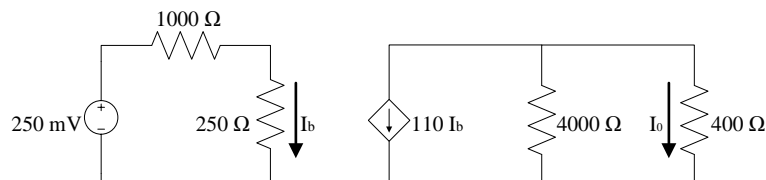


Solución:

$$V_{AB} = 4 \text{ V}, I_0 = 0,67 \text{ A}.$$

### Problema 3.13

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la intensidad  $I_0$  que circula por la resistencia.

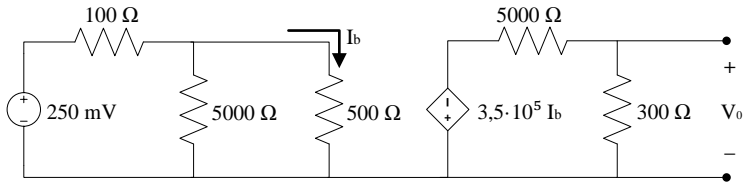


Solución:

$$I_0 = -20 \text{ mA}$$

**Problema 3.14**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la tensión indicada  $V_0$ .

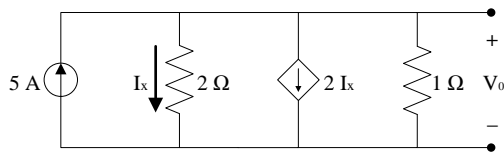


*Solución:*

$$V_0 = -8,12 \text{ V}$$

**Problema 3.15**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la tensión  $V_0$ .

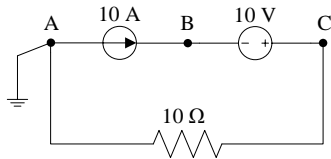


*Solución:*

$$V_0 = 2 \text{ V}$$

**Problema 3.16**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, los voltajes  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  y la potencia total del circuito  $P$ .

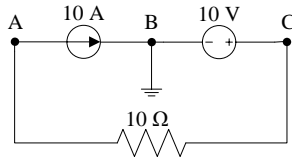


*Solución:*

$$V_A = 0 \text{ V}, V_B = 90 \text{ V}, V_C = 100 \text{ V}, P = 1000 \text{ W}$$

**Problema 3.17**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, los voltajes  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  y la potencia total del circuito  $P$ .

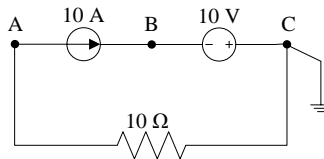


Solución:

$$V_A = -90 \text{ V}, V_B = 0 \text{ V}, V_C = 10 \text{ V}, P = 1000 \text{ W}$$

### Problema 3.18

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, los voltajes  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  y la potencia total del circuito  $P$ .

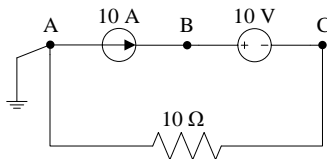


Solución:

$$V_A = -100 \text{ V}, V_B = -10 \text{ V}, V_C = 0 \text{ V}, P = 1000 \text{ W}$$

### Problema 3.19

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, los voltajes  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  y la potencia total del circuito  $P$ .

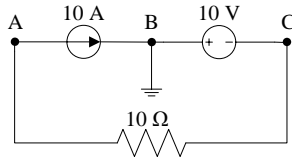


Solución:

$$V_A = 0 \text{ V}, V_B = 110 \text{ V}, V_C = 100 \text{ V}, P = 1100 \text{ W}$$

### Problema 3.20

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, los voltajes  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  y la potencia total del circuito  $P$ .

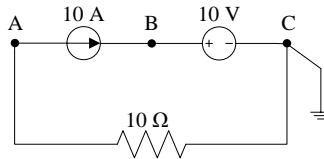


Solución:

$$V_A = -110 \text{ V}, V_B = 0 \text{ V}, V_C = -10 \text{ V}, P = 1100 \text{ W}$$

### Problema 3.21

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, los voltajes  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  y la potencia total del circuito  $P$ .

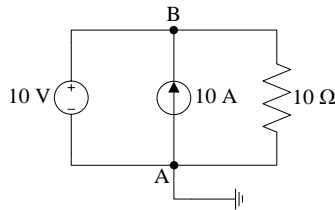


Solución:

$$V_A = -100 \text{ V}, V_B = 10 \text{ V}, V_C = 0 \text{ V}, P = 1100 \text{ W}$$

### Problema 3.22

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, los voltajes  $V_A$  y  $V_B$  y la potencia total del circuito  $P$ .

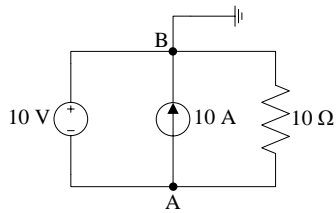


Solución:

$$V_A = 0 \text{ V}, V_B = 10 \text{ V}, P = 100 \text{ W}$$

### Problema 3.23

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, los voltajes  $V_A$  y  $V_B$  y la potencia total del circuito  $P$ .

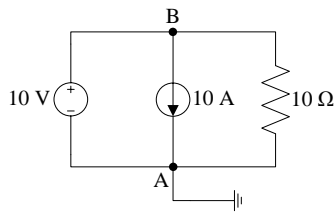


*Solución:*

$$V_A = -10 \text{ V}, V_B = 0 \text{ V}, P = 100 \text{ W}$$

### Problema 3.24

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, los voltajes  $V_A$  y  $V_B$  y la potencia total del circuito  $P$ .

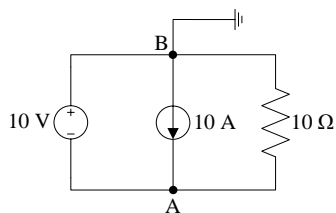


*Solución:*

$$V_A = 0 \text{ V}, V_B = 10 \text{ V}, P = 110 \text{ W}$$

### Problema 3.25

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, los voltajes  $V_A$  y  $V_B$  y la potencia total del circuito  $P$ .



*Solución:*

$$V_A = -10 \text{ V}, V_B = 0 \text{ V}, P = 110 \text{ W}$$



→ 4



## Métodos de Kirchhoff, de las mallas y de los nudos

Este cuarto capítulo, formado por 20 enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, está pensado también para corriente continua (DC). En ellos, se desglosan ya problemas más complejos en que intervienen todo tipo de elementos y fuentes, incluidas las dependientes, tanto de tensión como de intensidad. Es un capítulo ya más completo, en el cual se aplican los tres métodos eléctricos más importantes, que permiten resolver por sí solos todo tipo de problemas eléctricos; en el próximo capítulo, dedicado a los teoremas eléctricos, se complementan.

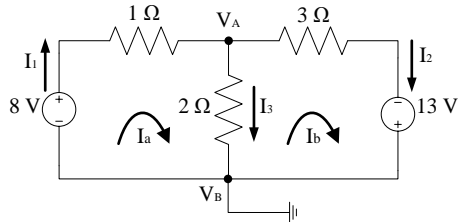
La mayor parte de los problemas están resueltos por los tres métodos a la vez, lo cual permite al lector comprobar por sí mismo la bondad de los resultados obtenidos. Progresivamente cada lector ira inclinándose por un método concreto, normalmente el de las mallas o el de los nodos, ya que el método de Kirchhoff es como un compendio de ambos y, por tanto, más laborioso de resolver. Finalmente, cabe recordar que cada método tiene un campo de aplicación en que es más adecuado utilizarlo. Así, el método de las mallas es más fácil de aplicar cuando existen fuentes de tensión, y el método de los nodos, cuando en un circuito predominan las fuentes de intensidad, aunque cualquiera de los métodos permite resolver los problemas, puesto que siempre podemos transformar o reducir las fuentes, o bien realizar otros cambios que adecuen el circuito al método a aplicar. Se aconseja dominar, como mínimo, dos de los métodos, para poderlos aplicar con comodidad dependiendo de las características del circuito.

Los problemas están ordenados de menor dificultad a mayor dificultad, y alguno de ellos es de examen, lo cual propicia un estudio más real de la materia.



**Problema 4.1**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  por el método de Kirchhoff;  $I_a$  e  $I_b$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A$  y  $V_B$  por el método de los nudos.

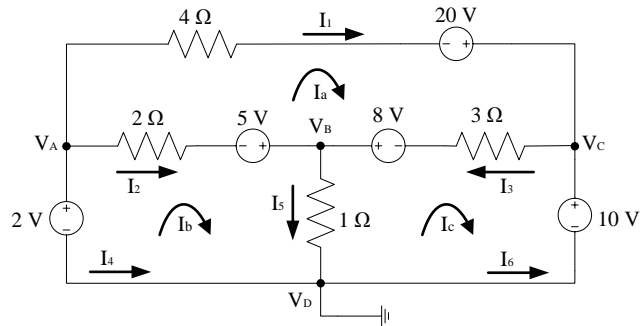


*Solución:*

$$I_1 = 6 \text{ A}, I_2 = 5 \text{ A}, I_3 = 1 \text{ A}, I_a = 6 \text{ A}, I_b = 5 \text{ A}, V_A = 2 \text{ V}, V_B = 0 \text{ V}$$

**Problema 4.2**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$ ,  $I_5$  e  $I_6$  por el método de Kirchhoff;  $I_a$ ,  $I_b$  e  $I_c$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  y  $V_D$  por el método de los nudos.



*Solución:*

$$I_1 = 3 \text{ A}, I_2 = 0,91 \text{ A}, I_3 = 4,27 \text{ A}, I_4 = -3,91 \text{ A}, I_5 = 5,18 \text{ A},$$

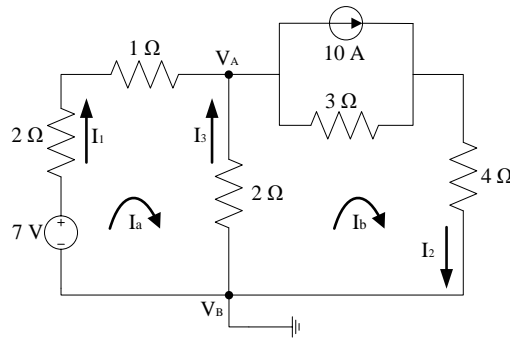
$$I_6 = 1,27 \text{ A}, I_a = 3 \text{ A}, I_b = 3,91 \text{ A}, I_c = -1,27 \text{ A}, V_A = 2 \text{ V},$$

$$V_B = 5,18 \text{ V}, V_C = 10 \text{ V}, V_D = 0 \text{ V}$$

**Problema 4.3**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  por el método de Kirchhoff;  $I_a$  e  $I_b$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A$  y  $V_B$  por el método de los nudos.

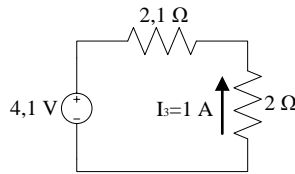
los nudos. Hallar asimismo, la potencia  $P$  del generador y el circuito equivalente resultante de la simplificación por reducción a una fuente de tensión real.



*Solución:*

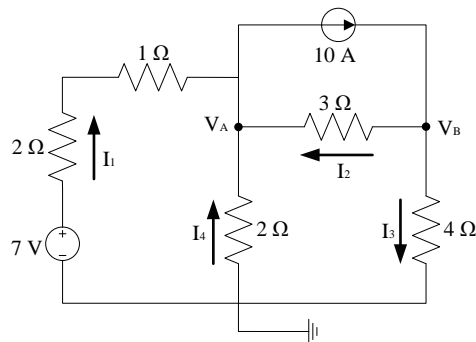
$$I_1 = 3 \text{ A}, I_2 = 4 \text{ A}, I_3 = 1 \text{ A}, I_a = 3 \text{ A}, I_b = 4 \text{ A}, V_A = -2 \text{ V},$$

$$V_B = 0 \text{ V}, P = 141 \text{ W}$$



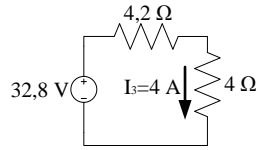
#### Problema 4.4

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  e  $I_4$  por el método de Kirchhoff; los voltajes  $V_A$  y  $V_B$  por el método de los nudos, e  $I_3$  por el método de la reducción a una fuente de tensión real.



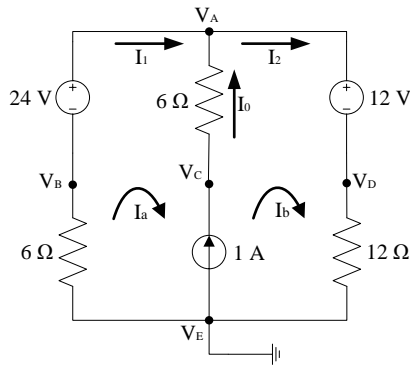
*Solución:*

$$I_1 = 3 \text{ A}, I_2 = 6 \text{ A}, I_3 = 4 \text{ A}, I_4 = 0,996 \text{ A}, V_A = -2 \text{ V}, V_B = 16 \text{ V}$$



**Problema 4.5**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_0$ ,  $I_1$  e  $I_2$  por el método de Kirchoff;  $I_a$  e  $I_b$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$ ,  $V_D$  y  $V_E$  por el método de los nudos. Hallar asimismo, la potencia  $P_{GI}$  de la fuente de intensidad.



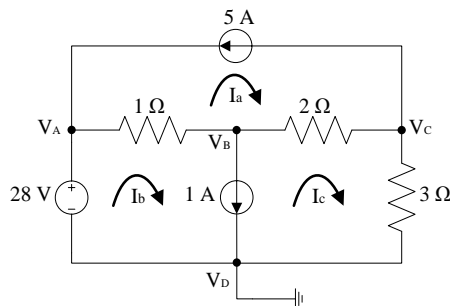
*Solución:*

$$I_0 = 1 \text{ A}, I_1 = 0 \text{ A}, I_2 = 1 \text{ A}, I_a = 0 \text{ A}, I_b = 1 \text{ A}, V_A = 24 \text{ V}, V_B = 0 \text{ V},$$

$$V_C = 30 \text{ V}, V_D = 12 \text{ V}, V_E = 0 \text{ V}, P_{GI} = 30 \text{ W}$$

**Problema 4.6**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_a$ ,  $I_b$  e  $I_c$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  y  $V_D$  por el método de los nudos.



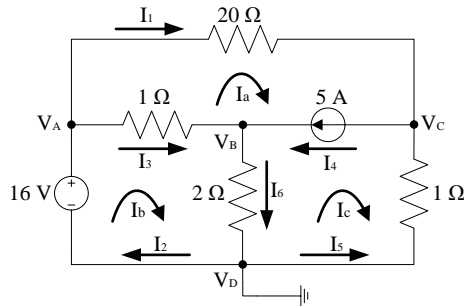
Solución:

$$I_a = -5 \text{ A}, I_b = 3 \text{ A}, I_c = 2 \text{ A}, V_A = 28 \text{ V}, V_B = 20 \text{ V}, V_C = 6 \text{ V}$$

$$V_D = 0 \text{ V}$$

### Problema 4.7

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_a, I_b$  e  $I_c$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A, V_B, V_C$  y  $V_D$  por el método de los nudos.



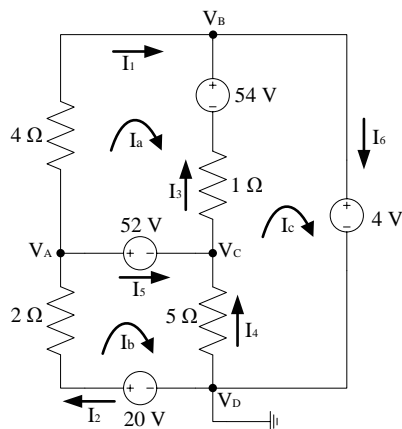
Solución:

$$I_1 = 1 \text{ A}, I_2 = 3 \text{ A}, I_3 = 2 \text{ A}, I_4 = 5 \text{ A}, I_5 = 4 \text{ A}, I_6 = 7 \text{ A}, I_a = 1 \text{ A},$$

$$I_b = 3 \text{ A}, I_c = -4 \text{ A}, V_A = 16 \text{ V}, V_B = 14 \text{ V}, V_C = -4 \text{ V}, V_D = 0 \text{ V}$$

### Problema 4.8

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_a, I_b$  e  $I_c$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A, V_B, V_C$  y  $V_D$  por el método de los nudos. Hallar asimismo, la potencia total  $P_T$  del circuito.





*Solución:*

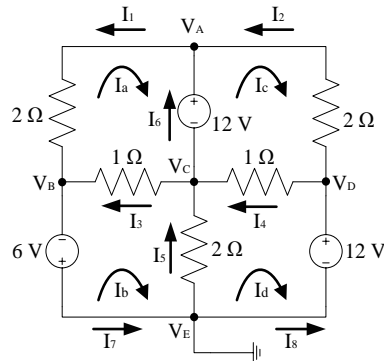
$$I_1 = 2 \text{ A}, I_2 = 4 \text{ A}, I_3 = 10 \text{ A}, I_4 = 8 \text{ A}, I_5 = 2 \text{ A}, I_6 = 12 \text{ A}, I_a = 2 \text{ A},$$

$$I_b = 4 \text{ A}, I_c = 12 \text{ A}, V_A = 12 \text{ V}, V_B = 4 \text{ V}, V_C = -40 \text{ V}, V_D = 0 \text{ V}$$

$$P_T = 620 \text{ W}$$

### Problema 4.9

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_a, I_b, I_c$  e  $I_d$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A, V_B, V_C, V_D$  y  $V_E$  por el método de los nudos. Hallar asimismo, la potencia total  $P_T$  del circuito.



*Solución:*

$$I_1 = 8,57 \text{ A}, I_2 = 0,43 \text{ A}, I_3 = 5,14 \text{ A}, I_4 = 12,85 \text{ A},$$

$$I_5 = 0,43 \text{ A}, I_6 = 8,14 \text{ A}, I_7 = 13,71 \text{ A}, I_8 = 13,28 \text{ A},$$

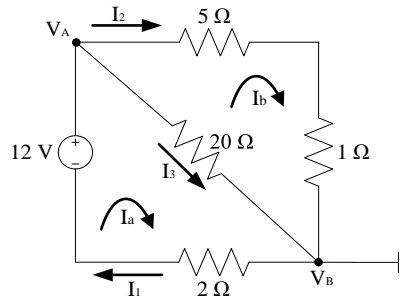
$$I_a = -8,57 \text{ A}, I_b = -13,71 \text{ A}, I_c = -0,43 \text{ A}, I_d = -13,28 \text{ A},$$

$$V_A = 11,14 \text{ V}, V_B = -6 \text{ V}, V_C = -0,86 \text{ V}, V_D = 12 \text{ V}, V_E = 0 \text{ V}$$

$$P_T = 339,24 \text{ W}$$

### Problema 4.10

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_1, I_2$  e  $I_3$  por el método de Kirchhoff;  $I_a$  e  $I_b$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A$  y  $V_B$  por el método de los nudos.



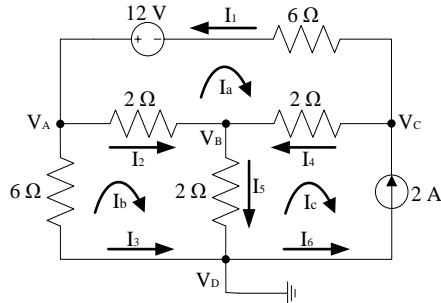
*Solución:*

$$I_1 = 1,81 \text{ A}, I_2 = 1,4 \text{ A}, I_3 = 0,42 \text{ A}, I_4 = 1,81 \text{ A},$$

$$I_5 = 1,4 \text{ A}, V_A = 8,37 \text{ V}, V_B = 0 \text{ V}$$

#### Problema 4.11

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$  e  $I_6$  por el método de Kirchoff;  $I_a, I_b$  e  $I_c$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A, V_B, V_C$  y  $V_D$  por el método de los nudos.



*Solución:*

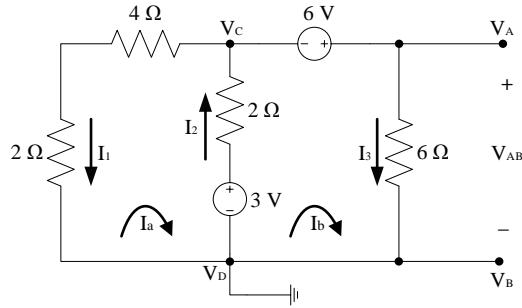
$$I_1 = 1,75 \text{ A}, I_2 = 1 \text{ A}, I_3 = 0,75 \text{ A}, I_4 = 0,25 \text{ A}, I_5 = 1,25 \text{ A},$$

$$I_6 = 2 \text{ A}, I_a = -1,75 \text{ A}, I_b = -0,75 \text{ A}, I_c = -2 \text{ A}$$

$$V_A = 4,5 \text{ V}, V_B = 2,5 \text{ V}, V_C = 3 \text{ V}, V_D = 0 \text{ V}$$

#### Problema 4.12

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_1, I_2$  e  $I_3$  por el método de Kirchoff;  $I_a$  e  $I_b$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A, V_B, V_C, V_D$  y  $V_{AB}$  por el método de los nudos.



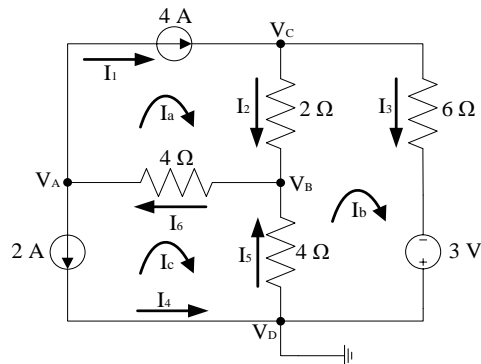
Solución:

$$I_1 = 0,1 \text{ A}, I_2 = 1,2 \text{ A}, I_3 = 1,1 \text{ A}, I_a = -0,1 \text{ A}, I_b = 1,1 \text{ A},$$

$$V_A = 6,6 \text{ V}, V_B = 0 \text{ V}, V_C = 0,6 \text{ V}, V_D = 0 \text{ V}, V_{AB} = 6,6 \text{ V}$$

### Problema 4.13

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$  e  $I_6$  por el método de Kirchoff;  $I_a, I_b$  e  $I_c$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A, V_B, V_C$  y  $V_D$  por el método de los nudos.



Solución:

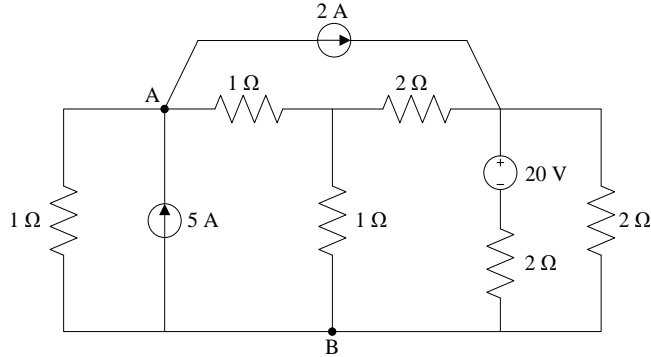
$$I_1 = 4 \text{ A}, I_2 = 3,75 \text{ A}, I_3 = 0,25 \text{ A}, I_4 = 2 \text{ A}, I_5 = 2,25 \text{ A}, I_6 = 6 \text{ A},$$

$$I_a = 4 \text{ A}, I_b = 0,25 \text{ A}, I_c = -2 \text{ A}$$

$$V_A = -33 \text{ V}, V_B = -9 \text{ V}, V_C = -1,5 \text{ V}, V_D = 0 \text{ V}$$

**Problema 4.14**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la potencia  $P$  de la fuente de intensidad de  $2 A$ , la tensión  $V_{AB}$  y la intensidad  $I_g$  que pasa por la fuente de tensión. Emplear cualquiera de los métodos analizados (mallas, nudos, Kirchoff o reducción de fuentes).

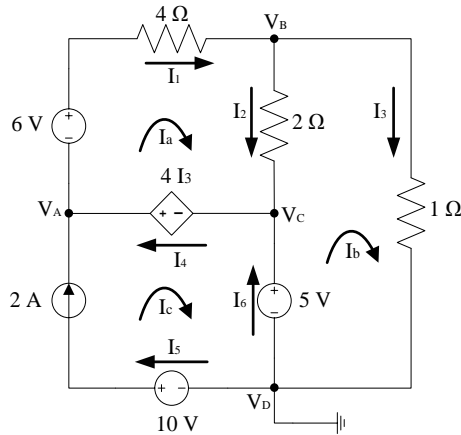


*Solución:*

$$P = 12 \text{ W}, V_{AB} = 3 \text{ V}, I_g = 5,5 \text{ A}$$

**Problema 4.15**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$  e  $I_6$  por el método de Kirchoff;  $I_a, I_b$  e  $I_c$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A, V_B, V_C$  y  $V_D$  por el método de los nudos.



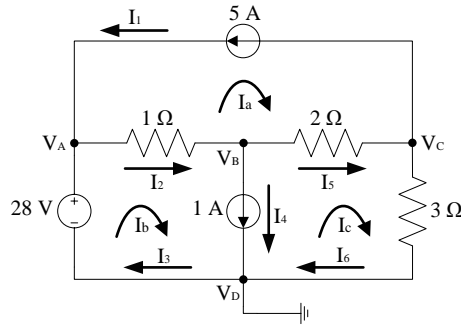
*Solución:*

$$I_1 = 8 \text{ A}, I_2 = 1 \text{ A}, I_3 = 7 \text{ A}, I_4 = 6 \text{ A}, I_5 = 2 \text{ A}, I_6 = 5 \text{ A}, I_a = 8 \text{ A}, \\ I_b = 7 \text{ A}, I_c = 2 \text{ A}, V_A = 33 \text{ V}, V_B = 7 \text{ V}, V_C = 5 \text{ V}, V_D = 0 \text{ V}$$



**Problema 4.16**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$  e  $I_6$  por el método de Kirchhoff;  $I_a, I_b$  e  $I_c$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A, V_B, V_C$  y  $V_D$  por el método de los nudos.



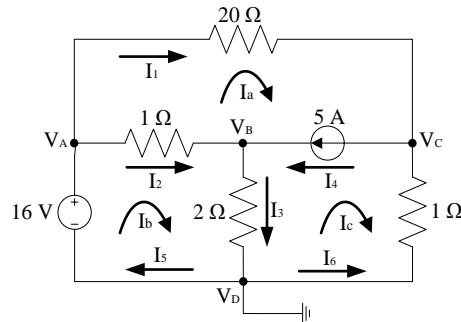
*Solución:*

$$I_1 = 5 \text{ A}, I_2 = 8 \text{ A}, I_3 = 3 \text{ A}, I_4 = 1 \text{ A}, I_5 = 7 \text{ A}, I_6 = 2 \text{ A}, I_a = -5 \text{ A},$$

$$I_b = 3 \text{ A}, I_c = 2 \text{ A}, V_A = 28 \text{ V}, V_B = 20 \text{ V}, V_C = 6 \text{ V}, V_D = 0 \text{ V}$$

**Problema 4.17**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las intensidades  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$  e  $I_6$  por el método de Kirchhoff;  $I_a, I_b$  e  $I_c$  por el método de las mallas, y los voltajes  $V_A, V_B, V_C$  y  $V_D$  por el método de los nudos.



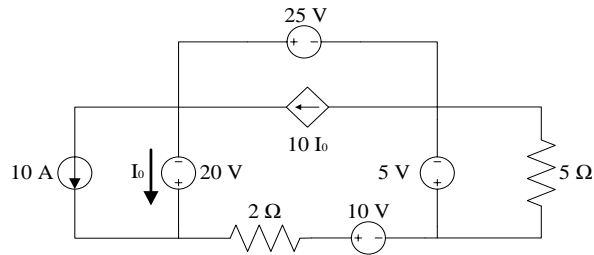
*Solución:*

$$I_1 = 1 \text{ A}, I_2 = 2 \text{ A}, I_3 = 7 \text{ A}, I_4 = 5 \text{ A}, I_5 = 3 \text{ A}, I_6 = 4 \text{ A}, I_a = 1 \text{ A},$$

$$I_b = 3 \text{ A}, I_c = -4 \text{ A}, V_A = 16 \text{ V}, V_B = 14 \text{ V}, V_C = -4 \text{ V}, V_D = 0 \text{ V}$$

**Problema 4.18**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la potencia  $P_{fd}$  suministrada por la fuente de intensidad dependiente, utilizando los métodos de Kirchoff, de las mallas o de los nudos.

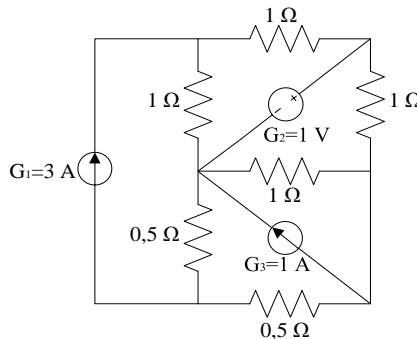


*Solución:*

$$P_{fd} = 1250 \text{ W}$$

**Problema 4.19**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las potencias  $P_{G1}$ ,  $P_{G2}$  y  $P_{G3}$  suministradas por los tres generadores utilizando los métodos de Kirchoff, de las mallas o de los nudos.

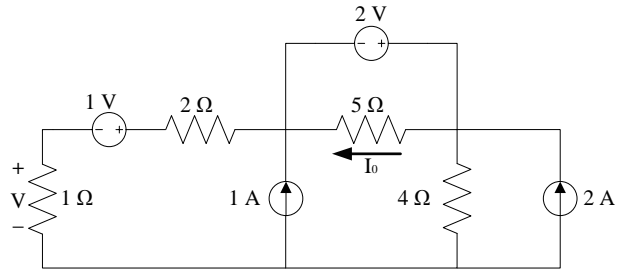


*Solución:*

$$P_{G1} = 9 \text{ W}, P_{G2} = 0,5 \text{ W}, P_{G3} = 0,5 \text{ W}$$

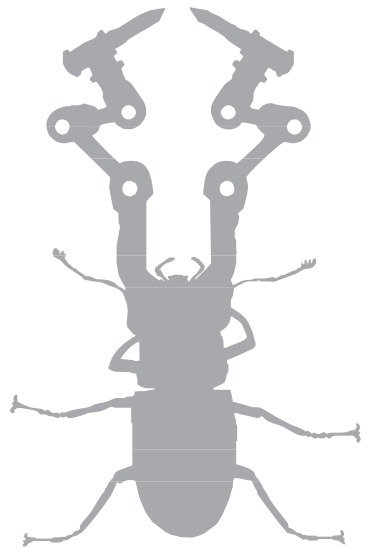
**Problema 4.20**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el voltaje  $V$  y la intensidad  $I_0$  utilizando los métodos de Kirchoff, de las mallas o de los nudos.



*Solución:*

$$V = 1,29 \text{ V}, I_0 = 0,4 \text{ A}$$



→ 5



## Teoremas eléctricos

Este quinto capítulo, formado por 20 enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, también está pensado para corriente continua (DC), y es como la primera parte de un capítulo más extenso que versa sobre los teoremas eléctricos y que se complementa con el capítulo sexto del libro.

En este primer capítulo, se trataran aquellos teoremas que, por su contenido, no se utilizan tan habitualmente empleados o no son tan eficaces en asignaturas como Teoría de Circuitos, lo cual no quiere decir que no sean importantes en otras materias, como Electrónica o Automática, donde algunos de ellos son muy utilizados, como los de reciprocidad, Millman o superposición.

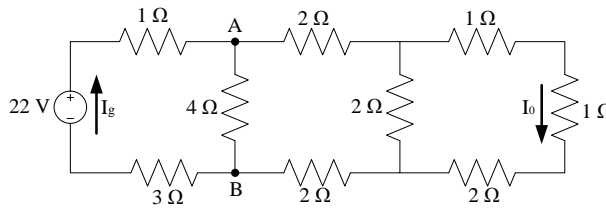
Concretamente, el capítulo arranca con el teorema de proporcionalidad. Se ofrecen 5 problemas de este teorema fácil de aplicar y efectivo en muchos circuitos en que se eche en falta alguna variable conocida para empezar o para proseguir con el cálculo en un problema eléctrico. Posteriormente, se dedican 9 problemas al teorema de superposición, teorema importante en circuitos donde se den diferentes generadores con diferente frecuencia y que también es aplicable a cualquier circuito para contar con varias fuentes lineales de energía. El siguiente teorema que se trata es el de sustitución, teorema práctico y sencillo a la vez del cual se ofrecen 2 problemas de ejemplo. Otros 2 problemas muestran cómo aplicar el teorema de reciprocidad, teorema muy útil en otras disciplinas y que aquí solo introducimos. Finalmente, se incluyen 2 problemas del teorema de Millman, teorema importante y práctico a la hora de resolver problemas de circuitos eléctricos con varias ramas en paralelo.



## PROPORCIONALIDAD

### Problema 5.1

Suponiendo que  $I_0 = 1A$ , en el circuito de la figura siguiente, hallar, mediante el teorema de proporcionalidad, el factor de proporcionalidad  $f$  que ofrece el funcionamiento real del circuito, la tensión  $V_{AB}$  y la intensidad  $I_g$ .

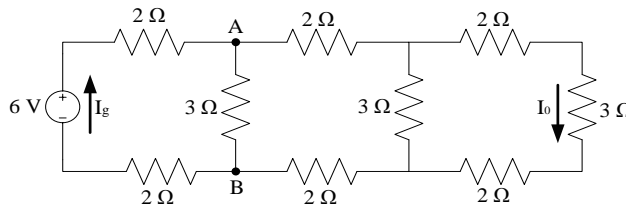


*Solución:*

$$f = 0,5, V_{AB} = 8V e I_g = 3,5A$$

### Problema 5.2

Suponiendo que  $I_0 = 1A$ , en el circuito de la figura siguiente, hallar, mediante el teorema de proporcionalidad, el factor de proporcionalidad  $f$  que ofrece el funcionamiento real del circuito, la tensión  $V_{AB}$  y la intensidad  $I_g$ .

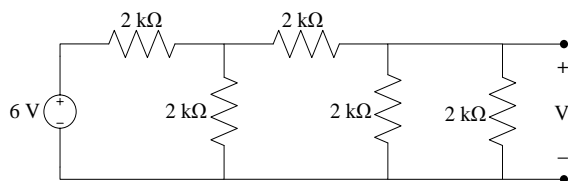


*Solución:*

$$f = 0,099, V_{AB} = 2V e I_g = 0,998A$$

### Problema 5.3

Hallar el voltaje  $V_0$ , en el circuito de la figura siguiente, utilizando el teorema de proporcionalidad. Nota: Supón en la primera aproximación que  $V_0 = 1mV$ .

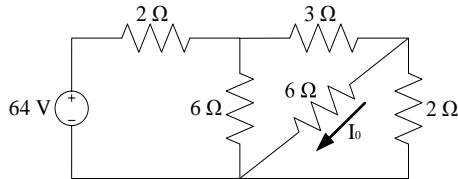


*Solución:*

$$V_0 = 0,75V$$

### Problema 5.4

Hallar el voltaje  $I_0$ , en el circuito de la figura siguiente, utilizando el teorema de proporcionalidad. Nota: Supón en la primera aproximación que  $I_0 = 2A$ .

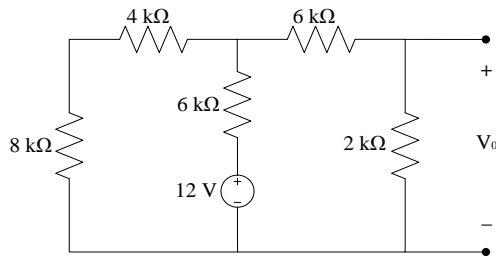


*Solución:*

$$I_0 = 2A$$

### Problema 5.5

Hallar el voltaje  $V_0$ , en el circuito de la figura siguiente, utilizando el teorema de proporcionalidad. Nota: Supón en la primera aproximación que  $V_0 = 1V$ .



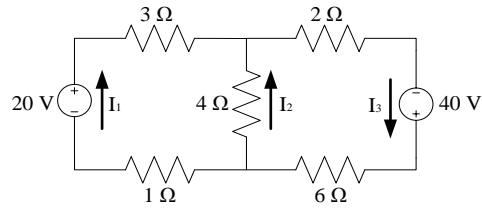
*Solución:*

$$V_0 = 1,33V$$

## SUPERPOSICIÓN

### Problema 5.6

Resolver el circuito de la figura siguiente hallando las intensidades  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  mediante el teorema de superposición.

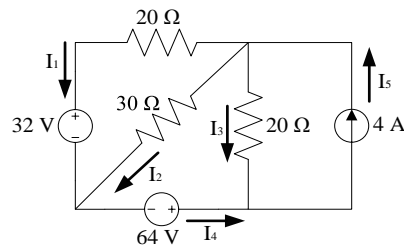


Solución:

$$I_1 = 5\text{ A}, I_2 = 0\text{ A}, I_3 = 5\text{ A}$$

### Problema 5.7

Resolver el circuito de la figura siguiente hallando las intensidades  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$  e  $I_5$  mediante el teorema de superposición.

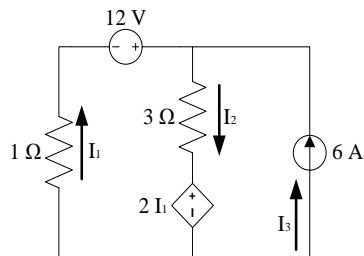


Solución:

$$I_1 = 1,7\text{ A}, I_2 = 2,2\text{ A}, I_3 = 0,1\text{ A}, I_4 = 3,9\text{ A}, I_5 = 4\text{ A}$$

### Problema 5.8

Resolver el circuito de la figura siguiente hallando las intensidades  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  mediante el teorema de superposición.

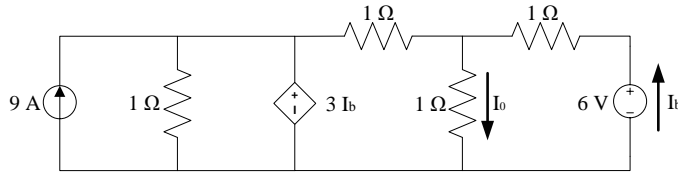


Solución:

$$I_1 = -1\text{ A}, I_2 = 5\text{ A}, I_3 = 6\text{ A}$$

### Problema 5.9

Hallar la intensidad  $I_0$ , utilizando el teorema de superposición, en el circuito de la figura siguiente.

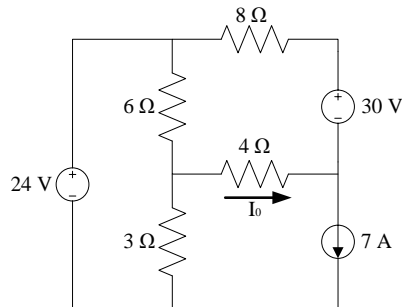


*Solución:*

$$I_0 = 4 \text{ A}$$

### Problema 5.10

Hallar la intensidad  $I_0$ , utilizando el teorema de superposición, en el circuito de la figura siguiente.

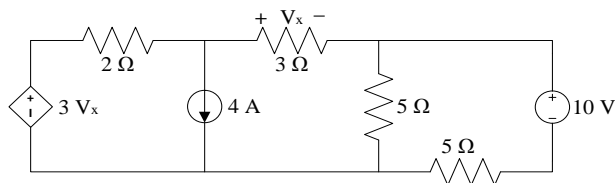


*Solución:*

$$I_0 = 5 \text{ A}$$

### Problema 5.11

Hallar el voltaje  $V_x$ , utilizando el teorema de superposición, en el circuito de la figura siguiente.



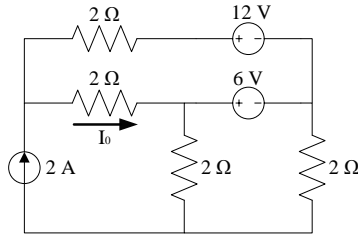
*Solución:*

$$V_x = -1,85 \text{ V}$$



**Problema 5.12**

Hallar la intensidad  $I_0$ , utilizando el teorema de superposición, en el circuito de la figura siguiente.

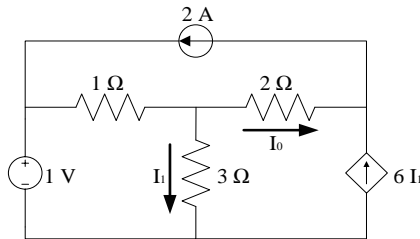


*Solución:*

$$I_0 = 2,5 A$$

**Problema 5.13**

Hallar las intensidades  $I_0$  e  $I_1$ , en el circuito de la figura siguiente, utilizando el teorema de superposición.

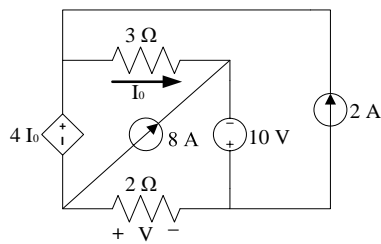


*Solución:*

$$I_0 = -4 A, I_1 = 0,5 A$$

**Problema 5.14**

Hallar el voltaje  $V$  en bornes de la resistencia del circuito de la figura siguiente, utilizando el teorema de superposición.



*Solución:*

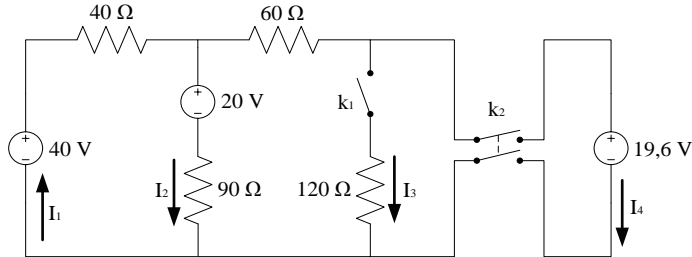
$$V = -8V$$

## SUSTITUCIÓN

### Problema 5.15

Hallar las intensidades  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  e  $I_4$  en el circuito de la figura siguiente, aplicando el teorema de sustitución, según los casos siguientes:

- $k_1$  cerrado y  $k_2$  abierto.
- $k_1$  abierto y  $k_2$  cerrado.



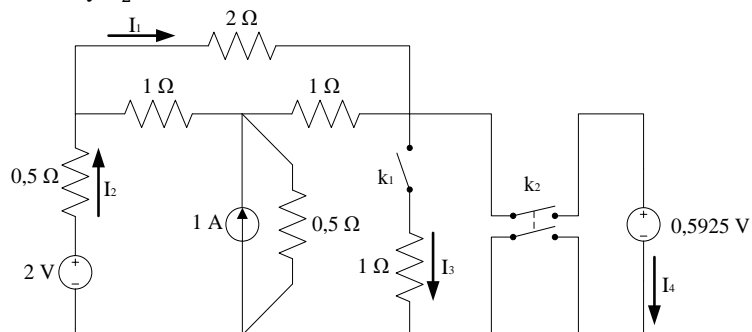
*Solución:*

- $I_1 = 0,27\text{ A}, I_2 = 0,16\text{ A}, I_3 = 0,11\text{ A};$
- $I_1 = 0,27\text{ A}, I_2 = 0,16\text{ A}, I_4 = 0,11\text{ A}$

### Problema 5.16

Hallar las intensidades  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  e  $I_4$  en el circuito de la figura siguiente, aplicando el teorema de sustitución, según los casos siguientes:

- $k_1$  cerrado y  $k_2$  abierto.
- $k_1$  abierto y  $k_2$  cerrado.



*Solución:*

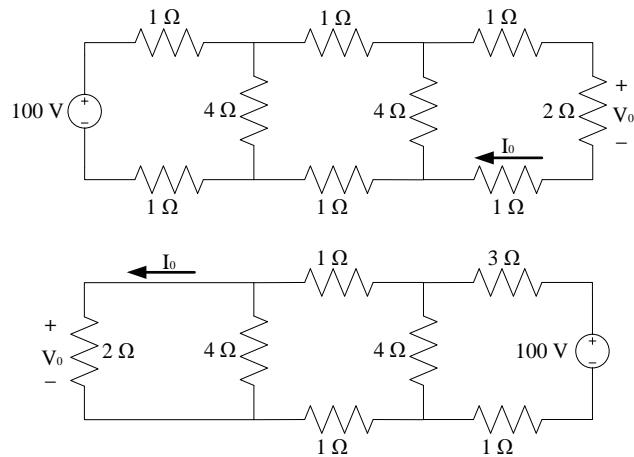
- $I_1 = 0,43\text{ A}, I_2 = 1,11\text{ A}, I_3 = 0,59\text{ A};$
- $I_1 = 0,43\text{ A}, I_2 = 1,11\text{ A}, I_4 = 0,59\text{ A}$



## RECIPROCIDAD

### Problema 5.17

Hallar la intensidad  $I_0$  y el voltaje  $V_0$  en ambos circuitos de la figura siguiente, comprobando que se cumple el teorema de reciprocidad.

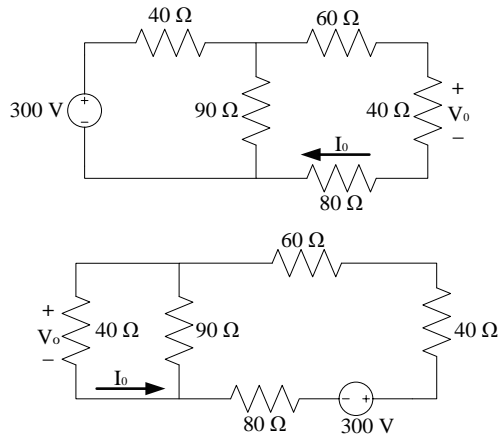


*Solución:*

$I_0 = 6,25 A$  y  $V_0 = 12,5V$  en ambos casos

### Problema 5.18

Hallar la intensidad  $I_0$  y el voltaje  $V_0$  en ambos circuitos de la figura siguiente, comprobando que se cumple el teorema de reciprocidad.



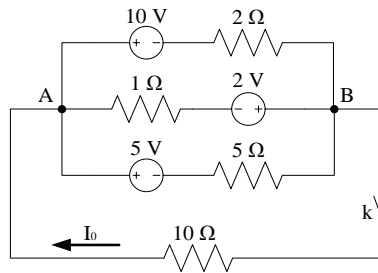
*Solución:*

$I_0 = 1 A$  y  $V_0 = 40V$  en ambos casos

## MILLMAN

### Problema 5.19

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la intensidad  $I_0$  y el voltaje  $V_{AB}$  estando el interruptor  $k$  cerrado, utilizando el teorema de Millman.

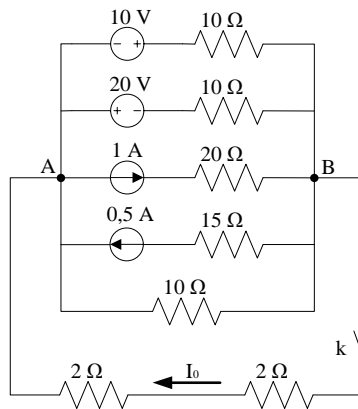


*Solución:*

$$I_0 = 0,22 \text{ A}, V_{AB} = 2,22 \text{ V}$$

### Problema 5.20

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la intensidad  $I_0$  y el voltaje  $V_{AB}$  estando el interruptor  $k$  cerrado, utilizando el teorema de Millman.



*Solución:*

$$I_0 = 0,23 \text{ A}, V_{AB} = 0,91 \text{ V}$$

→ 6



## Thévenin, Norton y máxima potencia transferida

Este sexto capítulo, formado por 30 enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, es el último de los capítulos dedicados exclusivamente a la corriente continua (DC) y complementa el anterior, ya dedicado a los teoremas eléctricos. Concretamente, en este capítulo se presentan enunciados de problemas de los tres teoremas fundamentales de la teoría de circuitos: de Thévenin, de Norton y de la máxima potencia transferida. Estos teoremas son ampliamente utilizados, siendo muy potentes en la mayoría de ocasiones donde deban aplicarse.

En esencia, estos teoremas están destinados a reducir un circuito, por complejo y extenso que sea, a una sola fuente de energía y a una resistencia o impedancia, en el caso de los circuitos en alterna, lo cual facilita enormemente su resolución, ya sea por la incorporación de nuevos elementos exteriores o simplemente por su sencillez, una vez reducido el circuito. Por tanto, son enormemente efectivos, muy utilizados y razonablemente cómodos en su aplicación.

De hecho, estos tres teoremas son complementarios. Así, si hallamos el equivalente de Thévenin de un circuito, automáticamente lo tendremos en Norton, con solo convertir la fuente de tensión a fuente de intensidad y colocar en paralelo la resistencia de Thévenin (que estaba en serie). El teorema de la máxima transferencia de potencia también se determina directamente del teorema de Thévenin o Norton, simplemente aplicando una ecuación donde intervienen tanto la tensión como la resistencia de Thévenin, una vez tenemos el circuito reducido.

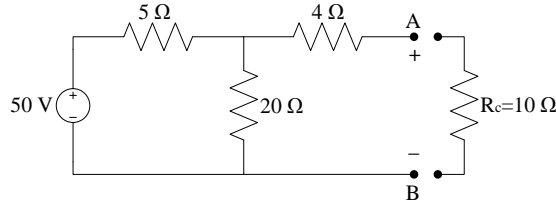
Por tanto, en este capítulo no se pide resolver los problemas por un único teorema, sino normalmente por los dos teoremas principales y, además, proporcionar el valor de la máxima potencia transferida, lo cual ha de dar validez a los resultados obtenidos.

Los problemas están ordenados de menor dificultad a mayor dificultad, y alguno de ellos es de examen, lo cual propicia un estudio más real de la materia.



### Problema 6.1

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B, y demostrar la validez del teorema al conectar la resistencia de carga  $R_c$ .

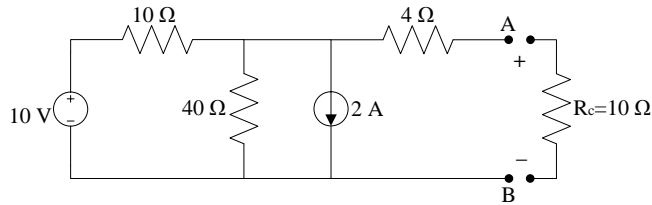


Solución:

$$V_{th} = 40V, R_{th} = 8\Omega$$

### Problema 6.2

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B, y demostrar la validez del teorema al conectar  $R_c$ . Halla también la potencia  $P_{R_c}$  de la resistencia de carga  $R_c$ .

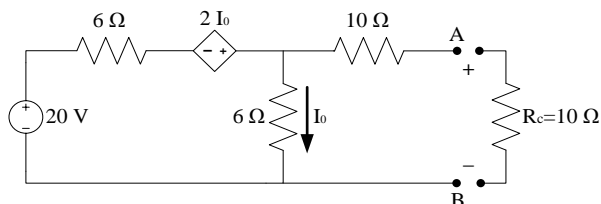


Solución:

$$V_{th} = -8V, R_{th} = 12\Omega, P_{R_c} = 1,32W$$

### Problema 6.3

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B, y demostrar la validez del teorema al conectar  $R_c$ . Halla también la potencia  $P_{R_c}$  de la resistencia de carga  $R_c$ .

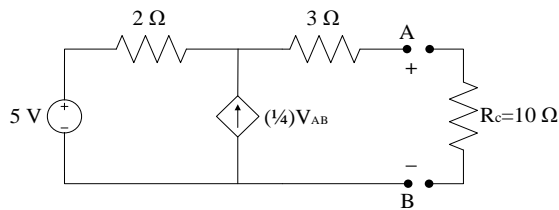


*Solución:*

$$V_{th} = 12V, R_{th} = 13,6\Omega, P_{R_c} = 2,59W$$

**Problema 6.4**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B, y demostrar la validez del teorema al conectar  $R_c$ . Halla también la potencia  $P_{R_c}$  de la resistencia de carga  $R_c$ .

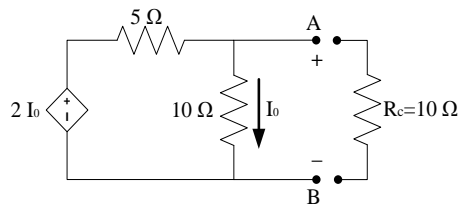


*Solución:*

$$V_{th} = 10V, R_{th} = 10\Omega, P_{R_c} = 2,5W$$

**Problema 6.5**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B, y demostrar la validez del teorema al conectar  $R_c$ . Halla también la potencia  $P_{R_c}$  de la resistencia de carga  $R_c$ .

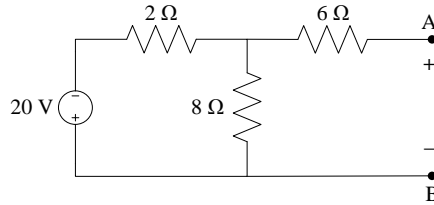


*Solución:*

$$V_{th} = 0V, R_{th} = 3,85\Omega, P_{R_c} = 0W$$

**Problema 6.6**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B.

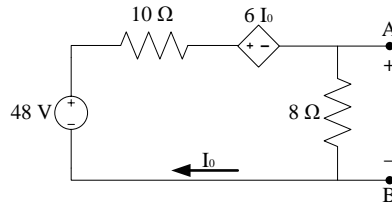


Solución:

$$V_{th} = -16V, R_{th} = 7,6\Omega$$

### Problema 6.7

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B.

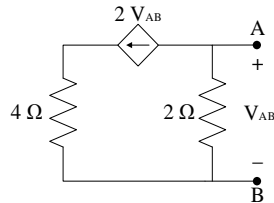


Solución:

$$V_{th} = 16V, R_{th} = 5,33\Omega$$

### Problema 6.8

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B.

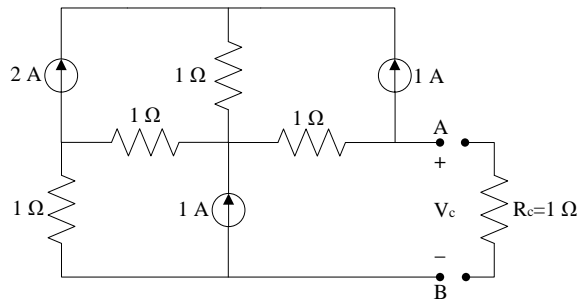


Solución:

$$V_{th} = 0V, R_{th} = 0,4\Omega$$

### Problema 6.9

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B. A continuación, conectar la resistencia de carga  $R_c$  y hallar  $V_c$ .

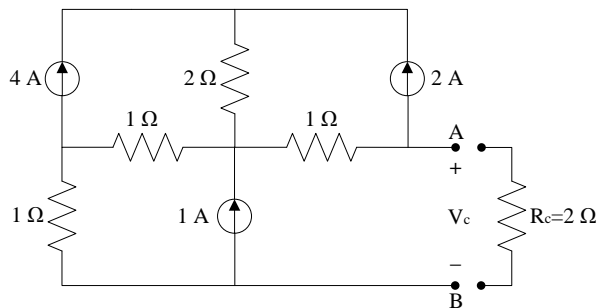


*Solución:*

$$V_{th} = 3V, R_{th} = 3\Omega, V_c = 0,75V$$

### Problema 6.10

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B. A continuación, conectar la resistencia de carga  $R_c$  y hallar  $V_c$ .

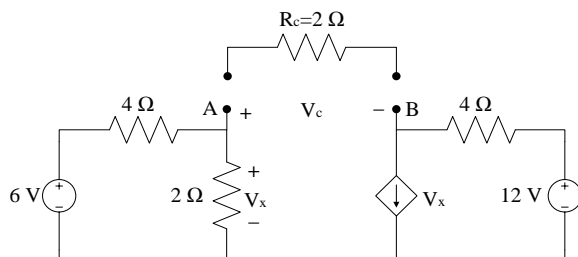


*Solución:*

$$V_{th} = 4V, R_{th} = 3\Omega, V_c = 1,6V$$

### Problema 6.11

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) y la intensidad de Norton ( $I_N$ ) entre los puntos A y B. A continuación, conectar la resistencia de carga  $R_c$  y hallar  $V_c$ .



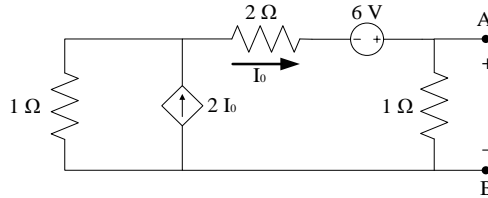


Solución:

$$V_{th} = -2V, R_{th} = 10,67\Omega, I_N = -0,19\text{ A}, V_c = -0,32V$$

**Problema 6.12**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) y la intensidad de Norton ( $I_N$ ) entre los puntos A y B.

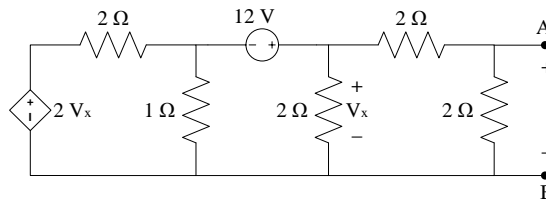


Solución:

$$V_{th} = 3V, R_{th} = 0,5\Omega, I_N = 6\text{ A}$$

**Problema 6.13**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) y la intensidad de Norton ( $I_N$ ) entre los puntos A y B.

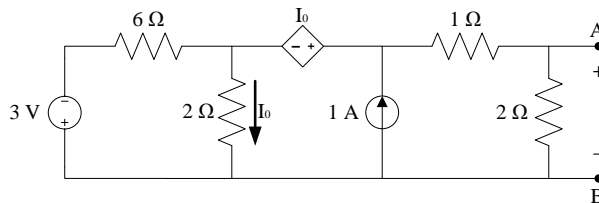


Solución:

$$V_{th} = 7,2V, R_{th} = 1,2\Omega, I_N = 6\text{ A}$$

**Problema 6.14**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) y la intensidad de Norton ( $I_N$ ) entre los puntos A y B.

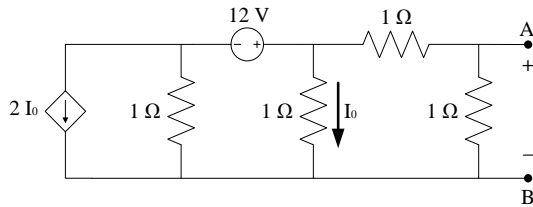


*Solución:*

$$V_{th} = 0,43V, R_{th} = 1,23\Omega, I_N = 0,35 A$$

**Problema 6.15**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) y la intensidad de Norton ( $I_N$ ) entre los puntos A y B.

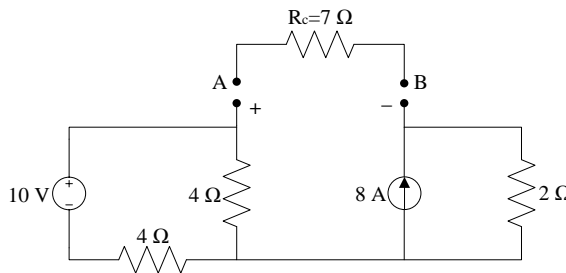


*Solución:*

$$V_{th} = 1,33V, R_{th} = 0,56\Omega, I_N = 2,4 A$$

**Problema 6.16**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B. A continuación, conectar la resistencia de carga  $R_c$  y hallar  $V_c$  e  $I_c$  en dicha resistencia.

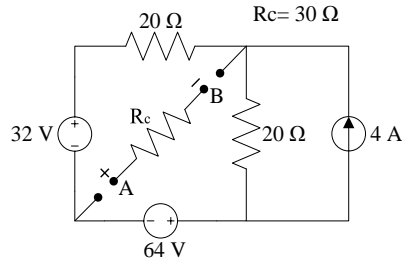


*Solución:*

$$V_{th} = -11V, R_{th} = 4\Omega, V_c = 7V, I_c = 1 A$$

**Problema 6.17**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B. A continuación, conectar la resistencia de carga  $R_c = 30\Omega$  y hallar  $V_c$  e  $I_c$  en dicha resistencia.

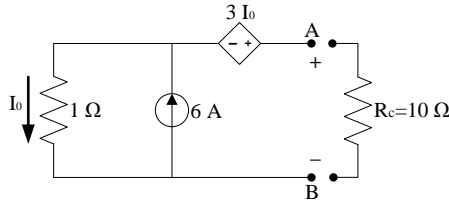


Solución:

$$V_{th} = -88V, R_{th} = 10\Omega, V_c = 66V, I_c = 2,2A$$

**Problema 6.18**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) y la intensidad de Norton ( $I_N$ ) entre los puntos A y B.

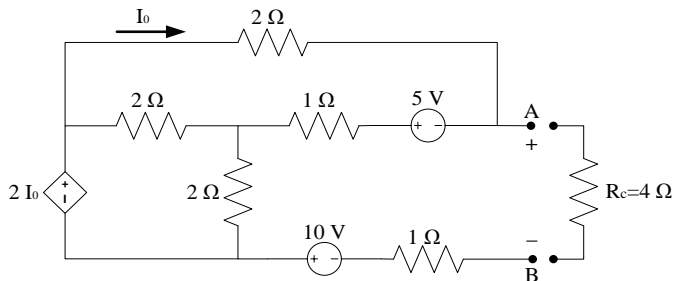


Solución:

$$V_{th} = 24V, R_{th} = 4\Omega, I_N = 6A$$

**Problema 6.19**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) y la intensidad de Norton ( $I_N$ ) entre los puntos A y B. A continuación, conectar la resistencia de carga  $R_c$  y hallar la máxima potencia transferida por esta resistencia ( $P_{c\max}$ ).

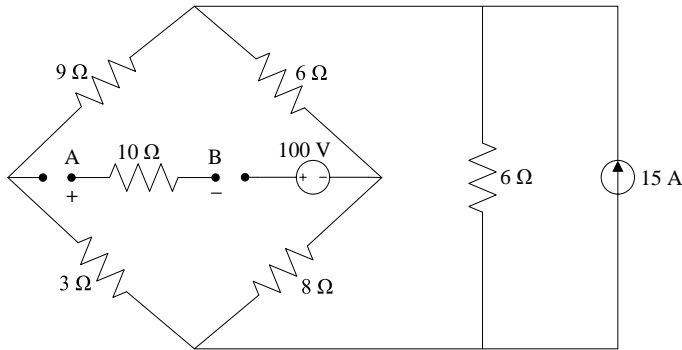


*Solución:*

$$V_{th} = 10V, R_{th} = 1\Omega, I_N = 10A, P_{c\max} = 25W$$

**Problema 6.20**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B. A continuación, conectar la resistencia de carga  $R_c$  y hallar la máxima potencia transferida por esta resistencia ( $P_{c\max}$ ).

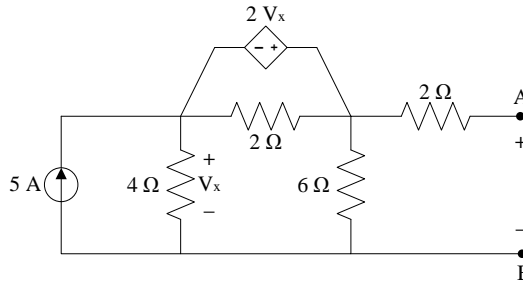


*Solución:*

$$V_{th} = -115V, R_{th} = 6\Omega, P_{c\max} = 551W$$

**Problema 6.21**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) y la intensidad de Norton ( $I_N$ ) entre los puntos A y B.



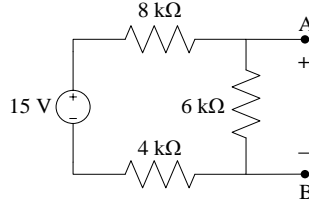
*Solución:*

$$V_{th} = 20V, R_{th} = 6\Omega, I_N = 3,33A$$



### Problema 6.22

Hallar el circuito equivalente de Norton ( $I_N$  y  $R_N$ ) entre los puntos A y B en el circuito de la figura siguiente.

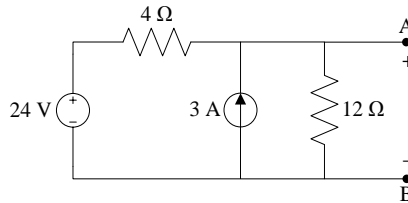


*Solución:*

$$I_N = 1,25 \text{ mA}, R_N = 4 \text{ k}\Omega$$

### Problema 6.23

Hallar el circuito equivalente de Norton ( $I_N$  y  $R_N$ ) entre los puntos A y B en el circuito de la figura siguiente.

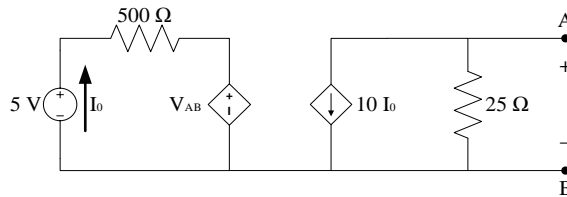


*Solución:*

$$I_N = 9 \text{ A}, R_N = 3 \Omega$$

### Problema 6.24

Hallar el circuito equivalente de Norton ( $I_N$  y  $R_N$ ) entre los puntos A y B en el circuito de la figura siguiente.

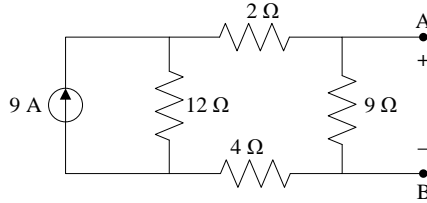


*Solución:*

$$I_N = -0,1 \text{ A}, R_N = 50 \Omega$$

**Problema 6.25**

Hallar el circuito equivalente de Norton ( $I_N$  y  $R_N$ ) entre los puntos A y B en el circuito de la figura siguiente.

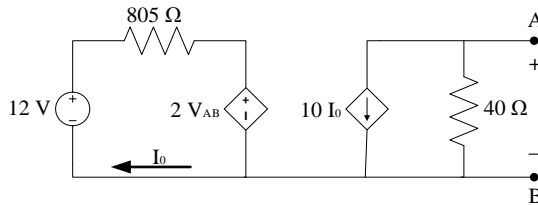


*Solución:*

$$I_N = 6 \text{ A}, R_N = 6 \Omega$$

**Problema 6.26**

Hallar el circuito equivalente de Norton ( $I_N$  y  $R_N$ ) entre los puntos A y B en el circuito de la figura siguiente.

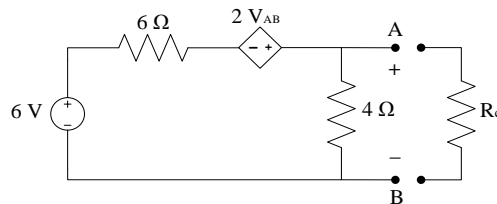


*Solución:*

$$I_N = -0,15 \text{ A}, R_N = 6440 \Omega$$

**Problema 6.27**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la resistencia de carga  $R_c$  para que en ella se disipe la máxima potencia transferida ( $P_{c-m\acute{a}x}$ ).

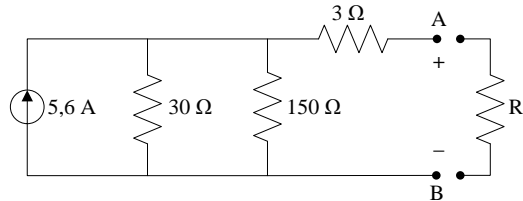


*Solución:*

$$P_{c-m\acute{a}x} = 3 \text{ W}, R_c = R_{th} = 12 \Omega$$

**Problema 6.28**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la resistencia de carga  $R_c$  para que en ella se disipe la máxima potencia transferida ( $P_{c-m\acute{a}x}$ ).

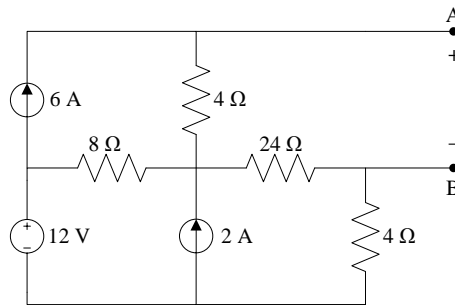


*Solución:*

$$P_{c-m\acute{a}x} = 175W, R_c = R_{th} = 28\Omega$$

**Problema 6.29**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B.

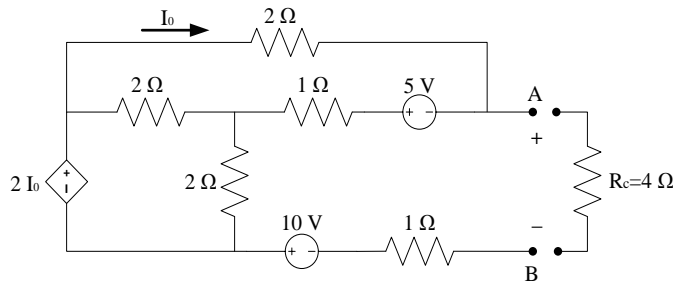


*Solución:*

$$V_{th} = 74,67V, R_{th} = 12\Omega$$

**Problema 6.30**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $V_{th}$  y  $R_{th}$ ) entre los puntos A y B. A continuación, conectar la resistencia de carga  $R_c$  y hallar la potencia disipada por  $R_c$  ( $P_{RC}$ ).



*Solución:*

$$V_{th} = 10V, R_{th} = 1\Omega, P_{R_c} = 16W$$





# PROBLEMAS DE CORRIENTE ALTERNA

→7



## Circuitos eléctricos en alterna

Este sexto capítulo, formado por 30 enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, es el último de los capítulos dedicados exclusivamente a la corriente continua (DC) y complementa el anterior, ya dedicado a los teoremas eléctricos. Concretamente, en este capítulo se presentan enunciados de problemas de los tres teoremas fundamentales de la teoría de circuitos: de Thévenin, de Norton y de la máxima potencia transferida. Estos teoremas son ampliamente utilizados, siendo muy potentes en la mayoría de ocasiones donde deban aplicarse.

En esencia, estos teoremas están destinados a reducir un circuito, por complejo y extenso que sea, a una sola fuente de energía y a una resistencia o impedancia, en el caso de los circuitos en alterna, lo cual facilita enormemente su resolución, ya sea por la incorporación de nuevos elementos exteriores o simplemente por su sencillez, una vez reducido el circuito. Por tanto, son enormemente efectivos, muy utilizados y razonablemente cómodos en su aplicación.

De hecho, estos tres teoremas son complementarios. Así, si hallamos el equivalente de Thévenin de un circuito, automáticamente lo tendremos en Norton, con solo convertir la fuente de tensión a fuente de intensidad y colocar en paralelo la resistencia de Thévenin (que estaba en serie). El teorema de la máxima transferencia de potencia también se determina directamente del teorema de Thévenin o Norton, simplemente aplicando una ecuación donde intervienen tanto la tensión como la resistencia de Thévenin, una vez tenemos el circuito reducido.

Por tanto, en este capítulo no se pide resolver los problemas por un único teorema, sino normalmente por los dos teoremas principales y, además, proporcionar el valor de la máxima potencia transferida, lo cual ha de dar validez a los resultados obtenidos.

Los problemas están ordenados de menor dificultad a mayor dificultad, y alguno de ellos es de examen, lo cual propicia un estudio más real de la materia.



### Problema 7.1

Determinar los parámetros de la siguiente señal:

$$v(t) = 12 \cdot \cos(50t + 10^\circ) V$$

*Solución:*

$$V_{\max} = 12 V, V_{ef} = 12 / \sqrt{2} V, \omega = 50 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$f = 7,958 \text{ Hz}, \varphi_0 = 10^\circ, T = 0,256 \text{ s}$$

### Problema 7.2

Hallar el ángulo de desfase  $\varphi_{1-2}$  entre las expresiones siguientes:

$$v_1(t) = -10 \cdot \cos(\omega t + 50^\circ) V \text{ y } v_2(t) = 12 \cdot \sin(\omega t - 10^\circ) V$$

*Solución:*

$$v_1(t) = 10 \cdot \cos(\omega t + 230^\circ) V$$

$$v_2(t) = 12 \cdot \cos(\omega t + 260^\circ) V \rightarrow \varphi_{1-2} = 30^\circ$$

### Problema 7.3

Considerando un voltaje de expresión:

$$v(t) = 150 \cdot \sin(500t - 30^\circ) V$$

Halla el valor de este voltaje para los instantes  $t = 2,09 \text{ ms}$  y  $t = 0,5 \text{ s}$ .

*Solución:*

$$v(2,09 \text{ ms}) = 74,7 V, v(0,5 \text{ s}) = -144,15 V$$

### Problema 7.4

Hallar la suma de los voltajes correspondientes a las expresiones siguientes:

$$v_1(t) = 147,3 \cdot \cos(\omega t + 98,1^\circ) V$$

$$v_2(t) = 294,6 \cdot \cos(\omega t - 45^\circ) V$$

$$v_3(t) = 88,4 \sin(\omega t + 135^\circ) V$$

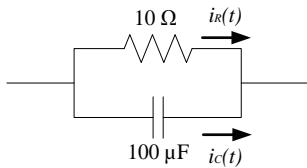
*Solución:*

$$v_{tot}(t) = 250 \cdot \text{sen}(\omega t + 90^\circ) V$$

### Problema 7.5

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la expresión de la intensidad que circula por el condensador  $i_C(t)$ .

$$i_R(t) = 15 \cdot \cos(5000t - 30^\circ) A$$



*Solución:*

$$i_C(t) = 75 \cdot \cos(5000t + 60^\circ) A$$

### Problema 7.6

Considerando un voltaje de expresión:

$$v(t) = 20 \cdot \cos(5t + 22^\circ) V$$

Hallar el valor de este voltaje para los instantes de tiempo: 0,01 s, 0,1 s, 0,5 s, 1 s y 2 s.

*Solución:*

$$v(0,01s) = 18,15V; v(0,1s) = 12,68V;$$

$$v(0,5s) = -19,44V; v(1s) = 12,44V; v(2s) = -11,48V$$

### Problema 7.7

Se dispone de un circuito cuyas expresiones de tensión e intensidad son, respectivamente:



$$v(t) = 10\sqrt{2} \cdot \cos(10t) + 20 \cdot \sin(10t + 45^\circ) \text{ V}$$

$$i(t) = 10 \cdot \cos(10t + 45^\circ) \text{ A}$$

Con estas condiciones, hallar el valor de la impedancia equivalente del circuito ( $\vec{Z}_{eq}$ ).

Solución:

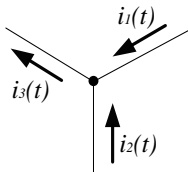
$$\vec{Z}_{eq} = \frac{\vec{V}}{\vec{I}} = \frac{22,36 \angle -26,56^\circ \text{ V}}{7,07 \angle 45^\circ \text{ A}} = 3,162 \angle -71,56^\circ \Omega = (1 - j3) \Omega$$

### Problema 7.8

Hallar, en el esquema de la figura siguiente, la expresión de la intensidad  $i_2(t)$  sabiendo que las expresiones de  $i_1(t)$  e  $i_3(t)$  son:

$$i_1(t) = 5 \cdot \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ A}$$

$$i_3(t) = 3,5 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ A}$$

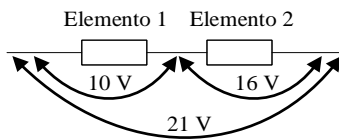


Solución:

$$i_2(t) = 4,44 \cdot \cos(\omega t - 107^\circ) \text{ A}$$

### Problema 7.9

El esquema de la figura siguiente muestra los valores máximos de los voltajes cosenoidales de dos elementos de un circuito. Hallar la expresión temporal completa de estos voltajes.



Nota: Aplicar primero el teorema del coseno y después el teorema del seno.

*Solución:*

$$v(t) = 10 \cdot \cos(\omega t + 47,27^\circ) V;$$

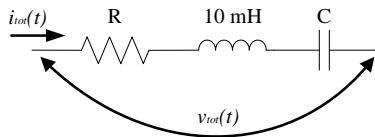
$$v_2(t) = 16 \cdot \cos(\omega t - 27,33^\circ) V, v_3(t) = 21 \cdot \cos(\omega t) V$$

### Problema 7.10

Hallar los valores de R y C en el esquema de la figura siguiente, sabiendo que el voltaje y la intensidad totales se expresan de la forma siguiente:

$$v_{tot}(t) = 353,5 \cdot \cos(3000t - 10^\circ) V$$

$$i_{tot}(t) = 12,5 \cdot \cos(3000t - 55^\circ) A$$



*Solución:*

$$R = 20 \Omega, C = 33,3 \mu F$$

### Problema 7.11

Suponiendo una resistencia de valor  $R = 10$  en paralelo con una inductancia de valor  $L = 5 mH$ . La expresión de la intensidad que circula por la bobina es  $i_L(t) = 5 \cdot \sin(2000t - 45^\circ) A$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que circula por ambos elementos ( $i_{tot}(t) = i_L(t) + i_R(t)$ ).

*Solución:*

$$i_{tot}(t) = 7,07 \cdot \sin(2000t)$$

### Problema 7.12

Suponiendo un condensador de capacidad  $C = 35 \mu F$ , en paralelo con otro elemento. Identifica de qué elemento se trata y hallar su valor, conociendo las expresiones siguientes, correspondientes al voltaje y a la intensidad total:

$$v_{tot}(t) = 150 \cdot \sin(3000t) V$$

$$i_{tot}(t) = 16,5 \cdot \sin(3000t - 72,4^\circ) A$$



*Solución:*

$$R = 30.3\Omega$$

### Problema 7.13

Suponiendo un circuito con tres ramas en paralelo. En cada una de ellas, hay una bobina con  $L = 0.5H$ , una resistencia con  $R = 300\Omega$  y un condensador con  $C = 10\mu F$ . Sabiendo que la expresión del voltaje total es  $v_{tot}(t) = 200 \cdot \sin(1000t)V$ , determinar si la corriente total se adelanta o atrasa con respecto a este voltaje y, en tal caso, cuánto.

*Solución:*

Se adelanta  $67,4^\circ$

### Problema 7.14

Hallar la expresión resultante de sumar las intensidades siguientes.

$$i_1(t) = 4 \cdot \cos(\omega t + 30^\circ) A$$

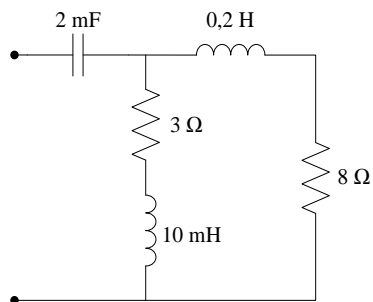
$$i_2(t) = 5 \cdot \sin(\omega t - 20^\circ) A$$

*Solución:*

$$i_{tot}(t) = 3,22 \cdot \cos(\omega t - 57^\circ) A$$

### Problema 7.15

Hallar, en el esquema de la figura siguiente, la expresión de la impedancia equivalente (o de entrada) entre puntos ( $\overline{Z_{eq}}$ ), sabiendo que  $\omega = 50 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .



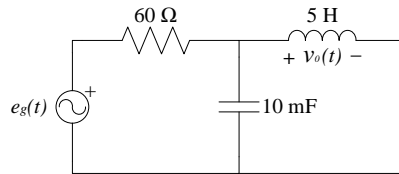
Solución:

$$\overline{Z}_{eq} = (3,22 - j11,07)\Omega$$

**Problema 7.16**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la expresión de la tensión en bornes de la bobina  $v_0(t)$ .

$$e_g(t) = 20 \cdot \cos(4t - 15^\circ) V$$



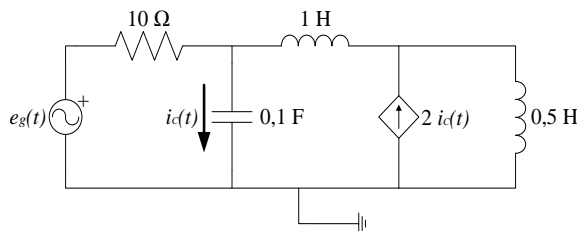
Solución:

$$v_0(t) = 17,15 \cdot \cos(4t + 15,96^\circ) V$$

**Problema 7.17**

Determinar, en el circuito de la figura siguiente, la expresión de la intensidad que circula por el condensador  $i_C(t)$  mediante el método de los nudos.

$$e_g(t) = 20 \cdot \cos(4t) V$$

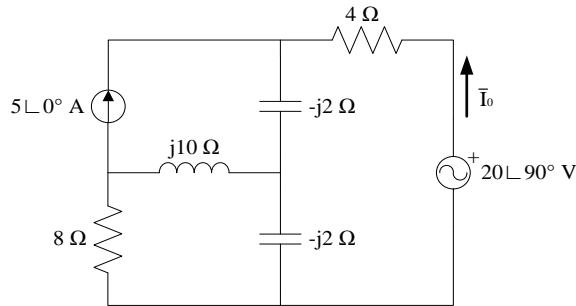


Solución:

$$i_C(t) = 7,59 \cdot \cos(4t + 108,4^\circ) A$$

**Problema 7.18**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la intensidad  $i_0(t)$  mediante el método de las mallas.



Solución:

$$\bar{I}_0 = 6,12 \angle 144,38^\circ \text{ A}$$

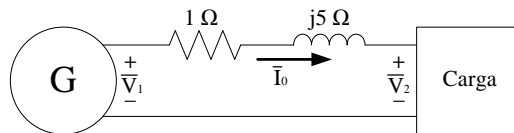
**Problema 7.19**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el voltaje en bornes del generador  $\bar{V}_1$  y la caída de tensión relativa entre la carga y el generador  $\Delta V\%$ , para cada uno de los siguientes valores de intensidad:

- a)  $\bar{I}_0 = 5,75 \angle 0^\circ \text{ A}$
- b)  $\bar{I}_0 = 5,75 \angle -80^\circ \text{ A}$
- c)  $\bar{I}_0 = 5,75 \angle 80^\circ \text{ A}$

$$V_2 = 230 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\Delta V\% = \frac{|\bar{V}_1| - |\bar{V}_2|}{|\bar{V}_1|} \cdot 100$$



Solución:

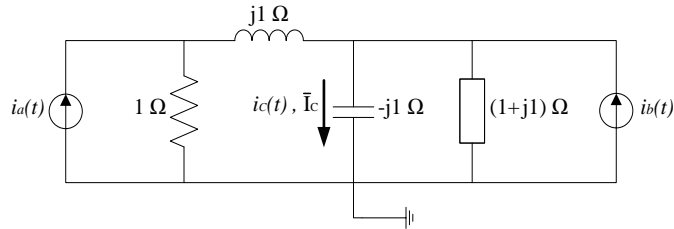
- a)  $V_1 = 237,5 \angle 6,95^\circ$  y  $\Delta V = 2,95\%$ ;
- b)  $V_1 = 259,3 \angle -0,15^\circ$  y  $\Delta V = 11,3\%$
- c)  $V_1 = 202,96 \angle 3^\circ$  y  $\Delta V = -13,3\%$

### Problema 7.20

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la intensidad que circula por el condensador  $\bar{I}_C$  y también su expresión en función del tiempo  $i_c(t)$ , mediante el método de los nudos.

$$i_a(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \sin(100t) \text{ A}$$

$$i_b(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \cos(100t) \text{ A}$$



Solución:

$$\bar{I}_C = 10 \angle 0^\circ \text{ A} \quad i_c(t) = \sqrt{2} \cdot \cos(100t) \text{ A}$$

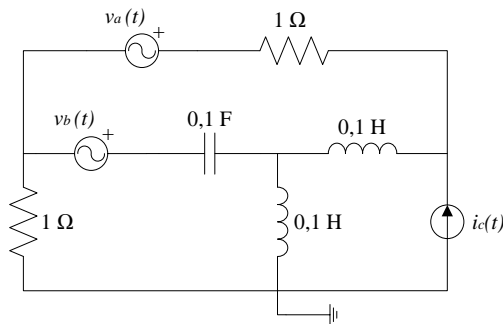
### Problema 7.21

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las expresiones de las corrientes suministradas por los generadores de tensión alterna en función del tiempo,  $i_a(t)$  e  $i_b(t)$ , y la expresión del voltaje en bornes de la fuente de corriente  $V_c(t)$ .

$$v_a(t) = 20 \cdot \cos(10t - 45^\circ) \text{ V}$$

$$v_b(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \cos(10t) \text{ V}$$

$$i_c(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \sin(10t) \text{ A}$$



Solución:

$$i_a(t) = 10 \cdot \cos(10t - 135^\circ) \text{ A},$$



$$i_b(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \cos(10t + 90^\circ) \text{ A}$$

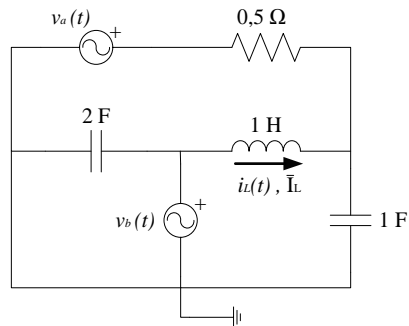
$$v_c(t) = \sqrt{2} \cdot 22,36 \cdot \cos(10t - 26,56^\circ) \text{ V}$$

### Problema 7.22

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la intensidad que pasa por la bobina  $\vec{I}_L$  y también su expresión en función del tiempo  $i_L(t)$ .

$$v_a(t) = 10 \cdot \cos(t + 45^\circ) \text{ V}$$

$$v_b(t) = 4 \cdot \cos(t - 45^\circ) \text{ V}$$



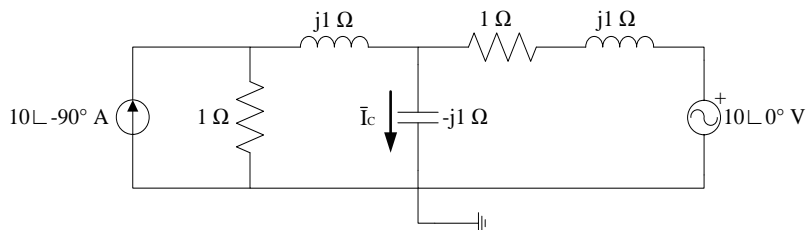
Solución:

$$\vec{I}_L = 6,71 \angle 153,4^\circ \text{ A}$$

$$i_L(t) = \sqrt{2} \cdot 6,71 \cdot \cos(t + 153,4^\circ) \text{ A}$$

### Problema 7.23

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la intensidad que pasa por el condensador  $\vec{I}_C$  mediante el teorema de superposición.



Solución:

$$\vec{I}_C = \vec{I}_C' + \vec{I}_C'' = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_C' = 5\sqrt{2}\angle -45^\circ \text{ A}$$

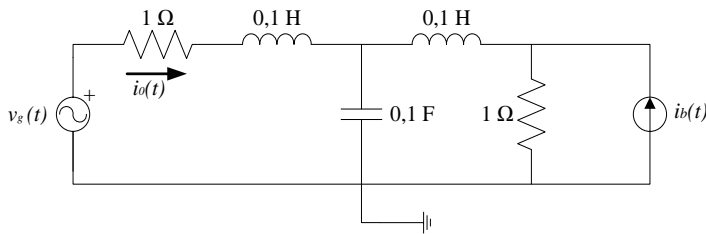
$$\bar{I}_C'' = 5\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ A}$$

**Problema 7.24**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la expresión de la intensidad que circula por la resistencia en función del tiempo  $i_0(t)$ , utilizando el teorema de superposición.

$$v_g(t) = 2\sqrt{2} \cdot \cos(10t) \text{ V}$$

$$\bar{I}_b = 5\angle 0^\circ \text{ A}$$

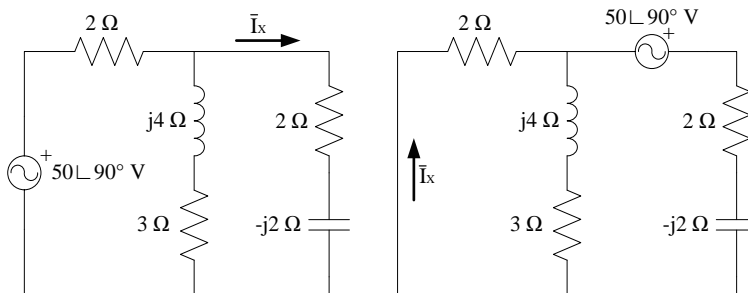


*Solución:*

$$i_0(t) = i_0'(t) + i_0''(t) = (5\sqrt{2} \cdot \cos(10t) - 2,5\angle 0^\circ) \text{ A}$$

**Problema 7.25**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la intensidad que circula por el condensador  $\bar{I}_C$  utilizando el teorema de superposición.



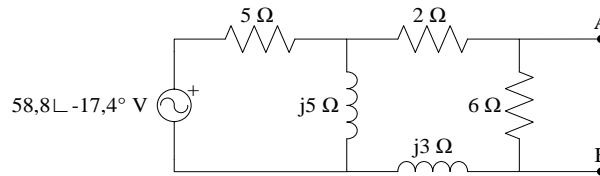
*Solución:*

$$\bar{I}_X = 10,1\angle 129,1^\circ \text{ A}$$



### Problema 7.26

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin y Norton entre los puntos A y B ( $\overline{V_{th}}$ ,  $\overline{Z_{th}}$  e  $\overline{I_N}$ ).



Solución:

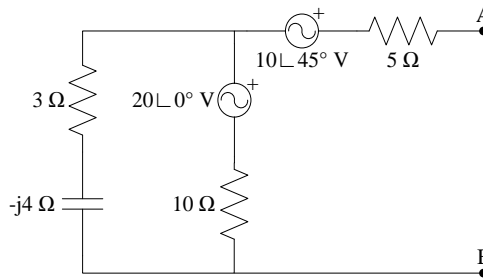
$$\overline{V_{th}} = 20 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\overline{Z_{th}} = 3,6 \angle 23,06^\circ \Omega$$

$$\overline{I_N} = 5,56 \angle -23,06^\circ \text{ A}$$

### Problema 7.27

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin y Norton entre los puntos A y B ( $\overline{V_{th}}$ ,  $\overline{Z_{th}}$  e  $\overline{I_N}$ ).



Solución:

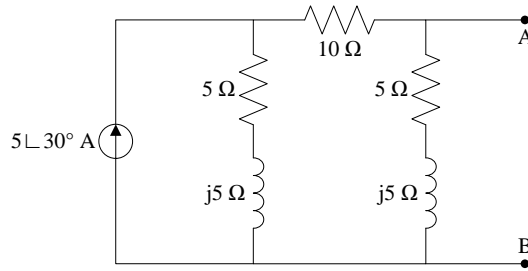
$$\overline{V_{th}} = 11,5 \angle -95,8^\circ \text{ V}$$

$$\overline{Z_{th}} = 8,26 \angle -15,8^\circ \Omega$$

$$\overline{I_N} = 1,39 \angle -80,6^\circ \text{ A}$$

### Problema 7.28

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin y Norton entre los puntos A y B ( $\overline{V_{th}}$ ,  $\overline{Z_{th}}$  e  $\overline{I_N}$ ).



*Solución:*

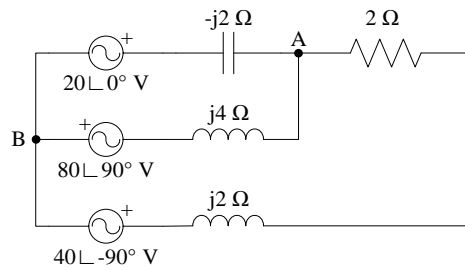
$$\overline{V}_{th} = 11,18 \angle 93,43^\circ \text{ V}$$

$$\overline{Z}_{th} = 5 \angle 36,87^\circ \Omega$$

$$\overline{I}_N = 2,24 \angle 56,56^\circ \text{ A}$$

### Problema 7.29

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el voltaje entre los puntos  $\overline{V}_{AB}$  y la potencia disipada en la resistencia.



*Solución:*

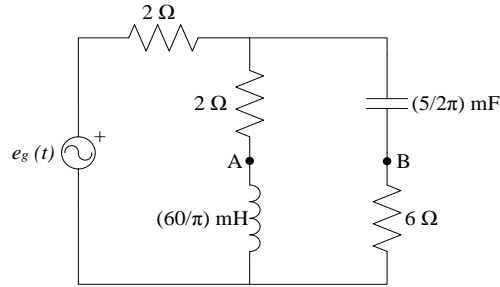
$$\overline{V}_{AB} = 120 \angle 180^\circ \text{ V}$$

$$P_{2\Omega} = 4000 \text{ W}$$

### Problema 7.30

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin y Norton entre los puntos A y B ( $\overline{V}_{th}$ ,  $\overline{Z}_{th}$  e  $\overline{I}_N$ ), y también la potencia máxima disipada  $P_{m\acute{a}x}$ .

$$e_g(t) = 240\sqrt{2} \cdot \sin(100\pi t) \text{ V}$$



Solución:

$$\overline{V}_{th} = 47,17 \angle -31,17^\circ \text{ V}$$

$$\overline{Z}_{th} = 4,32 \angle -31,17^\circ \Omega,$$

$$\overline{I}_N = 10,91 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$P_{m\acute{a}x} = 151,16 \text{ W}$$

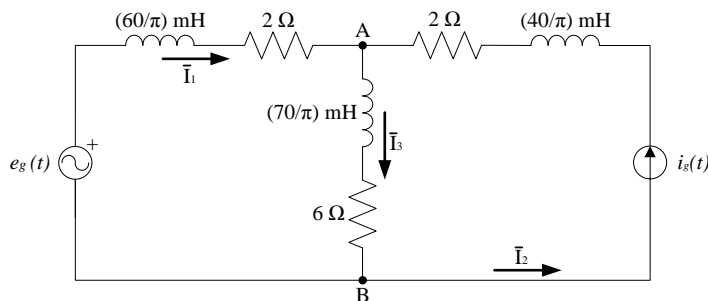
### Problema 7.31

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, las magnitudes que se indican a continuación:

- La tensión entre los puntos A y B del circuito  $\overline{V}_{AB}$ .
- Las intensidades  $\overline{I}_1$ ,  $\overline{I}_2$  e  $\overline{I}_3$ .
- La potencia aparente de las dos fuentes (de tensión e intensidad).

$$e_g(t) = 240 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(100\pi t) \text{ V}$$

$$i_g(t) = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(100\pi t) \text{ A}$$



Solución:

$$a) \overline{V}_{AB} = 109,387 \angle -2,65^\circ \text{ V};$$

$$b) \overline{I}_1 = 20,685 \angle -69,35^\circ \text{ A}, \overline{I}_2 = 10 \angle 90^\circ \text{ A},$$

$$\overline{I}_3 = 11,864 \angle -52,05^\circ \text{ A};$$

$$c) \overline{S}_{e_g} = 4964,561 \angle 69,35^\circ \text{ VA}, \overline{S}_{i_g} = 708,62 \angle -77,83^\circ \text{ VA}$$

### Problema 7.32

Del circuito de la figura siguiente, se conocen los siguientes datos:

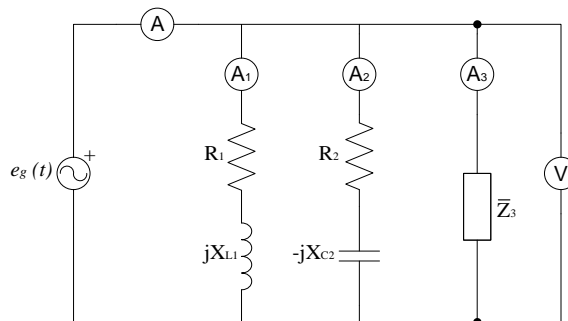
$$f = 50 \text{ Hz}, V = 225 \text{ V}, A = 33,75 \text{ A}, A_2 = 12,728 \text{ A} \text{ y } A_3 = 18 \text{ A}.$$

Además, se sabe que:

- $\bar{Z}_1 = (R_1 + jX_{L1})$  es inductivo.
- $\bar{Z}_2 = (R_2 - jX_{C2})$  es capacitivo, con  $R_2 = X_{C2}$ .
- $\bar{Z}_3 = (R_3 + jX_{L3})$  es una resistencia pura.
- Factor de potencia de toda la carga  $\cos \varphi_c = 1$ .

Tomando  $e_g(t)$  con un ángulo de  $0^\circ$  (valor de referencia), hallar:

- a) La expresión en función del tiempo y el valor instantáneo de la tensión proporcionada por la fuente de tensión  $e_g(t)$  y  $\bar{E}_g$ .
- b) La expresión en función del tiempo y el valor instantáneo de todas las intensidades que pasan por los amperímetros  $I_{tot}(t)$ ,  $I_1(t)$ ,  $I_2(t)$ ,  $I_3(t)$ ,  $\bar{I}_{tot}$ ,  $\bar{I}_1$ ,  $\bar{I}_2$  e  $\bar{I}_3$ .



*Solución:*

$$a) \bar{E}_g = 225 \angle 0^\circ \text{ V}, e_g(t) = 225 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(100\pi t + 0^\circ) \text{ V}$$

$$b) \bar{I}_{tot} = 33,75 \angle 0^\circ \text{ A}, \bar{I}_1 = 11,25 \angle -53,15^\circ \text{ A},$$

$$\bar{I}_2 = 12,73 \angle 45^\circ \text{ A}, \bar{I}_3 = 18 \angle 0^\circ \text{ A},$$

$$i_{tot}(t) = 33,75 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(100\pi t + 0^\circ) \text{ A},$$

$$i_1(t) = 11,25 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(100\pi t - 53,15^\circ) \text{ A},$$

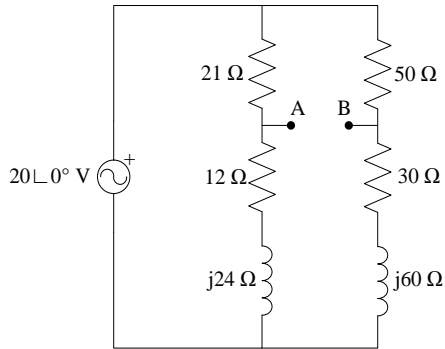
$$i_2(t) = 12,73 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(100\pi t + 45^\circ) \text{ A}$$

$$i_3(t) = 18 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(100\pi t + 0^\circ) \text{ A}$$



**Problema 7.33**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $\overline{V}_{th}$ ,  $\overline{Z}_{th}$ ) entre los puntos A y B indicados.

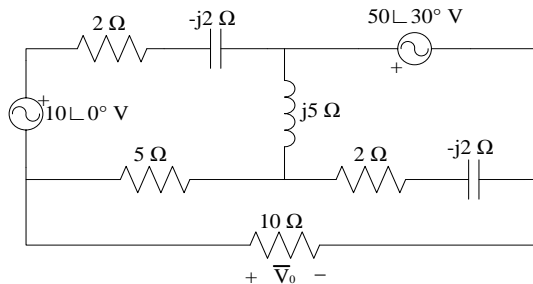


*Solución:*

$$\overline{V}_{th} = 0,326 \angle 169,4^\circ \text{ V}, \overline{Z}_{th} = 47,35 \angle 26,81^\circ \Omega$$

**Problema 7.34**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la caída de tensión en bornes de la resistencia  $\overline{V}_0$  mediante el método de mallas.



*Solución:*

$$\overline{V}_0 = 4,35 \angle -194,15^\circ \text{ V}$$

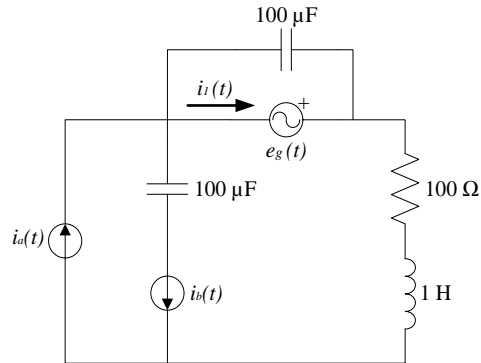
**Problema 7.35**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la expresión de la intensidad en función del tiempo  $i_1(t)$ . Hallar también la potencia aparente, activa y reactiva suministrada por la fuente de corriente  $i_2(t)$ .

$$e_g(t) = 1000\sqrt{2} \cdot \cos(100t) \text{ V}$$

$$i_a(t) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(100t) \text{ A}$$

$$i_b(t) = 10\sqrt{2} \cdot \cos(100t) \text{ A}$$



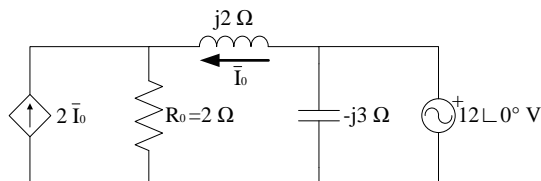
Solución:

$$i_a(t) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(100t) \text{ A} \quad i_b(t) = 10\sqrt{2} \cdot \cos(100t + 180^\circ) \text{ A},$$

$$S = 10\sqrt{2} \text{ kVA}, P = 10 \text{ kW}, Q = 10 \text{ kVAR}$$

### Problema 7.36

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la potencia que disipa la resistencia  $R_0$  ( $P_{R_0}$ ).

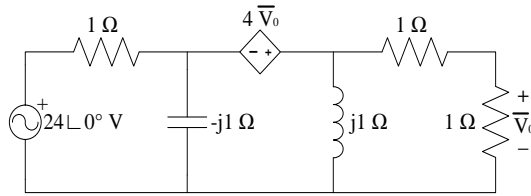


Solución:

$$P_{R_0} = 32,49 \text{ W}$$

### Problema 7.37

Determinar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la potencia media suministrada por las dos fuentes de tensión (dependiente y no dependiente)  $P_{med}$  y también el voltaje en bornes de la resistencia  $\vec{V}_0$ .

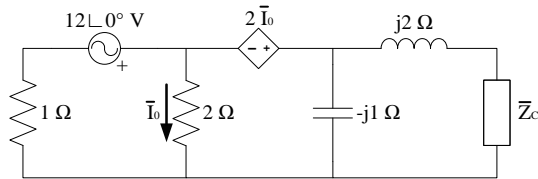


Solución:

$$P_{med} = 321,8W, \bar{V}_0 = 5,83\angle 104^\circ V$$

### Problema 7.38

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la máxima potencia transferida a la carga  $P_{\bar{Z}_C máx}$ , y el valor de dicha carga  $\bar{Z}_C$ .

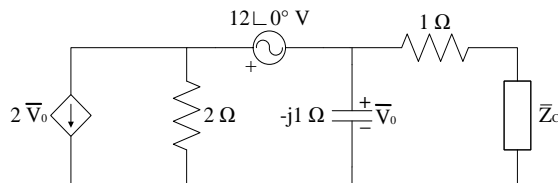


Solución:

$$P_{\bar{Z}_C máx} = 24W, \bar{Z}_C = (0,48 - j1,36)\Omega$$

### Problema 7.39

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la máxima potencia transferida a la carga  $P_{\bar{Z}_C máx}$ , y el valor de dicha carga  $\bar{Z}_C$ .

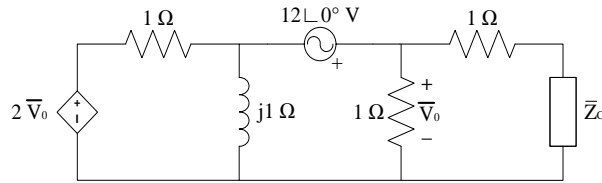


Solución:

$$P_{\bar{Z}_C máx} = 0,46W, \bar{Z}_C = (1,34 + j0,14)\Omega$$

**Problema 7.40**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la máxima potencia transferida a la carga  $P_{\bar{Z}_C máx}$ , y el valor de dicha carga  $\bar{Z}_C$ .



*Solución:*

$$P_{\bar{Z}_C máx} = 36W, \bar{Z}_C = (1 - j1) \Omega$$

→ 8



## Representación gráfica

Este octavo capítulo, formado por 4 enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, trata de una modalidad concreta de resolución, principalmente de problemas de corriente alterna, como es la representación gráfica aplicada a la resolución de un circuito eléctrico.

La resolución por este método es más larga y laboriosa que numéricamente, aunque no es compleja, y requiere más tiempo para su finalización, pero tiene la ventaja de que facilita comprender cómo interacciona un sistema o, variando un parámetro, como cambian todas las demás magnitudes, y es especialmente adecuado para sistemas de líneas o para la modelización de máquinas eléctricas.

Este capítulo es solo una muestra de cómo realizar este tipo de resolución. Otras obras afines presentan problemas más reales en que sí resulta útil este método de resolución.

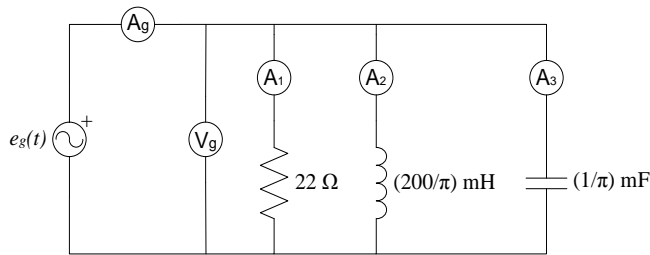


**Problema 8.1**

Para el circuito de la figura siguiente, halla las expresiones temporales de todas las intensidades  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ ,  $i_3(t)$  e  $i_g(t)$ , y represéntalas gráficamente junto con la tensión del generador.

Nota: Tomar como ángulo de referencia el ángulo de la tensión del generador ( $\overline{E}_g = E_g \angle 0^\circ V$ ).

$$e_g(t) = 220\sqrt{2} \cdot \sin(100\pi t) V$$



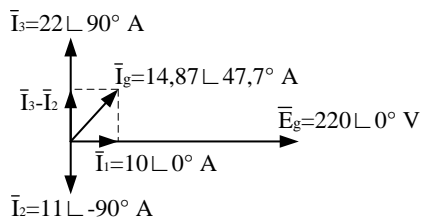
*Solución:*

$$i_1(t) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(100\pi t + 0^\circ) A,$$

$$i_2(t) = 11\sqrt{2} \cdot \sin(100\pi t - 90^\circ) A,$$

$$i_3(t) = 22\sqrt{2} \cdot \sin(100\pi t + 90^\circ) A$$

$$i_g(t) = 14,87\sqrt{2} \cdot \sin(100\pi t + 47,7^\circ) A$$



**Problema 8.2**

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

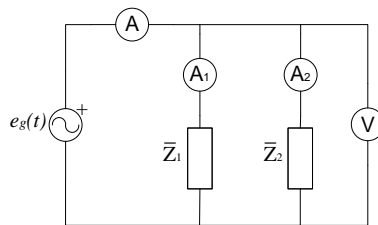
- La expresión de la tensión del generador es  $e_g(t) = 24\sqrt{2} \cdot \sin(100\pi t) V$  .

- El factor de potencia total es  $\cos(\varphi_{Tot}) = 0,966$  (capacitivo).

- Las lecturas de los amperímetros son  $A_g = 3\sqrt{2} A$ ,  $A_1 = 3 A$  y  $A_2 = 3 A$ .

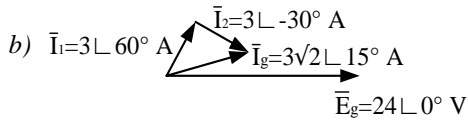
Con esta información, y tomando como ángulo de referencia el ángulo de la tensión del generador ( $\vec{E}_g = E_g \angle 0^\circ V$ ):

- Hallar las intensidades  $\vec{I}_g$ ,  $\vec{I}_1$  e  $\vec{I}_2$  en notación vectorial.
- Representar gráficamente, mediante fasores, las intensidades del apartado anterior y la tensión proporcionada por el generador.



Solución:

$$a) \vec{I}_g = 3\sqrt{2} \angle 15^\circ A, \vec{I}_1 = 3 \angle 60^\circ A, \vec{I}_2 = 3 \angle -30^\circ A$$



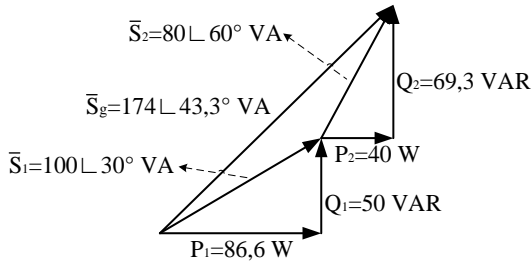
### Problema 8.3

Suponiendo un circuito con dos ramas en paralelo, la primera con una carga  $\vec{Z}_1 = 4 \angle 30^\circ \Omega$  y la segunda con una carga  $\vec{Z}_2 = 5 \angle 60^\circ \Omega$ , alimentadas por una fuente de tensión  $\vec{E}_g = 28,28 \angle 60^\circ V$ . Con estas condiciones, hallar los triángulos de potencias de cada carga y el total, tanto analítica como gráficamente.

Solución:

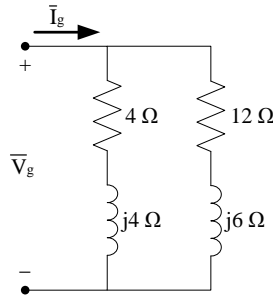
$$\vec{S}_1 = 100 \angle 30^\circ VA, P_1 = 86,6W, Q_1 = 50VAR, \vec{S}_2 = 80 \angle 60^\circ VA$$

$$P_2 = 40W, Q_2 = 69,28VAR \text{ y } \vec{S}_g = 174 \angle 43,3^\circ VA$$



**Problema 8.4**

Hallar, analítica y gráficamente, el triángulo de potencias del circuito de la figura siguiente si se sabe que la potencia reactiva total vale  $Q_T = 2500\text{VAR}$ .

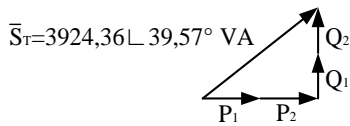


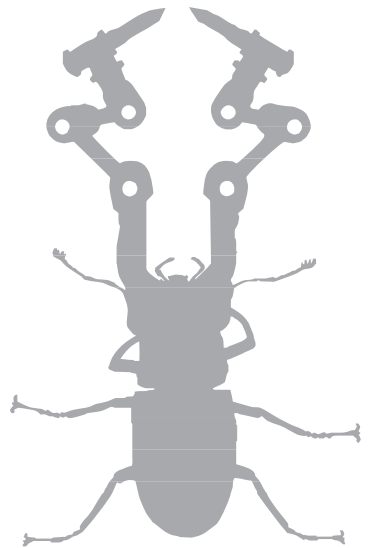
*Solución:*

$$\bar{S}_T = (3025 + j2500)\text{VA} = 3924,36\angle 39,57^\circ \text{VA}, P_1 = 1975\text{W},$$

$$P_2 = 1050\text{W}, P_T = P_1 + P_2 = 3025\text{W} \text{ y}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = 2500\text{VAR}$$





→ 9



## Filtros eléctricos en alterna

Este noveno capítulo, formado por 10 enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, es otra aplicación concreta de la corriente alterna (AC), en este caso aplicada a los sistemas con filtros eléctricos de diferentes tipos.

Mediante estos problemas, el lector aprenderá a construir filtros eléctricos básicos y a obtener diversas modalidades de ellos, como son los filtros pasa-bajos, pasa-altos, elimina-banda o pasa-banda. Estos filtros se construyen utilizando únicamente elementos pasivos, como son las resistencias, las bobinas y los condensadores, colocados de forma adecuada.

Por tanto, es un capítulo importante, aunque puntual sobre las aplicaciones de la corriente alterna al mundo industrial, al tiempo que permite ver la variabilidad del comportamiento de algunos elementos, como las bobinas y los condensadores, cuando aplicamos sobre ellos diferentes frecuencias, dando una respuesta distinta en función de su valor. Es decir, un mismo componente puede comportarse de formas diferentes en función de la frecuencia, lo cual no ocurre al trabajar con elementos resistivos, que son invariables a la frecuencia.

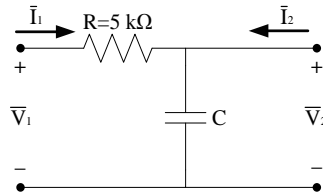
Los problemas están ordenados de menor dificultad a mayor dificultad, y alguno de ellos es de examen, con lo cual se propicia un estudio más real de la materia.



### Problema 9.1

Para el circuito de la figura siguiente, hallar el módulo de la función de transferencia

$$|Av| = \frac{|\bar{V}_2|}{|\bar{V}_1|}$$



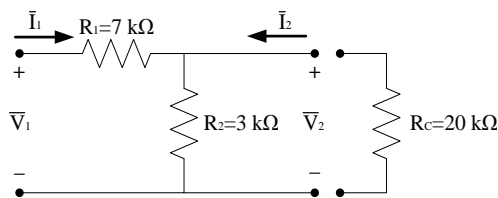
Solución:

$$|Av| = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_x}} \text{ donde } \omega_x = \frac{1}{RC}$$

### Problema 9.2

Para el circuito de la figura siguiente, hallar el módulo de la función de transferencia

$$|Av| = \frac{|\bar{V}_2|}{|\bar{V}_1|} \text{ con y sin la resistencia de carga } R_C$$



Solución:

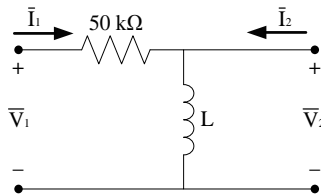
$$\text{Sin carga: } |Av| = \frac{|\bar{V}_2|}{|\bar{V}_1|} = \frac{3}{7+3} = 0,3$$

$$\text{Con carga: } |Av| = \frac{|\bar{V}_2|}{|\bar{V}_1|} = \frac{R_p}{R_1 + R_p} = 0,27 \text{ donde } R_p = R_2 // R_C$$

### Problema 9.3

Para el filtro pasa altos de la figura siguiente se pide:

- Hallar el valor de la inductancia  $L$  sabiendo que la frecuencia es  $f = 50\text{ Hz}$  y que el módulo de la función de transferencia vale  $|Av| = 0,5$ .
- Conservando la información del apartado anterior, hallar la nueva frecuencia del filtro si se sabe ahora que el módulo de la nueva función de transferencia vale  $|Av| = 0,9$ .



Solución:

$$|Av| = 0,5 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_x}{50}\right)^2}}$$

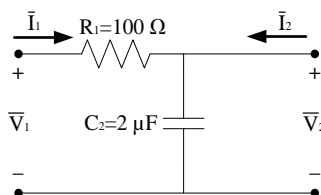
$$a) |Av| = 0,5 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_x}{\omega}\right)^2}}$$

$$f_x = 50\sqrt{3}\text{ MHz} \quad L = \frac{R_1}{2\pi f_x} = 91,9 \mu\text{ H}$$

$$b) 0,9 = \frac{1}{1 + \left(\frac{50\sqrt{3}}{f}\right)^2} \rightarrow f = 179\text{ MHz}$$

### Problema 9.4

Para el filtro pasa bajos de la figura siguiente, hallar la frecuencia, si se sabe que el módulo de la función de transferencia vale  $|Av| = 0,5$ .





Solución:

$$|Av| = \frac{|\bar{V}_2|}{|\bar{V}_1|} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_x}} \quad , \text{donde } \omega_x = \frac{1}{R_1 C_2}$$

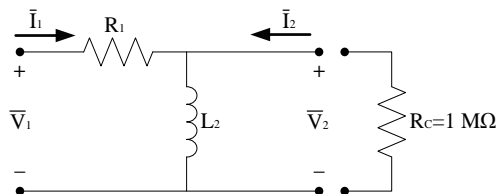
$$0.5^2 = \frac{|\bar{V}_2|}{|\bar{V}_1|} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_x}} \quad ; \text{por tanto, } \frac{\omega}{\omega_x} = \sqrt{3}$$

$$\omega = \sqrt{3} \frac{1}{R_1 C_2} 8660 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \text{y, por tanto, } f = 1378 \text{Hz}$$

### Problema 9.5

Para el filtro pasa altos de la figura siguiente, hallar:

- La frecuencia angular  $\omega$  del filtro, sabiendo que el módulo de la función de transferencia vale  $|Av| = 0,9$  y que la carga no está conectada ( $R_c$ ).
- El módulo de la función de transferencia  $|Av|$  si ahora se conecta la carga ( $R_c$ ) y la frecuencia angular vale  $\omega = 7,5 \cdot 10^8 \text{ rad / s}$ .



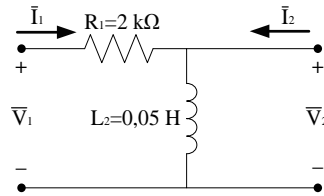
Solución:

a)  $\omega = 5,16 \cdot 10^8 \text{ rad / s}$

b)  $|Av| = 0,908$

### Problema 9.6

Para el filtro pasa altos  $RL$  de la figura siguiente, hallar la función de transferencia  $Av$ , conociendo la relación  $\omega = 2,5 \cdot \omega_x$ .

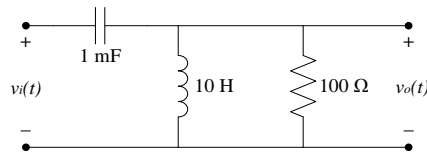


Solución:

$$\bar{A}_v = \frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} = 0,928 \angle 21,8^\circ$$

### Problema 9.7

Para el filtro de la figura siguiente, hallar la expresión de la función de transferencia  $G_v(j\omega)$  y determinar el tipo de filtro.



Solución:

$$G_v(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\bar{Z}_{eq}}{\bar{Z}_{eq} + \frac{j\omega L}{C}} = \frac{j\omega L}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \cdot \frac{j\omega L}{R}} =$$

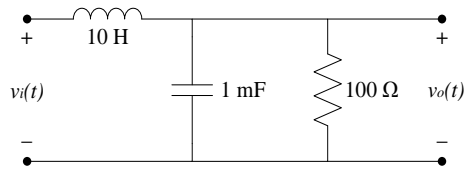
$$= \frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + 10j\omega L + 100} = \frac{0,01(j\omega)^2}{\left(\frac{j\omega}{10}\right)^2 + \frac{j\omega}{10} + 1}$$

$$\text{donde } \bar{Z}_{eq} = \frac{j\omega L // R}{R} = \frac{j\omega L}{1 + \frac{j\omega L}{R}}$$

Se trata de un ffilter de pasaa alto.

### Problema 9.8

Para el filtro de la figura siguiente, hallar la expresión de la función de transferencia  $A_v(j\omega)$  y determinar el tipo de filtro.



Solución:

$$A_v(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\bar{Z}_{eq}}{\bar{Z}_{eq} + j\omega L} = \frac{R}{R + j\omega L(1 + j\omega RC)} =$$

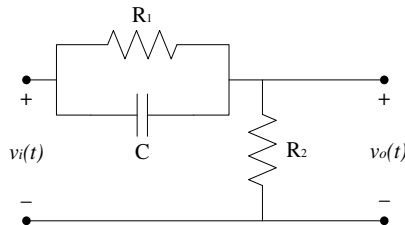
$$= \frac{1}{(j\omega)^2 \cdot LC + \frac{j\omega L}{R} + 1} = \frac{100}{(j\omega)^2 + 10j\omega + 1} = \frac{1}{\left(\frac{j\omega}{10}\right)^2 + \frac{j\omega}{10} + 1}$$

donde  $\bar{Z}_{eq} = \frac{R // C}{j\omega L} = \frac{R}{1 + j\omega C}$

Se trata de un filtro de pasaa bajos.s

### Problema 9.9

Para el filtro de la figura siguiente, hallar la expresión de la función de transferencia  $G_v(j\omega)$  y determinar el tipo de filtro.



Solución:

$$G_v(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2}{\bar{Z}_{eq} + R_2} = \frac{(1 + j\omega R_1 C) \cdot R_2}{R_1 + R_2 + j\omega R_1 R_2 C} =$$

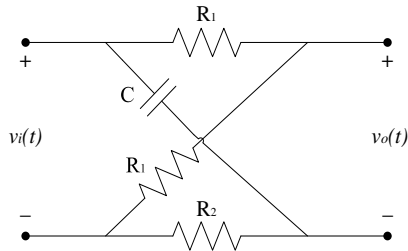
$$= \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \cdot \left( \frac{1 + j\omega R_1 C}{1 + j\omega RC} \right) \text{ donde } R = R_1 // R_2,$$

$$\bar{Z}_{eq} = \frac{R_1 // C}{j\omega C} = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C}, \quad w_z = \frac{1}{R \cdot C}, \quad w_p = \frac{1}{R \cdot C}$$

Se trata de un filtro de pasaa altos.s

**Problema 9.10**

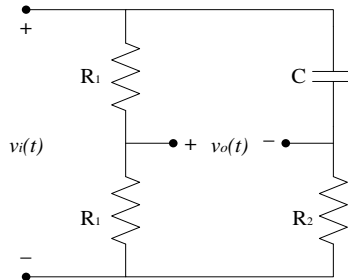
Para el filtro de la figura siguiente, hallar la expresión de la función de transferencia  $G_v(j\omega)$ .



*Solución:*

$$V_o = V_i \left( \frac{R_1}{R_1 + R_1} - \frac{R_1}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} \right) = V_i \left( \frac{1}{2} - \frac{j\omega CR_2}{1 + j\omega CR_2} \right) =$$

$$= \frac{V_i}{2} \left( \frac{1 - j\omega CR_2}{1 + j\omega CR_2} \right) \rightarrow G_v(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 + (\omega CR_2)^2}{1 + (\omega CR_2)^2}} = \frac{1}{2}$$



→ 10



## Circuitos magnéticamente acoplados

Este décimo capítulo formado por 20 enunciados de problemas con sus respectivas soluciones, es otra aplicación concreta de la corriente alterna (AC), en este caso aplicado a los sistemas con más de una bobina, las cuales están magnéticamente acopladas por medio de un núcleo ferromagnético.

El acoplamiento magnético es la base de la mayor parte de las máquinas eléctricas, las cuales sin el mismo no podrían girar al no poder tener entrehierros, ya que éstos interrumpen los circuitos eléctricos. Gracias a las propiedades de transformación de la energía eléctrica a magnética y viceversa, es posible que la energía se transmita por cortos recorridos en el aire (entrehierros) y así permite que las máquinas tengan diferentes grados de libertad y puedan girar sus mecanismos.

Los problemas se ordenan en primer lugar teniendo en cuenta el número de bobinas acopladas, en un principio suelen ser dos, para pasar al final de los problemas a tres bobinas acopladas, con lo cual su resolución se complica y se hace aconsejable la utilización de programas informáticos para acortar el tiempo de cálculo.

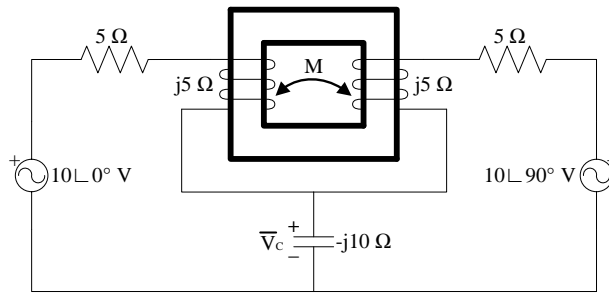
También notar que existen dos tipos de problemas acoplamiento magnético, los que todavía incluyen circuito magnético y los que carecen de éste. En los primeros deben buscarse los bornes o terminales homólogos lo que significa un trabajo extra, mientras que en los segundos ya se dan los bornes y por tanto nos facilitan el trabajo. Para la determinación de los bornes homólogos es necesario que el lector este familiarizado con la Regla de la Mano Derecha, lo que nos permite descubrir por dónde y cómo fluirá el flujo magnético.

Los problemas están dispuestos de menor dificultad a mayor dificultad, siendo alguno de ellos de examen con lo cual se propicia un estudio más real de la materia.



**Problema 10.1**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el voltaje en bornes del condensador  $\vec{V}_C$ , considerando que el coeficiente de autoinducción entre bobinados vale  $\vec{X}_M = j2\Omega$ .

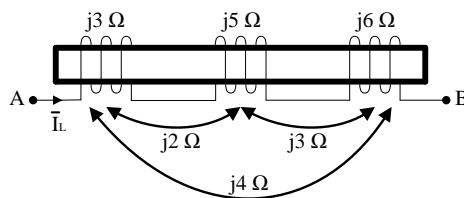


*Solución:*

$$\vec{V}_C = 10,16\angle 24^\circ$$

**Problema 10.2**

Hallar, en el esquema de la figura siguiente, el valor de la reactancia inductiva equivalente  $\vec{X}_{Leq}$  entre los puntos A y B.

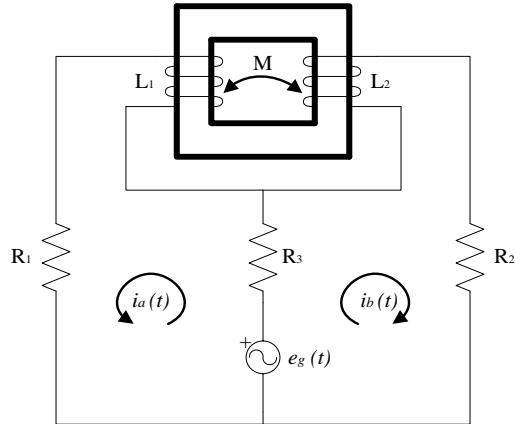


*Solución:*

$$\vec{X}_{Leq} = j12\Omega$$

**Problema 10.3**

Hallar las ecuaciones de malla del circuito de la figura siguiente.



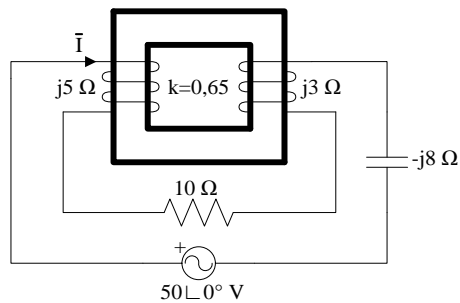
Solución:

$$e_g(t) = R_1 i_a(t) + L_1 \frac{d(i_a(t))}{dt} + R_3 (i_a(t) + i_b(t)) + M \frac{d(i_b(t))}{dt}$$

$$e_g(t) = R_2 i_b(t) + L_2 \frac{d(i_b(t))}{dt} + R_3 (i_a(t) + i_b(t)) + M \frac{d(i_a(t))}{dt}$$

### Problema 10.4

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el coeficiente de autoinducción  $X_M$  entre bobinados y el valor de la intensidad  $\vec{I}$  que circula.



Solución:

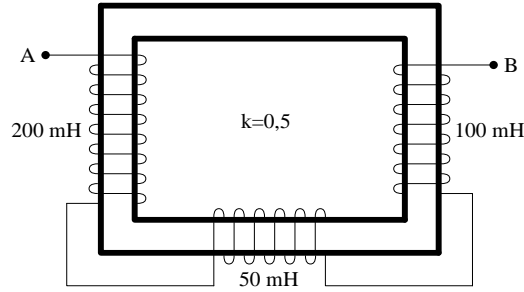
$$X_M = k \cdot \sqrt{jX_{L_1} \cdot jX_{L_2}} = j2,517 \Omega$$

$$\vec{I} = 4,46 \angle 26,7^\circ \text{ A}$$



**Problema 10.5**

Hallar, en el esquema de la figura siguiente, el valor de la inductancia equivalente  $L_{eq}$  entre los puntos A y B.

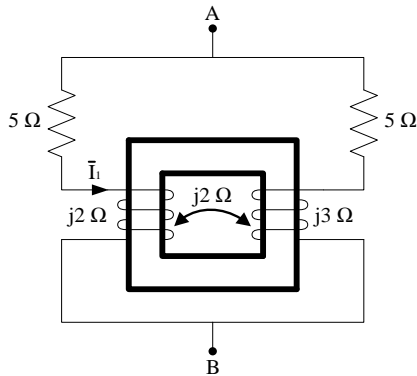


Solución:

$$L_{eq} = 238 \text{ mH}$$

**Problema 10.6**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la impedancia equivalente  $\vec{Z}_{eq}$  entre los puntos A y B. Halla también la intensidad total  $\vec{I}_{tot} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$  que pasa por el circuito cuando se coloca una fuente de tensión alterna, tipo test, entre los puntos A y B de valor  $\vec{E}_{g \text{ test } AB} = 1 \angle 0^\circ \text{ V}$ .

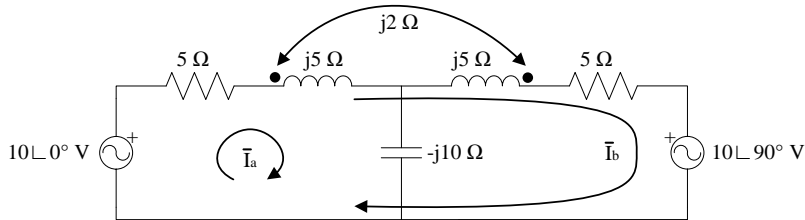


Solución:

$$\vec{Z}_{eq} = 3,38 \angle 41,75^\circ \Omega, \vec{I}_{tot} = I_1 + I_2 = 0,296 \angle -41,75^\circ \text{ A}$$

**Problema 10.7**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de las intensidades  $\vec{I}_a$  e  $\vec{I}_b$ .

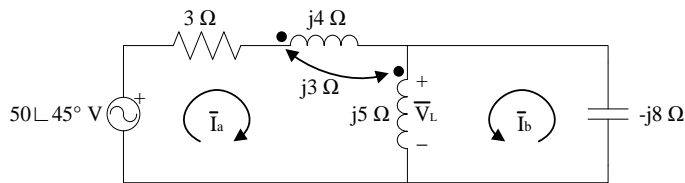


*Solución:*

$$\vec{I}_a = 1,015 \angle 113,96^\circ \text{ A}, \vec{I}_b = 1,718 \angle -73^\circ \text{ A}$$

**Problema 10.8**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de las intensidades  $\vec{I}_a$  e  $\vec{I}_b$ , así como el valor de la tensión en bornes de la bobina  $\vec{V}_L$ .



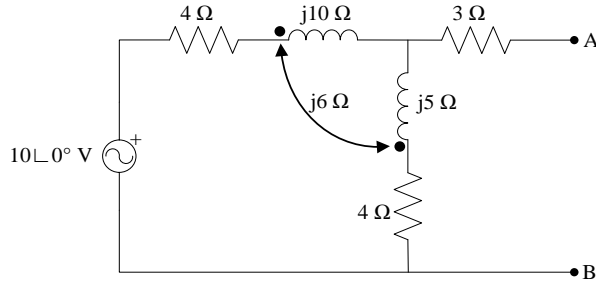
*Solución:*

$$\vec{I}_a = 1,37 \angle -40,28^\circ \text{ A}, \vec{I}_b = 3,66 \angle -40,28^\circ \text{ A}$$

$$\vec{V}_L = 29,27 \angle 49,72^\circ \text{ V}$$

**Problema 10.9**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin y Norton ( $\vec{V}_{th}$ ,  $\vec{Z}_{th}$  e  $\vec{I}_N$ ) entre los puntos A y B indicados.



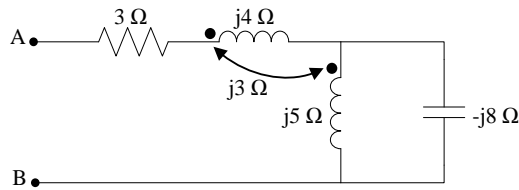
Solución:

$$\vec{V}_{th} = 4,82 \angle -34,6^\circ \text{ V}, \vec{Z}_{th} = 8,62 \angle 48,8^\circ \Omega$$

$$\vec{I}_N = 0,56 \angle -83,39^\circ \text{ A}$$

### Problema 10.10

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la impedancia equivalente ( $\vec{Z}_{eq}$ ) entre los puntos A y B, si se coloca una fuente de tensión alterna, tipo test, entre dichos puntos de valor  $\vec{E}_{g\ test} = 1 \angle 0^\circ \text{ V}$ .

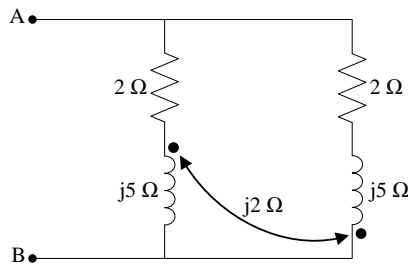


Solución:

$$\vec{Z}_{eq} = 36,46 \angle 85,28^\circ \Omega = (3 + j36,33) \Omega$$

### Problema 10.11

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la impedancia equivalente ( $\vec{Z}_{eq}$ ) entre los puntos A y B, si se coloca una fuente de tensión alterna, tipo test, entre dichos puntos de valor  $\vec{E}_{g\ test} = 1 \angle 0^\circ \text{ V}$ .

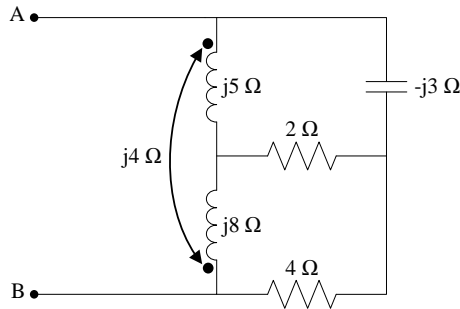


*Solución:*

$$\vec{Z}_{eq} = 1,803 \angle 56,31^\circ \Omega = (1 + j1,5) \Omega$$

**Problema 10.12**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la impedancia equivalente ( $\vec{Z}_{eq}$ ) entre los puntos A y B, si se coloca una fuente de tensión alterna, tipo test, entre dichos puntos de valor  $\vec{E}_{g\ test} = 1 \angle 0^\circ V$ .

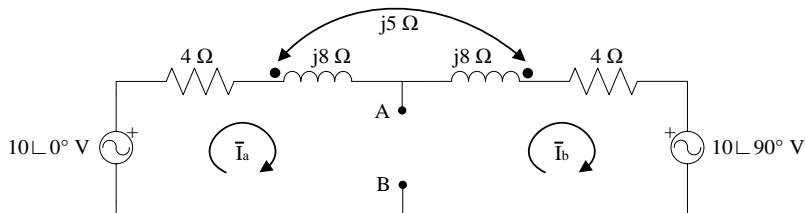


*Solución:*

$$\vec{Z}_{eq} = 7,78 \angle 36,76^\circ \Omega = (6,22 + j4,67) \Omega$$

**Problema 10.13**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin ( $\vec{V}_{th}$  y  $\vec{Z}_{th}$ ) entre los puntos A y B.



*Solución:*

$$\vec{V}_{th} = 7,07 \angle 45^\circ V, \vec{Z}_{th} = 6,8 \angle 72,9^\circ \Omega$$

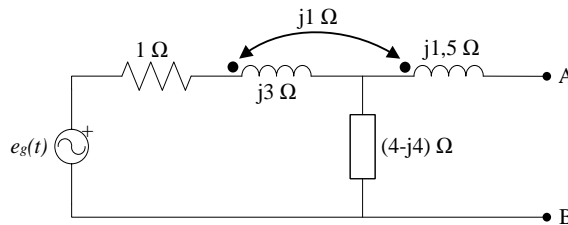


### Problema 10.14

Para el circuito de la figura siguiente, hallar:

- La expresión temporal de la fuente de tensión alterna  $e_g(t)$ .
- El circuito equivalente de Thévenin ( $\overline{V}_{th}$  y  $\overline{Z}_{th}$ ) entre los puntos A y B.
- La intensidad de Norton ( $\overline{I}_N$ ) entre los puntos A y B.
- La máxima potencia ( $P_{m\acute{a}x}$ ) que se puede obtener entre los puntos A y B.

$$v_{AB}(t) = 25\sqrt{2} \cdot \cos(100\pi t) V$$



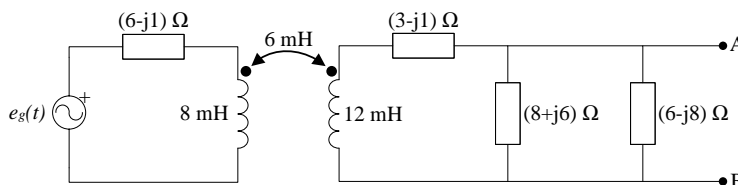
Solución:

- $e_g(t) = 19,91\sqrt{2} \cdot \cos(100\pi t + 40) V$ ;
- $\overline{V}_{th} = 25 \angle 0^\circ V$ ,  $\overline{Z}_{th} = 6,94 \angle -52,9^\circ \Omega$ ;
- $\overline{I}_N = 3,6 \angle -52,9^\circ A$ ;
- $P_{m\acute{a}x} = 37,27 W$

### Problema 10.15

Hallar, entre los puntos A y B del circuito de la figura siguiente, el circuito equivalente de Thévenin y Norton ( $\overline{V}_{th}$ ,  $\overline{Z}_{th}$  e  $\overline{I}_N$ ) y la máxima potencia transferida ( $P_{m\acute{a}x}$ ).

$$e_g(t) = 240\sqrt{2} \cdot \cos(100\pi t + 30^\circ) V$$



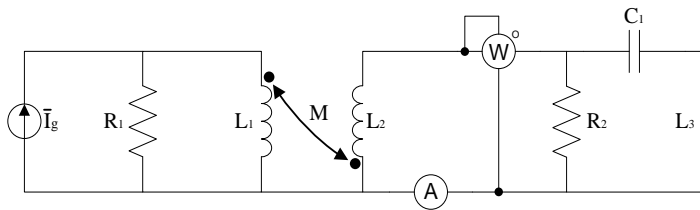
*Solución:*

$$\begin{aligned} \overline{V}_{th} &= 48,4 \angle 88,94^\circ \text{ V}, \overline{Z}_{th} = 2,93 \angle 19,57^\circ \Omega, \\ \overline{I}_N &= 16,53 \angle 69,4^\circ \text{ A}, P_{m\acute{a}x} = 212,24 \text{ W} \end{aligned}$$

**Problema 10.16**

Hallar, para el circuito de la figura siguiente, el valor de la intensidad proporcionada por la fuente de corriente alterna  $\overline{I}_g$  y el valor de la tercera inductancia, tomando como origen de ángulos  $V_{R1}$ .

$$\begin{aligned} \overline{V}_{R1} &= V_{R1} \angle 0^\circ ; f = 50 \text{ Hz} ; W = 500 \text{ W} ; A = 2 \text{ A} \\ L_1 &= 1,19366 \text{ H} ; L_2 = M = 0,79577 \text{ H} \\ R_1 = R_2 &= 250 \Omega ; C_1 = 63,6616 \mu\text{F} ; /X_{C1} < /X_{L3} / \end{aligned}$$

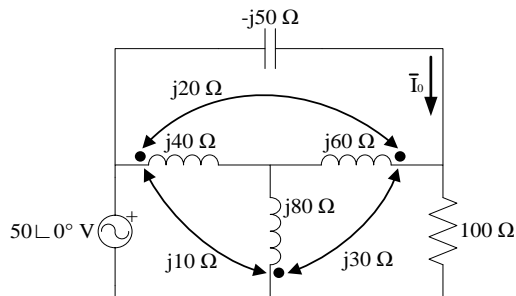


*Solución:*

$$\overline{I}_g = 4,7434 \angle 153,43^\circ \text{ A}, L_3 = 0,9549 \text{ H}$$

**Problema 10.17**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de la intensidad que pasa por el condensador  $\overline{I}_0$ .



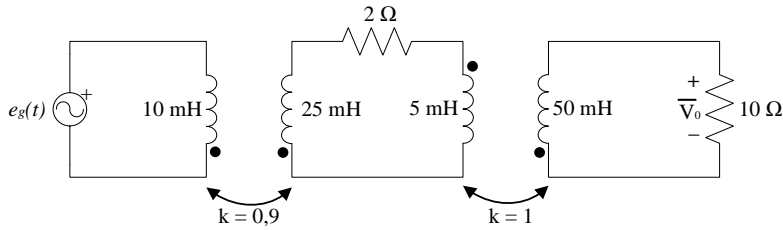
*Solución:*

$$\overline{I}_0 = 3,2 \angle -175,2^\circ \text{ A}$$

**Problema 10.18**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el voltaje en bornes de la resistencia  $\vec{V}_0$ .

$$e_g(t) = 8 \cos(1000t) \text{ V}$$

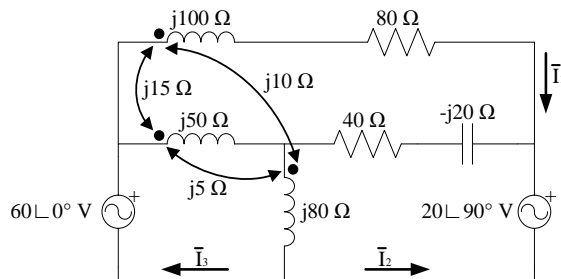


*Solución:*

$$\vec{V}_0 = 4,33 \angle 132,23^\circ \text{ V}$$

**Problema 10.19**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de las intensidades  $\vec{I}_1$ ,  $\vec{I}_2$  e  $\vec{I}_3$ , tal como están indicadas en la figura.



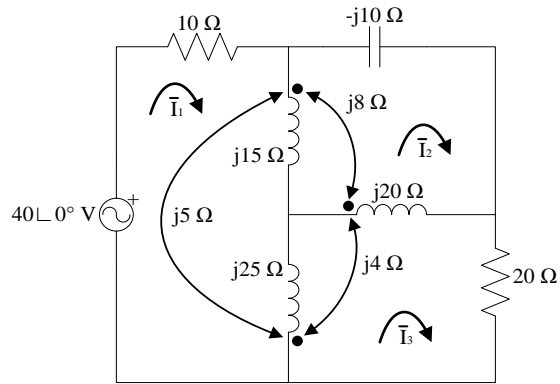
*Solución:*

$$\vec{I}_1 = 0,4143 \angle -77,4^\circ \text{ A}, \vec{I}_2 = 1,34 \angle 127,19^\circ \text{ A}$$

$$\vec{I}_3 = 1,2703 \angle -66,28^\circ \text{ A}$$

**Problema 10.20**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, el valor de las intensidades de malla  $\vec{I}_1$ ,  $\vec{I}_2$  e  $\vec{I}_3$ , tal como están indicadas en la figura.



*Solución:*

$$\vec{I}_1 = 1,28 \angle -8,69^\circ \text{ A}, \vec{I}_2 = 1,518 \angle 25,01^\circ \text{ A}$$

$$\vec{I}_3 = 1,308 \angle 36,87^\circ \text{ A}$$

→ 11



## Resonancia en circuitos eléctricos

Este onceavo capítulo formado por 10 enunciados de problemas con sus respectivas soluciones, es otra aplicación concreta de la corriente alterna (AC), en este caso al estudio de la resonancia de los circuitos eléctricos.

La resonancia eléctrica es un fenómeno que se produce en un circuito en el que existen elementos

Reactivos (bobinas y condensadores) cuando es recorrido por una corriente alterna de una frecuencia tal que hace que la reactancia se anule, en caso de estar ambos en serie, o se haga infinita si están en paralelo. Para que exista resonancia eléctrica tiene que cumplirse que la reactancia inductiva se iguale a la reactancia capacitiva. Entonces, la impedancia del circuito se reduce a una resistencia pura.

Esta propiedad de los elementos reactivos permite innumerables aplicaciones en el mundo industrial moderno, incluso tan innovadoras como el transporte de energía sin cables o sistemas de protección avanzados.

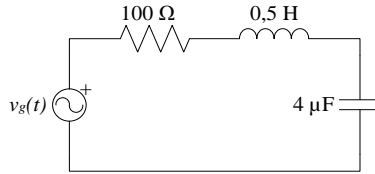
En este capítulo solo se ofrece una primera visión de esta disciplina para que el lector pueda comprender sus bases y forma de cálculo, dejando para obras más especializadas su resolución con circuitos más reales y complejos.

Los problemas están dispuestos de menor dificultad a mayor dificultad, siendo alguno de ellos de examen con lo cual se propicia un estudio más real de la materia.



### Problema 11.1

Hallar la frecuencia de resonancia  $f_o$  del circuito en serie RLC de la figura siguiente. Hallar también las frecuencias de potencia media ( $f_{inf}$  y  $f_{sup}$ ).



Solución:

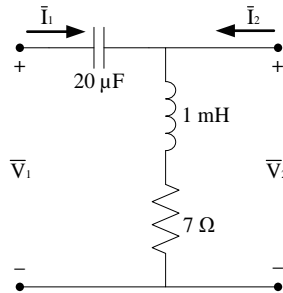
$$f_o = \frac{\omega_o}{2\pi} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \frac{1}{2\pi} = 355,9 \text{ Hz}$$

$$f_{inf} = \frac{\omega_{inf}}{2\pi} = \left( \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} - \frac{R}{2L} \right) \cdot \frac{1}{2\pi} = 340,3 \text{ Hz}$$

$$f_{sup} = \frac{\omega_{sup}}{2\pi} = \left( \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} + \frac{R}{2L} \right) \cdot \frac{1}{2\pi} = 372,1 \text{ Hz}$$

### Problema 11.2

Hallar la frecuencia de resonancia  $f_o$  del circuito de la figura siguiente.

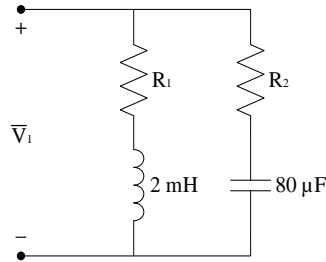


Solución:

$$f_o = \frac{\omega_o}{2\pi} = \frac{1000 \text{ rad/s}}{2\pi} = 159,2 \text{ Hz}$$

### Problema 11.3

Para el circuito de la figura siguiente, hallar el valor de las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  para que la red entre en resonancia.

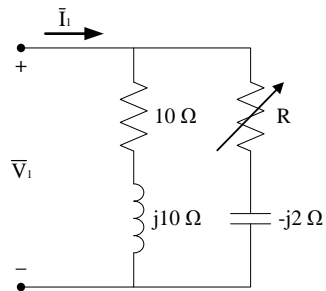


*Solución:*

$$R_1 = R_2 = 5 \Omega$$

### Problema 11.4

Para el circuito de la figura siguiente, hallar el valor de la resistencia variable  $R$  para que el circuito entre en resonancia. Se pide también, convertir la rama  $RC$  en su equivalente en paralelo ( $R_p$  y  $\overline{X_{Cp}}$ ) (un circuito equivalente con dos ramas en paralelo y con un solo elemento  $R_p$  o  $\overline{X_{Cp}}$  en cada una de las ramas).

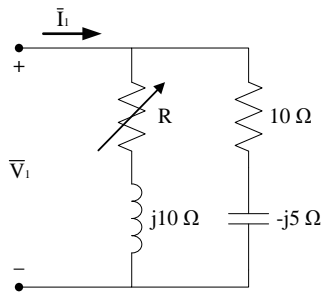


*Solución:*

$$R = 6 \Omega, R_p = 6,67 \Omega \text{ y } \overline{X_{Cp}} = j20 \Omega$$

### Problema 11.5

Para el circuito de la figura siguiente, hallar el valor de la resistencia variable  $R$  para que entre en resonancia. Se pide también, convertir el circuito en su equivalente en paralelo (un circuito de tres ramas, en cada una de las cuales se colocará un solo elemento  $R_p$ ,  $\overline{X_{Lp}}$  o  $\overline{X_{Cp}}$ ). Hallar en este nuevo circuito los valores de  $R_p$ ,  $\overline{X_{Lp}}$  y  $\overline{X_{Cp}}$ .



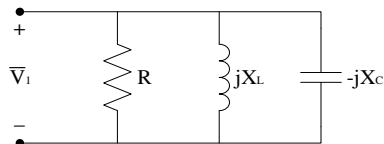
Solución:

$$R = 12,25 \Omega, R_p = 7,75 \Omega, \overline{X_{Lp}} = j25 \Omega, \overline{X_{Cp}} = -j25 \Omega$$

### Problema 11.6

Para el circuito de la figura siguiente, hallar los valores de  $R$ ,  $\overline{X_L}$  y  $\overline{X_C}$  para que el circuito entre en resonancia.

Nota: Este circuito es el paralelo del ejercicio anterior número 5.

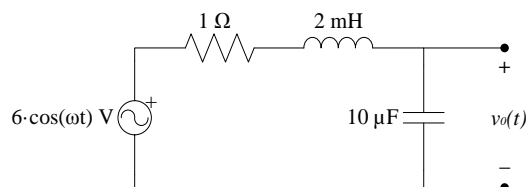


Solución:

$$R = 7,75 \Omega, \overline{X_L} = j25 \Omega, \overline{X_C} = -j25 \Omega$$

### Problema 11.7

Para el circuito de la figura siguiente, hallar la frecuencia angular máxima  $\omega_{m\acute{a}x}$  y la tensión máxima de salida  $|V_{0m\acute{a}x}|$ .



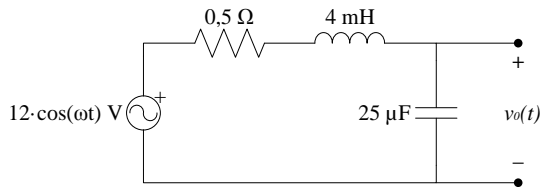
Solución:

$$\omega_{m\acute{a}x} = \omega_o \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} = 7062 \text{ rad / s } y |V_{0m\acute{a}x}| = 84,89 \text{ V}$$

$$\text{donde } \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 7071 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, Q = \frac{\omega_o \cdot L}{R}$$

### Problema 11.8

Para el circuito de la figura siguiente, hallar la tensión máxima de salida  $|V_{0m\acute{a}x}|$  y el ancho de banda  $BW$ . (Recuérdese que la tensión de la fuente es  $V_g$ .)



Solución:

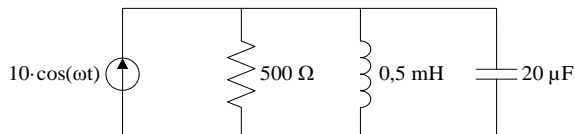
$$|V_{0m\acute{a}x}| = \frac{Q \cdot |V_g|}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} = 305,1 \text{ V } y BW = \frac{\omega_o}{Q} = 25,98 \text{ rad / s}$$

$$\text{donde } \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 3162000 \text{ rad / s } y Q = \frac{\omega_o \cdot L}{R}$$

### Problema 11.9

Para el circuito de la figura siguiente, hallar:

- La frecuencia angular de resonancia  $\omega_o$ .
- El ancho de banda del circuito  $BW$ .
- El factor de calidad  $Q$ .
- La potencia disipada total  $P_o$  y la potencia del conjunto LC a la frecuencia de resonancia  $P_{LC}(\omega_o)$ .





*Solución:*

a)  $\omega_o = 10000 \text{ rad / s}$

b)  $BW = \frac{1}{RC} = 100 \text{ rad / s}$

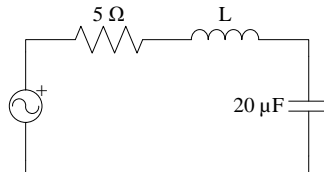
c)  $Q = \frac{\omega_o}{BW} = 100$

d)  $P_0 = 25 \text{ kW}, P_{LC}(\omega_o) = 12,5 \text{ kW}$

### Problema 11.10

Para el circuito de la figura siguiente, hallar:

- a) La inductancia  $L$  de la bobina.
- b) La frecuencia angular de resonancia  $\omega_o$ .
- c) El ancho de banda del circuito  $BW$ .
- d) El factor de calidad  $Q$ .



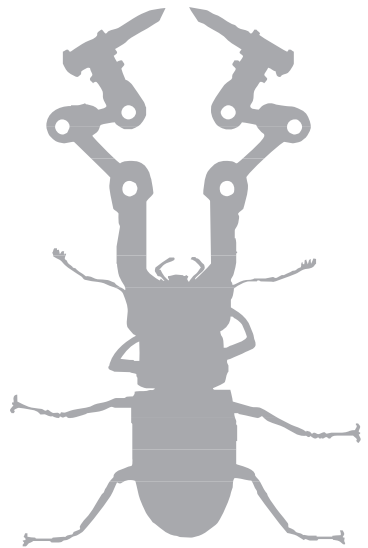
*Solución:*

a)  $L = 19,5 \text{ mH}$

b)  $\omega_o = 1600000 \text{ rad / s}$

c)  $BW = \frac{R}{L} = 256000 \text{ rad / s}$

d)  $Q = \frac{\omega_o}{BW} = 6,25$



→ 12



# Transitorios en circuitos eléctricos

Este decimosegundo capítulo, formado por 50 enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, es uno de los más importantes de la disciplina de teoría de circuitos, ya que contiene circuitos formados por todo tipo de elementos y fuentes, tanto en continua como en alterna, y permite mostrar su respuesta en un período transitorio, es decir, el período de tiempo que transcurre entre dos estados permanentes o estables. Ello se consigue, por ejemplo, mediante el empleo de interruptores o conmutadores.

Existen dos grandes tipos de circuitos transitorios: los de primer orden y los de segundo orden. Los de primer orden se refieren a los circuitos que tienen un solo elemento que pueda almacenar energía (bobina o condensador) o el equivalente de varios de estos elementos, mientras que los circuitos de segundo orden tienen dos elementos capaces de almacenar energía y no pueden simplificarse en un único elemento equivalente.

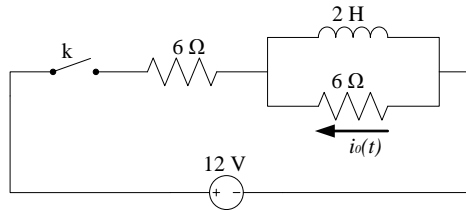
Si bien los primeros 24 problemas son esencialmente de corriente continua, los 8 problemas siguientes son de circuitos que llevan incorporadas una o varias fuentes dependientes, lo que les confiere una resolución algo diferente. A partir del problema 33, los podemos encontrar de todo tipo: en corriente continua, en corriente alterna, alimentados por diferentes tipos de fuentes dependientes, con bobinas, condensadores, etc. La mayoría de casos son problemas que han sido utilizados para exámenes y, por tanto, son recomendables para comprobar si se ha asimilado el tema de forma satisfactoria.

Es un tema importante; de ahí el número elevado de problemas, en su mayoría de primer orden y a partir del problema 33, de un nivel elevado de dificultad.



### Problema 12.1

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que pasa por la resistencia en función del tiempo  $i_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .

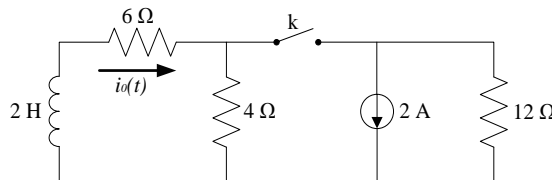


Solución:

$$[t \geq 0s] \rightarrow i_0(t) = 2e^{-3t} A$$

### Problema 12.2

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$  se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que pasa por la resistencia en función del tiempo  $i_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



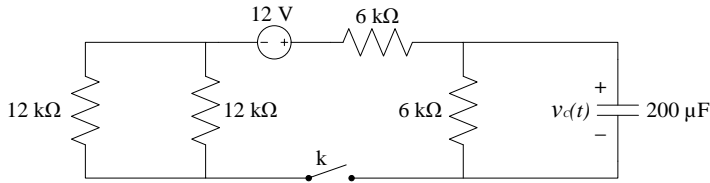
Solución:

$$[t < 0s] \rightarrow i_0(t) = 0,67 A$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow i_0(t) = 0,67e^{-5t} A$$

### Problema 12.3

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes del condensador en función del tiempo  $v_c(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



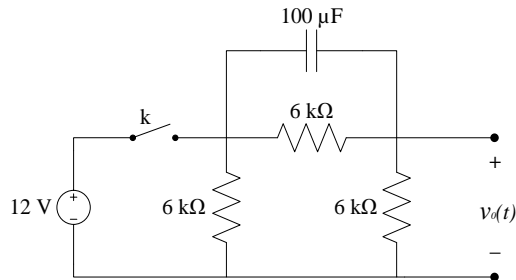
*Solución:*

$$[t < 0s] \rightarrow v_c(t) = 4V$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_c(t) = 4e^{-0,83t} V$$

### Problema 12.4

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes de la resistencia en función del tiempo  $v_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



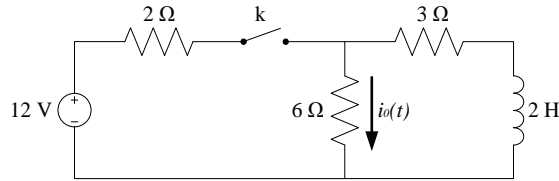
*Solución:*

$$[t < 0s] \rightarrow v_0(t) = 6V$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_0(t) = -3e^{-2,5t} V$$

### Problema 12.5

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que pasa por la resistencia en función del tiempo  $i_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .

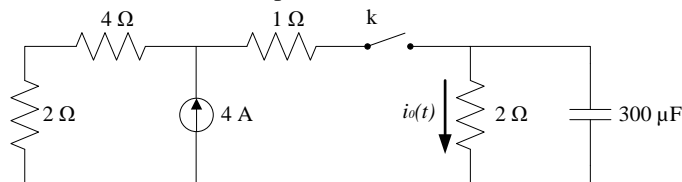


Solución:

$$[t < 0s] \rightarrow i_0(t) = 1A$$

### Problema 12.6

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que pasa por la resistencia en función del tiempo  $i_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



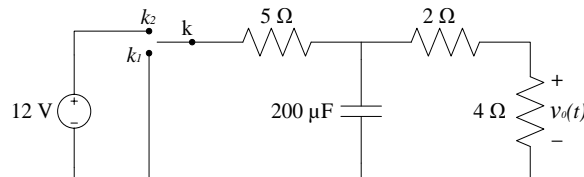
Solución:

$$[t < 0s] \rightarrow i_0(t) = 2,67A$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow i_0(t) = 2,67e^{-1666,67t} A$$

### Problema 12.7

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el conmutador  $k$  en la posición  $k_1$ . En el instante  $t = 0s$ , el conmutador  $k$  cambia a la posición  $k_2$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes de la resistencia en función del tiempo  $v_0(t)$  antes y después de haber cambiado de posición el conmutador  $k$ .



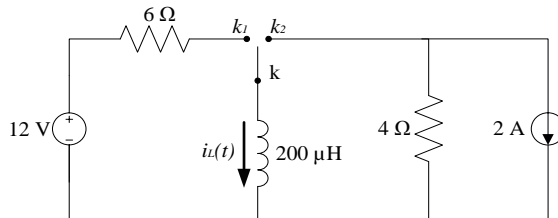
Solución:

$$[t < 0s] \rightarrow v_0(t) = 0V$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_0(t) = (4,36 - 4,36e^{-1833,33t})V$$

### Problema 12.8

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el conmutador  $k$  en la posición  $k_1$ . En el instante  $t = 0s$ , el conmutador  $k$  cambia a la posición  $k_2$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que pasa por la bobina en función del tiempo  $i_L(t)$ , antes y después de haber cambiado de posición el conmutador  $k$ .



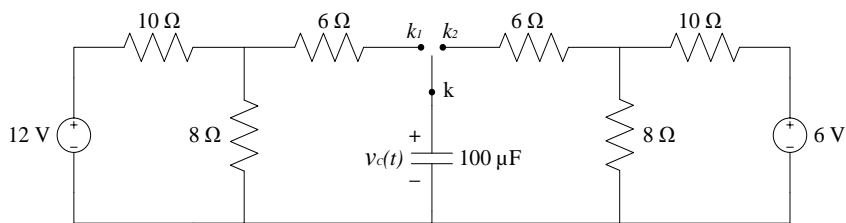
*Solución:*

$$[t < 0s] \rightarrow i_L(t) = 2A$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow i_L(t) = (-2 + 4e^{-20000t})A$$

### Problema 12.9

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el conmutador  $k$  en la posición  $k_1$ . En el instante  $t = 0s$ , el conmutador  $k$  cambia a la posición  $k_2$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes del condensador en función del tiempo  $v_C(t)$ , antes y después de haberse accionado el conmutador  $k$ .



*Solución:*

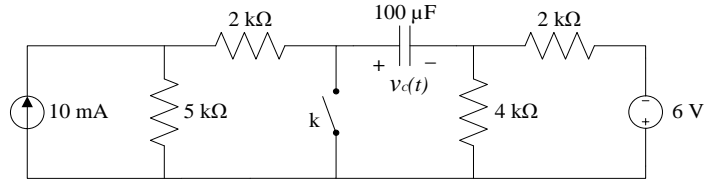
$$[t < 0s] \rightarrow v_C(t) = 5,33V$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_C(t) = (2,67 + 2,67e^{-957,45t})V$$



**Problema 12.10**

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  abierto. En el instante  $t = 0s$ , se cierra el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes del condensador en función del tiempo  $v_c(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



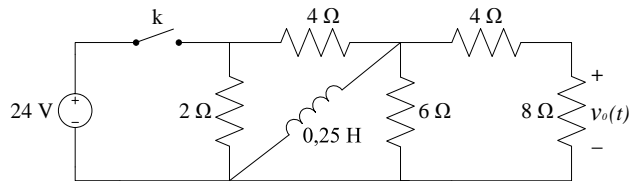
*Solución:*

$$[t < 0s] \rightarrow v_c(t) = 54V$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_c(t) = (-4 + 58e^{-7.5t})V$$

**Problema 12.11**

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes de la resistencia en función del tiempo  $v_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



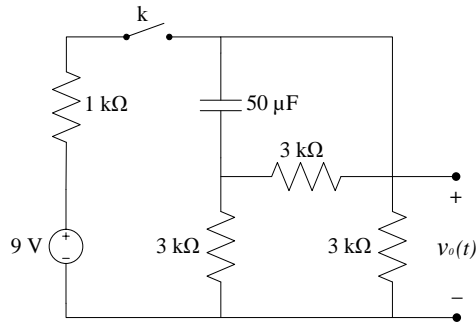
*Solución:*

$$[t < 0s] \rightarrow v_0(t) = 0V$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_0(t) = -9,6e^{-9,6t} V$$

**Problema 12.12**

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes de la resistencia en función del tiempo  $v_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



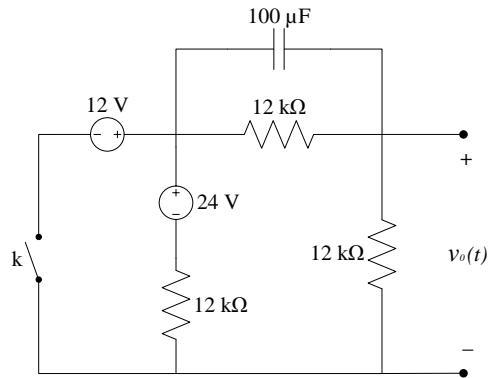
*Solución:*

$$[t < 0s] \rightarrow v_o(t) = 6V$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_o(t) = -1,5e^{-10t} V$$

### Problema 12.13

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes de la resistencia en función del tiempo  $v_o(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



*Solución:*

$$[t < 0s] \rightarrow v_o(t) = 6V$$

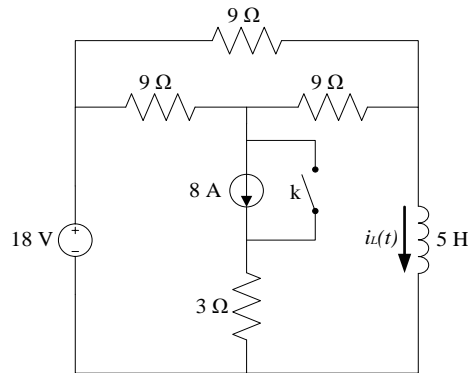
$$[t \geq 0s] \rightarrow v_o(t) = (8 + e^{-1,25t})V$$

### Problema 12.14

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  abierto. En el instante  $t = 0s$ , se cierra el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la



expresión de la intensidad que pasa por la bobina en función del tiempo  $i_L(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



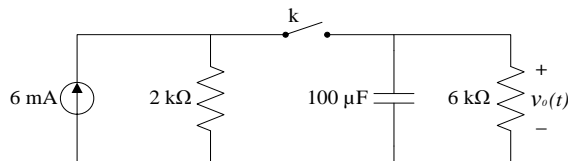
Solución:

$$[t < 0s] \rightarrow i_L(t) = -1A$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow i_L(t) = (2,4 - 3,4e^{-t})A$$

### Problema 2.15

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes de la resistencia en función del tiempo  $v_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



Solución:

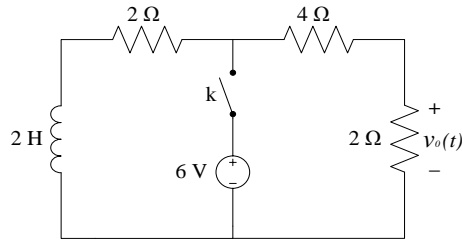
$$[t < 0s] \rightarrow v_0(t) = 9V$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_0(t) = 9e^{-\frac{5}{3}t} V$$

### Problema 12.16

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la

expresión del voltaje en bornes de la resistencia en función del tiempo  $v_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .

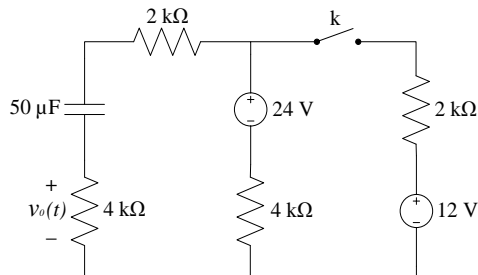


*Solución:*

$$[t < 0s] \rightarrow v_0(t) = 2V$$

### Problema 12.17

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  abierto. En el instante  $t = 0s$ , se cierra el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes de la resistencia en función del tiempo  $v_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



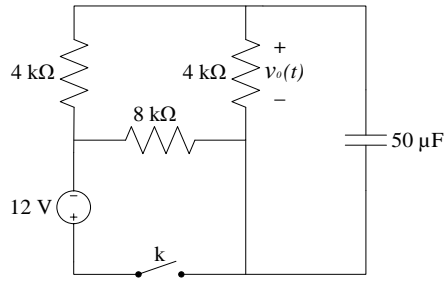
*Solución:*

$$[t < 0s] \rightarrow v_0(t) = 0V \text{ y}$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_0(t) = -4,36e^{-2,73t} V$$

### Problema 12.18

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes de la resistencia en función del tiempo  $v_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



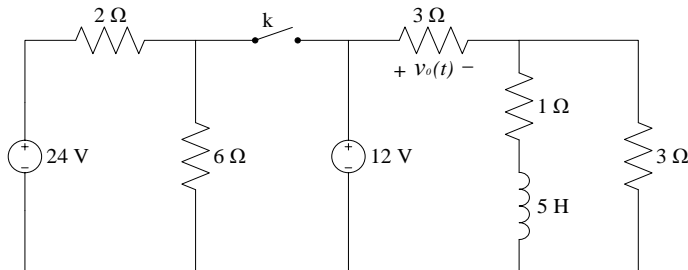
Solución:

$$[t < 0s] \rightarrow v_0(t) = -6V \text{ y}$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_0(t) = -6e^{-6,67t} V$$

### Problema 12.19

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes de la resistencia en función del tiempo  $v_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



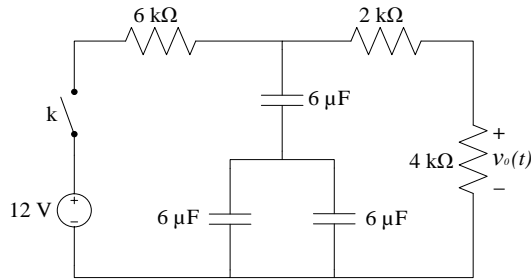
Solución:

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_0(t) = 9,6V$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_0(t) = 9,6e^{-0,5t} V$$

### Problema 12.20

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes de la resistencia en función del tiempo  $v_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



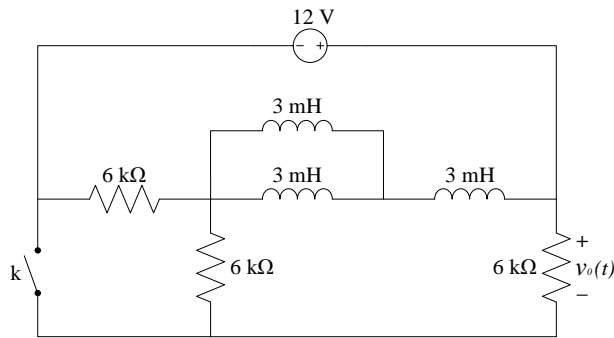
Solución:

$$[t < 0s] \rightarrow v_o(t) = 4V$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_o(t) = 4e^{-41.67t} V$$

### Problema 12.21

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes de la resistencia en función del tiempo  $v_o(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



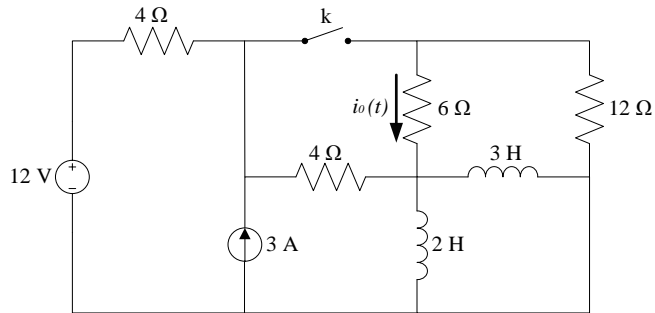
Solución:

$$[t < 0s] \rightarrow v_o(t) = 12V$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_o(t) = -4e^{-88888.89t} V$$

### Problema 12.22

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  abierto. En el instante  $t = 0s$ , se cierra el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que pasa por la resistencia en función del tiempo  $i_o(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



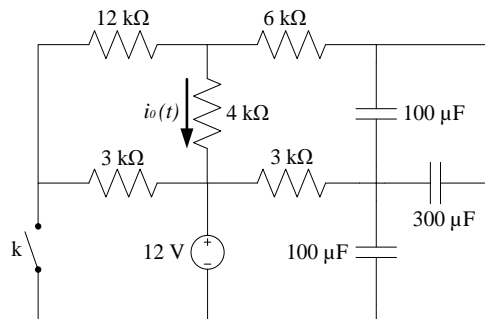
Solución:

$$[t < 0s] \rightarrow i_0(t) = 0A$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow i_0(t) = 1,33 - 0,13e^{-4,5t} A$$

### Problema 12.23

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  abierto. En el instante  $t = 0s$ , se cierra el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que pasa por la resistencia en función del tiempo  $i_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



Solución:

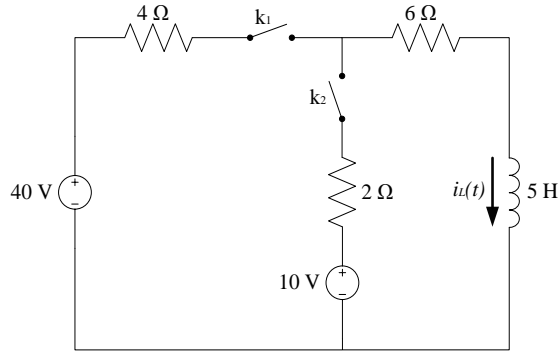
$$[t < 0s] \rightarrow i_0(t) = -1,034mA$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow i_0(t) = -1,5mA$$

### Problema 12.24

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con los interruptores  $k_1$  y  $k_2$  abiertos. En el instante  $t = 0s$ , se cierra el interruptor  $k_1$ . Posteriormente, en el instante  $t = 4s$ , se cierra también el interruptor  $k_2$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la

intensidad que pasa por la bobina en función del tiempo  $i_L(t)$ , antes de haberse accionado los dos interruptores  $k_1$  y  $k_2$ , durante el período en que uno está abierto y el otro cerrado, y cuando ambos están cerrados. Hallar también el valor de la intensidad que pasa por la bobina para los instantes de tiempo:  $t = 0^+$ ,  $t = 2s$  y  $t = 5s$ .



*Solución:*

$$[t < 0s] \rightarrow i_L(t) = 0A,$$

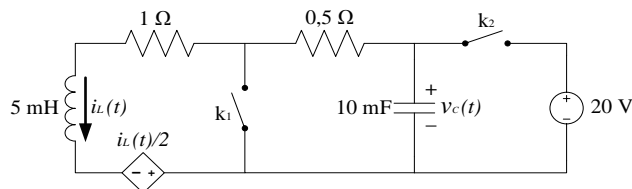
$$[0s \leq t < 4s] \rightarrow i_L(t) = (4 - 4e^{-2t})A,$$

$$[t \geq 4s] \rightarrow i_L(t) = (2,73 + 1,27e^{-1,47t})A$$

$$i_L(t = 0^+s) = 0A, i_L(t = 2s) = 3,93A, i_L(t = 5s) = 2,73A$$

### Problema 12.25

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k_1$  abierto y el interruptor  $k_2$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , ambos interruptores cambian su posición (el primero se cierra y el segundo se abre). Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que pasa por la bobina en función del tiempo  $i_L(t)$ , así como el voltaje en bornes del condensador en función del tiempo,  $v_C(t)$ , antes y después de haberse accionado los dos interruptores  $k_1$  y  $k_2$ .



*Solución:*

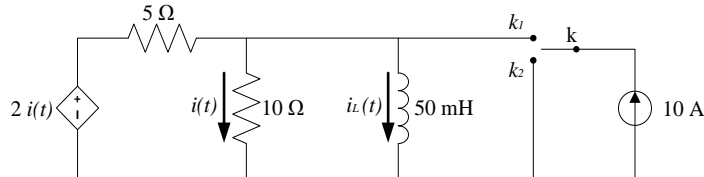
$$[t < 0s] \rightarrow i_L(t) = 20A, v_C(t) = 20V$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow i_L(t) = 20e^{-200t}A, v_C(t) = 20e^{-200t}V$$



**Problema 12.26**

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el conmutador  $k$  en la posición  $k_1$ . En el instante  $t = 0s$ , el conmutador  $k$  cambia a la posición  $k_2$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que pasa por la bobina en función del tiempo  $i_L(t)$ , antes y después de haberse accionado el conmutador  $k$ .



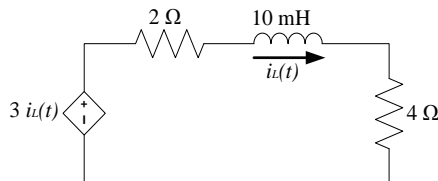
*Solución:*

$$[t < 0s] \rightarrow i_L(t) = 10 A$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow i_L(t) = 10e^{-76,9} A$$

**Problema 12.27**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la expresión de la intensidad que pasa por la bobina en función del tiempo  $i_L(t)$ , sabiendo que  $i_L(t = 0^-s) = 2A$ .



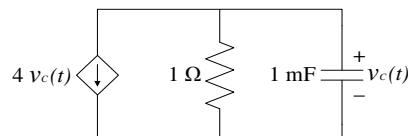
*Solución:*

$$[t < 0s] \rightarrow i_L(t) = 2 A$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow i_L(t) = 2e^{-300t} A$$

**Problema 12.28**

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la expresión de la caída de tensión en el condensador en función del tiempo  $v_C(t)$ , sabiendo que  $v_C(t = 0^-s) = 10V$ .



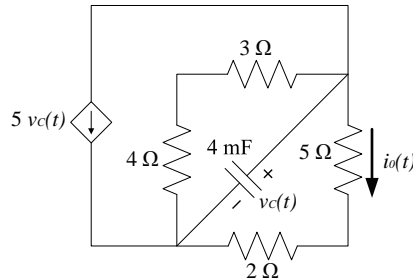
Solución:

$$[t < 0s] \rightarrow v_c(t) = 10V$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_c(t) = 10e^{-5000t} V$$

### Problema 12.29

Hallar, en el circuito de la figura siguiente, la expresión de la intensidad que pasa por la resistencia en función del tiempo  $i_0(t)$  para  $t \geq 0s$ , sabiendo que  $v_c(t = 0^-s) = 3V$ .

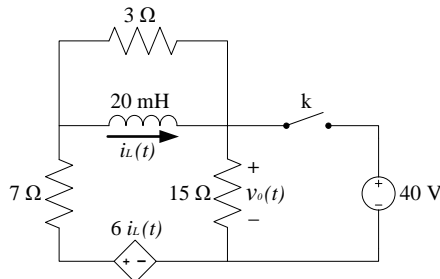


Solución:

$$[t \geq 0s] \rightarrow i_0(t) = 0,4285e^{-1321,4t} A$$

### Problema 12.30

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes de la resistencia en función del tiempo  $v_0(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



Solución:

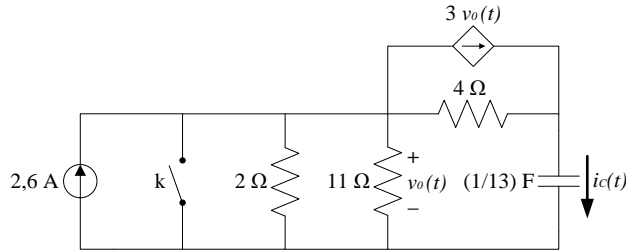
$$[t < 0s] \rightarrow v_0(t) = 40V$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow v_0(t) = -216e^{-96t} V$$



### Problema 12.31

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  abierto. En el instante  $t = 0s$ , se cierra el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que pasa por el condensador en función del tiempo  $i_c(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



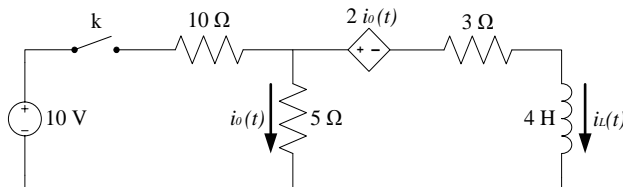
Solución:

$$[t < 0s] \rightarrow i_c(t) = 0A$$

$$[t \geq 0s] \rightarrow i_c(t) = -14,3e^{-3,25t} A$$

### Problema 12.32

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  abierto. En el instante  $t = 0s$ , se cierra el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que pasa por la bobina en función del tiempo  $i_L(t)$ , antes y después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



Solución:

$$[t < 0s] \rightarrow i_L(t) = 0A$$

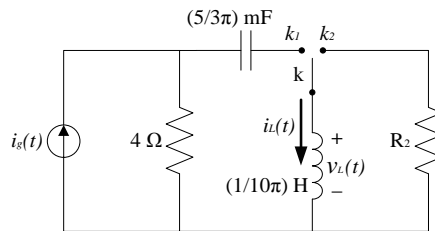
$$[t \geq 0s] \rightarrow i_L(t) = (0,4 - 0,4e^{-1,25t}) A$$

### Problema 12.33

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el conmutador  $k$  en la posición  $k_1$ . Cuando la intensidad que pasa por la bobina es máxima, el conmutador  $k$  cambia a la posición  $k_2$  (instante que se toma como nuevo origen de tiempos  $t' = 0s$ ). Con estas condiciones, hallar:

- El valor de  $R_2$  para que en  $t' = 4\text{ms}$  la intensidad  $i_L(t' = 4\text{ms}) = 1\text{A}$ .
- La expresión de la intensidad que pasa por la bobina en función del tiempo  $i_L(t')$  para  $t' > 0\text{s}$ .
- El valor de  $i_L(t')$  para  $t' = 0\text{s}$ .
- La expresión de la tensión en bornes de la bobina en función del tiempo  $v_L(t')$  para  $t' > 0\text{s}$ .
- El valor de  $v_L(t')$  para  $t' = 0\text{s}$ .

$$i_g(t) = 1,5\sqrt{2} \cdot \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{A}$$



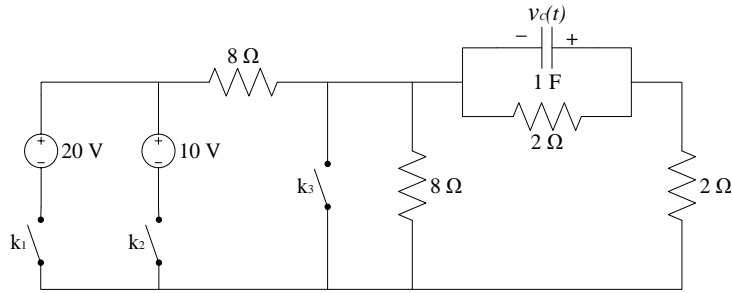
*Solución:*

- $R_2 = 3,23\ \Omega$
- $[t' > 0\text{s}] \rightarrow i_L(t') = 1,5e^{-101,35t'}\ \text{A}$
- $i_L(t' = 0\text{s}) = 1,5\ \text{A}$
- $[t' > 0\text{s}] \rightarrow v_L(t') = -4,84e^{-101,35t'}\ \text{V}$
- $v_L(0^+) = -4,84\ \text{V}$

### Problema 12.34

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con solo el interruptor  $k_1$  cerrado ( $k_2$  y  $k_3$  abiertos). En el instante  $t' = 0\text{s}$ , se abre el interruptor  $k_1$  y se cierra  $k_2$ . Posteriormente, cuando  $t = 1,5\text{s}$ , se cierra el interruptor  $k_3$  y se vuelve a abrir  $k_2$  (instante que se toma como nuevo origen de tiempos  $t' = 0\text{s}$ ). Con estas condiciones, hallar:

- La expresión de la tensión en bornes del condensador  $v_C(t < 0\text{s})$ .
- La expresión de la tensión en bornes del condensador  $v_C(0\text{s} \leq t < 1,5\text{s})$ .
- La expresión de la tensión en bornes del condensador  $v_C(t' > 0\text{s})$ .
- El valor de la tensión en bornes del condensador para  $v_C(t' = 1\text{s})$ .



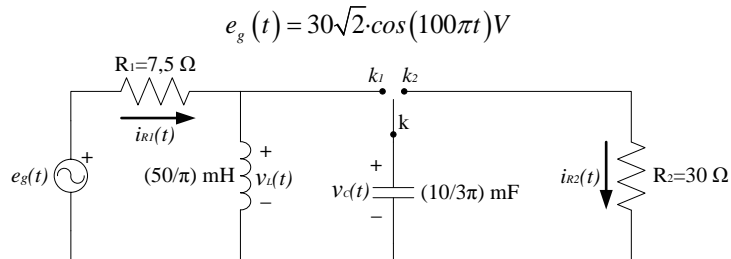
Solución:

- a)  $v_C(t < 0s) = 2,5V$
- b)  $v_C(0s \leq t < 1,5s) = (1,25 + 1,25e^{-\frac{2}{3}t})$
- c)  $v_C(t' > 0s) = 1,71e^{-t'} V$
- d)  $v_C(t' = 1s) = 0,629V$

### Problema 12.35

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el conmutador  $k$  en la posición  $k_1$ . Cuando el voltaje en bornes de la bobina  $v_L(t)$  es máximo (instante  $t = 0s$ ), el conmutador  $k$  cambia a la posición  $k_2$ . Con estas condiciones, hallar:

- a) El valor de la tensión en bornes del condensador para  $v_C(0^+)$ .
- b) El valor de la tensión en bornes de la bobina para  $v_C(0^+)$ .
- c) La expresión de la intensidad que circula por la primera resistencia  $i_{R_1}(t > 0)$ .
- d) La expresión de la intensidad que circula por la segunda resistencia  $i_{R_2}(t > 0)$



Solución:

- a)  $v_C(0^+) = 30V$
- b)  $v_L(0^+) = 30V$

$$c) i_{R_1}(t > 0) = (3,33\sqrt{2} \cdot \cos(100\pi \cdot t + 11,3^\circ) - 4,62e^{-150\pi t}) A$$

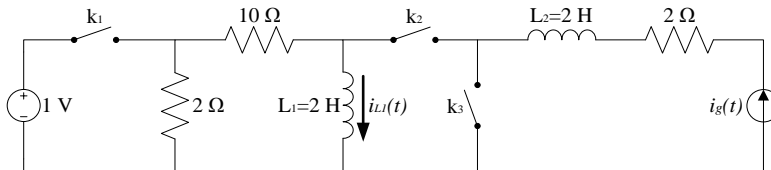
$$d) i_{R_2}(t > 0) = e^{-10\pi t} A$$

### Problema 12.36

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con solo el interruptor  $k_3$  cerrado ( $k_1$  y  $k_2$  abiertos). En el instante  $t = 0s$ , se cierra el interruptor  $k_1$  y, cuando  $i_{L_1}(t) = 0,095 A$ , se abren los interruptores  $k_1$  y  $k_3$  y se cierra  $k_2$  (instante que se toma como nuevo origen de tiempos  $t' = 0s$ ). Con estas condiciones, hallar:

- La expresión de la intensidad que pasa por la primera bobina en función del tiempo  $i_{L_1}(t)$  con el interruptor  $k_1$  cerrado.
- La expresión de la intensidad que pasa por la primera bobina en función del tiempo  $i_{L_1}(t')$  con el interruptor  $k_2$  cerrado.

$$i_g(t) = 2 \cdot \cos(10t) A$$



*Solución:*

$$a) i_{L_1}(t) = (0,1 - 0,1e^{-5t}) A$$

$$b) i_{L_1}(t') = (0,7276\sqrt{2} \cdot \cos(10t' - 75,24^\circ) - 0,167e^{-6t'}) A$$

### Problema 12.37

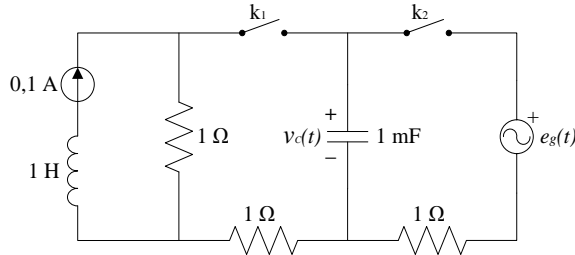
El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con los interruptores  $k_1$   $k_1$  y  $k_2$  abiertos. En el instante  $t = 0s$ , se cierra el interruptor  $k_1$ . Posteriormente, cuando  $v_{C_1}(t) = 63,212mV$  (instante que se toma como nuevo origen de tiempos  $t' = 0s$ ), se abre el interruptor  $k_1$  y se cierra  $k_2$ . Con estas condiciones, hallar:

- La expresión del voltaje en bornes del condensador en función del tiempo  $v_C(t)$  con el interruptor  $k_1$  cerrado.



- b) La expresión del voltaje en bornes del condensador en función del tiempo  $v_C(t')$  con el interruptor  $k_2$  cerrado.

$$e_g(t) = \cos(1000t) V$$



Solución:

a)  $v_C(t) = (0,1 - 0,1e^{-500t}) V$

b)  $v_C(t') = (0,5\sqrt{2} \cdot \cos(1000t' + 69,6^\circ) - 0,1832e^{-1000t'}) V$

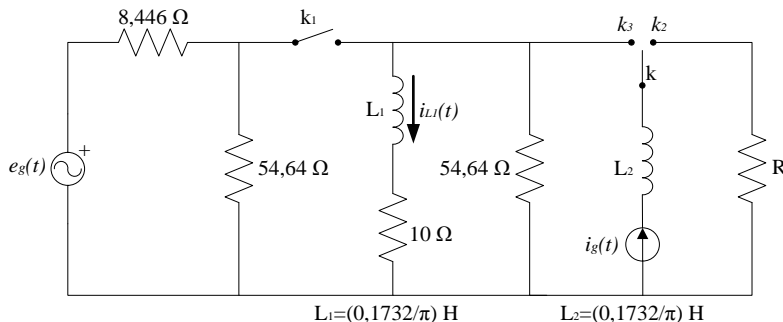
### Problema 12.38

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k_1$  cerrado y el conmutador  $k$  en la posición  $k_2$ . Cuando la energía almacenada en la primera bobina es máxima y la energía proporcionada por la fuente de tensión alterna es positiva (instante que se toma como nuevo origen de tiempos  $t' = 0s$ ), se abre el interruptor  $k_1$  y el conmutador  $k$  cambia a la posición  $k_3$ . Con estas condiciones, hallar:

- a) El valor de  $i_{L1}(t' = 0^+ s)$  justo en el instante del cambio.  
 b) La expresión de la intensidad que pasa por la primera bobina en función del tiempo  $i_{L1}(t')$  después del cambio en el interruptor y conmutador.

$$i_g(t) = 20\sqrt{2}\cos(100\pi t) A$$

$$e_g(t) = 220\sqrt{2}\cos(100\pi t) V$$



*Solución:*

$$a) i_{L_1}(t' = 0^+ s) = 7,035\sqrt{2} A$$

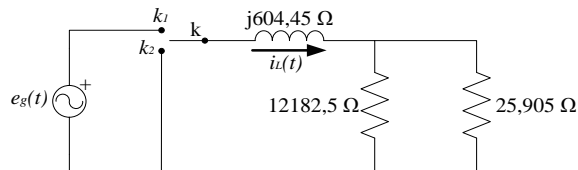
$$b) i_{L_1}(t') = \left(1,6329\sqrt{2}\cdot\cos(100\pi t' + 31,47^\circ) + 7,98e^{-1172,5t'}\right) A$$

### Problema 12.39

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el conmutador  $k$  en la posición  $k_1$ . Cuando la intensidad que pasa por la bobina es máxima (instante que se toma como nuevo origen de tiempos  $t' = 0s$ ), el conmutador  $k$  cambia a la posición  $k_2$ . Posteriormente, cuando  $t' = 67,59ms$ , el conmutador  $k$  vuelve a cambiar a la posición  $k_1$  (instante que se toma como nuevo origen de tiempos  $t'' = 0s$ ). Con estas condiciones, hallar:

- El valor de la intensidad que pasa por la bobina en el instante justo antes del primer cambio en el conmutador  $i_L(t' = 0^-)$ .
- La expresión de la intensidad que pasa por la bobina en función del tiempo  $i_L(t')$  después del primer cambio en el conmutador.
- La expresión de la intensidad que pasa por la bobina en función del tiempo  $i_L(t'')$  después del segundo cambio en el conmutador.

$$e_g(t) = 220\sqrt{2}\cos(100\pi t - 45^\circ) V$$



*Solución:*

$$a) i_L(t' = 0^-) = 0,3636\sqrt{2} A$$

$$b) i_L(t') = 0,5142e^{-13,435t'} A$$

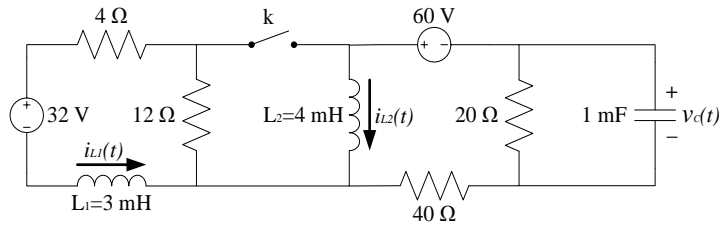
$$c) i_L(t'') = \left(0,3636\sqrt{2}\cdot\cos(100\pi t'' + 136,56^\circ) + 0,5803e^{-13,435t''}\right) A$$

### Problema 12.40

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar:



- a) El valor del voltaje en bornes del condensador y el de la intensidad que pasa por la segunda bobina en el instante justo después de que el interruptor haya cambiado de posición  $v_C(0^+)$  e  $i_{L_2}(0^+)$  respectivamente).
- b) La intensidad que pasa por la primera bobina para un tiempo infinito  $i_{L_1}(\infty)$ , después de haber accionado el interruptor.



Solución:

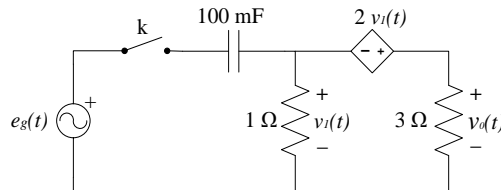
a)  $v_C(t = 0^+ s) = 20V$  y  $i_{L_2}(t = 0^+ s) = 9A$

b)  $i_{L_1}(t = \infty s) = 2A$

**Problema 12.41**

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  abierto. En el instante  $t = 0s$ , se cierra el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes de la resistencia en función del tiempo  $v_0(t > 0s)$  después de haberse accionado el interruptor  $k$ .

$$e_g(t) = \cos(10t)V$$



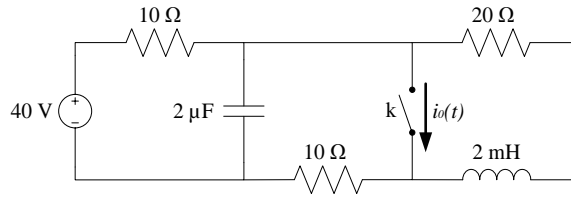
Solución:

$$v_0(t > 0s) = (0,9486\sqrt{2} \cos(10t + 63,43^\circ) + 2,4e^{-20t})V$$

**Problema 12.42**

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  abierto. En el instante  $t = 0s$ , se cierra el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la

expresión de la intensidad que pasa por el interruptor en función del tiempo  $i_0(t > 0s)$  después de haberse accionado el interruptor  $k$ .



*Solución:*

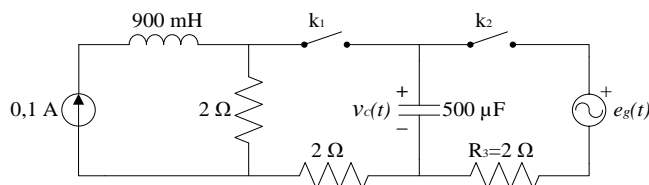
$$i_0(t > 0s) = (2 + e^{-100000t} - e^{-10000t}) A$$

### Problema 12.43

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con los interruptores  $k_1$  y  $k_2$  abiertos. En el instante  $t = 0s$ , se cierra el interruptor  $k_1$ . Posteriormente, cuando  $v_{C(t)} = 63,212mV$ , se vuelve a abrir el interruptor  $k_1$  y se cierra  $k_2$  (instante que se toma como nuevo origen de tiempos  $t' = 0s$ ). Con estas condiciones, hallar:

- La expresión de la tensión en bornes del condensador en función del tiempo para  $v_c(t)$  con el interruptor  $k_1$  cerrado.
- La expresión temporal de la fuente de tensión  $e_g(t' = \infty)$  con el interruptor  $k_2$  cerrado.
- La expresión de la tensión en bornes del condensador en función del tiempo para  $v_c(t')$  con el interruptor  $k_2$  cerrado.
- El valor de la tensión en bornes del condensador para  $v_c(t' = 20ms)$ .
- La expresión de la intensidad que circula por la resistencia  $R_3$  para  $i_{R_3}(t')$  con el interruptor  $k_2$  cerrado.

$$e_g(t) = \cos(1000t)V$$





Solución:

$$a) v_c(t) = (0,2 - 0,2e^{-500t})V$$

$$b) e_g(t' = \infty) = 1 \cos(1000t' + 43,53^\circ)V$$

$$c) v_c(t') = (0,707 \cos(1000t' - 1,47^\circ) - 0,64e^{-1000t'})V$$

$$d) v_c(t' = 20ms) = 0,305V$$

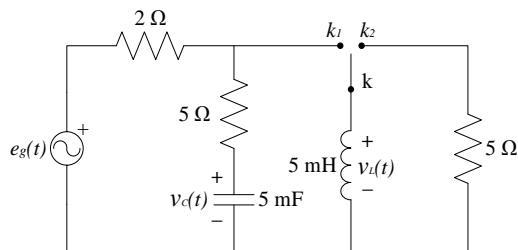
$$e) i_{R_3}(t') = (0,35 \cos(1000t' + 88,53^\circ) - 9,07 \cdot 10^{-3} e^{-1000t'})A$$

### Problema 12.44

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el conmutador  $k$  en la posición  $k_1$ . Cuando la tensión en bornes de la bobina es igual a cero y la tensión en bornes del condensador es positiva (instante que se toma como nuevo origen de tiempos  $t' = 0s$ ), el conmutador  $k$  cambia a la posición  $k_2$ . Con estas condiciones, hallar:

- El valor de la tensión en bornes del condensador para  $v_c(t' = 0^+ s)$ .
- Para  $t' > 0s$ , la constante de tiempo del condensador  $\tau_c$ .
- El valor de la tensión en bornes del condensador para  $t' > 0s$  ( $v_c(t' > 0s)$ ).
- El valor de la tensión en bornes de la bobina para  $t' = 0^+ s$  ( $v_L(t' = 0^+ s)$ ).

$$e_g(t) = 24 \cos(100t)V$$



Solución:

$$a) v_c(t' = 0^+ s) = 2,023V$$

$$b) \tau_c = 0,035s$$

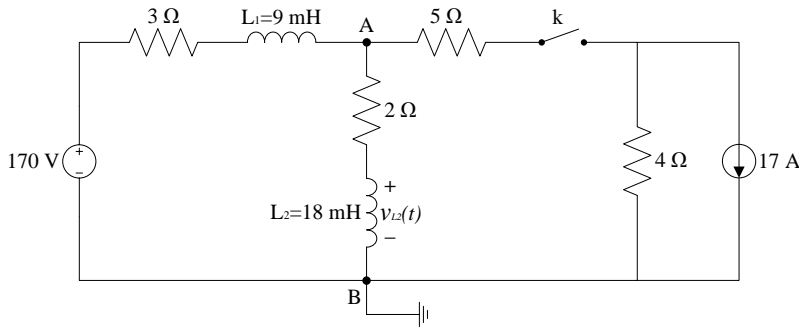
$$c) v_c(t' > 0s) = (4,66\sqrt{2} \cos(100t' - 54,85^\circ) - 1,77e^{-28,6t'})V$$

$$d) v_L(t' = 0^+ s) = -58,7V$$

### Problema 12.45

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  abierto. En el instante  $t = 0\text{ s}$ , se cierra el interruptor  $k$ . En estas condiciones, Halla:

- El valor de la energía máxima de la segunda bobina para  $t' = 0^+ \text{ s}$  ( $E_{L_2}(t' = 0^+ \text{ s})$ )
- El valor de la tensión en bornes de la segunda bobina para  $t = 0^+ \text{ s}$  ( $v_{L_2}(t = 0^+ \text{ s})$ ).
- El valor de la tensión entre los puntos A y B para un tiempo infinito  $v_{AB}(t = \infty \text{ s})$  después de cerrarse el interruptor  $k$ .



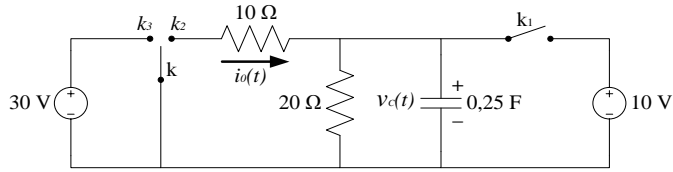
*Solución:*

- $E_{L_2}(t = 0^+ \text{ s}) = 10,4 \text{ J}$
- $v_{L_2}(t = 0^+ \text{ s}) = -68 \text{ V}$
- $v_{AB}(t = \infty \text{ s}) = 52 \text{ V}$

### Problema 12.46

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k_1$  cerrado y el conmutador  $k$  en la posición  $k_2$ . En el instante  $t = 0\text{ s}$ , se abre el interruptor  $k_1$  y el conmutador  $k$  cambia a la posición  $k_3$ . Con estas condiciones, hallar:

- La expresión de la tensión en bornes del condensador en función del tiempo una vez accionado el interruptor  $v_c(t > 0\text{ s})$ .
- La expresión de la intensidad que circula por la resistencia en función del tiempo una vez accionado el interruptor  $i_0(t > 0\text{ s})$ .



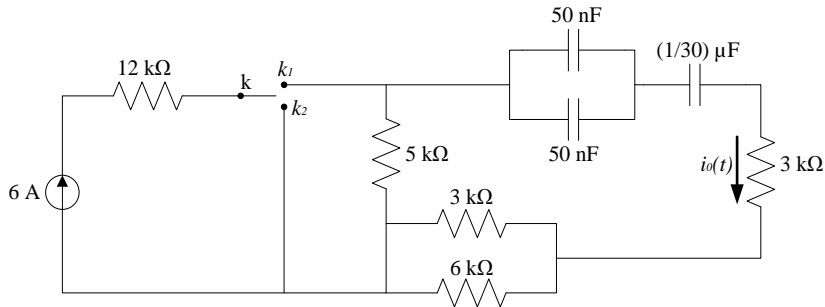
Solución:

$$a) v_C(t > 0s) = (20 - 10e^{-0.6t})V$$

$$b) i_0(t > 0s) = (1 + e^{-0.6t})A$$

### Problema 12.47

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el conmutador  $k$  en la posición  $k_1$ . En el instante  $t = 0s$ , el conmutador  $k$  cambia a la posición  $k_2$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que pasa por la resistencia en función del tiempo  $i_0(t > 0s)$  después de haberse accionado el conmutador.

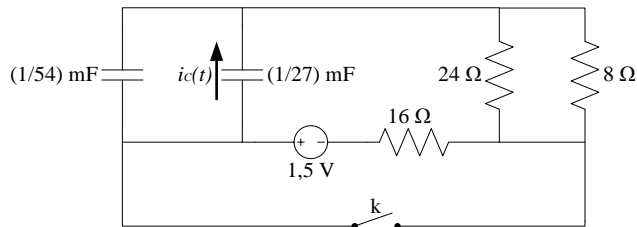


Solución:

$$i_0(t > 0s) = -3e^{-4000t} A$$

### Problema 12.48

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  abierto. En el instante  $t = 0s$ , se cierra el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que pasa por el condensador en función del tiempo  $i_C(t > 0s)$  después de haberse accionado el interruptor.

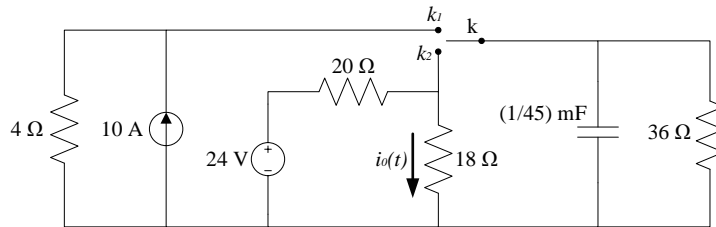


Solución:

$$i_c(t > 0s) = 0,167e^{-3000t} \text{ A}$$

**Problema 12.49**

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el conmutador  $k$  en la posición  $k_1$ . En el instante  $t = 0s$ , el conmutador  $k$  cambia a la posición  $k_2$ . Con estas condiciones, hallar la expresión de la intensidad que pasa por la resistencia en función del tiempo  $i_0(t > 0s)$  después de haberse accionado el conmutador.

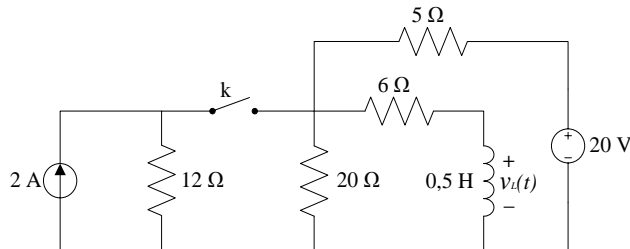


Solución:

$$i_0(t > 0s) = (0,5 + 1,5e^{-6000t}) \text{ A}$$

**Problema 12.50**

El circuito de la figura siguiente trabaja en régimen permanente con el interruptor  $k$  cerrado. En el instante  $t = 0s$ , se abre el interruptor  $k$ . Con estas condiciones, hallar la expresión del voltaje en bornes de la bobina en función del tiempo  $v_L(t > 0s)$  después de haberse accionado el interruptor.



Solución:

$$v_L(t > 0s) = -4e^{-20t} \text{ V}$$

→ 13



## Cálculo de potencias en circuitos monofásicos

El decimotercer capítulo, formado por 51 enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, es otro de los capítulos importantes de la disciplina de la teoría de circuitos, ya que engloba el cálculo de potencia en los circuitos monofásicos. Por tanto, es un capítulo con prácticamente todos los elementos pasivos (resistencias, bobinas y condensadores), con fuentes en alterna y, sobre todo, con unos elementos nuevos, los elementos de medición (amperímetros, voltímetros y vatímetros).

Este capítulo también se caracteriza por una mayor dificultad matemática, ya que algunos problemas requieren el análisis gráfico o la aplicación de teoremas como los del seno o del coseno. Por tanto, es uno de los capítulos complejos de la obra y exige un conocimiento matemático elevado.

Los primeros 27 problemas son de iniciación, y su dificultad es progresiva, pero siempre dentro de unos límites razonables. A partir del problema 28 y hasta el 38, los problemas son más largos y difíciles de resolver, con numerosas aplicaciones matemáticas. Este es el capítulo que exige más conocimientos matemáticos, lo cual conlleva una mayor dificultad de cálculo.

A partir del problema 39 y hasta el final, los problemas son más largos y de examen, pero más sencillos que los anteriores, pues no requieren tantas nociones matemáticas y, por tanto, la complejidad de cálculo es menor. Estos últimos problemas son los más recomendados para analizar el nivel de comprensión alcanzado.

En definitiva, es un tema importante; de aquí el número elevado de problemas.



### Problema 13.1

Si la tensión en bornes de una carga y la intensidad que circula a través de ella son:

$$v(t) = 120 \cos(377t + 45^\circ) V$$

$$i(t) = 10 \cos(377t - 10^\circ) A$$

Hallar la potencia instantánea  $p(t)$  y la potencia media  $P$  absorbida por dicha carga.

*Solución:*

$$p(t) = (344,2 + 600 \cos(754t + 35^\circ)) W$$

$$P = 600 \cos(55^\circ) W = 344,2 W$$

### Problema 13.2

Si la tensión en bornes de una carga y la intensidad que circula a través de ella son:

$$v(t) = 80 \cos(10t + 20^\circ) V$$

$$i(t) = 15 \sin(10t + 60^\circ) A$$

Hallar la potencia instantánea  $p(t)$  y la potencia media  $P$  absorbida por dicha carga.

*Solución:*

$$p(t) = (385,7 + 600 \cos(20t - 10^\circ)) W$$

$$P = 385,7 W$$

### Problema 13.3

Se dispone de una impedancia de valor  $\vec{Z} = (30 - j70)\Omega$  que presenta una tensión entre sus bornes de  $\vec{V} = 120 \angle 0^\circ V$ .

Hallar la potencia media  $P$  absorbida por dicha carga.

*Solución:*

$$P = 37,24 W$$

### Problema 13.4

Disponemos de una impedancia de carga de valor  $\vec{Z} = 20 \angle -22^\circ \Omega$  por la cual circula una intensidad de valor  $\vec{I} = 10 \angle 30^\circ \text{ V}$ .

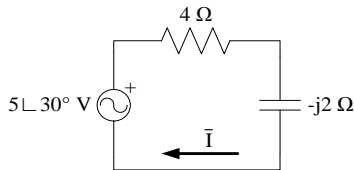
Hallar la potencia media  $P$  absorbida por dicha carga.

*Solución:*

$$P = 927,2 \text{ W}$$

### Problema 13.5

Para el circuito de la figura siguiente, hallar la potencia media proporcionada por cada elemento del circuito ( $P_V$ ,  $P_R$  y  $P_C$ ).



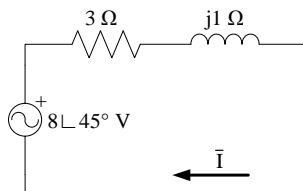
Nota: Una potencia negativa solo significa que el elemento absorbe energía, en vez de proporcionarla.

*Solución:*

$$P_V = 2,5 \text{ W}, P_R = -2,5 \text{ W}, P_C = 0 \text{ W}$$

### Problema 13.6

Para el circuito de la figura siguiente, hallar la potencia media proporcionada por cada elemento del circuito ( $P_V$ ,  $P_R$  y  $P_L$ ).



Nota: Una potencia negativa solo significa que el elemento absorbe energía, en vez de proporcionarla.

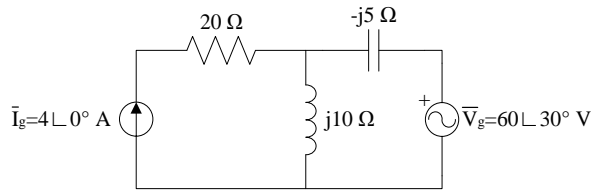
*Solución:*

$$P_V = 9,6 \text{ W}, P_R = -9,6 \text{ W}, P_L = 0 \text{ W}$$



### Problema 13.7

Para el circuito de la figura siguiente, hallar la potencia media proporcionada por cada elemento del circuito ( $P_{V_g}$ ,  $P_{I_g}$ ,  $P_R$ ,  $P_C$  y  $P_L$ ).

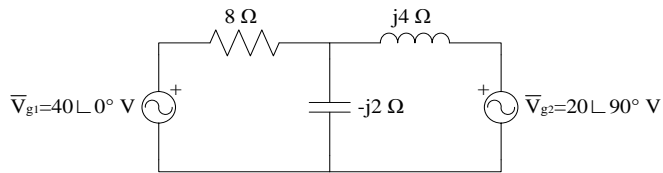


Solución:

$$P_{V_g} = -207,8W, P_{I_g} = 367,8W, P_R = -160W, P_C = P_L = 0W$$

### Problema 13.8

Para el circuito de la figura siguiente, hallar la potencia media proporcionada por cada elemento del circuito ( $P_{V_{g1}}$ ,  $P_{V_{g2}}$ ,  $P_R$ ,  $P_C$  y  $P_L$ ).

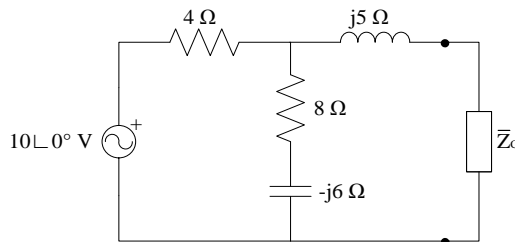


Solución:

$$P_{V_{g1}} = 100W, P_{V_{g2}} = 0W, P_R = -100W, P_C = P_L = 0W$$

### Problema 13.9

Para el circuito de la figura siguiente, hallar la impedancia de carga  $\bar{Z}_C$  que maximice la potencia que se transfiere a la misma. Indicar también el valor de dicha potencia máxima ( $P_{máx}$ )



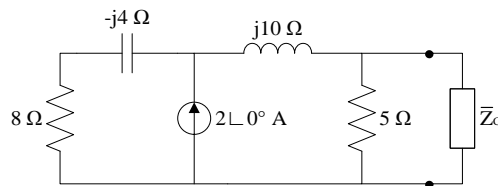
Solución:

$$\bar{Z}_C = \bar{Z}_{th} = (2,93 - j4,47)\Omega, P_{m\acute{a}x} = \frac{V_{th}^2}{8 \cdot R_{th}} = 2,37W$$

$$(V_{th} = 7,45V)$$

### Problema 13.10

Para el circuito de la figura siguiente, hallar la impedancia de carga  $\bar{Z}_C$  que maximice la potencia que se transfiere a la misma. Indicar también el valor de dicha potencia máxima ( $P_{m\acute{a}x}$ ).

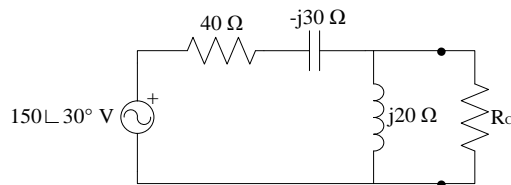


Solución:

$$\bar{Z}_C = \bar{Z}_{th} = (3,42 - j0,731)\Omega, P_{m\acute{a}x} = 1,43W$$

### Problema 13.11

Para el circuito de la figura siguiente, hallar la resistencia de carga  $R_C$  que maximice la potencia que se transfiere a la misma. Indicar también el valor de dicha potencia máxima ( $P_{m\acute{a}x}$ ).

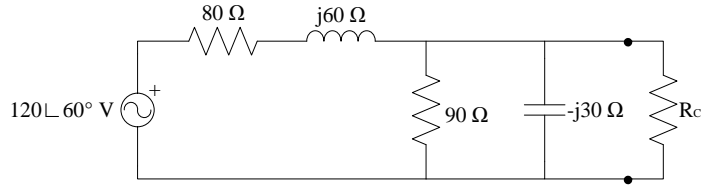


Solución:

$$R_C = 24,25\Omega, P_{m\acute{a}x} = 39,29W$$

### Problema 13.12

Para el circuito de la figura siguiente, hallar la resistencia de carga  $R_C$  que maximice la potencia que se transfiere a la misma. Indicar también el valor de dicha potencia máxima ( $P_{m\acute{a}x}$ ).



Solución:

$$R_C = 30\Omega, P_{m\acute{a}x} = 9,88W$$

### Problema 13.13

Si la tensión en bornes de una carga y la intensidad que circula a través de ella son:

$$v(t) = 120\cos(100\pi t - 20^\circ)V$$

$$i(t) = 4\cos(100\pi t + 10^\circ)A$$

Halla el factor de potencia  $\cos(\varphi)$ , el módulo de la potencia aparente  $|\vec{S}|$  y la impedancia de esta carga  $\vec{Z}_C$ .

Solución:

$$\cos(\varphi) = \cos(\varphi_v - \varphi_i) = 0,866(\text{capacitivo}), |\vec{S}| = 240VA$$

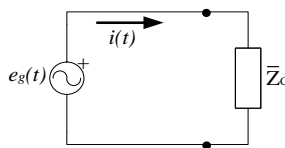
$$\vec{Z}_C = (25,98 - j15)\Omega$$

### Problema 13.14

Para el circuito de la figura siguiente, hallar el factor de potencia  $\cos(\varphi_c)$  y el módulo de la potencia aparente de la carga  $|\vec{S}_C|$ , si se conoce:

$$e_{g(t)} = 150\cos(377t + 10^\circ)V$$

$$\vec{Z}_C = (60 + j40)\Omega$$



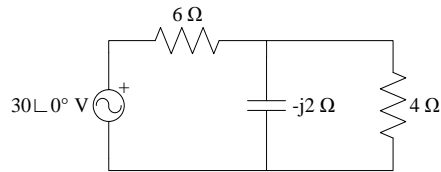
*Solución:*

$$\cos(\varphi_c) = 0,832 \text{ (inductivo o atrasado)}$$

$$|\overline{S_c}| = 156 \text{ VA}$$

### Problema 13.15

Para el circuito de la figura siguiente, hallar el factor de potencia de la fuente  $\cos(\varphi_v)$  y la potencia  $P_v$  que entrega la misma.



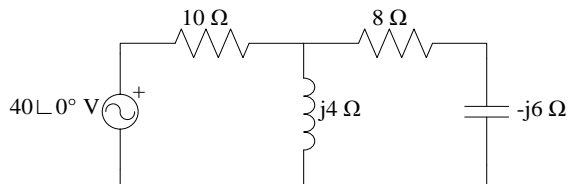
*Solución:*

$$\cos(\varphi_v) = 0,973 \text{ (capacitivo o adelantado)}$$

$$P_v = V \cdot I \cdot \cos(\varphi_{Total}) = 125 \text{ W}$$

### Problema 13.16

Para el circuito de la figura siguiente, hallar el factor de potencia de la fuente  $\cos(\varphi_v)$  y la potencia  $P_v$  que entrega la misma.



*Solución:*

$$\cos(\varphi_v) = 0,936 \text{ (inductivo o atrasado)}$$

$$P_v = 118 \text{ W}$$

### Problema 13.17

Se tiene que la tensión en bornes de una carga y la intensidad que circula a través de ella son:

$$v(t) = 60 \cos(\omega t - 10^\circ) \text{ V}$$

$$i(t) = 1,5 \cos(\omega t + 50^\circ) \text{ A}$$



Con estos datos, hallar la potencia aparente de la carga  $\vec{S}_C$ , el módulo de sus dos componentes ( $P_C$  y  $Q_C$ ), su factor de potencia  $\cos(\varphi_c)$  y el valor de esta impedancia de carga  $\vec{Z}_C$ .

*Solución:*

$$P_C = 22,5W, Q_C = -38,97VAR, S_C = 45VA,$$

$$\cos(\varphi_c) = 0,5(\text{capacitivo}), \vec{Z}_C = 40\angle -60^\circ \Omega$$

### Problema 13.18

Se tiene que la tensión en bornes de una carga es  $\vec{V}_C = 100\angle 85^\circ V$  y la intensidad que circula a través de ella es  $\vec{I}_C = 0,4\angle 15^\circ A$ .

Con estos datos, hallar la potencia aparente de la carga  $\vec{S}_C$ , el módulo de sus dos componentes ( $P_C$  y  $Q_C$ ), su factor de potencia  $\cos(\varphi_c)$  y el valor de esta impedancia de carga  $\vec{Z}_C$ .

*Solución:*

$$\vec{S}_C = 44\angle 70^\circ VA, P_C = 15,05W, Q_C = 41,35VAR,$$

$$\cos(\varphi_c) = 0,342(\text{inductivo})$$

$$\vec{Z}_C = (94,06 + j258,4)\Omega$$

### Problema 13.19

Una carga  $\vec{Z}_C$  tiene un factor de potencia  $\cos(\varphi_c) = 0,856(i)$  (inductivo) absorbiendo una potencia aparente de 12kVA de una fuente de tensión sinusoidal con valor eficaz de  $V_{ef} = 120V$ .

Con estos datos, hallar la potencia aparente de la carga  $\vec{S}_C$  y el módulo de sus dos componentes ( $P_C$  y  $Q_C$ ). Hallar asimismo el módulo de la intensidad máxima que circula a través de ella  $I_{m\acute{a}x}$  y el valor de esta impedancia  $\vec{Z}_C$ .

*Solución:*

$$\vec{S}_C = (10272 + j6204)VA, P_C = 10272W, Q_C = 6204VAR,$$

$$I_{m\acute{a}x} = \sqrt{2} \cdot |\vec{I}| = 141,4A$$

$$\vec{Z}_C = 1,2\angle 31,13^\circ \Omega$$

### Problema 13.20

Una carga de valor  $\bar{Z}_C = 250 \angle -75^\circ \Omega$  absorbe una potencia aparente de  $10kVA$  de una fuente de tensión sinusoidal.

Con estos datos, hallar el factor de potencia  $\cos(\varphi_c)$  de la carga, la potencia reactiva que consume  $Q_C$  y la tensión máxima a la cual está sometida  $V_{m\acute{a}x}$ .

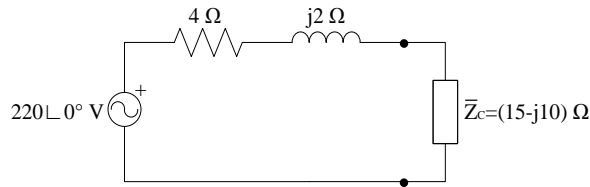
*Solución:*

$$\cos(\varphi_c) = 0,259(\text{capacitivo})$$

$$V_{m\acute{a}x} = 2,275kV$$

### Problema 13.21

Para el circuito de la figura siguiente, hallar la potencia aparente de la carga  $\bar{S}_C$  y el módulo de sus dos componentes ( $P_C$  y  $Q_C$ ).

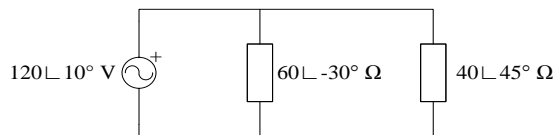


*Solución:*

$$\bar{S}_C = 2.053 \angle -33,7^\circ VA, P_C = 1.708W, Q_C = -1.139VAR$$

### Problema 13.22

Para el circuito de la figura siguiente, hallar la potencia aparente suministrada por la fuente de tensión  $\bar{S}_V$  y el módulo de sus dos componentes ( $P_V$  y  $Q_V$ ), así como su factor de potencia  $\cos(\varphi_V)$ .



*Solución:*

$$\bar{S}_V = 481,6 \angle 16,23^\circ VA, P_V = 462,4W, Q_V = 134,6VAR$$

$$\cos(\varphi_V) = 0,96(\text{inductivo})$$



### Problema 13.23

Se tienen dos cargas colocadas en paralelo en un circuito, que presentan las características siguientes:

- Carga n° 1:  $P_{C1} = 2kW$  y  $\cos(\varphi_{\hat{C}_1}) = 0,75(c)$ .
- Carga n° 2:  $P_{C2} = 4kW$  y  $\cos(\varphi_{\hat{C}_2}) = 0,95(i)$ .

Con estos datos, hallar el factor de potencia total del conjunto de las cargas  $\cos(\varphi_{\hat{T}_{Tot}})$  y la potencia aparente total que consumen  $\bar{S}_{Tot}$ .

*Solución:*

$$\cos(\varphi_{\hat{T}_{Tot}}) = 0,997(\text{capacitivo})$$

$$\bar{S}_{Tot} = (6 - j0,449)kVA$$

### Problema 13.24

Una carga está conectada a una fuente de tensión de 120V y 50HZ, disponiendo de un factor de potencia de  $\cos(\varphi_{\hat{C}}) = 0,8(i)$  (inductivo).

Con estos datos, hallar el valor de la capacidad  $C$  necesaria que hay que añadir al circuito para obtener un factor de potencia  $\cos(\varphi_{\hat{C}}) = 0,95(i)$  (inductivo). Indicar asimismo, el valor de la potencia reactiva de compensación  $Q_{comp}$ .

*Solución:*

$$C = 373 \mu F$$

$$Q_{comp} = 1.685,6VAR$$

### Problema 13.25

Una carga está conectada a una fuente de tensión de 110V y 60HZ, tiene un factor de potencia de  $\cos(\varphi_{\hat{C}}) = 0,85(i)$  y consume una potencia reactiva de 140kVAR.

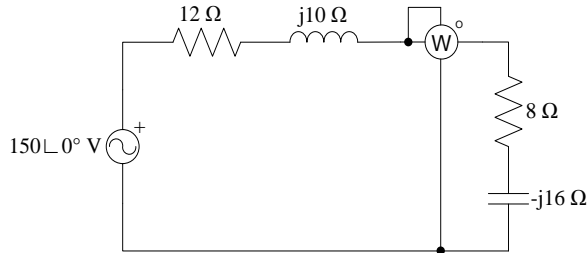
Con estos datos, hallar el valor de la capacidad  $C$  necesaria que hay que añadir al circuito para mejorar el factor de potencia hasta la unidad.

*Solución:*

$$C = 30,69mF$$

### Problema 13.26

Para el circuito de la figura siguiente, hallar la lectura del vatímetro  $W$ .

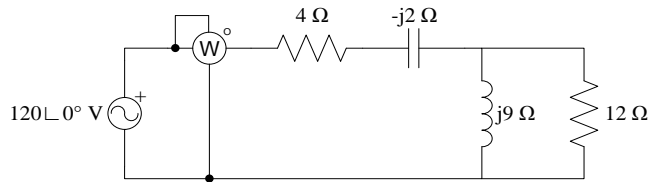


*Solución:*

$$W = 432,7 \text{ W}$$

### Problema 13.27

Para el circuito de la figura siguiente, hallar la lectura del vatímetro  $W$ .



*Solución:*

$$W = 1.437 \text{ W}$$

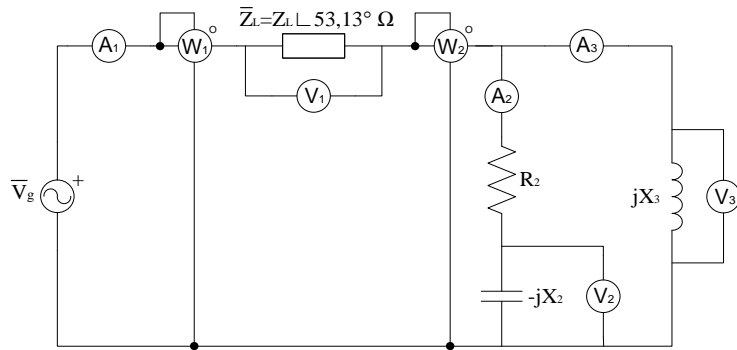
### Problema 13.28

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- La lectura del segundo vatímetro es  $W_2 = 6.300 \text{ W}$ .
- Las lecturas de los amperímetros  $A_2$  y  $A_3$  son  $A_2 = 100 \text{ A}$  y  $A_3 = 75 \text{ A}$ .
- La lectura del segundo voltímetro es  $V_2 = 216 \text{ V}$ .

Con esta información, hallar:

- a) Las lecturas del primer amperímetro y del tercer voltímetro ( $A_1$  y  $V_3$ ).
- b) Si en el primer voltímetro se lee  $V_1 = 300 \text{ V}$ , determinar el módulo de la tensión proporcionada por la fuente  $\left| \overline{V}_g \right|$  y la lectura del primer vatímetro  $W_1$ .



Solución:

- a)  $A_1 = 35 \text{ A}, V_3 = 225 \text{ V}$
- b)  $|\overline{V}_g| = 375 \text{ V}, W_1 = 12.600 \text{ W}$

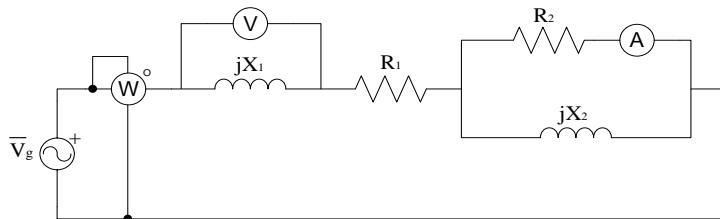
### Problema 13.29

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- La impedancia compleja del conjunto en serie  $\overline{Z}_1 = (R_1 + jX_1)$  coincide con la impedancia compleja del conjunto en paralelo  $\overline{Z}_2 = (R_2 + jX_2)$ .
- El módulo de la tensión proporcionada por la fuente vale  $|\overline{V}_g| = 250 \text{ V}$ .
- La lectura del voltímetro es  $V = 100 \text{ V}$ .
- La lectura del amperímetro es  $A = 7,5 \text{ A}$ .

Con esta información, hallar:

- a) La lectura del vatímetro  $W$
- b) La reactancia inductiva  $\overline{X}_1$  y la resistencia  $R_1$ .



Solución:

- a)  $W = 1.875 \text{ W}$
- b)  $R_1 = 6 \Omega, X_1 = j8 \Omega$

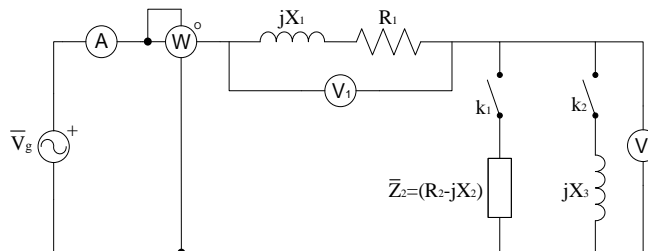
### Problema 13.30

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- El módulo de la tensión proporcionada por la fuente vale  $|\overline{V}_g| = 110\sqrt{2}V$ .
- Con solo el interruptor  $k_2$  cerrado, las lecturas de los aparatos de medición han sido:  $A = 10A$ ,  $W = 1.000W$  y  $V_2 = 25V$ .
- Con solo el interruptor  $k_2$  abierto, las lecturas de los aparatos de medición han sido:  $A = 5A$  y  $W = 500W$  de tipo capacitivo.

Con esta información, hallar:

- a) La lectura del voltímetro  $V_1$ .
- b) La impedancia de la segunda carga  $\overline{Z}_2$ .



*Solución:*

- a)  $V_1 = 125V$
- b)  $\overline{Z}_2 = (10 - j27,5)\Omega$

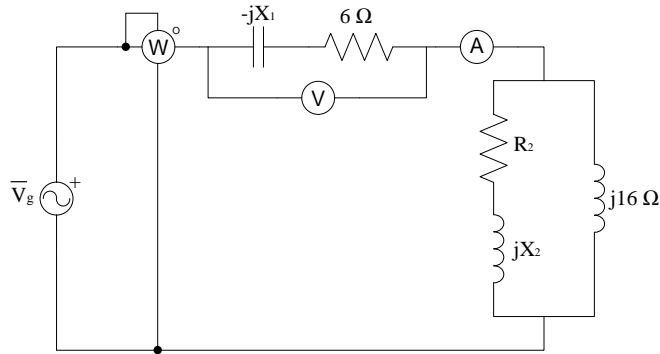
### Problema 13.31

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- El módulo de la tensión proporcionada por la fuente vale  $|\overline{V}_g| = 100V$ .
- La lectura del voltímetro es  $V = 100V$ .
- La lectura del amperímetro es  $A = 10A$ .
- La lectura del vatímetro es  $W = 800W$  de tipo inductivo.

Con esta información, hallar:

- a) La reactancia capacitiva del condensador  $\overline{X}_1$ .
- b) La reactancia inductiva  $\overline{X}_2$  y la resistencia  $R_2$ .



Solución:

a)  $\overline{X}_1 = -j8\Omega$

b)  $R_2 = 64\Omega, \overline{X}_2 = j48\Omega$

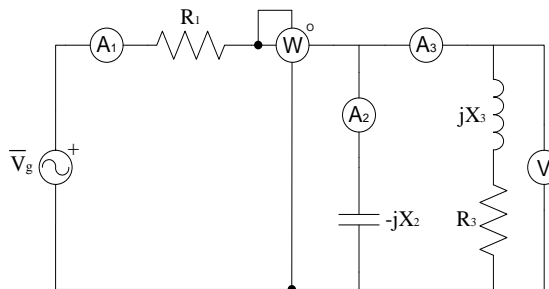
**Problema 13.32**

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- La lectura del voltímetro es  $V = 100V$ .
- Las lecturas de los amperímetros  $A_2$  y  $A_3$  son  $A_2 = 12A$  y  $A_3 = 10A$ .
- La lectura del vatímetro es  $W = 800W$ .

Con esta información, hallar:

- a) La reactancia inductiva de la bobina  $\overline{X}_3$  y la lectura del amperímetro  $A_3$
- b) La resistencia  $R_1$  si se sabe que el módulo de la tensión proporcionada por la fuente vale  $|\overline{V}_g| = 120V$ .



Solución:

a)  $\overline{X}_3 = j6\Omega, A_1 = 10A$

b)  $R_1 = 2,4\Omega$

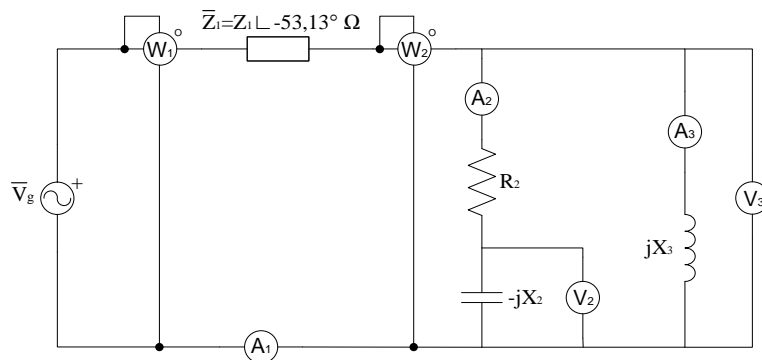
### Problema 13.33

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- La lectura del segundo amperímetro es  $A_2 = 20 A$ .
- Las lecturas de los voltímetros  $V_2$  y  $V_3$  son  $V_2 = 160V$  y  $V_3 = 200V$ .
- La lectura del primer vatímetro es  $W_1 = 3.750W$ .
- El factor de potencia total de la fuente es igual a la unidad ( $\cos_{tot}(\varphi) = 1$ ).
- La carga  $\bar{Z}_1$  es capacitiva.

Con esta información, hallar:

- a) La lectura del segundo vatímetro  $W_2$ .
- b) El módulo de la tensión proporcionada por la fuente  $|\bar{V}_g|$ .
- c) Las lecturas de los amperímetros  $A_1$  y  $A_3$ .



*Solución:*

- a)  $W_2 = 2.400W$
- b)  $|\bar{V}_g| = 250V$
- c)  $A_1 = 15 A$  y  $A_3 = 25 A$

### Problema 13.34

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

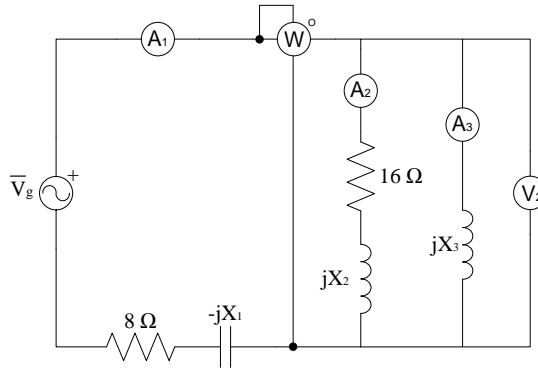
- La lectura del primer amperímetro es  $A_1 = 20 A$ .
- La lectura del segundo voltímetro  $V_2 = 300V$ .
- La lectura del vatímetro es  $W = 3.600W$ .



- El factor de potencia de todo el circuito es igual a la unidad ( $\cos_{tot}(\varphi) = 1$ ).

Con esta información, hallar:

- El módulo de la tensión proporcionada por la fuente  $|\overline{V}_g|$ .
- Las lecturas de los amperímetros  $A_2$  y  $A_3$ .



*Solución:*

- $|\overline{V}_g| = 340V$
- $A_2 = 15A, A_3 = 7A$

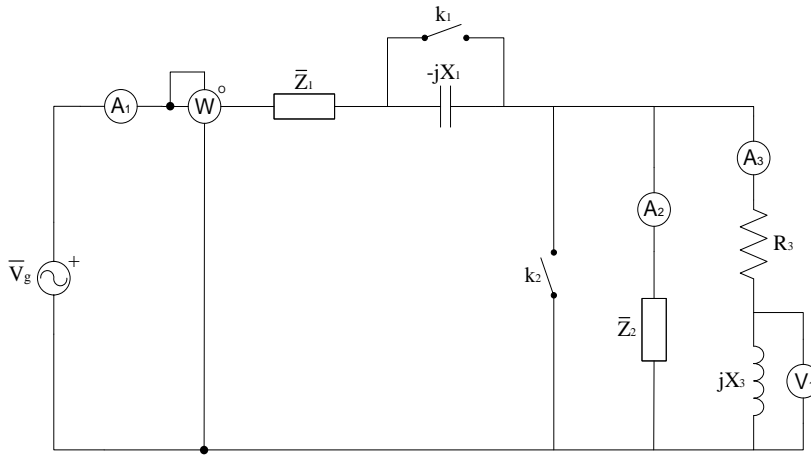
### Problema 13.35

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- El módulo de la tensión proporcionada por la fuente vale  $|\overline{V}_g| = 120V$ .
- Con ambos interruptores ( $k_1$  y  $k_2$ ) cerrados, las lecturas de los instrumentos de medida han sido:  $A_1 = 4,8A$  y  $W = 460,8W$ .
- Con solo el interruptor  $k_2$  cerrado, la lectura del primer amperímetro ha sido:  $A_1 = 4,8A$ .
- Con solo el interruptor  $k_2$  abierto, las lecturas de los aparatos de medida han sido:  $A_1 = 3A$ ,  $A_3 = 4A$ ,  $V_1 = 60V$  y  $W = 360W$ .

Con esta información, hallar:

- La impedancia  $\overline{Z}_1$  y la reactancia capacitiva  $\overline{X}_1$ .
- La resistencia  $R_1$  y la lectura del segundo amperímetro  $A_2$ .



Solución:

a)  $\bar{Z}_1 = (20 + j15)\Omega$ ,  $\bar{X}_1 = -j30\Omega$

b)  $R_3 = 11,25\Omega$ ,  $A_3 = 5 A$

### Problema 13.36

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

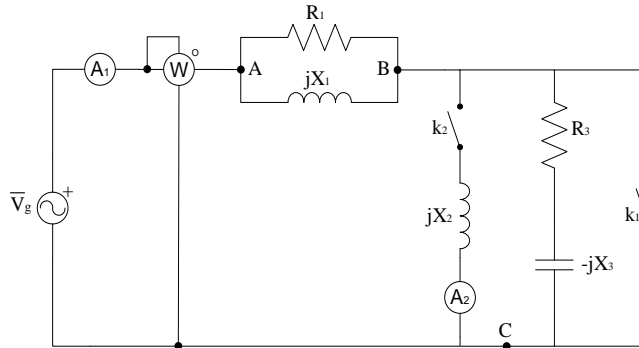
- El módulo de la tensión proporcionada por la fuente vale  $|\bar{V}_g| = 250V$  , con una frecuencia de  $f = 50 Hz$ .
- Con solo el interruptor  $k_1$  cerrado, las lecturas de los instrumentos de medida han sido:  $A_1 = 12,5 A$  y  $W = 1.875 W$  .
- Con ambos interruptores ( $k_1$  y ) abiertos, las lecturas de los instrumentos de medida han sido:  $A_1 = 10 A$  y  $W = 2.400 W$  (inductivo).
- Con solo el interruptor  $k_2$  cerrado, la lectura del segundo amperímetro ha sido  $A_2 = 12 A$  .

Con esta información, hallar:

a) La reactancia inductiva  $\bar{X}_1$  y la resistencia  $R_1$  .

b) El módulo de las tensiones  $|\bar{V}_{AB}|$  y  $|\bar{V}_{BC}|$  .

c) La reactancia inductiva  $\bar{X}_2$  .



Solución:

- a)  $\overline{X}_1 = j25\Omega$ ,  $R_1 = 33,33\Omega$
- b)  $|\overline{V}_{AB}| = 200V$ ,  $|\overline{V}_{BC}| = 150V$
- c)  $\overline{X}_2 = j3,5\Omega$

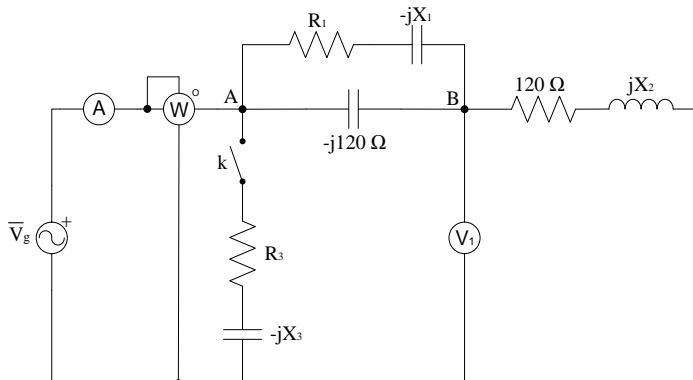
### Problema 13.37

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- El módulo de la tensión proporcionada por la fuente vale  $|\overline{V}_g| = 200V$ .
- Estando el interruptor  $k$  abierto, las lecturas de los instrumentos de medida han sido:  $A = 1A$ ,  $V_1 = 200V$  y  $W = 160W$  (inductivo).
- Estando el interruptor  $k$  cerrado, las lecturas de los instrumentos de medida han sido:  $A = \sqrt{2}A$  y  $W = 280W$  (de carácter capacitivo).

Con esta información, hallar:

- a) Las reactancias  $\overline{X}_1$  y  $\overline{X}_2$  y la resistencia  $R_1$ .
- b) La reactancia capacitiva  $\overline{X}_3$  la resistencia  $R_3$ .



*Solución:*

- a)  $\overline{X}_1 = -j24\Omega$ ,  $\overline{X}_2 = j16\Omega$ ,  $R_1 = 72\Omega$   
 b)  $\overline{X}_3 = -j160\Omega$ ,  $R_3 = 120\Omega$

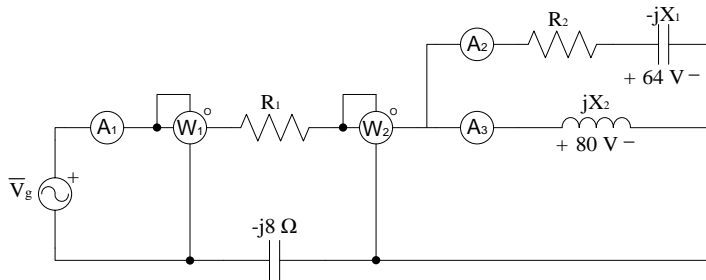
**Problema 13.38**

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- El módulo de la tensión proporcionada por la fuente vale  $|\overline{V}_g| = 100V$ .
- La lectura del segundo amperímetro ha sido:  $A_2 = 8A$ .
- Las tensiones en bornes de las reactancias  $\overline{X}_1$  y  $\overline{X}_2$  han sido, respectivamente:  $|\overline{V}_{X1}| = 64V$  y  $|\overline{V}_{X2}| = 80V$  (ver figura).

Con esta información, hallar:

- a) La lectura del segundo vatímetro  $W_2$ .
- b) Las lecturas de los instrumentos de medida  $A_1$ ,  $A_3$  y  $W_1$ , sabiendo que el factor de potencia total es igual a la unidad ( $\cos_{tot}(\varphi) = 1$ ).



*Solución:*

- a)  $P_2 = 384W$   
 b)  $A_1 = 6A, A_2 = 10A, W_1 = 600W$

**Problema 13.39**

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

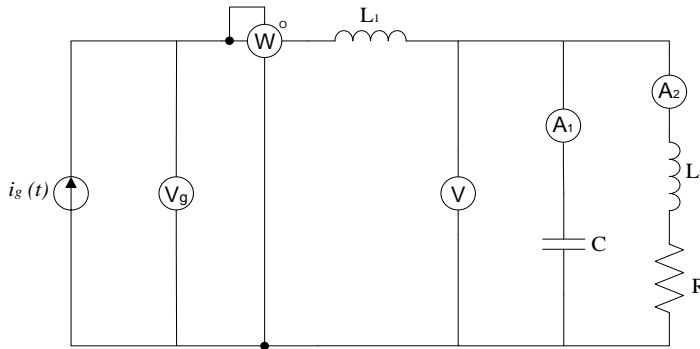
- La intensidad del generador es  $i_g(t) = 14,14\cos(100\pi t)A$ .
- La lectura del voltímetro es  $V = 60V$ .



- La lectura de los amperímetros es  $A_1 = 10\text{ A}$  y  $A_2 = 10\text{ A}$ .
- El factor de potencia total de la fuente es igual a la unidad ( $\cos_{tot}(\varphi) = 1$ ).

Con esta información, hallar:

- Todos los parámetros eléctricos desconocidos del circuito  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $C$  y  $R$ .
- La lectura del voltímetro del generador  $V_g$ , la impedancia total vista desde el generador  $\overline{Z}_g$  y la potencia aparente total y sus componentes ( $\overline{S}_g$ ,  $Q_g$  y  $P_g$ ).



*Solución:*

- $L_1 = L_2 = 9,55\text{ mH}$ ,  $C = 530\ \mu\text{F}$ ,  $R = 5,2\ \Omega$
- $V_g = 51,96\text{ V}$ ,  $\overline{Z}_g = 5,196\angle 0^\circ\ \Omega$ ,  $\overline{S}_g = (520 + j0)\text{ VA}$   
 $Q_g = 0\text{ VAR}$  y  $P_g = 520\text{ W}$

### Problema 13.40

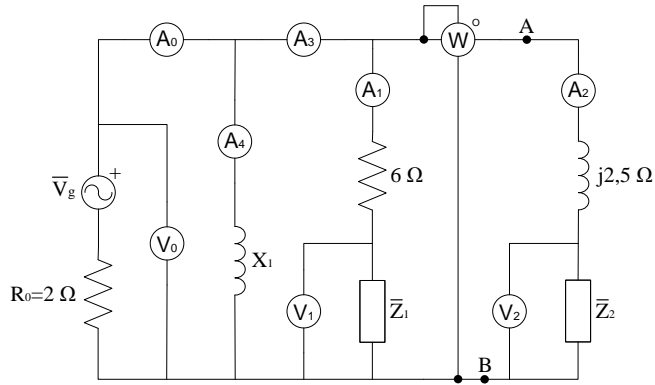
Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- Las lecturas de los voltímetros  $V_1$  y  $V_2$  son  $V_1 = 132,853\text{ V}$  y  $V_2 = 203,447\text{ V}$ .
- Las lecturas de los amperímetros  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_4$  son  $A_1 = 12,281\text{ A}$ ,  $A_2 = 10,422\text{ A}$  y  $A_4 = 12,282\text{ A}$ .
- La lectura del vatímetro es  $W = 1.357,726\text{ W}$ .
- La impedancia  $\overline{Z}_1$  es inductiva y la impedancia  $\overline{Z}_2$  es capacitiva, y la frecuencia es de  $f = 50\text{ Hz}$ .

Con esta información y considerando que la tensión es  $\overline{V}_{AB} = V_{AB}\angle 0^\circ\text{ V}$ , halla:

- Todos los parámetros eléctricos del circuito desconocidos  $R_1$ ,  $L_1$ ,  $R_2$ ,  $C_2$  y  $L_4$ .

- b) La tensión del generador  $\overline{V}_g$ , la intensidad total del generador  $\overline{I}_g$ , la impedancia total vista desde el generador  $\overline{Z}_g$ , la tensión en bornes de la resistencia  $R_0$  ( $\overline{V}_{R_0}$ ) y la potencia aparente total y sus componentes ( $\overline{S}_g$ ,  $Q_g$  y  $P_g$ ).



*Solución:*

a)  $R_1 = 6 \Omega$ ,  $L_1 = 28,6 \text{ mH}$ ,  $R_2 = 12,5 \Omega$ ,  $C_2 = 212 \mu\text{F}$ ,  $L_4 = 47,8 \text{ mH}$

b)  $\overline{V}_g = 220 \angle 6,41^\circ \text{ V}$ ,  $\overline{Z}_g = 10,411 \angle 29,13^\circ \Omega$ ,

$\overline{I}_g = 21,13 \angle -35,51^\circ \text{ A}$ ,  $\overline{V}_{R_0} = 42,26 \angle -35,52^\circ \text{ V}$ ,

$\overline{S}_g = 4.648,6 \angle 29,1^\circ \text{ VA}$ ,  $Q_g = 22.698 \text{ VAR}$ ,  $P_g = 4.061,8 \text{ W}$

### Problema 13.41

Del circuito de la figura siguiente, se conoce que el módulo de la tensión eficaz proporcionada por la fuente vale  $|\overline{V}_g| = 240 \text{ V}$ . Después de realizar diferentes pruebas, se ha construido la tabla siguiente:

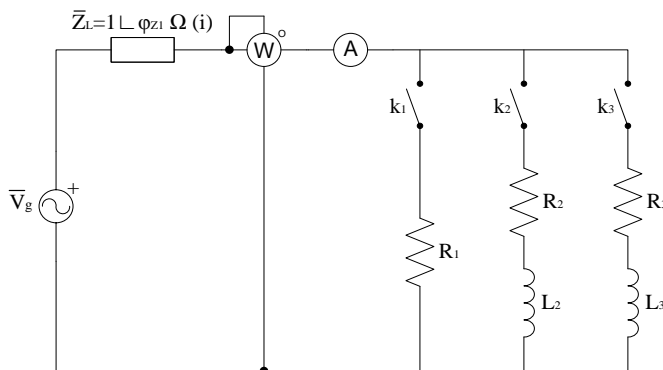
Interruptor cerrado	Lectura del vatímetro	Lectura del amperímetro
$k_1$	2.234,94 W	9,650 A
$k_2$	1.041,74 W	8,069 A
$k_1, k_2$ y $k_3$	3.798,88 W	22,309 A

Con esta información y considerando que la intensidad del generador es  $\overline{I}_g = I_g \angle 0^\circ \text{ A}$ , hallar:

- a) Todos los parámetros eléctricos del circuito desconocidos  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $L_2$ ,  $R_3$  y  $L_3$ .



- b) Todas la intensidades del circuito ( $\bar{I}_g$ ,  $\bar{I}_1$ ,  $\bar{I}_2$  e  $\bar{I}_3$ ), todas las potencias activas consumidas ( $P_g$ ,  $P_{R_1}$ ,  $P_{R_2}$ ,  $P_{R_3}$  y  $P_L$ ), la potencia reactiva del generador  $Q_g$  y la potencia aparente del generador  $\bar{S}_g$  cuando todos los interruptores están cerrados.



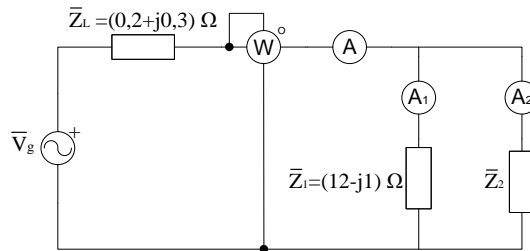
Solución:

- a)  $R_1 = 24 \Omega$ ,  $R_2 = 16 \Omega$ ,  $L_2 = 76 \text{ mH}$ ,  $R_3 = 12 \Omega$ ,  $L_3 = 70,3 \text{ mH}$   
 b)  $\bar{I}_g = 22,309 \angle 0^\circ \text{ A}$ ,  $\bar{I}_1 = 9,08 \angle 38,67^\circ \text{ A}$ ,  $\bar{I}_2 = 7,56 \angle -17,64^\circ \text{ A}$   
 $\bar{I}_3 = 8,668 \angle -22,8^\circ \text{ A}$ ,  $P_g = 4.226 \text{ W}$ ,  $P_{R_1} = 1.978,71 \text{ W}$ ,  
 $P_{R_2} = 914,46 \text{ W}$ ,  $P_{R_3} = 901,61 \text{ W}$ ,  $P_{R_L} = 430,4 \text{ W}$   
 $Q_g = 3.282,34 \text{ VAR}$ ,  $\bar{S}_g = 5.354,16 \angle 37,81^\circ \text{ VA}$ .

### Problema 13.42

Del circuito de la figura siguiente, se conoce que el módulo de la tensión eficaz proporcionada por la fuente vale  $|\bar{V}_g| = 240 \text{ V}$  y se conocen las lecturas del primer amperímetro general y del vatímetro:  $A = 38,03 \text{ A}$  y  $W = 8.406,8 \text{ W}$ . Con esta información, y considerando que la intensidad del generador es  $\bar{I}_g = I_g \angle 0^\circ \text{ A}$ , hallar:

- a) La impedancia  $\bar{Z}_2$ , la lectura del segundo amperímetro  $A_2$  y el factor de potencia total  $\cos(\varphi_{Tot})$ .  
 b) Todas las intensidades del circuito ( $\bar{I}_g$ ,  $\bar{I}_1$  e  $\bar{I}_2$ ) y la tensión del generador (en modo vectorial  $\bar{V}_g$ ).



Solución:

- a)  $\bar{Z}_2 = (9 + j6)\Omega$ ,  $A_2 = 21,23\text{ A}$ ,  $\cos(\varphi_{Tot}) = 0,953$   
 b)  $\bar{I}_g = 38,03\angle 0^\circ\text{ A}$ ,  $\bar{I}_1 = 19,05\angle 20,36^\circ\text{ A}$ ,  
 $\bar{I}_2 = 21,23\angle -18,19^\circ\text{ A}$ ,  $\bar{V}_g = 240\angle 17,73^\circ\text{ V}$

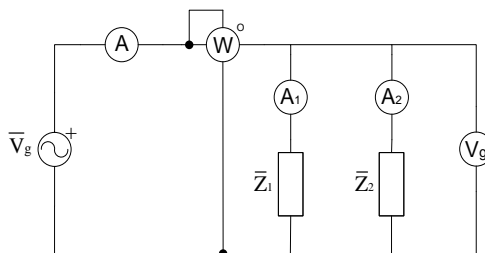
### Problema 13.43

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- El módulo de la tensión eficaz proporcionada por la fuente vale  $|\bar{V}_g| = 48\text{ V}$ .
- Las lecturas de los amperímetros son  $A_1 = A_2 = 9,6\text{ A}$  y  $A = 13,57\text{ A}$ .
- La lectura del vatímetro es  $W = 645,12\text{ W}$ .
- El factor de potencia total vale  $\cos(\varphi_{Tot})$  (inductivo).

Con esta información y considerando como ángulo de referencia el ángulo de la intensidad  $\bar{I}_g$  ( $\bar{I}_g = I_g\angle 0^\circ\text{ A}$ ), hallar:

- a) Las impedancias  $\bar{Z}_1$  y  $\bar{Z}_2$ .
- b) La intensidad y la tensión del generador (en modo vectorial,  $\bar{I}_g$  y  $\bar{V}_g$ ).



Solución:

- a)  $\bar{Z}_2 = 5\angle 52,95^\circ\Omega$ ,  $\bar{Z}_1 = 5\angle -36,87^\circ\Omega$   
 b)  $\bar{I}_g = 13,57\angle 0^\circ\text{ A}$ ,  $\bar{V}_g = 48\angle 7,95^\circ\text{ V}$



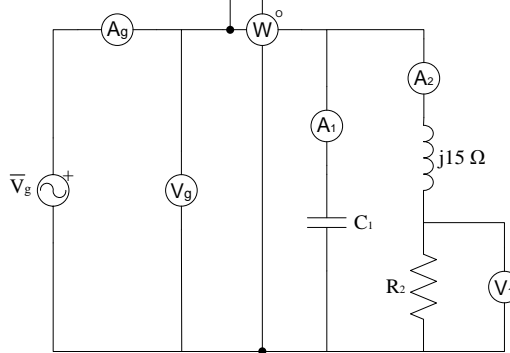
### Problema 13.44

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- La lectura del amperímetro general vale  $A_g = 5,659 A$ .
- La lectura del voltímetro de la resistencia vale  $V_1 = 100V$ .
- La lectura del vatímetro vale  $W = 1.000W$ .
- El factor de potencia total vale  $\cos(\varphi_{Tot})$  (inductivo).

Con esta información, y considerando como ángulo de referencia el ángulo de la tensión  $\overline{V}_g$  ( $\overline{V}_g = V_g \angle 0^\circ V$  con  $f = 50 Hz$ ), hallar:

- a) La impedancia total vista desde el generador  $\overline{Z}_g$ .
- b) Los parámetros  $R_2$  y  $C_1$ .
- c) La lectura del amperímetro  $A_1$ .



Solución:

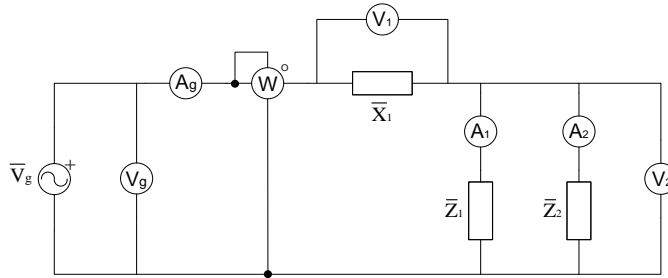
- a)  $\overline{Z}_g = (31,25 + j6,23)\Omega$
- b)  $R_2 = 10\Omega, C_2 = 127,3 \mu F$
- c)  $A_1 = 7,194 A$

### Problema 13.45

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- La lectura del voltímetro general vale  $V_g = 24V$  (valor eficaz).
- La lectura del vatímetro es  $W = 156,82W$ .
- Las impedancias en paralelo valen  $\overline{Z}_1 = 4\sqrt{2}\angle 45^\circ \Omega$  y  $\overline{Z}_2 = 5\angle -36,87^\circ \Omega$ .

Con esta información, hallar la lectura del amperímetro general  $A_g$ .



Solución:

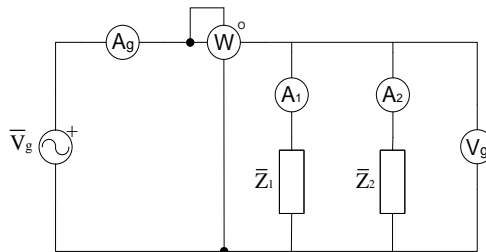
$$A_g = 6,69 \text{ A}$$

### Problema 13.46

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- La lectura del voltímetro vale  $V_g = 48 \text{ V}$ .
- La lectura del vatímetro vale  $W = 1.382,4 \text{ W}$ .
- Las lecturas de los amperímetros valen  $A_1 = 21,466 \text{ A}$ ,  $A_2 = 21,446 \text{ A}$  y  $A_g = 30,358 \text{ A}$ .
- La impedancia  $\bar{Z}_1$  es inductiva y la  $\bar{Z}_2$ , capacitiva.
- El factor de potencia total vale  $\cos(\varphi_{Tot})$  capacitivo.

Con esta información, hallar las impedancias  $\bar{Z}_1$  y  $\bar{Z}_2$ .



Solución:

$$\bar{Z}_1 = 2,236 \angle 26,565^\circ \Omega, \bar{Z}_2 = 2,236 \angle -63,435^\circ \Omega$$

### Problema 13.47

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

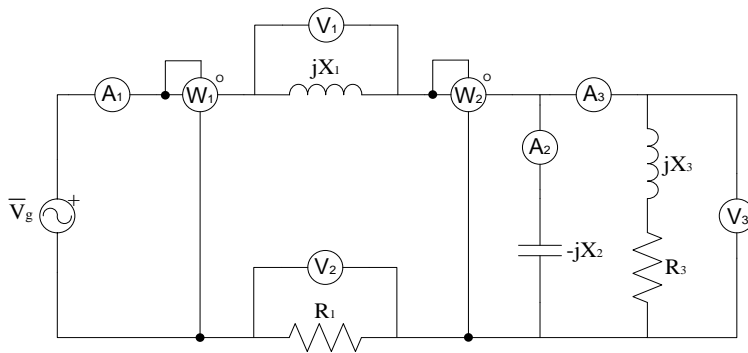
- El módulo de la tensión proporcionada por la fuente vale  $|\bar{V}_g| = 375 \text{ V}$ .



- La lectura del tercer voltímetro es  $V_3 = 300V$ .
- La lectura del segundo vatímetro es  $W_2 = 7.200W$ .
- Las lecturas de los amperímetros son  $A_2 = 36A$  y  $A_3 = 30A$ .

Con esta información, hallar:

- a) Todas las reactancias y resistencias desconocidas ( $\overline{X_1}$ ,  $\overline{X_2}$ ,  $\overline{X_3}$ ,  $R_1$  y  $R_3$ ).
- b) La tensión en bornes de la resistencia  $R_2$  ( $\overline{V_{R_2}}$ ) y la lectura del primer vatímetro, sabiendo que ahora la lectura del primer voltímetro vale  $V_1 = 180V$ .



*Solución:*

a)  $\overline{X_1} = j6\Omega, \overline{X_2} = -j8,33\Omega, \overline{X_3} = j6\Omega, R_1 = 4,5\Omega, R_3 = 8\Omega$

b)  $\overline{V_2} = 135\angle 36,87^\circ V, W_1 = 11.250W$

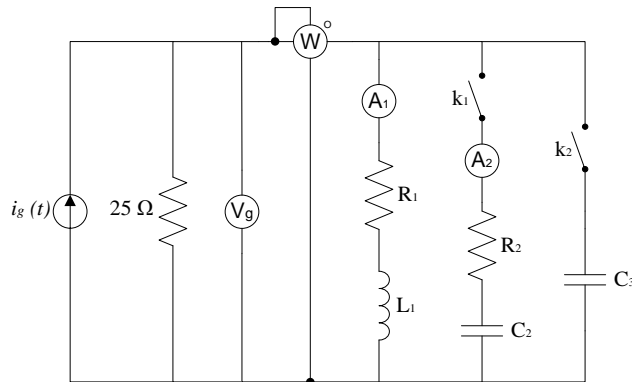
### Problema 13.48

Del circuito de la figura siguiente, que trabaja a una frecuencia de  $f = 50Hz$ , realizar los cálculos detallados en los siguientes apartados:

- a) Cuando ambos interruptores  $k_1$  y  $k_2$  están abiertos, las lecturas que se conocen son  $V_g = 51,45V$ ,  $A_1 = 10,29A$  y  $W = 423,53W$ . Con estas condiciones, hallar: la intensidad del generador  $\overline{I_g}$ , el valor de la resistencia  $R_1$  y el valor de la inductancia  $L_1$ .
- b) Cuando solo está cerrado el interruptor  $k_1$ , la intensidad total se mantiene y las lecturas que se conocen ahora son  $V_g = 29,9625V$  y  $A_2 = 6,7A$ . Con

estas condiciones, hallar la lectura del primer amperímetro  $A_1$ , la del vatímetro  $W$  y los parámetros  $R_2$  y  $C_2$ .

- c) Cuando ambos interruptores  $k_1$  y  $k_2$  están cerrados, el factor de potencia del conjunto de cargas  $\bar{Z}_1 = R_1 + jX_{L1}$  y  $\bar{Z}_2 = R_2 - jX_{C2}$  es igual a la unidad  $\cos(\varphi_{\bar{Z}_{12}}) = 1$ . Con estas condiciones, hallar la nueva lectura del vatímetro  $W$ , la nueva tensión en bornes del generador  $\bar{V}_g$  y el parámetro  $C_3$ .



*Solución:*

a)  $\bar{I}_g = 12 \angle -30,96^\circ \text{ A}, R_1 = 4\Omega, L_1 = 9,55 \text{ mH}$

b)  $A_1 = 6 \text{ A}, W = 323,56 \text{ W}, R_2 = 4\Omega, C_2 = 1,519 \text{ mF}$

c)  $W = 360 \text{ W}, \bar{V}_g = 30 \angle -30,96^\circ \text{ V}, C_3 = 63,66 \mu\text{F}$

### Problema 13.49

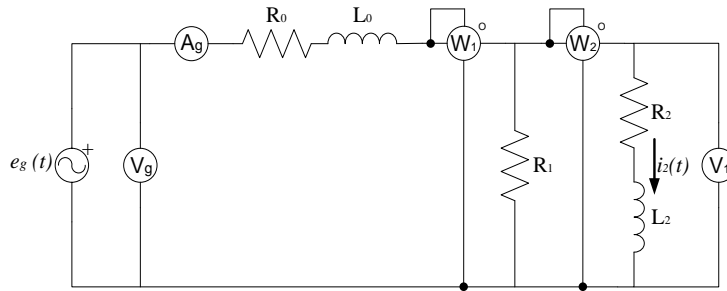
Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- La lectura del voltímetro es  $V_1 = 161,747 \text{ V}$ .
- Las lecturas de los vatímetros son  $W_1 = 3.662,703 \text{ W}$  y  $W_2 = 1.046,486 \text{ W}$ .
- El factor de potencia total vale  $\cos(\varphi_{Tot}) = 0,8754 (i)(inductivo)$ .
- La expresión de fuente de tensión es  $e_g(t) = E_{max} \sin(\omega t \pm \varphi_g) \text{ V}$ .
- Los valores de  $R_0 = 2\Omega$  y de la relación  $\frac{X_L}{R_2} = 2$ .



Con esta información, hallar:

- Los parámetros  $R_2$ ,  $L_2$  y  $L_0$ .
- La intensidad total  $\overline{I}_g$ , la tensión de la fuente  $\overline{V}_g$  y la tensión máxima del generador  $E_{m\acute{a}x}$ .
- La expresión de la intensidad en función del tiempo  $i_2(t)$ .



Solución:

- $R_2 = 5\Omega$ ,  $L_2 = 31,83mH$ ,  $L_0 = 3,183mH$
- $\overline{I}_g = 26,08\angle -29,75^\circ A$ ,  $\overline{V}_g = 220\angle -0,849^\circ V$ ,  $E_{m\acute{a}x} = 220\sqrt{2}V$
- $i_2(t) = 14,47\sqrt{2}\cdot\sin(100\pi t - 63,44)A$

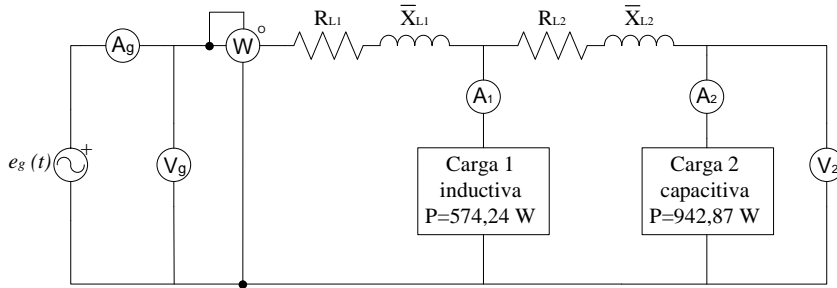
### Problema 13.50

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- Trabaja a régimen permanente con una frecuencia de  $f = 50Hz$ .
- La lectura del segundo voltímetro es  $V_2 = 153,53V$ .
- La lectura del vatímetro es  $W = 1.687,85W$ .
- Las lecturas de los amperímetros son  $A_1 = 6,167A$  y  $A_2 = 6,866A$ .
- La impedancia de línea 2 vale  $\overline{Z}_{L2} = (R_{L2} + jX_{L2}) = 3\angle 30^\circ \Omega$  y la relación  $\frac{X_{L1}}{R_{L1}} = 0,839$ .

Con esta información, hallar:

- Las lecturas del amperímetro y del voltímetro generales  $A_g$  y  $V_g$ .
- Las impedancias de línea y carga  $\overline{Z}_{L1}$ ,  $\overline{Z}_{C1}$  y  $\overline{Z}_{C2}$ .
- El factor de potencia total  $\cos(\varphi_{Tot})$  y la potencia total aparente  $\overline{S}_{Tot}$ .



*Solución:*

- $A_g = 10,428 \text{ A}$ ,  $V_g = 171,38 \text{ V}$
- $\overline{Z}_{L1} = (0,46 + j0,39)\Omega$ ,  $\overline{Z}_{C1} = (15 + j22,2)\Omega$   
 $\overline{Z}_{C2} = (20 - j10)\Omega$
- $\cos(\varphi_{Tot}) = 0,961(i)$ ,  $\overline{S}_{Tot} = (1687,8 + j485,6)VA$

### Problema 13.51

Del circuito de la figura siguiente, se conoce:

- Trabaja a régimen permanente.
- La lectura del primer voltímetro es  $V_1 = 130,91V$ .
- La lectura del vatímetro es  $W = 1.319,9W$ .
- Las lecturas de los amperímetros son  $A_1 = 3,106A$  y  $A_2 = 6A$ .
- El factor de potencia del generador vale  $\cos(\varphi_g) = 0,95$  (inductivo).
- La expresión de la fuente de intensidad es  $i_g(t) = 6\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{12})A$ .
- La resistencia vale  $R_2 = 6,235\Omega$ .

Con esta información y sabiendo que el interruptor  $k$  está abierto, hallar:

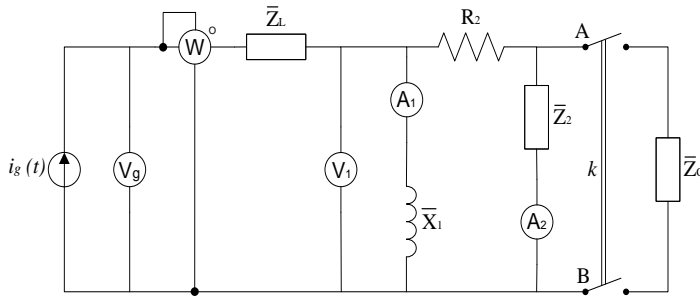
- La reactancia inductiva  $\overline{X}_1$  y las impedancias  $\overline{Z}_L$  y  $\overline{Z}_2$ .



- b) La lectura del voltímetro  $V_g$ .
- c) La expresión temporal de la tensión entre los puntos A y B del circuito  $v_{AB}(t)$ .

A continuación, se cierra el interruptor  $k$  y se deja nuevamente que el circuito llegue al régimen permanente. Hallar ahora:

- a) La impedancia de carga  $\bar{Z}_C$  que maximice la potencia transferida a la misma. Indicar también el valor de esta potencia máxima transferida a la carga  $P_{m\acute{a}x}$ .



*Solución:*

- a)  $\bar{X}_1 = j42,2\Omega, \bar{Z}_L = (15,6 + j6,4)\Omega, \bar{Z}_2 = (14,84 - j5,6)\Omega$
- b)  $V_g = 231,6V$
- c)  $v_{AB}(t) = 95,252\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{5,836\pi}{180})V$
- d)  $\bar{Z}_C = (16,05 - j0,209)\Omega, P_{m\acute{a}x} = 141,35W$



→ 14



## Circuitos eléctricos trifásicos

Este decimocuarto capítulo, formado por 33 enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, es el último capítulo teórico antes de entrar en el capítulo 15, que contiene aplicaciones más prácticas. No obstante, este capítulo ya trata de los circuitos eléctricos trifásicos, es decir, los circuitos reales, y desaparecen elementos, como las fuentes de continua o las dependientes, que forman parte de la parte teórica o de otras disciplinas más prácticas, como la electrónica o la automática.

Los problemas de este capítulo donde pueden dividirse en dos categorías: los circuitos eléctricos trifásicos equilibrados (los más habituales) y los circuitos eléctricos trifásicos desequilibrados (en la realidad, cuando existen fallos). En concreto, en este capítulo, los 18 primeros problemas corresponden a cargas equilibradas de menor dificultad de cálculo, mientras que los 2 siguientes son de una categoría especial, ya que en principio son sistemas equilibrados, pero tienen algún fallo (normalmente, la rotura de un cable), y ello les convierte en sistemas desequilibrados. Finalmente, del problema 21 en adelante, se abordan los sistemas desequilibrados, con la complejidad que conllevan, y son especialmente largos los problemas 30 a 34. Estos últimos son problemas típicos de examen, extensos y laboriosos, con lo cual permiten analizar el nivel de comprensión alcanzado.

Este es, pues, uno de los capítulos más importantes de toda la materia, pues en él confluyen la mayoría de los conocimientos adquiridos. A tratarse de circuitos trifásicos, los problemas son largos y laboriosos, pero acaso los más reales y prácticos de todo el libro, exceptuando los problemas del capítulo 15, los cuales ya representan una aplicación exclusiva real de la electricidad.

En definitiva, es un tema importante; de aquí el número elevado de problemas, los cuales están dispuestos en orden creciente de dificultad.



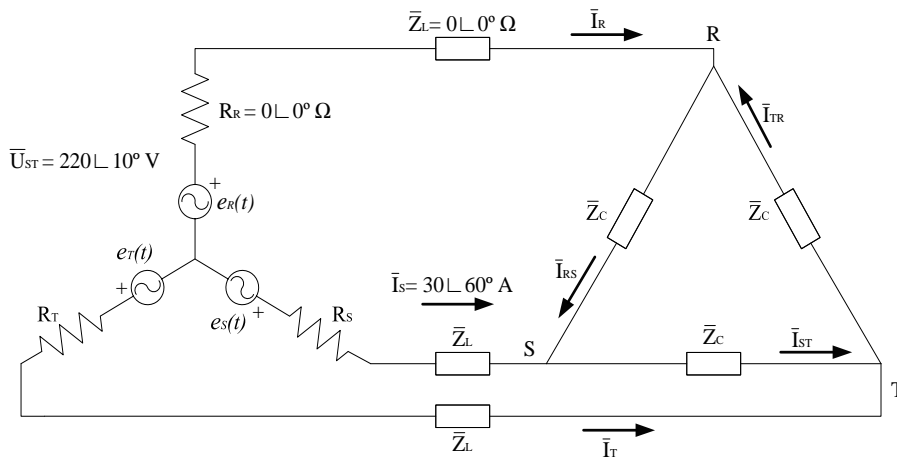
### Problema 14.1

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa
- Cargas equilibradas
- Frecuencia:  $50\text{ Hz}$
- $\vec{U}_{ST} = 210\angle 0^\circ\text{ V}$  (tensión de línea al inicio de esta línea)
- $\vec{I}_S = 30\angle 60^\circ\text{ A}$  (intensidad de línea en la fase S)

Con estas condiciones, hallar:

- a) Las intensidades de línea  $\vec{I}_R, \vec{I}_S, \vec{I}_T$ .
- b) Las intensidades de fase en el triángulo  $\vec{I}_{RS}, \vec{I}_{ST}, \vec{I}_{TR}$ .
- c) Las tensiones de línea al inicio de la línea  $\vec{U}_{RS}, \vec{U}_{ST}, \vec{U}_{TR}$ .
- d) Las tensiones de fase al inicio de la línea  $\vec{V}_{RN}, \vec{V}_{SN}, \vec{V}_{TN}$ .
- e) Las impedancias por fase de la carga en triángulo y en estrella ( $\vec{Z}_{RS\Delta}$  / fase y  $\vec{Z}_{RS\lambda}$ ).



*Solución:*

- a)  $\vec{I}_T = 30\angle 300^\circ\text{ A}$
- b)  $\vec{I}_{RS} = 17,32\angle 210^\circ\text{ A}$ ,  $\vec{I}_{ST} = 17,32\angle 90^\circ\text{ A}$ ,  $\vec{I}_{TR} = 17,32\angle -30^\circ\text{ A}$
- c)  $\vec{U}_{RS} = 220\angle 130^\circ\text{ V}$ ,  $\vec{U}_{ST} = 220\angle 10^\circ\text{ V}$ ,  $\vec{U}_{TR} = 220\angle 250^\circ\text{ V}$
- d)  $\vec{V}_{RN} = 127\angle 100^\circ\text{ V}$ ,  $\vec{V}_{SN} = 127\angle 340^\circ\text{ V}$ ,  $\vec{V}_{TN} = 127\angle 220^\circ\text{ V}$
- e)  $\vec{Z}_{RS\Delta} = 12,7\angle -80^\circ\text{ }\Omega$  / fase,  $\vec{Z}_{RS\lambda} = 4,24\angle -80^\circ\text{ }\Omega$  / fase

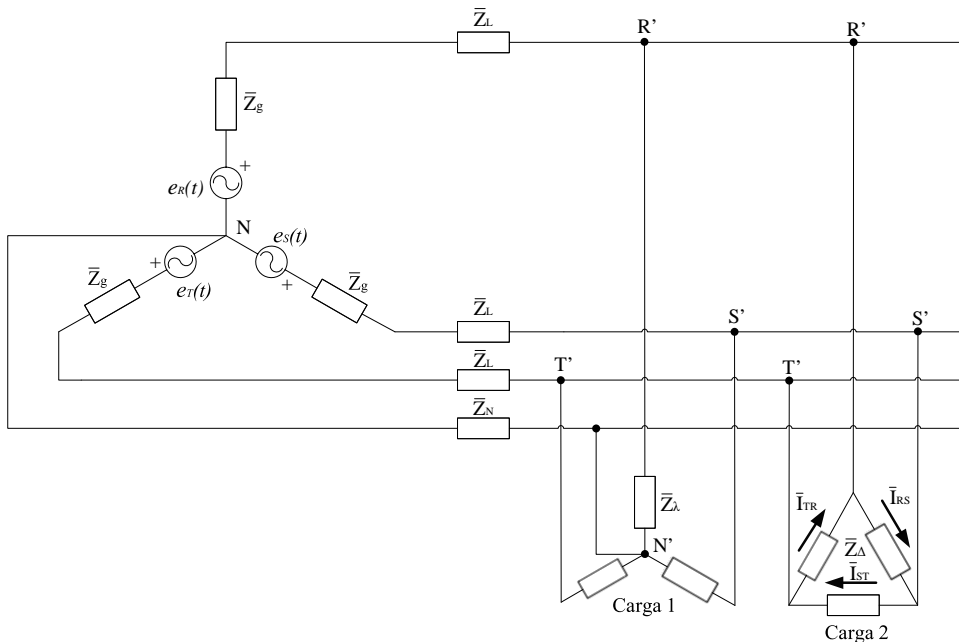
### Problema 14.2

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa
- Cargas equilibradas
- $|\vec{U}_{Línea}| = 210V / 50Hz$  (tensión de línea al inicio de la línea)
- $\vec{Z}_L = (1 + j1)\Omega / fase, \vec{Z}_{\lambda C1} = (12 + j5)\Omega / fase,$
- $\vec{Z}_{\Delta C2} = (24 - j30)\Omega / fase$

Con estas condiciones y tomando como origen de ángulos el ángulo de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- a) Las intensidades de línea  $\vec{I}_R, \vec{I}_S, \vec{I}_T$ .
- b) Las intensidades de fase en la estrella  $\vec{I}_{\lambda RN}, \vec{I}_{\lambda SN}, \vec{I}_{\lambda TN}$ .
- c) Las intensidades de fase en el triángulo  $\vec{I}_{\Delta RS}, \vec{I}_{\Delta ST}, \vec{I}_{\Delta TR}$ .
- d) Las tensiones de línea al inicio de la línea  $\vec{U}_{RS}, \vec{U}_{ST}, \vec{U}_{TR}$ .
- e) Las tensiones de fase al inicio de la línea  $\vec{V}_{RN}, \vec{V}_{SN}, \vec{V}_{TN}$ .
- f) Las tensiones de línea en la carga  $\vec{U}_{R'S'}, \vec{U}_{S'T'}, \vec{U}_{T'R'}$ .
- g) Las tensiones de fase en la carga  $\vec{V}_{R'N'}, \vec{V}_{S'N'}, \vec{V}_{T'N'}$ .





*Solución:*

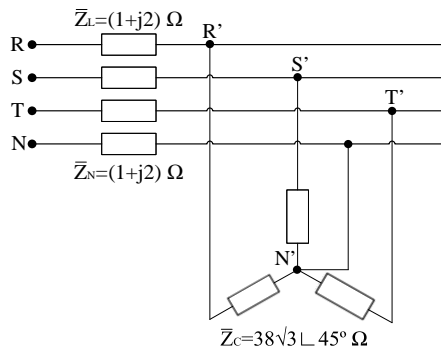
- a)  $\vec{I}_R = 13,7 \angle 6,7^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_S = 13,7 \angle 126,7^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_T = 13,7 \angle 246,7^\circ \text{ A}$
- b)  $\vec{I}_{\lambda RN} = 8,5 \angle -30,5^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{\lambda SN} = 8,5 \angle 209,5^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{\lambda TN} = 8,5 \angle 89,5^\circ \text{ A}$
- c)  $\vec{I}_{\Delta RS} = 5 \angle 73,4^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{\Delta ST} = 5 \angle 313,4^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{\Delta TR} = 5 \angle 193,4^\circ \text{ A}$
- d)  $\vec{U}_{RS} = 210 \angle 30^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{U}_{ST} = 210 \angle 270^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{U}_{TR} = 210 \angle 150^\circ \text{ V}$
- e)  $\vec{V}_{RN} = 121,2 \angle 0^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{V}_{SN} = 121,2 \angle 240^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{V}_{TN} = 121,2 \angle 120^\circ \text{ V}$
- f)  $\vec{U}_{RS'} = 191,1 \angle 22,1^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{U}_{ST'} = 191,1 \angle -97,9^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{U}_{TR'} = 191,1 \angle 142,1^\circ \text{ V}$
- g)  $\vec{V}_{RN} = 127 \angle 100^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{V}_{SN} = 127 \angle 340^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{V}_{TN} = 127 \angle 220^\circ \text{ V}$

### Problema 14.3

El esquema trifásico de la figura dispone de las siguientes características:

- Secuencia directa (RST)
- $|\vec{U}_{\text{Lcarga}}| = 380 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$  (tensión de línea en la carga)
- La carga está equilibrada.

Tomando como origen de ángulos el de  $\vec{V}_{RN}$  (es decir,  $\vec{V}_{RN} = V_{RN} \angle 0^\circ \text{ V}$ ), hallar las magnitudes siguientes al inicio de la línea:  $\vec{I}_R$ ,  $\vec{I}_S$ ,  $\vec{I}_T$ ,  $\vec{I}_N$ ,  $\vec{V}_{RN}$ ,  $\vec{V}_{SN}$ ,  $\vec{V}_{TN}$ ,  $\vec{U}_{RS}$ ,  $\vec{U}_{ST}$  y  $\vec{U}_{TR}$ .



*Solución:*

$$\vec{I}_R = 10 \angle -45^\circ \text{ A}, \vec{I}_S = 10 \angle 195^\circ \text{ A}, \vec{I}_T = 10 \angle 75^\circ \text{ A}, \vec{I}_N = 0 \text{ A},$$

$$\vec{V}_{RN} = 240,7 \angle 1,7^\circ \text{ V}, \vec{V}_{SN} = 240,7 \angle -118,3^\circ \text{ V},$$

$$\vec{V}_{TN} = 240,7 \angle 121,7^\circ \text{ V}, \vec{U}_{RS} = 416,9 \angle 31,7^\circ \text{ V},$$

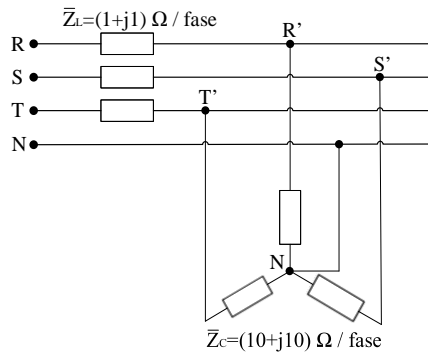
$$\vec{U}_{ST} = 416,9 \angle -88,3^\circ \text{ V}, \vec{U}_{TR} = 416,9 \angle 151,7^\circ \text{ V}$$

### Problema 14.4

El esquema trifásico de la figura dispone de las siguientes características:

- Secuencia directa (RST)
- $|\vec{U}_L| = 380V / 50Hz$  (tensión de línea al inicio de esta línea, antes de las cargas de línea).
- La carga está equilibrada.

Tomando como origen de ángulos el de  $\vec{V}_{RN}$  (es decir,  $\vec{V}_{RN} = V_{RN} \angle 0^\circ V$ ), hallar las magnitudes siguientes al inicio de la línea:  $\vec{I}_R$ ,  $\vec{I}_S$ ,  $\vec{I}_T$ ,  $\vec{I}_N$ , y las tensiones de línea en la carga:  $\vec{U}_{R'S'}$ ,  $\vec{U}_{S'T'}$  y  $\vec{U}_{T'R'}$ .



*Solución:*

$$\vec{I}_R = 14,1 \angle -45^\circ A, \vec{I}_S = 14,1 \angle 195^\circ A, \vec{I}_T = 14,1 \angle 75^\circ A,$$

$$\vec{I}_N = 0 A, \vec{U}_{R'S'} = 346,1 \angle 30^\circ V, \vec{U}_{S'T'} = 346,1 \angle -90^\circ V,$$

$$\vec{U}_{T'R'} = 346,1 \angle 150^\circ V$$

### Problema 14.5

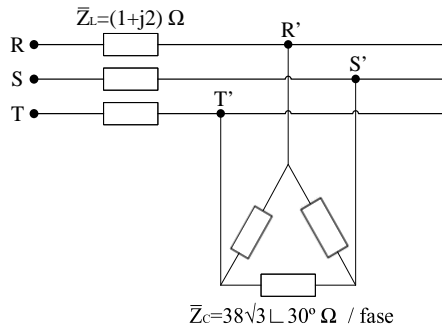
El esquema trifásico de la figura dispone de las siguientes características:

- Secuencia directa (RST)
- La carga está equilibrada.

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos  $\vec{V}_{R'N'}$ , o bien  $\vec{V}_{RN}$  respectivamente, hallar:



- a) Los parámetros  $\vec{I}_R, \vec{I}_S, \vec{I}_T, \vec{U}_{RS}, \vec{U}_{ST}$  y  $\vec{U}_{TR}$  (es decir, en el origen de línea) si se sabe que el módulo de la tensión de línea en las cargas es  $|\vec{U}_L| = 380V / 50Hz$ .
- b) Los parámetros  $\vec{I}_R, \vec{I}_S, \vec{I}_T, \vec{U}_{R'S'}, \vec{U}_{S'T'}$  y  $\vec{U}_{T'R'}$  ahora (es decir, en la carga) si se conoce la tensión de línea en el origen  $U_L = 380V / 50Hz$ .



Solución:

- a)  $\vec{I}_R = 10 \angle -30^\circ A, \vec{I}_S = 10 \angle 210^\circ A, \vec{I}_T = 10 \angle 90^\circ A,$   
 $\vec{U}_{RS} = 412,87 \angle 32,96^\circ V, \vec{U}_{ST} = 412,87 \angle 272,96^\circ V$   
 $\vec{U}_{TR} = 412,87 \angle 152,96^\circ V$
- b)  $\vec{I}_R = 9,2 \angle -32,96^\circ A, \vec{I}_S = 9,2 \angle 207,04^\circ A, \vec{I}_T = 9,2 \angle 87,04^\circ A,$   
 $\vec{U}_{R'S'} = 349,75 \angle 27,04^\circ V, \vec{U}_{S'T'} = 349,75 \angle 267,04^\circ V,$   
 $\vec{U}_{T'R'} = 349,75 \angle 147,04^\circ V$

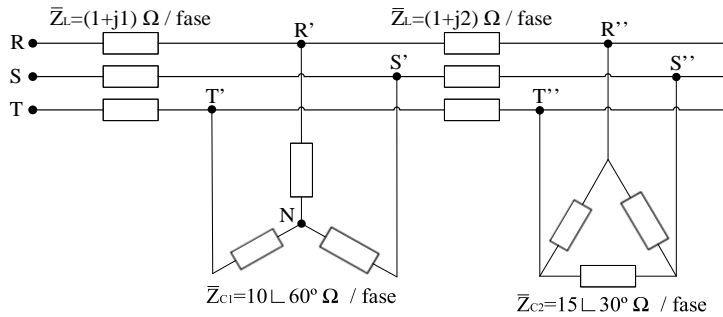
### Problema 14.6

El esquema trifásico de la figura dispone de las siguientes características:

- Secuencia directa (RST)
- Cargas equilibradas
- $|\vec{U}_{LCA}| = 380V / 50Hz$  (tensión de línea de la carga en estrella)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos la tensión de fase en la carga estrella  $\vec{V}_{R'N}$  (es decir,  $\vec{V}_{R'N} = V_{R'N} \angle 0^\circ V$ ), hallar:

- a) Las tensiones de línea de la carga en triángulo  $\vec{U}_{R'S'}, \vec{U}_{S'T'}, \vec{U}_{T'R'}$ .
- b) Las tensiones de línea al inicio de la línea  $\vec{U}_{RS}, \vec{U}_{ST}, \vec{U}_{TR}$ .



Solución:

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \vec{U}_{R'S'} = 272,19 \angle 19,83^\circ \text{ V}, \vec{U}_{S'T'} = 272,19 \angle 259,83^\circ \text{ V}, \\
 & \vec{U}_{T'R'} = 272,19 \angle 139,83^\circ \text{ V} \\
 b) \quad & \vec{U}_{RS} = 508,65 \angle 29,16^\circ \text{ V}, \vec{U}_{ST} = 508,65 \angle 269,16^\circ \text{ V}, \\
 & \vec{U}_{TR} = 508,65 \angle 149,16^\circ \text{ V}
 \end{aligned}$$

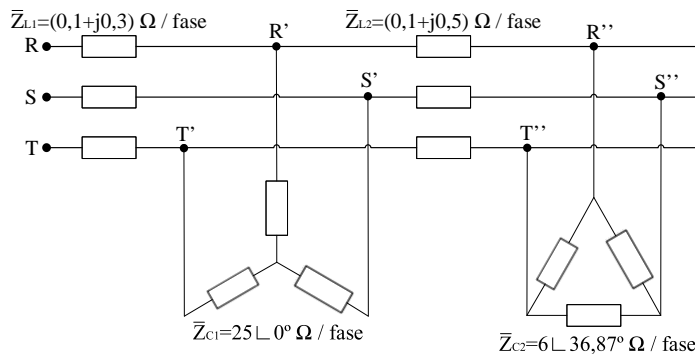
### Problema 14.7

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa RST
- Cargas equilibradas
- $|\vec{U}_L| = 380 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$  (tensión de línea al inicio de la línea)

En estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , halla:

- a) El módulo de la tensión de línea de la segunda carga  $|\vec{U}_{LC2}|$ .
- b) Si ahora se desconecta la segunda carga, el módulo de la tensión de línea de la primera carga  $|\vec{U}_{LC1}|$ .





Solución:

- a)  $|\vec{U}_{LC2}| = 280,7V$   
 b)  $|\vec{U}_{LC1}| = 378,5V$

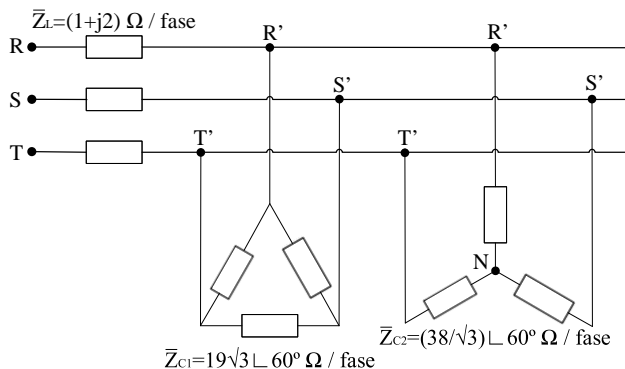
### Problema 14.8

El esquema trifásico de la figura presenta las siguientes características:

- Secuencia directa (RST)
- Cargas equilibradas
- $|\vec{U}_{LCargas}| = 380V / 50Hz$  (tensión de línea en las cargas)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos la tensión de fase en las cargas  $\vec{V}_{R'N}$ , hallar:

- a) Las intensidades  $\vec{I}_{R'N1}$ ,  $\vec{I}_{R'N2}$ ,  $\vec{I}_R$  (total) y el  $\cos(\phi)$  de todo el sistema.
- b) El módulo de la tensión de línea al inicio del sistema  $|\vec{U}_L|$ .
- c) La capacidad, por fase, de los condensadores conectados en estrella que deben colocarse en el extremo de las cargas para obtener un factor de potencia  $\cos(\phi_{total})=1$ .
- d) El nuevo módulo de la tensión de línea (al inicio del sistema)  $|\vec{U}_L|$  e  $|\vec{I}_R|$  con los condensadores colocados.
- e) El nuevo módulo de la tensión de línea (al inicio del sistema)  $|\vec{U}_L|$  si se mantiene el valor de los condensadores conectados en el apartado anterior, pero ahora se conectan en triángulo.



Solución:

- a)  $\vec{I}_{R'N'C1} = 20\angle -60^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{R'N'C2} = 10\angle -60^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{R'} = 30\angle -60^\circ \text{ A}$   
 y  $\cos(\varphi) = 0,5$  (inductivo)
- b)  $|\vec{U}_L| = 496,02 \text{ V}$
- c)  $C_\lambda = 377 \mu\text{F}$
- d)  $|\vec{U}_L| = 409,29 \text{ V}$ ,  $|\vec{I}_{R'}| = 15 \text{ A}$
- e)  $|\vec{U}_L| = 266,84 \text{ V}$

### Problema 14.9

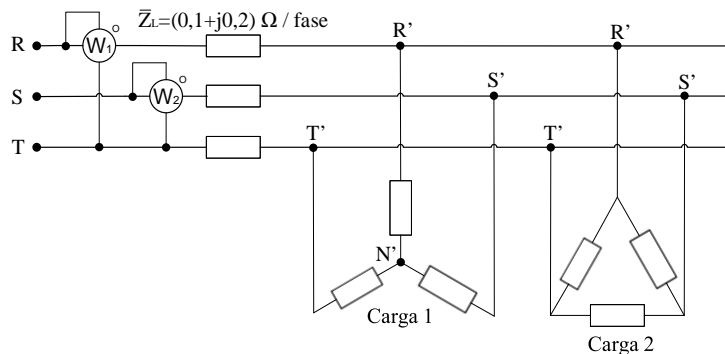
El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- Cargas equilibradas
- $|\vec{U}_{L \text{ Cargas}}| = 380 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$  (tensión de línea en las cargas)
- Carga 1: conjunto de lámparas incandescentes (resistencias) conectadas en estrella, con una potencia total (trifásica) de 6.000 W
- Carga 2: motor trifásico de estas características: 20 CV, rendimiento mecánico  $\eta_{\text{mecánico}} = 85 \%$  y factor de potencia  $\cos(\varphi) = 0,8$  (inductivo)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de  $\vec{V}_{R'N'}$ , hallar:

- a) Las intensidades  $\vec{I}_{R'N'C1}$ ,  $\vec{I}_{R'N'C2}$  e  $|\vec{I}_{R'}|$  de línea.
- b) El módulo de la tensión de línea al inicio de la línea  $|\vec{U}_L|$ .
- c) Las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$ .

$$\text{Nota: } 1 \text{ CV} = 736 \text{ W y } P_{\text{útil}} = \frac{P(\text{CV}) \cdot 736}{\eta_{\text{mecánico}}}$$





Solución:

- a)  $\vec{I}_{RNC1} = 9,12\angle 0^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{RNC2} = 32,89\angle -36,87^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_R = 40,55\angle -29,11^\circ \text{ A}$
- b)  $|\vec{U}_L| = 393,07 \text{ V}$
- c)  $W_1 = 15.939 \text{ W}$ ,  $W_2 = 7.872 \text{ W}$

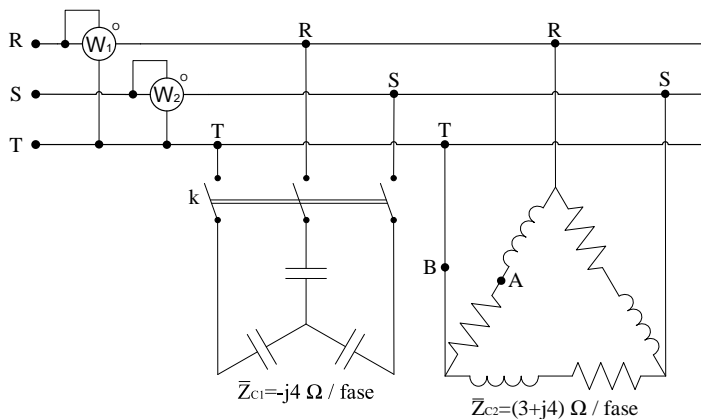
**Problema 14.10**

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- Cargas equilibradas
- $|\vec{U}_L| = 220 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$  (tensión de línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar el valor que indicarán los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$  en los casos siguientes:

- a) Con el interruptor  $k$  abierto
- b) Con el interruptor  $k$  cerrado
- c) Con el interruptor  $k$  abierto y el circuito cortado por el punto A
- d) Con el interruptor  $k$  abierto y el circuito cortado por el punto B



Solución:

- a)  $W_1 = 15.418 \text{ W}$ ,  $W_2 = 2.005 \text{ W}$
- b)  $W_1 = 11.925 \text{ W}$ ,  $W_2 = 5.499 \text{ W}$
- c)  $W_1 = 9.610 \text{ W}$ ,  $W_2 = 2.005 \text{ W}$
- d)  $W_1 = 14.416 \text{ W}$ ,  $W_2 = -5.704 \text{ W}$

### Problema 14.11

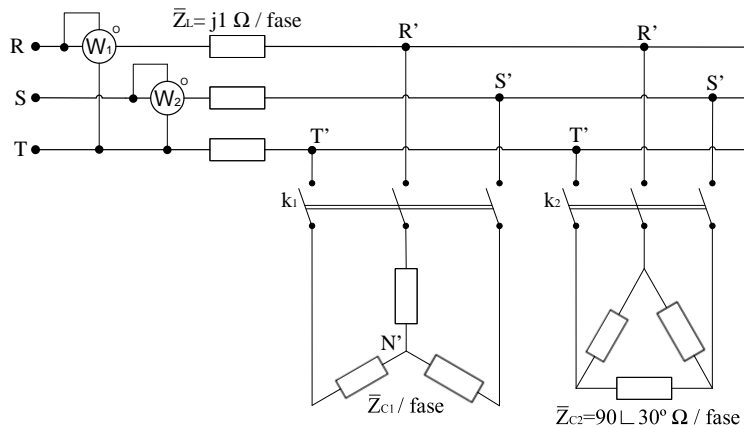
El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- Cargas equilibradas
- $|\vec{U}_L| = 380V / 50Hz$  (tensión de línea al inicio de línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- a) Con el interruptor  $k_1$  cerrado y  $k_2$  abierto, la impedancia de fase  $\vec{Z}_{C1}$  sabiendo que los valores que marcan vatímetros son  $W_1 = 7.457W$  y  $W_2 = 2.470W$ .
- b) Con los interruptores  $k_1$  y  $k_2$  cerrados, Hallar  $|\vec{U}_{L\text{Cargas}}|$  y la  $Q_{comp}$  necesaria para elevar el factor de potencia hasta  $\cos(\widehat{\varphi}_{total}) = 0,9$  (inductivo).

Nota: Para hallar la  $Q_{comp}$ , colocar los condensadores conectados en  $\Delta$  al principio de la línea.



*Solución:*

- a)  $\vec{Z}_{C1} = 10,34 \angle 36,85^\circ \Omega$
- b)  $|\vec{U}_{L\text{Cargas}}| = 351,67V, Q_{comp} = 4.966\text{ kVAR}$

### Problema 14.12

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

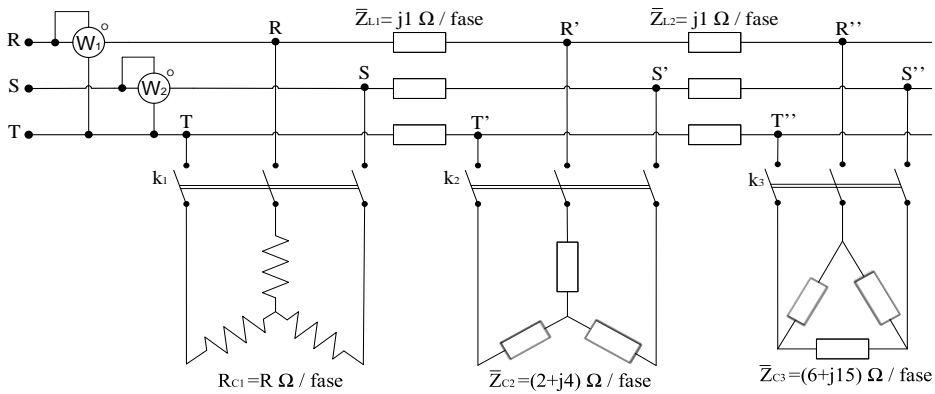
- Secuencia directa (RST)



- Cargas equilibradas
- $|\vec{U}_L| = 380V / 50Hz$  (tensión de línea al inicio de la línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- a) Con los interruptores  $k_2$  y  $k_3$  cerrados y  $k_1$  abierto, las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$ .
- b) La tensión de línea de la tercera carga  $|\vec{U}_{LC3}|$  si solo está cerrado el interruptor  $k_3$ .
- c) El valor de la resistencia por fase de la primera carga  $R_{C1}$  cuando todos los interruptores están cerrados y las lecturas de los vatímetros son:  $W_1 = 87.616W$  y  $W_2 = 84.408W$ .



Solución:

- a)  $W_1 = 17.054W$  y  $W_2 = -5.314W$
- b)  $|\vec{U}_{LC3}| = 281V$
- c)  $R_{C1} = 0.85\Omega / \text{fase}$

### Problema 14.13

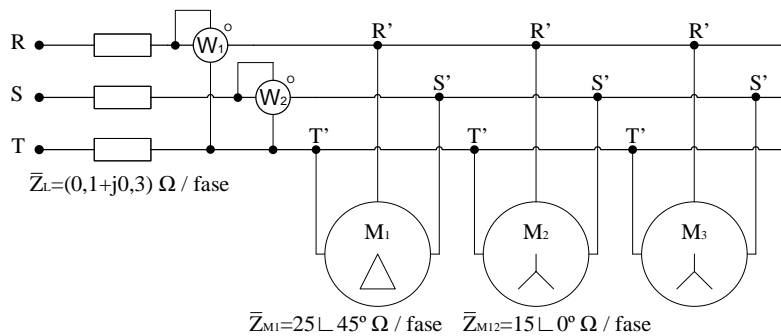
El esquema trifásico de la figura dispone de las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- Cargas equilibradas
- $|\vec{U}_{LCargas}| = 380V / 50Hz$  (tensión de línea en las cargas)

- Las lecturas de los vatímetros son:  $W_1 = 21.700W$  y  $W_2 = 7.405W$ .

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase en las cargas  $\vec{V}_{R'N}$ , hallar:

- El módulo de la intensidad de la fase R  $|\vec{I}_R|$  y el factor total de potencia  $\cos(\widehat{\varphi}_{total})$ .
- El módulo de la intensidad de fase  $|\vec{I}_{R'N}|$  y la impedancia por fase del tercer motor  $\vec{Z}_{M3}$ .
- Los valores de  $|\vec{I}_R|$ ,  $|\vec{U}_L|$  (módulo de la intensidad y tensión de línea al inicio del sistema) y  $\cos(\widehat{\varphi}_{total})$  si al final de la línea se conecta una batería de condensadores con una potencia reactiva total de  $Q = 30.000VAR$ .



*Solución:*

- $|\vec{I}_R| = 58,03 A$ ,  $\cos(\widehat{\varphi}_{total}) = 0,762$
- $|\vec{I}_{R'N}| = 28,9 A$ ,  $\vec{Z}_{M3} = 10\angle 60^\circ \Omega$
- $|\vec{I}_R| = 44,94 A$ ,  $|\vec{U}_L| = 384,27V$ ,  $\cos(\widehat{\varphi}_{total}) = 0,984$  (c)

### Problema 14.14

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- $|\vec{U}_L| = 380V / 50 Hz$ . (tensión de línea al inicio de la línea)



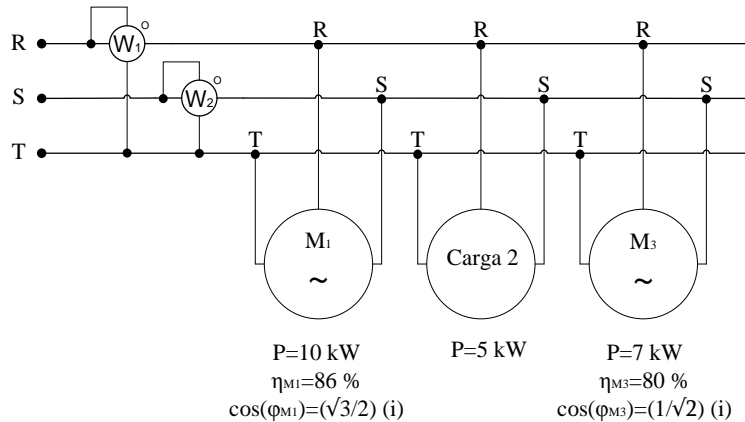
Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- Las intensidades absorbidas por cada carga  $\vec{I}_{RNC1}$ ,  $\vec{I}_{RNC2}$  e  $\vec{I}_{RNC3}$  (fase R) y las intensidades de línea absorbidas por la instalación  $\vec{I}_R$ ,  $\vec{I}_S$  e  $\vec{I}_T$ .
- El factor de potencia total  $\cos(\widehat{\varphi_{total}})$ .
- Las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$ .
- La  $Q_{comp}$  necesaria para elevar el factor de potencia del conjunto hasta  $\cos(\widehat{\varphi_{total}}) = 1$  (inductivo).

Nota: Para hallar la  $Q_{comp}$ , colocar los condensadores conectados en triángulo ( $\Delta$ ); indicar también el valor de la capacidad del condensador.

- Las nuevas lecturas de los vatímetros, una vez colocados los condensadores ( $W_1$  y  $W_2$ ).

Nota:  $1 \text{ CV} = 736 \text{ W}$   $P_{\text{útil}} = \frac{P(\text{CV}) \cdot 736}{\eta_{\text{mecanico}}}$



Solución:

- $\vec{I}_{RNC1} = 20,4 \angle -30^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{RNC2} = 7,6 \angle 0^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{RNC3} = 18,8 \angle -45^\circ \text{ A}$ ,  
 $\vec{I}_R = 45,17 \angle -31,35^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_S = 45,17 \angle -151,35^\circ \text{ A}$ ,  
 $\vec{I}_T = 45,17 \angle 88,65^\circ \text{ A}$
- $\cos(\widehat{\varphi_{total}}) = 0,854 \text{ (i)}$
- $W_1 = 17.160 \text{ W}$ ,  $W_2 = 8.230 \text{ W}$

- d)  $Q_{comp} = 15.467 \text{ VAR}$ ,  $C_{\Delta} = 113,65 \mu\text{F}$   
 e)  $W_1 = 12.696 \text{ W}$ ,  $W_2 = 12.696 \text{ W}$

**Problema 14.15**

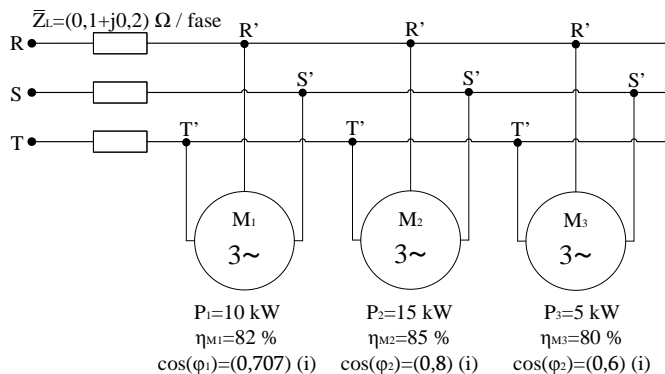
El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- Cargas equilibradas
- $|\vec{U}_{L \text{ cargas}}| = 380 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$  (tensión de línea en las cargas)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase en las cargas  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- a) Las intensidades absorbidas por cada carga (todas ellas referidas a la fase R), las intensidades totales absorbidas por el conjunto de la instalación y el factor de potencia total  $\cos(\widehat{\varphi}_{total})$ .
- b) La tensión de línea al inicio de la línea  $|\vec{U}_L|$ .
- c) La  $Q_{comp}$  necesaria para elevar el factor de potencia de toda la instalación hasta  $\cos(\widehat{\varphi}_{total}) = 0,9(i)$ , así como la capacidad por fase de los condensadores que hay que añadir tanto en estrella como en triángulo.
- d) La potencia activa y reactiva totales, así como la intensidad total de la fase R ( $\vec{I}_R$ ) y la tensión de línea  $\vec{U}_{RS}$  en el origen de línea, si se desconectan los motores  $M_1$  y  $M_2$ , manteniendo conectados los condensadores del apartado anterior.

Nota:  $1 \text{ CV} = 736 \text{ W}$      $P_{\text{útil}} = \frac{P(\text{CV}) \cdot 736}{\eta_{\text{mecánico}}}$





Solución:

- a)  $\vec{I}_{R_N C1} = 26,21 \angle -45^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{R_N C2} = 33,51 \angle -36,87^\circ \text{ A}$   
 $\vec{I}_{R_N C3} = 15,82 \angle -53,13^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_R = 75 \angle -43 \text{ A}$ ,  $\vec{I}_S = 75 \angle 197^\circ \text{ A}$ ,  
 $\vec{I}_T = 75 \angle 77^\circ \text{ A}$  e  $\vec{I}_{N'N} = 0 \angle 0^\circ \text{ A}$ ,  $\cos(\widehat{\varphi_{total}}) = 0,731 (i)$
- b)  $\vec{U}_L = 407,3 \angle 31,42^\circ \text{ V}$
- c)  $Q_{comp} = 16.182,1 \text{ VAR}$ ,  $C_\lambda = 357 \mu\text{F}$ ,  $C_\diamond = 119 \mu\text{F}$
- d)  $P_{total} = 6.136,65 \text{ W}$ ,  $Q_{total} = 7.942,76 \text{ VAR}$ ,  
 $I_R = 15,25 \angle 51,51^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{U}_{RS} = 382,5 \angle 29,2^\circ \text{ V}$

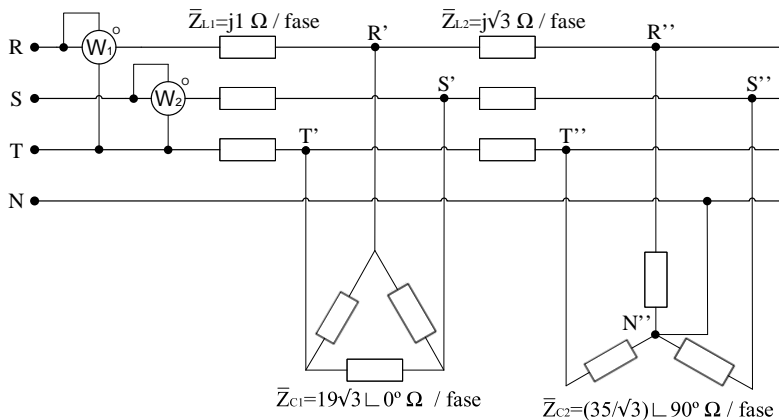
**Problema 14.16**

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa
- Cargas equilibradas
- $|\vec{U}_{LC1}| = 380 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$  (tensión de línea en la primera carga)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- a) Las intensidades totales de línea  $\vec{I}_R$ ,  $\vec{I}_S$  e  $\vec{I}_T$ .
- b) Las tensiones  $|\vec{U}_{LC2}|$  y  $|\vec{U}_L|$  (tensiones de línea en la segunda carga y al inicio de la línea).
- c) Las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$ .
- d) El factor de potencia total  $\cos(\widehat{\varphi_{total}})$ .



*Solución:*

- a)  $\vec{I}_R = 22,36 \angle -26,56^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_S = 22,36 \angle -146,56^\circ \text{ Ae}$ ,  $\vec{I}_T = 22,36 \angle 93,44^\circ \text{ A}$   
 b)  $|\vec{U}_{LC2}| = 350 \text{ V}$ ,  $|\vec{U}_L| = 398,82 \text{ V}$   
 c)  $W_1 = 8.914 \text{ W}$ ,  $W_2 = 4.250 \text{ W}$   
 d)  $\cos(\widehat{\varphi_{total}}) = 0,852$  (inductivo)

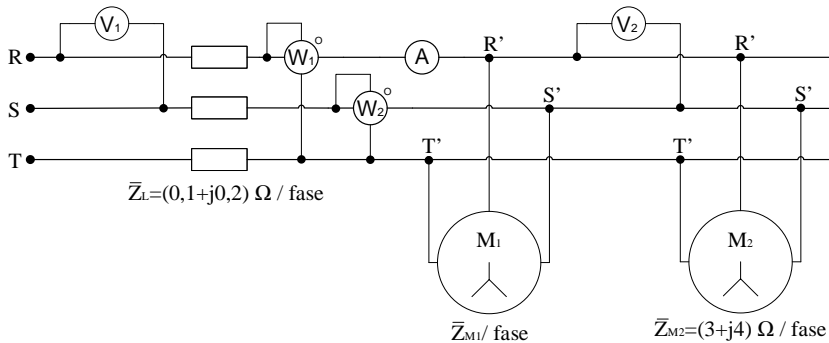
**Problema 14.17**

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- Cargas equilibradas
- Las lecturas de los vatímetros son:  $W_1 = 27.135 \text{ W}$  y  $W_2 = 7.271 \text{ W}$ .
- La lectura del segundo voltímetro es:  $V_2 = 350,5 \text{ V}$

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , en las cargas, hallar:

- a) La lectura del amperímetro A (intensidad de línea en la fase R), la lectura del primer voltímetro  $V_1$  (tensión de línea en el origen) y la impedancia por fase del primer motor  $\vec{Z}_{M1}$ .
- b) Si se mantiene el valor de la tensión en el origen constante (lectura del primer voltímetro) y se desconecta el primer motor, ¿cuál será la lectura del segundo voltímetro  $V_2$ ? (tensión de línea en las cargas)



*Solución:*

- a)  $A = 80,15 \text{ A}$ ,  $V_1 = 380 \text{ V}$ ,  $\vec{Z}_{M1} = (4 + j3) \Omega / \text{fase}$   
 b)  $V_2 = 364 \text{ V}$



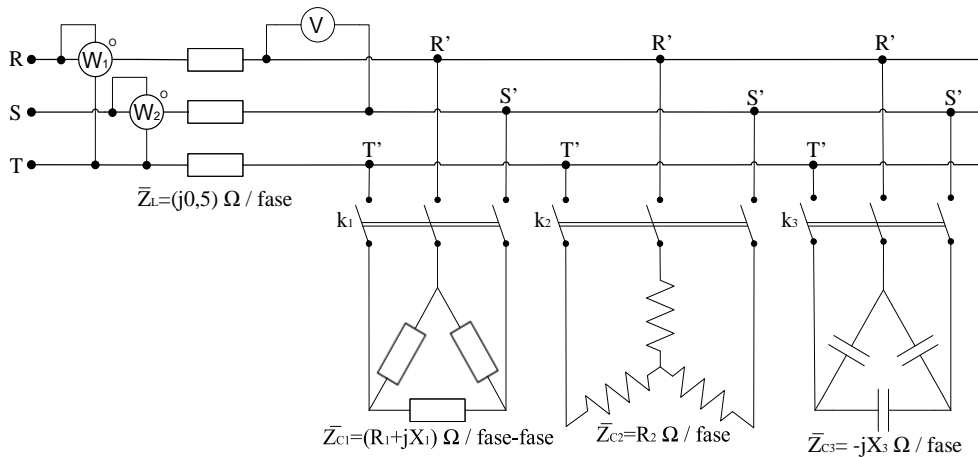
**Problema 14.18**

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- Cargas equilibradas
- $|\vec{U}_L| = 380V / 50Hz$  . (tensión de línea al inicio de la línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$  , hallar:

- a) La impedancia por fase de la primera carga  $\vec{Z}_{C1}$  cuando solo el interruptor  $k_1$  está cerrado y en los vatímetros se lee  $W_1 = 13.813,6W$  y  $W_2 = 978,8W$  .
- b) La resistencia por fase de la segunda carga  $\vec{Z}_{C2}$  y las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$  cuando solo el interruptor  $k_2$  está cerrado y en el voltímetro se lee  $V = 368,65V$  .
- c) La capacidad  $C$  de cada condensador de la tercera carga cuando los tres interruptores  $k_1$  ,  $k_2$  y  $k_3$  permanecen cerrados y en el voltímetro se lee  $V = 380V$  .



*Solución:*

- a)  $\vec{Z}_{C1} = (9 + j12) \Omega / \text{fase}$
- b)  $R = 2 \Omega / \text{fase}$  ,  $W_1 = 38.881W$  ,  $W_2 = 29.070W$
- c)  $C_{\Delta} = 274 \mu F$

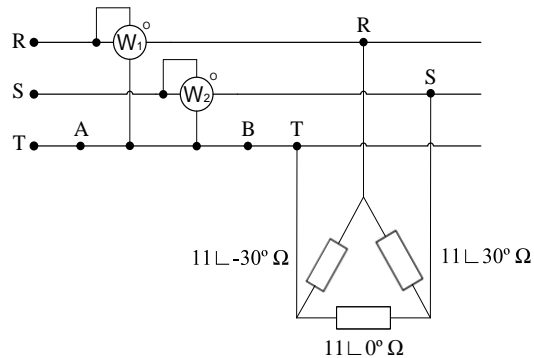
### Problema 14.19

Un sistema trifásico presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- $|\vec{U}_L| = 220V / 50Hz$  (tensión de línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar el valor que indicarán los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$ , en los casos siguientes:

- a) Con la carga en triángulo conectada
- b) Con el circuito cortado en el punto A
- c) Con el circuito cortado en el punto B



*Solución:*

c)  $W_1 = 4.399W$ ,  $W_2 = 1.610W$

### Problema 14.20

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

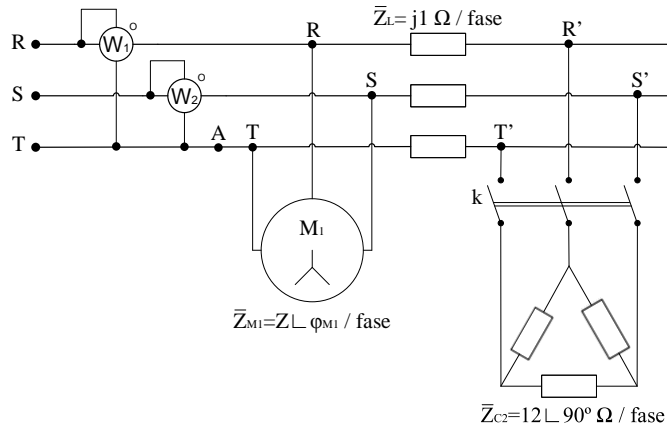
- Secuencia directa (RST)
- Cargas equilibradas
- $|\vec{U}_L| = 380V / 50Hz$  (tensión de línea al inicio de esta línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- a) El valor de la primera carga  $\vec{Z}_{M1}$  cuando el interruptor  $k$  está abierto y las lecturas de los vatímetros son  $W_1 = 16.674W$  y  $W_2 = 8.337W$ .



- b) La tensión de línea en la segunda carga  $|\vec{U}_{LC2}|$  si el interruptor  $k$  ahora está cerrado.
- c) Si el interruptor  $k$  está cerrado y el circuito se abre por el punto  $A$ , hallar las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$  y la tensión de neutro  $V_{N'N}$ .



*Solución:*

- a)  $\vec{Z}_{M1} = 5 \angle 30^\circ \Omega$
- b)  $|\vec{U}_{LC2}| = 304V$
- c)  $W_1 = 25.010W, W_2 = -12.505W, V_{N'N} = 109,72 \angle -60^\circ V$

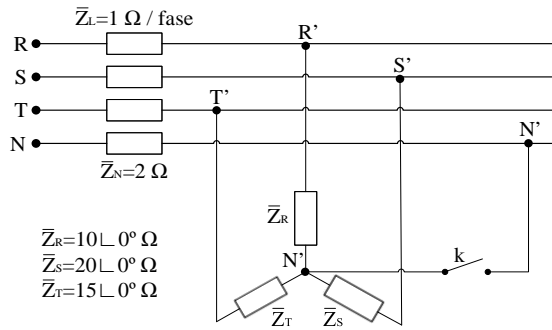
### Problema 14.21

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- $|\vec{U}_L| = 380V / 50Hz$  (tensión de línea al inicio de la línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- a) Las tensiones de fase  $\vec{V}_{R'N'}$ ,  $\vec{V}_{S'N'}$ ,  $\vec{V}_{T'N'}$ ,  $\vec{V}_{N'N}$  y las intensidades de línea  $\vec{I}_R$ ,  $\vec{I}_S$ ,  $\vec{I}_T$  e  $\vec{I}_N$  cuando el interruptor  $k$  está cerrado.
- b) Los mismos parámetros que en el apartado anterior cuando el interruptor  $k$  está abierto.



*Solución:*

- a)  $\vec{V}_{R'N'} = 189,3 \angle -1,11^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{V}_{S'N'} = 217,74 \angle -121,94^\circ \text{ V}$ ,  
 $\vec{V}_{T'N'} = 208,01 \angle 23^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{V}_{N'N} = 11,9 \angle 19,76^\circ \text{ V}$ ,  
 $\vec{I}_R = 18,93 \angle -1,11^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_S = 10,89 \angle -121,94^\circ \text{ A}$ ,  
 $\vec{I}_T = 13,87 \angle 123,03^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_N = 5,95 \angle 19,76^\circ \text{ A}$
- b)  $\vec{V}_{R'N'} = 164,45 \angle -4,45^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{V}_{S'N'} = 240,47 \angle -126,1^\circ \text{ V}$ ,  
 $\vec{V}_{T'N'} = 216,03 \angle 130,2^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{V}_{N'N} = 41,49 \angle 19,76^\circ \text{ V}$ ,  
 $\vec{I}_R = 16,45 \angle -4,45^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_S = 12,02 \angle -126,01^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_T = 14,40 \angle 130,2^\circ \text{ A}$  e  $\vec{I}_N = 0 \text{ A}$

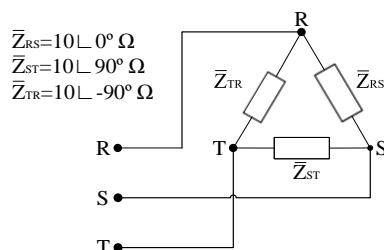
### Problema 14.22

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- $|\vec{U}_L| = 220 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$  (tensión de línea al inicio de la línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- a) Las intensidades de fase  $\vec{I}_{RS}$ ,  $\vec{I}_{ST}$  e  $\vec{I}_{TR}$  de las cargas en triángulo.
- b) Las intensidades de línea  $\vec{I}_R$ ,  $\vec{I}_S$  e  $\vec{I}_T$ .





Solución:

- a)  $\vec{I}_{RS} = 22\angle 30^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{ST} = 22\angle -180^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{TR} = 22\angle 240^\circ \text{ A}$   
 b)  $\vec{I}_R = 42,5\angle 45^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_S = 42,5\angle -165^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_T = 22\angle -60^\circ \text{ A}$

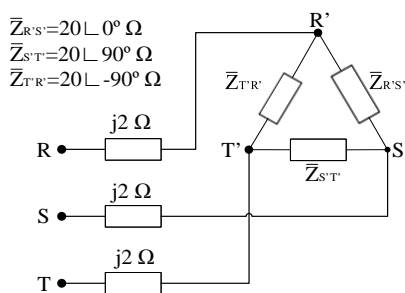
**Problema 14.23**

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- $|\vec{U}_L| = 380\text{V} / 50\text{Hz}$  (tensión de línea al inicio de la línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- a) Las intensidades de línea  $\vec{I}_R$ ,  $\vec{I}_S$  e  $\vec{I}_T$ .
- b) Las tensiones de línea en la carga  $\vec{U}_{R'S'}$ ,  $\vec{U}_{S'T'}$  y  $\vec{U}_{T'R'}$ .
- c) Las intensidades de fase  $\vec{I}_{R'S'}$ ,  $\vec{I}_{S'T'}$  e  $\vec{I}_{T'R'}$  en el triángulo.



Solución:

- a)  $\vec{I}_R = 39,51\angle 36,8^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_S = 34,81\angle -172,2^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_T = 19,49\angle -81,38^\circ \text{ A}$
- b)  $\vec{U}_{R'S'} = 389,45\angle 8,54^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{U}_{S'T'} = 306,64\angle -84,42^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{U}_{T'R'} = 483,06\angle 149,2^\circ \text{ V}$
- c)  $\vec{I}_{R'S'} = 19,47\angle 8,54^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{S'T'} = 15,33\angle -174,42^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{T'R'} = 24,15\angle 239^\circ \text{ A}$

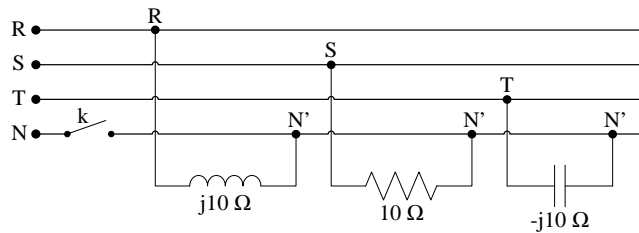
**Problema 14.24**

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa
- $|\vec{U}_L| = 220\text{V} / 50\text{Hz}$  (tensión de línea al inicio de esta línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- Las intensidades de línea  $\vec{I}_R$ ,  $\vec{I}_S$ ,  $\vec{I}_T$  e  $\vec{I}_N$  cuando el interruptor  $k$  está cerrado.
- Las tensiones de fase  $\vec{V}_{RN'}$ ,  $\vec{V}_{SN'}$ ,  $\vec{V}_{TN'}$ ,  $\vec{V}_{N'N}$  y las intensidades de línea  $\vec{I}_R$ ,  $\vec{I}_S$ ,  $\vec{I}_T$  e  $\vec{I}_N$  cuando el interruptor  $k$  está abierto.



*Solución:*

- $\vec{I}_R = 12,7 \angle -90^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_S = 12,7 \angle -120^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_T = 12,7 \angle 210^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_N = 34,7 \angle -120^\circ \text{ A}$
- $\vec{V}_{RN'} = 425 \angle 45^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{V}_{SN'} = 220 \angle 60^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{V}_{TN'} = 425 \angle 75^\circ \text{ V}$ ,  
 $\vec{V}_{N'N} = 347 \angle -120^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{I}_R = 42,5 \angle -45^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_S = 22 \angle 60^\circ \text{ A}$ ,  
 $\vec{I}_T = 42,5 \angle 165^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_N = 0 \text{ A}$

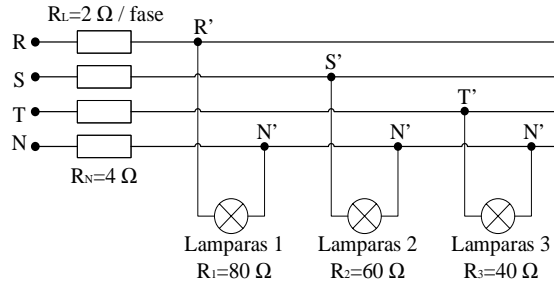
### Problema 14.25

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- Cargas monofásicas
- $|\vec{U}_L| = 380 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$  (tensión de línea al inicio de la línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase al inicio de la línea  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- El valor de la tensión entre fase y neutro  $\vec{V}_{N'N}$ .
- Las intensidades de línea  $\vec{I}_R$ ,  $\vec{I}_S$ ,  $\vec{I}_T$  e  $\vec{I}_{N'N}$ .
- Las tensiones  $\vec{V}_{RN'}$ ,  $\vec{V}_{SN'}$ ,  $\vec{V}_{TN'}$ ,  $\vec{U}_{RS'}$ ,  $\vec{U}_{ST'}$  y  $\vec{U}_{TR'}$ .



Solución:

- a)  $\vec{V}_{N'N} = 7,44 \angle 139,4^\circ \text{ V}$
- b)  $\vec{I}_R = 2,745 \angle -1,23^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_S = 3,563 \angle -118,1^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_T = 5,057 \angle 119,3^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_{N'N} = 1,86 \angle 139,4^\circ \text{ A}$
- c)  $\vec{V}_{R'N'} = 219,6 \angle -1,23^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{V}_{S'N'} = 213,78 \angle -118,1^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{V}_{T'N'} = 202,28 \angle 119,3^\circ \text{ V}$   
 $\vec{U}_{R'S'} = 369,28 \angle 29,86^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{U}_{S'T'} = 364,98 \angle -90,27^\circ \text{ V}$ ,  $\vec{U}_{T'R'} = 366,43 \angle 150,38^\circ \text{ V}$

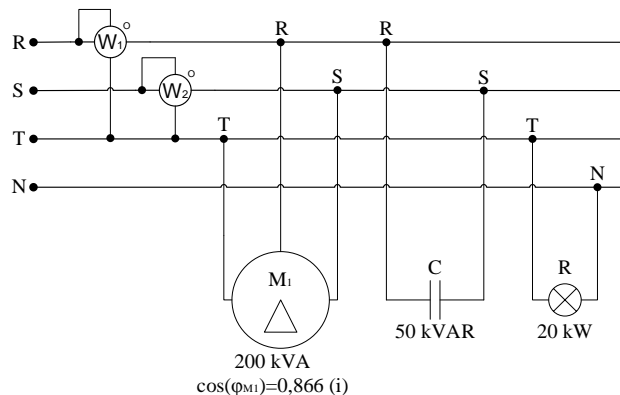
### Problema 14.26

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- $|\vec{U}_L| = 380 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$  (tensión de línea al inicio de línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- a) Las intensidades de línea y neutro  $\vec{I}_R$ ,  $\vec{I}_S$  e  $\vec{I}_N$ .
- b) Las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$ .
- c) ¿La potencia total del sistema  $P_{TOT}$  es igual a la suma de las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$ ?



Solución:

a)  $\vec{I}_R = 201 \angle -10,9^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_S = 331,14 \angle -126,6^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_T = 385,5 \angle 96,8^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_N = 91,16 \angle 120^\circ \text{ A}$

b)  $W_1 = 72.175 \text{ W}$ ,  $W_2 = 101.021 \text{ W}$

c) No, el método de Arón (método de los dos vatímetros) indica la potencia total de un circuito eléctrico solo en el caso de que este circuito sea equilibrado. En este caso, el circuito es desequilibrado, ya que por el neutro retorna una intensidad que no detectan los vatímetros y esta intensidad también consume energía.

### Problema 14.27

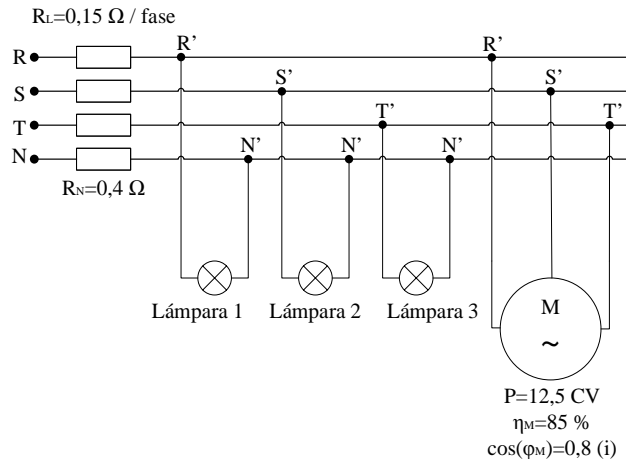
El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- $|U_{L \text{ Cargas}}| = 400 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$  (tensión de línea en las cargas)
- Consumo de las lámparas: lámpara n° 1 = 25 A , lámpara n° 2 = 15 A y lámpara n° 3 = 5 A .

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{R'N'}$ , hallar:

- a) El valor de la tensión de línea al inicio de esta línea  $\vec{U}_{RT}$  .
- b) El valor de la tensión de línea al inicio de esta línea  $\vec{U}_{RT}$  con el motor desconectado.
- c) El valor de la tensión de línea al inicio de esta línea  $\vec{U}_{RT}$  con el motor y la lámpara n° 3 desconectados.

Nota:  $1 \text{ CV} = 736 \text{ W}$   $P_{\text{útil}} = \frac{P(\text{CV}) \cdot 736}{\eta_{\text{mecánico}}}$





Solución:

- a)  $\vec{U}_{RT} = 229 \angle 120^\circ V$
- b)  $\vec{U}_{RT} = 226,7 \angle 120^\circ V$
- c)  $\vec{U}_{RT} = 224 \angle 120^\circ V$

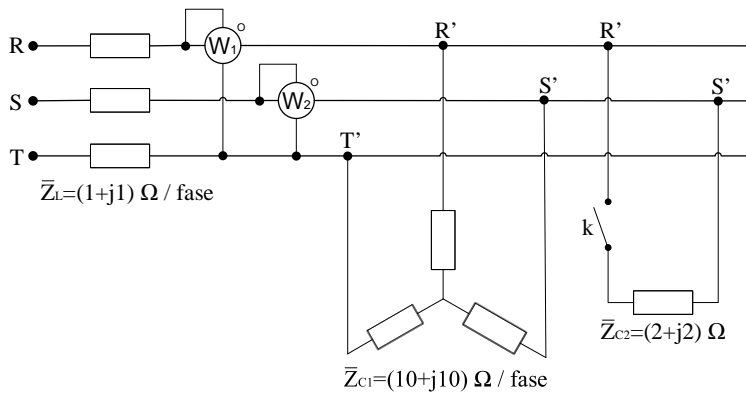
**Problema 14.28**

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- $|\vec{U}_L| = 220V / 50Hz$  (tensión de línea al inicio de la línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RV}$ , hallar:

- a) El módulo de la tensión de línea de la carga en estrella  $|\vec{U}_{LC\lambda}|$  y las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$  cuando el interruptor  $k$  está abierto.
- b) Las intensidades de línea  $\vec{I}_R$ ,  $\vec{I}_S$  e  $\vec{I}_T$  y las nuevas lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$  cuando el interruptor  $k$  está cerrado.



Solución:

- a)  $|\vec{U}_{LC\lambda}| = 200V, W_1 = 1.577,4W, W_2 = 422,6W$
- b)  $\vec{I}_R = 40,93 \angle -20,7^\circ A, \vec{I}_S = 40,93 \angle 170,7^\circ A,$   
 $\vec{I}_T = 8,16 \angle 75^\circ A, W_1 = 6.843W, W_2 = -2.829W$

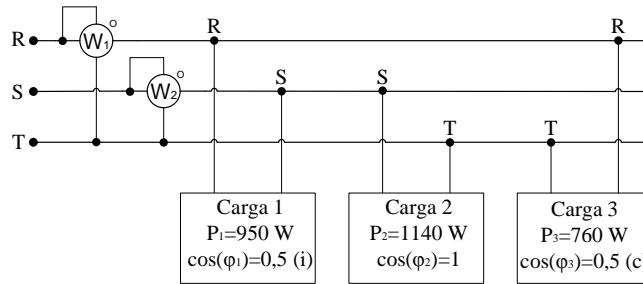
### Problema 14.29

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- Cargas monofásicas
- $|\vec{U}_L| = 380V / 50Hz$  (tensión de línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- a) Las intensidades de línea  $\vec{I}_R$ ,  $\vec{I}_S$  e  $\vec{I}_T$ .
- b) Las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$ .



Nota:  $1 \text{ CV} = 736 \text{ W}$      $P_{\text{útil}} = \frac{P(\text{CV}) \cdot 736}{\eta_{\text{mecánico}}}$

*Solución:*

- a)  $\vec{I}_R = 7,81 \angle -3,67^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_S = 4,359 \angle -173,4^\circ \text{ A}$ ,  $\vec{I}_T = 3,61 \angle 163,9^\circ \text{ A}$
- b)  $W_1 = 2.660 \text{ W}$ ,  $W_2 = 190 \text{ W}$

### Problema 14.30

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

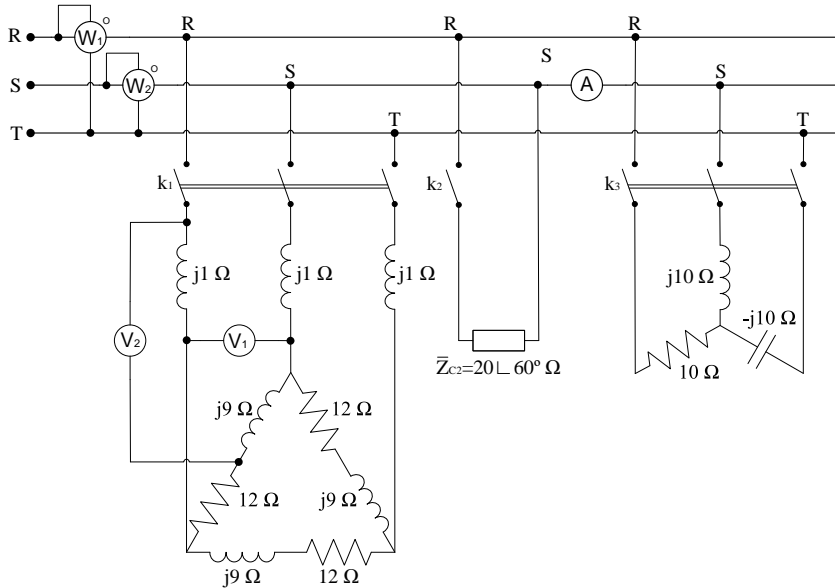
- Secuencia directa (RST)
- $|\vec{U}_L| = 380V / 50Hz$  (tensión de línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- a) Las lecturas de los voltímetros  $V_1$  y  $V_2$  cuando solo el interruptor  $k_1$  está cerrado (interruptores  $k_2$ , y  $k_3$  abiertos).
- b) Las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$  cuando solo está abierto el interruptor  $k_3$  (interruptores  $k_1$  y  $k_2$  cerrados).



- c) Las intensidades  $\vec{I}_{3RN}$ ,  $\vec{I}_{3SN}$ ,  $\vec{I}_{3TN}$  e  $\vec{I}_{N'N}$ , la tensión  $\vec{V}_{N'N}$  y las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$  cuando solo el interruptor  $k_3$  está cerrado.



Solución:

- a)  $V_1 = 335,8V$ ,  $V_2 = 290V$   
 b)  $P_1 = 21.453W$ ,  $P_2 = 205W$   
 c)  $\vec{V}_{N'N} = 160,6\angle 180^\circ V$ ,  $\vec{I}_{3RN} = 38\angle 0^\circ A$ ,  $\vec{I}_{3SN} = 19,67\angle -165^\circ A$ ,  
 $\vec{I}_{3TN} = 19,67\angle 165^\circ A$ ,  $\vec{I}_{N'N} = 0 A$ ,  $W_1 = 12.505W$ ,  $W_2 = 1.681,5W$

### Problema 14.31

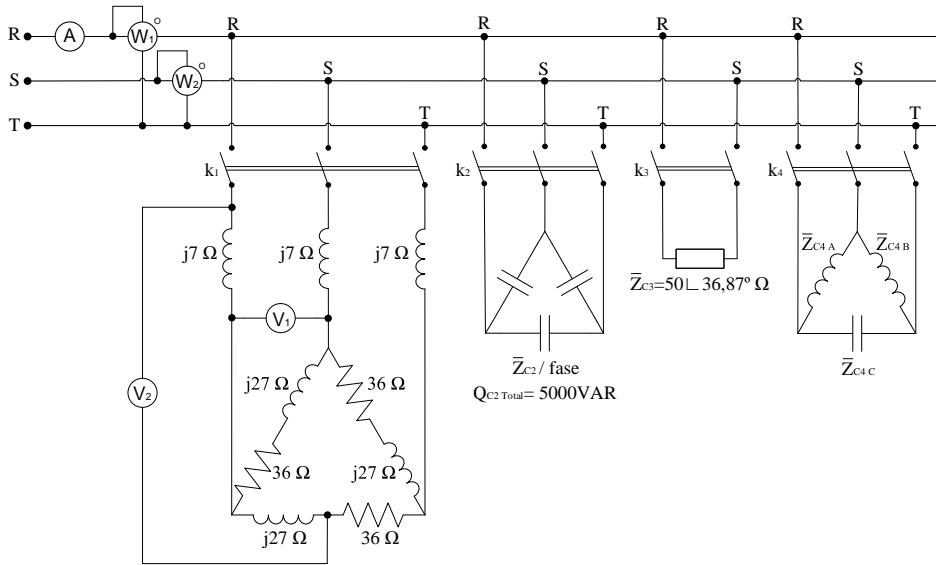
El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- $|\vec{U}_L| = 380V / 50Hz$  (tensión de línea al inicio de la línea)

Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase en el origen de la línea  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- a) Las lecturas de los volímetros  $V_1$  y  $V_2$  cuando solo está cerrado el interruptor  $k_1$   
 b) La lectura del amperímetro  $A$  y el factor de potencia total  $\cos(\widehat{\varphi_{total}})$  cuando solo los interruptores  $k_1$  y  $k_2$  están cerrados.

- c) Las lecturas de los vatímetros  $W_1$  y  $W_2$  cuando solo están cerrados los interruptores  $k_1$  y  $k_3$ .
- d) Las impedancias de la carga 4, ( $\bar{Z}_{C4A}$ ,  $\bar{Z}_{C4B}$  y  $\bar{Z}_{C4C}$ ) cuando solo el interruptor  $k_4$  está cerrado y sabiendo que el conjunto total de esta carga no consume potencia activa ni reactiva. Se sabe, además, que la lectura del amperímetro ahora es de  $A = 38\sqrt{3} A$ , estando en fase con la tensión  $\bar{U}_{RS}$  de la red.



*Solución:*

- a)  $V_1 = 285V$ ,  $V_2 = 240,49V$
- b)  $A = 6,69 A$ ,  $\cos(\widehat{\varphi}_{total}) = 0,984 (i)$
- c)  $W_1 = 6.490W$ ,  $W_2 = 146,7W$
- d)  $\bar{Z}_{C4A} = j10 \Omega$ ,  $\bar{Z}_{C4B} = j10 \Omega$ ,  $\bar{Z}_{C4C} = j-5 \Omega$ .

### Problema 14.32

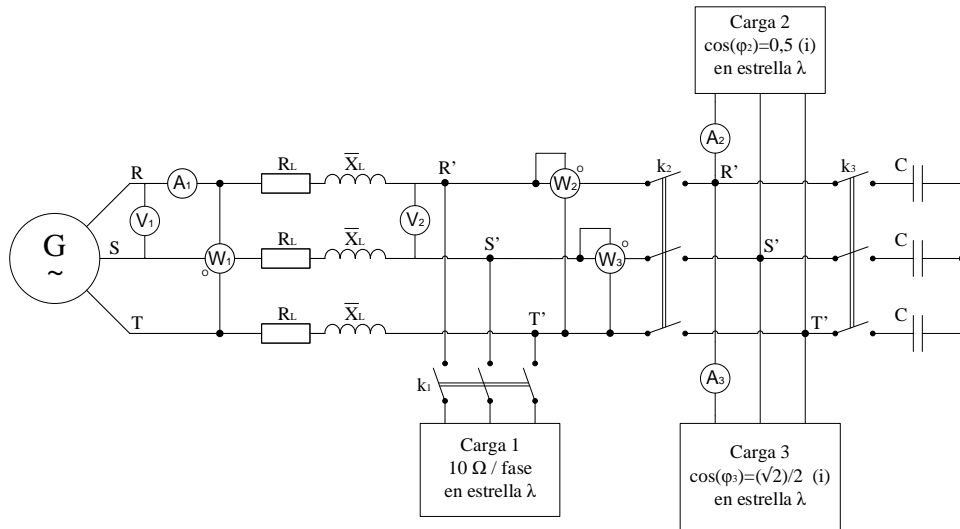
El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

- Secuencia directa (RST)
- Cargas equilibradas
- Frecuencia  $50Hz$



Con estas condiciones, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase el de  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- Cuando solo está cerrado el interruptor  $k_1$  (interruptores  $k_2$  y  $k_3$  abiertos), el valor de la impedancia de línea (la resistencia  $R_L$  y la reactancia inductiva  $\bar{X}_L$ ), así como la lectura del segundo voltímetro  $V_2$ , sabiendo que la lectura del primer voltímetro es  $V_1 = 420V$ , la lectura del primer amperímetro es  $A_1 = 23,01A$  y la lectura del primer vatímetro es  $W_1 = 825,32W$ .
- Con solo el interruptor  $k_2$  cerrado (interruptores  $k_1$  y  $k_3$  abiertos), las lecturas de los vatímetros son  $W_1 = 33.263,7W$ ,  $W_2 = 22.137,44W$  y  $W_3 = 3.127,59W$ . Con estos datos, halla las lecturas de los amperímetros  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$ , la lectura del voltímetro  $V_2$  y las impedancias por fase de las cargas 2 y 3 ( $\bar{Z}_{C2}$  y  $\bar{Z}_{C3}$ ).
- Con solo el interruptor  $k_1$  abierto (interruptores  $k_2$  y  $k_3$  cerrados), se ha colocado una batería de condensadores en estrella para igualar el factor de potencia total a la unidad ( $\cos(\widehat{\varphi}_{total}) = 1$ ). Con estos datos, hallar la lectura del primer amperímetro  $A_1$ , la lectura del segundo voltímetro  $V_2$ , las lecturas de los vatímetros  $W_2$  y  $W_3$  y la capacidad de los condensadores implementados en estrella.



Solución:

- $R_L = 10,5\Omega$ ,  $\bar{X}_L = j0,9\Omega$ ,  $V_2 = 398,54V$
- $A_1 = 95,62A$ ,  $A_2 = A_3 = 27,84\sqrt{3}A$ ,  $V_2 = 250,6V$   
 $\bar{Z}_{C2} = (1,5 + j2,6)\Omega / \text{fase}$ ,  $\bar{Z}_{C3} = (2,121 + j2,121)\Omega / \text{fase}$
- $A_1 = 77,78A$ ,  $V_2 = 193,3\sqrt{3}V$ ,  $W_2 = W_3 = 22.549,97W$ ,  $C_\lambda = 1,67mF$

### Problema 14.33

El esquema trifásico de la figura presenta las características siguientes:

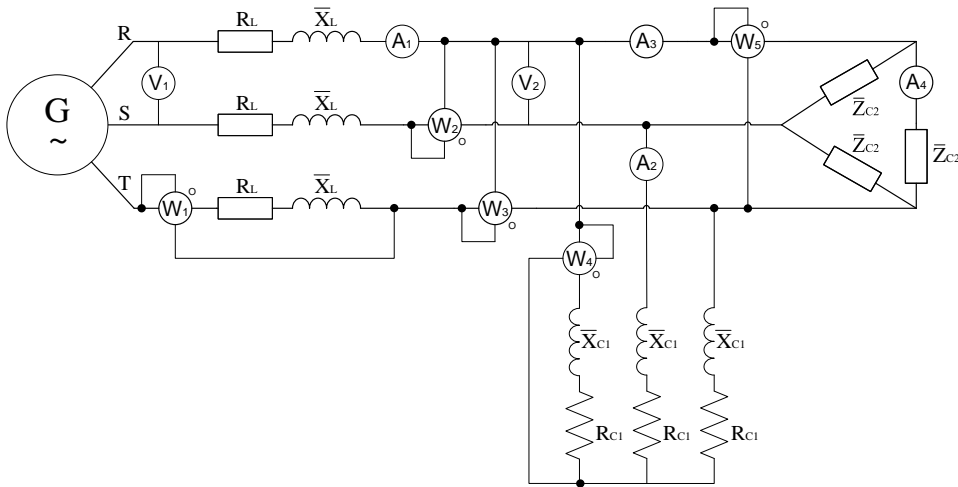
- Secuencia directa (RST)
- Cargas equilibradas
- Se conocen las lecturas siguientes, proporcionadas por los instrumentos de medida:

$$V_1 = 400V; A_4 = 40,058A; W_1 = 56,833W; W_2 = 19.144,267W$$

$$W_3 = 29.798,62W; W_4 = 686,186W; W_5 = -22.235,163W$$

Con esta información, y tomando como origen de ángulos el de la tensión de fase al inicio de la línea  $\vec{V}_{RN}$ , hallar:

- a) Las lecturas de los amperímetros  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  y la del voltímetro  $V_2$ .
- b) El valor de todas las impedancias desconocidas ( $R_L$ ,  $\bar{X}_L$ ,  $\bar{Z}_{C1} = (R_{C1} + jX_{C1})$  y  $\bar{Z}_{C2} = Z_{C2} \angle -\varphi_{C2}$ )



*Solución:*

$$a) A_1 = 75,39A, A_2 = 40,88A, A_3 = 69,38A \text{ y } V_2 = 400,6V$$

$$b) R_L = 0,01\Omega, \bar{X}_L = j0,04\Omega, \bar{Z}_{C1} = (4 + j4)\Omega / \text{fase}$$

$$\bar{Z}_{C2} = 10 \angle 53,13^\circ \Omega / \text{fase}$$





# PROBLEMAS DE SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN

→ 15



# Sistemas de distribución de energía eléctrica

Este decimoquinto y último capítulo de la obra está formado por 21 enunciados de problemas, con sus respectivas soluciones, de aplicación real. Son lo más parecido a los proyectos de baja tensión eléctricos con que se encontrarán los futuros ingenieros cuando se incorporen al mundo laboral en cuanto a instalaciones de baja tensión (tensiones inferiores a 1.000 V).

El capítulo está dividido en dos grandes áreas: los primeros 11 problemas corresponden a sistemas eléctricos en antena, mientras que los 10 problemas restantes hacen referencia a sistemas eléctricos en anillo. Los fundamentos teóricos son los mismos para todos los problemas: el Reglamento electrotécnico de baja tensión y sus Instrucciones complementarias, algunas de las cuales se reproducen en forma de tablas al final del libro.

Por tanto, es un capítulo que permitirá al lector familiarizarse con proyectos eléctricos reales (o casi reales) de la disciplina eléctrica y, en concreto, de la baja tensión, en que la complejidad de cálculo es menor y predomina el sentido común en la aplicación de las ecuaciones o en la elección del tipo y la sección de los cables que conformarán la instalación.

En definitiva, se trata de dimensionar las instalaciones y las protecciones de una hipotética red que servirá a unos consumidores, integrados por empresas, locales comerciales o edificios de viviendas, indicando las secciones de los cables, las dimensiones de los tubos y los valores para los aparatos de protección, cumpliendo la normativa establecida al efecto, lo cual requiere la consulta de las tablas reales de los reglamentos eléctricos vigentes.

Es un tema importante; de ahí el número elevado de problemas, los cuales están dispuestos en orden creciente de dificultad.



## CIRCUITOS EN ANTENA

### Problema 15.1

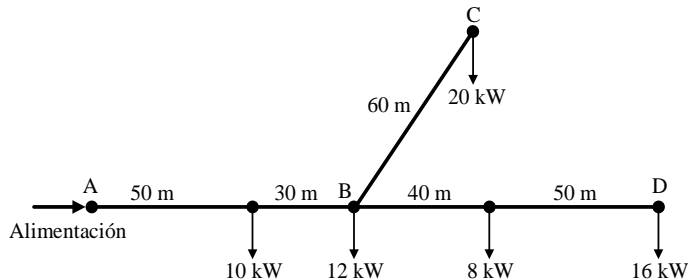
Se dispone de unas líneas aéreas de distribución en baja tensión (BT) de 400/230 V, que alimentan varias cargas con un factor de potencia de 0,85 inductivo, instaladas como se indica en la figura. Dichas líneas están formadas por cables trifásicos en haz, constituidos por tres fases de aluminio (resistividad 1/35) y con el neutro fiador de almelec (Alm) (ITC-BT-06, tabla 3). Estos cables están aislados con polietileno reticulado (XLPE). Las condiciones de la instalación son: temperatura ambiente de 25 °C; la instalación discurre paralela a otras dos instalaciones, de modo que, en total, está formada por una agrupación de tres cables aislados en haz.

Además, se sabe que las potencias de cortocircuito y los tiempos máximos de disparo de los relés de protección son, respectivamente:

- Tramo AB: 3 MVA y 0,3 s
- Tramo BD: 2 MVA y 0,1 s

Teniendo presentes los criterios de caída de tensión, temperatura y cortocircuito, calcular:

- a) La sección de los conductores que hay que colocar en el tramo AB, suponiendo una caída de tensión máxima del 3 %.
- b) La sección de los conductores que hay que colocar en el tramo BD, suponiendo una caída de tensión máxima del 1,5 %.



*Soluciones:*

*Por Caída de tensión*

$$S_{AB} = 29,64 \text{ mm}^2 \text{ y } S_{BD} = 20,95 \text{ mm}^2$$

*Por temperatura*

$$I_{\text{máx } AB} = 112 \text{ A}, I_{\text{máx } BD} = 40,75 \text{ A}, S_{AB} = 50 \text{ mm}^2 \text{ y } S_{BD} = 25 \text{ mm}^2$$

*Por corto circuito*

$$I_{cc \text{ } AB} = 4.330,1 \text{ A}, S_{AB} = 25,23 \text{ mm}^2$$

$$I_{cc \text{ } BD} = 2.886,7 \text{ A}, S_{BD} = 9,71 \text{ mm}^2$$

Adoptamos

$$S_{AB} = 3 \times 50 \text{ Al} / 54,6 \text{ Alm} \text{ y } S_{BD} = 3 \times 25 \text{ Al} / 54,6 \text{ Alm}$$

### Problema 15.2

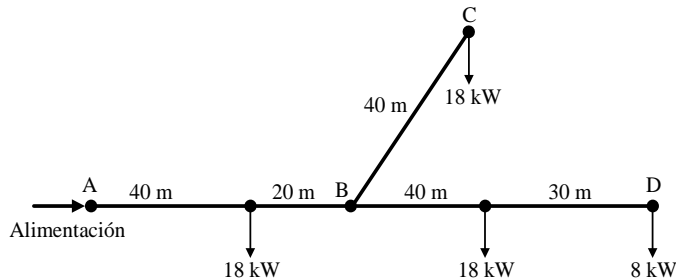
Se dispone de una línea subterránea de distribución en BT en antena de 400/230 V, 50 Hz, que alimenta varias cargas con un mismo factor de potencia de 0,9 inductivo. Los conductores, dispuestos en ternas de cables unipolares son de cobre (resistividad  $\rho = 1/56 \text{ } \Omega \cdot \text{m/mm}^2$ ) aislados con PVC (policloruro de vinilo), y discurren a una profundidad de 1.2 m, bajo tubo ( $f = 0.8$ ) por terrenos con una resistividad térmica de 2 K·m/W y una temperatura de 35 °C.

Se sabe, además, que las caídas de tensión, las potencias máximas y mínimas de cortocircuito y los tiempos máximos de disparo de los relés de protección son, respectivamente:

TRAMO	$\Delta V$ (%)	Scc max	Scc min	t disparo
AB	1,5 %	3 MVA	0,8 MVA	0,3 s
BC	1 %	1 MVA	0,2 MVA	0,1 s
BD	1,5 %	2 MVA	0,5 MVA	0,2 s

Teniendo presentes los criterios de caída de tensión, temperatura y cortocircuito, calcular:

- La sección de los conductores, así como el diámetro de los tubos a colocar en los tramos AB, BC y BD.
- Las características de los interruptores automáticos a colocar al principio de cada línea, indicando su intensidad nominal, la intensidad de arranque, la intensidad mínima del disparo magnético y su poder de corte (adoptar una intensidad de arranque  $I_{arrq} = I_n \cdot 1.15$ , así como el Poder de Corte (PdC), correspondiente).



Soluciones:

a) Secciones y diámetros tubos

Por Caída de tensión

$$S_{AB} = 25 \text{ mm}^2, S_{BC} = 8,04 \text{ mm}^2, S_{BD} = 9,52 \text{ mm}^2$$



Por temperatura

$$I_{m\acute{a}x\ AB} = 198,23\text{ A}, I_{m\acute{a}x\ BC} = 57,56\text{ A}, I_{m\acute{a}x\ BD} = 83,13\text{ A}$$

$$S_{AB} = 50\text{ mm}^2, S_{BC} = 10\text{ mm}^2 \text{ y } S_{BD} = 16\text{ mm}^2$$

Por corto circuito

$$I_{cc-max-AB} = 44330\text{ A}, S_{AB} = 20,62\text{ mm}^2$$

$$I_{cc-max-BC} = 1443\text{ A}, S_{BD} = 3,96\text{ mm}^2$$

$$I_{cc-max-BD} = 2887\text{ A}, S_{BD} = 11,22\text{ mm}^2$$

Adoptamos

$$S_{AB} = 3 \times 50 + 25N + 25T, \text{ Diámetro tubo } > 63\text{ mm}$$

$$S_{BC} = 3 \times 10 + 10N + 10T, \text{ Diámetro tubo } > 32\text{ mm}$$

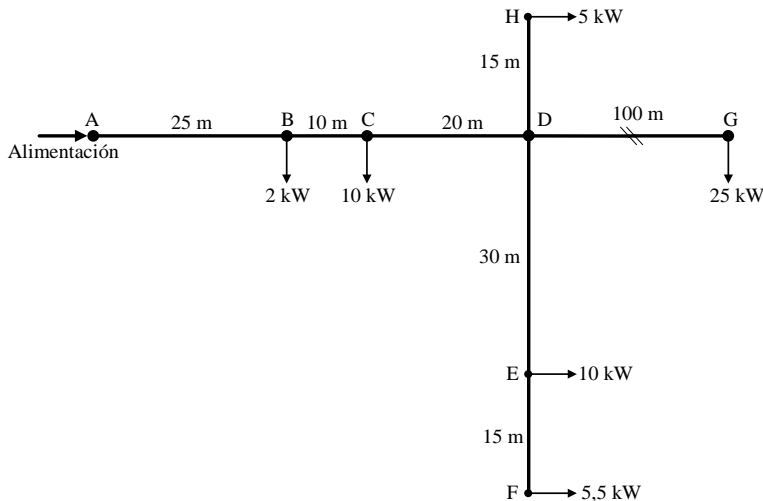
$$S_{BD} = 3 \times 16 + 16N + 16T, \text{ Diámetro tubo } > 40\text{ mm}$$

b) Características interruptores automáticos

TRAMO	I real (A)	I arraq (A)	I inter (A)	I tablas (A)	Icc mín (A)	I mag mín (A)	Icc max (A)	PdC (A)
AB	99,4	114,3	125	200	1155	800	4330	4500
BC	28,9	33,2	32	85	288	250	1444	3000
BD	41,7	47,9	50	110	721	630	2887	3000

### Problema 15.3

Para una instalación eléctrica, se desea realizar un suministro en antena mediante una línea trifásica de 400/230V, 50 Hz, con conductores tripolares de cobre (resistividad 1/56) aislados con etileno propileno (EPR). La instalación discurrirá bajo tubo empotrado en la obra (coeficiente corrector: 0,8), según el esquema siguiente:



Condiciones:

- El factor de potencia de todos los consumos es de 0,8 inductivo, excepto para el consumo en G, que es de 1 inductivo.
- La instalación discurre a 1,2 m de profundidad y la resistividad térmica del terreno es de 2,5 (K·m)/W.

Se sabe además, que las caídas de tensión, las potencias máximas y mínimas de cortocircuito y los tiempos máximos de disparo de los relés de protección son, respectivamente:

TRAMO	$\Delta V$ (%)	Scc max	Scc min	t disparo
AD	0,5 %	5 MVA	1 MVA	0,5 s
DH	1 %	0,5 MVA	0,2 MVA	0,2 s
DF	1 %	1,5 MVA	0,4 MVA	0,1 s
DG	2 %	3 MVA	0,8 MVA	0,3 s

Teniendo presentes los criterios de caída de tensión, temperatura y cortocircuito, calcular:

- a) La sección de los conductores, así como el diámetro de los tubos a colocar en los tramos AD, DH, DF y DG.
- b) Las características de los interruptores automáticos a colocar al principio de cada línea, indicando su intensidad nominal, la intensidad de arranque, la intensidad mínima del disparo magnético y su poder de corte (adoptar una intensidad de arranque  $I_{arrq} = I_n \cdot 1.15$ , así como el Poder de Corte (PdC), correspondiente).

*Soluciones:*

a) *Secciones y diámetros tubos*

*Por Caída de tensión*

$$S_{AD} = 64,8 \text{ mm}^2, S_{DH} = 0,84 \text{ mm}^2, S_{DF} = 6,12 \text{ mm}^2, S_{DG} = 13,9 \text{ mm}^2$$

*Por temperatura*

$$I_{m\acute{a}x AD} = 175,5 \text{ A}, I_{m\acute{a}x DH} = 16,7 \text{ A}, I_{m\acute{a}x DF} = 51,8 \text{ A}, I_{m\acute{a}x DG} = 66,9 \text{ A}$$

$$S_{AD} = 50 \text{ mm}^2, S_{DH} = 6 \text{ mm}^2, S_{DF} = 6 \text{ mm}^2, S_{DG} = 10 \text{ mm}^2$$

*Por corto circuito*

$$I_{cc-max-AD} = 7217 \text{ A}, S_{AD} = 35,7 \text{ mm}^2$$

$$I_{cc-max-DH} = 722 \text{ A}, S_{DH} = 2,26 \text{ mm}^2$$

$$I_{cc-max-DF} = 2165 \text{ A}, S_{DF} = 4,79 \text{ mm}^2$$

$$I_{cc-max-DG} = 4330 \text{ A}, S_{DG} = 16,59 \text{ mm}^2$$



Adoptamos

$$S_{AD} = 3 \times 70 + 35N + 35T, \text{ Diámetro tubo} > 63 \text{ mm}$$

$$S_{DH} = 3 \times 6 + 6N + 6T, \text{ Diámetro tubo} > 25 \text{ mm}$$

$$S_{DF} = 3 \times 10 + 10N + 10T, \text{ Diámetro tubo} > 32 \text{ mm}$$

$$S_{DG} = 3 \times 25 + 16N + 16T, \text{ Diámetro tubo} > 50 \text{ mm}$$

b) Características interruptores automáticos

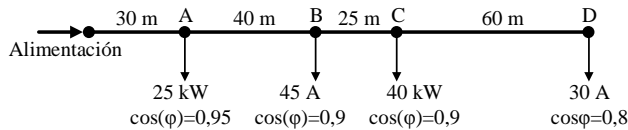
TRAMO	I real (A)	I arraq (A)	I inter (A)	I tablas (A)	Icc mín (A)	I mag mín (A)	Icc max (A)	PdC (A)
AD	94,7	108,9	125	250	1443	1250	7217	10000
DH	9,02	10,4	16	64	288	250	722	3000
DF	28	32,15	40	85	578	400	2165	3000
DG	36,1	41,5	50	140	1155	800	4330	4500

### Problema 15.4

Utilizando conductores de cobre (resistividad 1/56) en ternas de cables unipolares, aislados con XLPE en una instalación enterrada a 1,2 m de profundidad, en un terreno con resistividad térmica de 2,5 (K·m)/W, se desea realizar una red de distribución trifásica para cargas como se muestra en la figura adjunta.

La tensión de la línea es de 400/230 V, 50 Hz, y la caída de tensión máxima admisible es del 3 %.

Calcular la sección del conductor por caída de tensión, por límite térmico y por cortocircuito, teniendo en cuenta que, según el REBT, la intensidad máxima admisible es la indicada en la tabla 5 de líneas subterráneas (ITC-BT-07).



Soluciones:

Por Caída de tensión

$$S_{AD} = 63,13 \text{ mm}^2$$

Por temperatura

$$I_{\text{máx AD}} = 180,72 \text{ A}, ft = 0,944$$

$$S_{AD} = 3 \times 95 \text{ Al} / 54,6 \text{ Al m}$$

Por corto circuito

$$I_{CC AD} = 4.330 \text{ A} \text{ y } S_{CC AD} = 32,58 \text{ mm}^2$$

Adoptamos

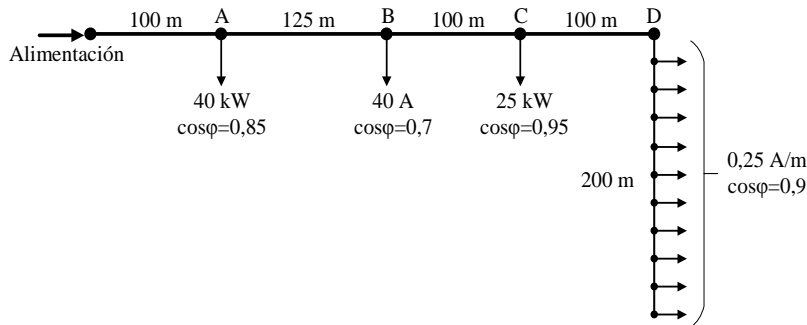
$$S_{AD} = 3 \times 95 \text{ Al} / 54,6 \text{ Alm}$$

### Problema 15.5

Una línea de distribución aérea utiliza cables trifásicos en haz formados por las tres fases y el neutro de aluminio (resistividad:  $1/35$ ) (ver tabla 4 de la ITC-BT-06). Estos cables están tendidos con un fiador de acero y aislados con polietileno reticulado (XLEP). Se quiere realizar una red de distribución trifásica para cargas como se muestra en la figura adjunta.

Características de la instalación:

- Tensión de la línea: 400/230 V
- Frecuencia: 50 Hz
- Caída de tensión máxima admisible: 4 %
- Potencia de cortocircuito:  $S_{cc-max} = 8 \text{ MVA}$ ,  $S_{cc-min} = 1 \text{ MVA}$
- Tiempo de disparo de los relés:  $t = 0,2 \text{ s}$
- En cada canalización discurren 3 cables trifásicos en haz.
- La temperatura ambiente es de  $45 \text{ }^\circ\text{C}$ .



Teniendo en cuenta las indicaciones del REBT (ITC-BT-06), calcular:

- a) La sección del conductor por caída de tensión
- b) La sección del conductor por temperatura
- c) La sección del conductor por cortocircuito
- d) La sección final adoptada para el conductor
- e) El diámetro del tubo a colocar
- f) Las características del interruptor automáticos a colocar al principio de la línea, indicando su intensidad nominal, la intensidad de arranque, la intensidad mínima



del disparo magnético y su poder de corte (adoptar una intensidad de arranque  $I_{arrq} = I_n \cdot 1.15$ , así como el Poder de Corte (PdC), correspondiente).

*Soluciones:*

a) *Secciones y diámetros tubos*

*Por Caída de tensión*

$$S_{AD} = 146,667,64 \text{ mm}^2$$

*Por temperatura*

$$ft = 0,76, I_{máx AD} = 195,9 \text{ A, y } S_{AD} = 150 \text{ mm}^2$$

*Por corto circuito*

$$I_{CC AD} = 11.547 \text{ A, y } S_{CC AD} = 54,935 \text{ mm}^2$$

*Adoptamos*

$$S_{AD} = 3 \times 150 \text{ Al} + 95 \text{ Al, } \phi_{tubo AD} = 180 \text{ mm}$$

b) *Característica interruptor automáticos*

TRAMO	I real (A)	I arraq (A)	I inter (A)	I tablas (A)	Icc mín (A)	I mag mín (A)	Icc max (A)	PdC (A)
AD	196	225,4	250	301	1444	1250	11547	22000

### Problema 15.6

Se dispone de unas líneas aéreas de distribución en BT de 400/230 V y 50 Hz, que alimentan varias cargas con un factor de potencia de 0,9 inductivo, como se indica en la figura. Dichas líneas están constituidas por cables trifásicos en haz, formados por tres fases de aluminio (resistividad: 1/35) y con el neutro fiador de almelec (Alm) (ITC-BT-06, ver tabla 3). Estos cables están aislados con polietileno reticulado (XLPE). Las condiciones de la instalación son: temperatura ambiente de 20 °C, y la instalación discurre paralela a otras cinco instalaciones.

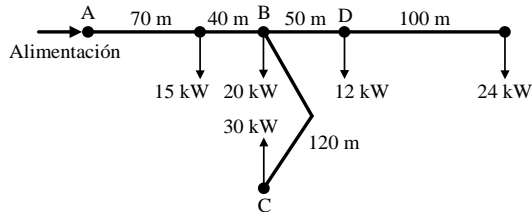
Además, se sabe que las potencias de cortocircuito y los tiempos máximos de disparo de los relés de protección son, respectivamente:

- Tramo AB: 5 MVA y 0,3 s
- Tramo BC: 3 MVA y 0,2 s
- Tramo BD: 2 MVA y 0,1 s

Teniendo en cuenta los criterios de caída de tensión, temperatura y cortocircuito, hallar:

- a) La sección de los conductores que hay que colocar en el tramo AB, suponiendo una caída de tensión del 3 %.

- b) La sección de los conductores que hay que colocar en el tramo *BC*, suponiendo una caída de tensión del 1,5 %.
- c) La sección de los conductores que hay que colocar en el tramo *BD*, suponiendo una caída de tensión del 2 %.



*Soluciones:*

*Por Caída de tensión*

$$S_{AB} = 62,56 \text{ mm}^2, S_{BC} = 42,85 \text{ mm}^2, S_{BD} = 16,07 \text{ mm}^2$$

*Por temperatura*

$$ft = 0,885 \quad I_{m\acute{a}x AB} = 162 \text{ A}, I_{m\acute{a}x BC} = 48,11 \text{ A}, I_{m\acute{a}x BD} = 57,74 \text{ A},$$

$$S_{AB} = 95 \text{ mm}^2, S_{BC} = 25 \text{ mm}^2, S_{BD} = 25 \text{ mm}^2$$

*Por corto circuito*

$$I_{CC AB} = 7.216,9 \text{ A}, I_{CC BC} = 4.330,13 \text{ A}, I_{CC BD} = 2.886,75 \text{ A},$$

$$S_{CC AD} = 42,05 \text{ mm}^2, S_{CC DH} = 20,60 \text{ mm}^2, S_{CC DF} = 9,71 \text{ mm}^2$$

*Adoptamos*

$$S_{AD} = 3 \times 95 \text{ Al} + 54,6 \text{ Alm}; S_{BC} = 3 \times 50 \text{ Al} + 54,6 \text{ Alm}$$

$$S_{BD} = 3 \times 25 \text{ Al} + 54,6 \text{ Alm}$$

### Problema 15.7

Se desea realizar la instalación eléctrica de una nave industrial con los consumos y las distancias que se indican en la figura adjunta. Los cables utilizados son conductores de cobre (resistividad: 1/56) en ternas de cables multipolares, aislados con etileno propileno (EPR) (ver tabla 5 de la ITC-BT-07).

Las características de la instalación son las siguientes:

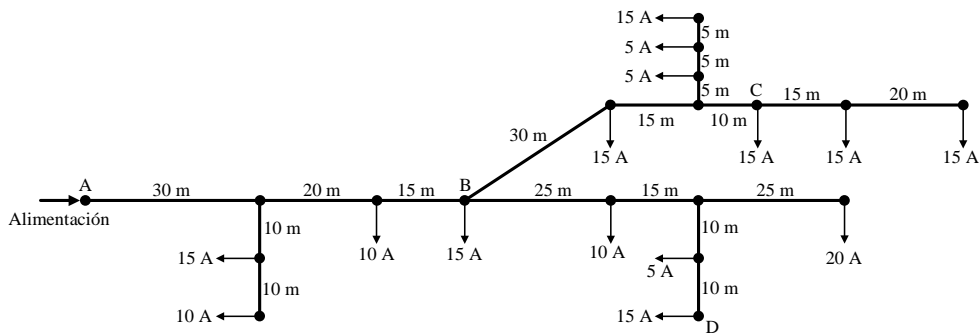
- Instalación enterrada a 0,8 m de profundidad
- Temperatura del terreno: 45 °C
- Resistividad térmica del terreno: 2,5 (K·m)/W
- Toda la instalación se realiza bajo tubo (factor de corrección del 0,8).



- La tensión de la línea es de 400/230 V, 50 Hz, y con un factor de potencia igual para todas las cargas de 0,8 inductivo.

Calcular la sección por el criterio de la caída de tensión y por el criterio de la temperatura, así como la sección final escogida, considerando los siguientes tres tramos posibles:

- Sección del tramo AB (sección constante en todo el tramo), si la caída de tensión máxima permitida es del 1 %.
- Sección del tramo AC (sección constante en todo el tramo), si la caída de tensión máxima permitida es del 1,5 %.
- Sección del tramo AD (sección constante en todo el tramo), si la caída de tensión máxima permitida es del 2 %.



Soluciones:

Por Caída de tensión

$$S_{AB} = 68,04 \text{ mm}^2, S_{AC} = 62,06 \text{ mm}^2, S_{AD} = 40,083 \text{ mm}^2$$

Por temperatura

$$ft = 0,466, I_{m\acute{a}x AB} = 185 \text{ A}, I_{m\acute{a}x AC} = 185 \text{ A}, I_{m\acute{a}x AD} = 185 \text{ A},$$

$$S_{AB} = 185 \text{ mm}^2, S_{AC} = 185 \text{ mm}^2, S_{AD} = 185 \text{ mm}^2$$

Adoptamos

$$S_{AB} = 3 \times 185 + 95N + 95T; S_{AC} = 3 \times 185 + 95N + 95T$$

$$S_{AD} = 3 \times 185 + 95N + 95T$$

### Problema 15.8

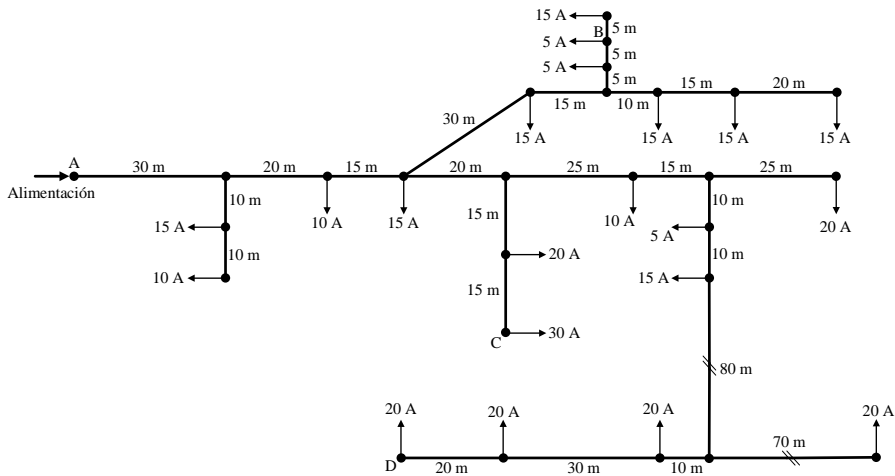
Se desea realizar la instalación eléctrica de una nave industrial con los consumos y las distancias que se indican en la figura adjunta. Los cables utilizados son conductores de cobre (resistividad: 1/56) en ternas de cables unipolares, aislados con polietileno reticulado XLPE (ver tabla 5 de la ITC-BT-07).

Las características de la instalación son las siguientes:

- Instalación enterrada a 0,5 m de profundidad
- Temperatura del terreno: 40 °C
- Resistividad térmica del terreno: 1,65 (K·m)/W
- Toda la instalación se realiza bajo tubo (factor de corrección del 0,8), con una agrupación de tres cables trifásicos separados entre ellos 0,2 m.
- La tensión de la línea es de 400/230 V, 50 Hz, y con un factor de potencia igual para todas las cargas de 0,85 inductivo.

Calcular la sección por el criterio de la caída de tensión y por el criterio de la temperatura, así como la sección final escogida, considerando los siguientes tres tramos posibles:

- a) Tramo AB (sección constante en todo el tramo), si la caída de tensión máxima permitida es del 1,5 %.
- b) Tramo AC (sección constante en todo el tramo), si la caída de tensión máxima permitida es del 2,5 %.
- c) Tramo AD (sección constante en todo el tramo), si la caída de tensión máxima permitida es del 4,5 %.



Soluciones:

Por Caída de tensión

$$S_{AB} = 102 \text{ mm}^2, S_{AC} = 63,75 \text{ mm}^2, S_{AD} = 56,45 \text{ mm}^2$$

Por temperatura

$$ft = 0,4594 \quad I_{m\acute{a}x AB} = 315 \text{ A}, I_{m\acute{a}x AC} = 315 \text{ A}, I_{m\acute{a}x AD} = 315 \text{ A},$$

$$S_{AB} = 400 \text{ mm}^2, S_{AC} = 400 \text{ mm}^2, S_{AD} = 400 \text{ mm}^2$$

Adoptamos

$$S_{AB} = 3 \times 400 + 240N + 240T; S_{AC} = 3 \times 400 + 240N + 240T$$

$$S_{AD} = 3 \times 400 + 240N + 240T$$



### Problema 15.9

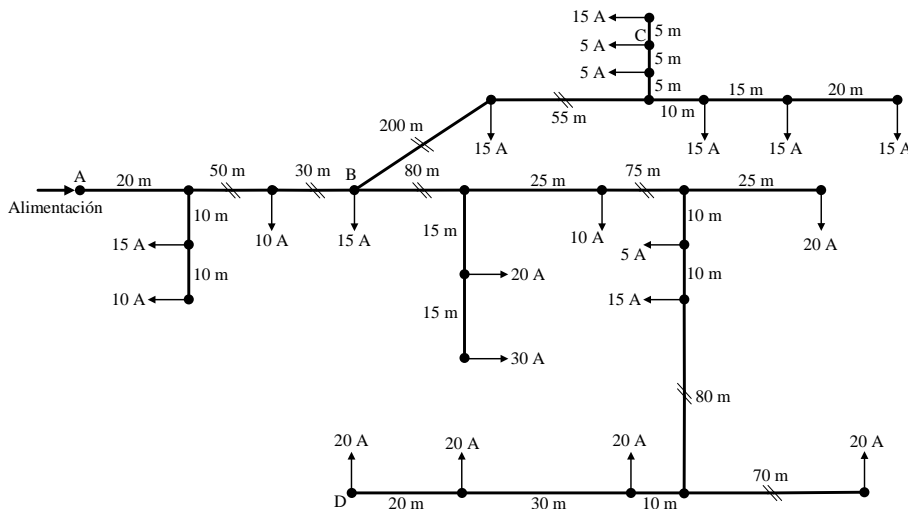
Se desea realizar la instalación eléctrica de una nave industrial con los consumos y las distancias que se indican en la figura adjunta. Los cables utilizados son conductores de cobre (resistividad:  $1/56$ ) en ternas de cables unipolares, aislados con XLPE.

Las características de la instalación son las siguientes:

- Instalación enterrada a 0,5 m de profundidad
- Temperatura del terreno: 20 °C
- Resistividad térmica del terreno: 120 (K·m)/W
- Toda la instalación se realiza bajo tubo (factor de corrección del 0,8), con una agrupación de dos cables trifásicos separados entre ellos 0,1 m.
- La tensión de la línea es de 400/230 V, 50 Hz, y con un factor de potencia igual para todas las cargas de 0,85 inductivo.

Calcular la sección por el criterio de la caída de tensión y por el criterio de la temperatura, así como la sección final escogida, considerando los tres tramos posibles siguientes:

- a) Tramo AB (sección constante en todo el tramo), si la  $\Delta V = 1,5 \%$ .
- b) Tramo BC (sección constante en todo el tramo), si la  $\Delta V = 2,5 \%$ .
- c) Tramo BD (sección constante en todo el tramo), si la  $\Delta V = 3 \%$ .



Soluciones:

Tramo AB:

Por caída de tensión:

$$S_{AB} = 127,94 \text{ mm}^2$$

Por temperatura:

$$ft = 0,61, I_{\max} = 315 \text{ A}$$

$$S_{AB} = 185 \text{ mm}^2, I_{\text{Tablas}} = 480 \text{ A}$$

Adoptamos:

$$S_{AB} = 3 \times 185 + 95N + 95T$$

Tramo BC:

Por caída de tensión:

$$S_{BC} = 55,41 \text{ mm}^2$$

Por temperatura:

$$ft = 0,671, I_{\max} = 85A,$$

$$S_{BC} = 55,41 \text{ mm}^2, I_{\text{Tablas}} = 160A$$

Adoptamos:

$$S_{BC} = 3 \times 70 + 35N + 35T \quad S_{BC} = 3$$

Tramo BD:

Por caída de tensión:

$$S_{BD} = 81,5 \text{ mm}^2$$

Por temperatura:

$$ft = 0,671, I_{\max} = 180A$$

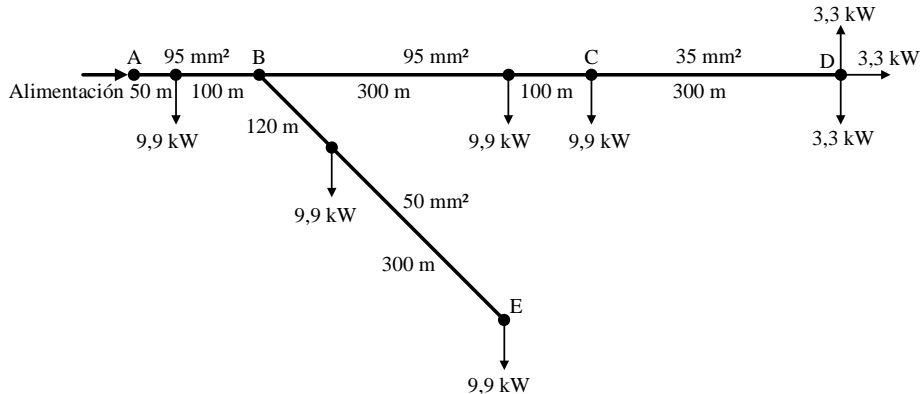
$$S_{ED} = 95 \text{ mm}^2, I_{\text{Tablas}} = 335A$$

Adoptamos:

$$S_{ED} = 3 \times 95 + 50N + 50T$$

### Problema 15.10

Una línea de distribución en BT está alimentada por una tensión de 380/220 V, estando formada por conductores de aluminio trenzados en haz, con las secciones y la disposición que se indican en la figura siguiente. Con estas condiciones, calcular las caídas de tensión y la máxima caída de tensión en los distintos tramos.



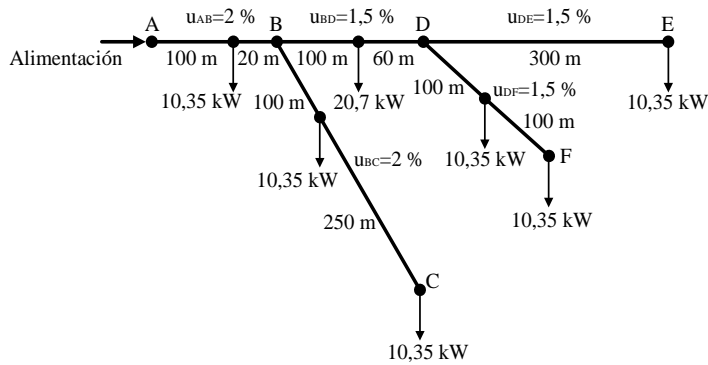


Soluciones:

$$u_{AB} = 1,65 \%, u_{BC} = 2,27 \%, u_{CD} = 1,68 \%, u_{BE} = 2,12 \%, \\ u_{AD} = 5,6 \%$$

### Problema 15.11

Calcula la sección de los distintos tramos de la línea de distribución trifásica que se muestra en la figura siguiente. El conductor es de aluminio trenzado en haz, aislado con polietileno reticulado (XLPE), para instalación al aire con neutro fiador. La tensión de línea es de 400 V y la caída de tensión máxima es la indicada en cada tramo. Se considera un factor de potencia igual a la unidad para todas las cargas.



Soluciones:

$$S_{AB} = S_{BD} = 95 \text{ mm}^2, \quad S_{BC} = S_{DE} = S_{DF} = 50 \text{ mm}^2$$

## CIRCUITOS EN ANILLO

### Problema 15.12

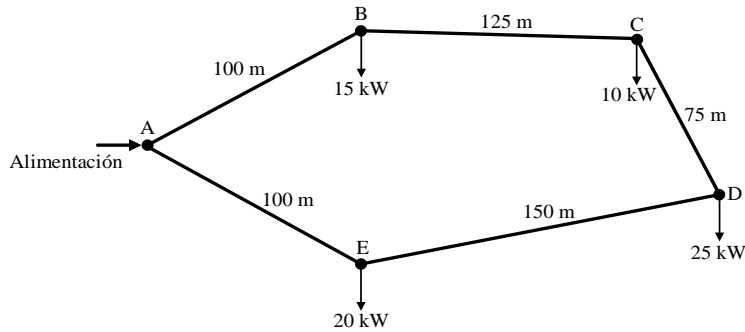
Se quiere realizar una red de distribución trifásica para cargas como se muestra en la figura adjunta, en la cual todas las cargas tienen un factor de potencia (fdp) de 0,90 inductivo.

Las características de la instalación son las siguientes:

- Conductores de cobre (resistividad:  $1/56$ ) en ternas de cables unipolares aislados con etileno propileno (EPR) bajo tubo ( $f = 0,8$ )
- Instalación enterrada a 0,6 m
- Resistividad térmica del terreno:  $2,5 \text{ (K}\cdot\text{m)/W}$
- La zanja por la que discurre la instalación está ocupada, en total, por seis instalaciones, separadas entre ellas 0,15 m.
- La tensión de la línea es 400/230 V, 50 Hz.

- La caída de tensión máxima admisible es del 3,5 %.

Calcular la sección del conductor del anillo, por caída de tensión y por criterio térmico, teniendo en cuenta que, según el REBT, la intensidad máxima admisible es la indicada en la tabla 5 de la instrucción ITC-BT-07.



Soluciones:

Intensidades

$$I_x = 53,22 \text{ A}; I_y = 59 \text{ A}, I_{TOT} = 112,27 \text{ A}$$

Nudo de igualdad de caída de tensión: Nudo D

Por caída de tensión

$$S_{AD} = 19,78 \text{ mm}^2, S_{A'D} = 19,76 \text{ mm}^2$$

Por temperatura

$$ft = 0,3626 \quad I_{\text{máx anillo}} = 112,26 \text{ A}, \quad S_{\text{Anillo}} = 95 \text{ mm}^2$$

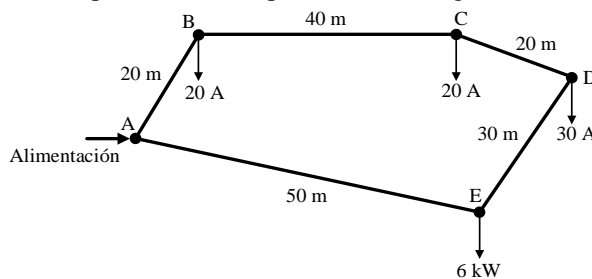
$$(I_{\text{máx Tablas}} = 325 \text{ A})$$

Adaptamos

$$S_{\text{Anillo}} = 3 \times 95 + 50N + 50T$$

### Problema 15.13

Calcular la sección de la línea trifásica en anillo representada en la figura siguiente. Los conductores son de aluminio, cable tetrapolar, aislado con EPR, 1 kV, en instalación cerrada bajo tubo. La tensión de línea es de 400 V y la caída de tensión máxima es del 1 %. Se considera un factor de potencia común para todas las cargas de 0,8.

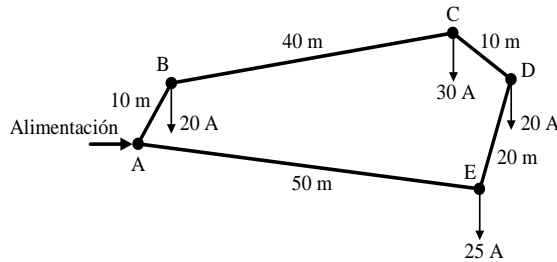


Solución:

$$S = 25 \text{ mm}^2$$

**Problema 15.14**

Calcular la sección de la línea trifásica cerrada representada en la figura siguiente. Los conductores son de aluminio, cable RZ, en instalación aérea tensada con neutro fiador. La tensión de líneas es de 400 V y la caída de tensión máxima, de 1,5 %. Se considera la unidad como factor de potencia común para todas las cargas.



Solución:

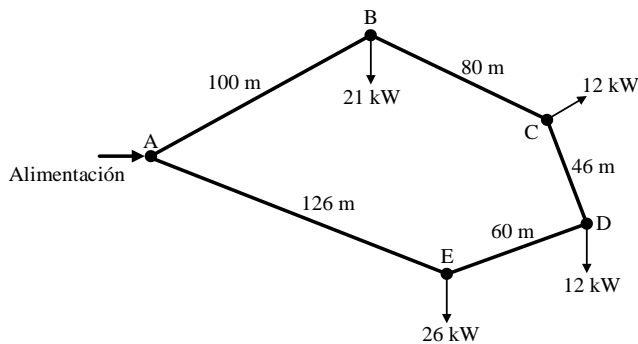
$$S = 25 \text{ mm}^2$$

**Problema 15.15**

Utilizando conductores de cobre en un cable tetrapolar, aislados con etileno propileno (EPR) y en una instalación enterrada a 1 m de profundidad en un terreno con resistividad térmica de 1,4 (K·m)/W, se quiere realizar una red de distribución para cargas como en la figura adjunta, teniendo todas las cargas un factor de potencia de 0,8 inductivo.

La tensión de la línea es 400/230 V, 50 Hz y la caída de tensión máxima admisible es del 3 %.

Calcular la sección del conductor, por caída de tensión y por criterios térmicos, teniendo en cuenta que, según el REBT, la intensidad máxima admisible es la indicada en la tabla 5 de la instrucción ITC-BT-07.



*Soluciones:*

*Intensidades*

$$I_x = 64,32 \text{ A}, I_y = 61,98 \text{ A}, I_{TOT} = 126,3 \text{ A}$$

*Nudo de igualdad de caída de tensión: Nudo D*

*Por caída de tensión*

$$S_{AD} = 18,06 \text{ mm}^2, S_{AD} = 18,04 \text{ mm}^2$$

*Por temperatura*

$$ft = 0,8633 \quad I_{\text{máx anillo}} = 126,3 \text{ A}, S_{\text{Anillo}} = 35 \text{ mm}^2$$

$$(I_{\text{máx Tablas}} = 175 \text{ A})$$

*Adaptamos*

$$S_{\text{Anillo}} = 3x35 + 16N + 16T$$

### **Problema 15.16**

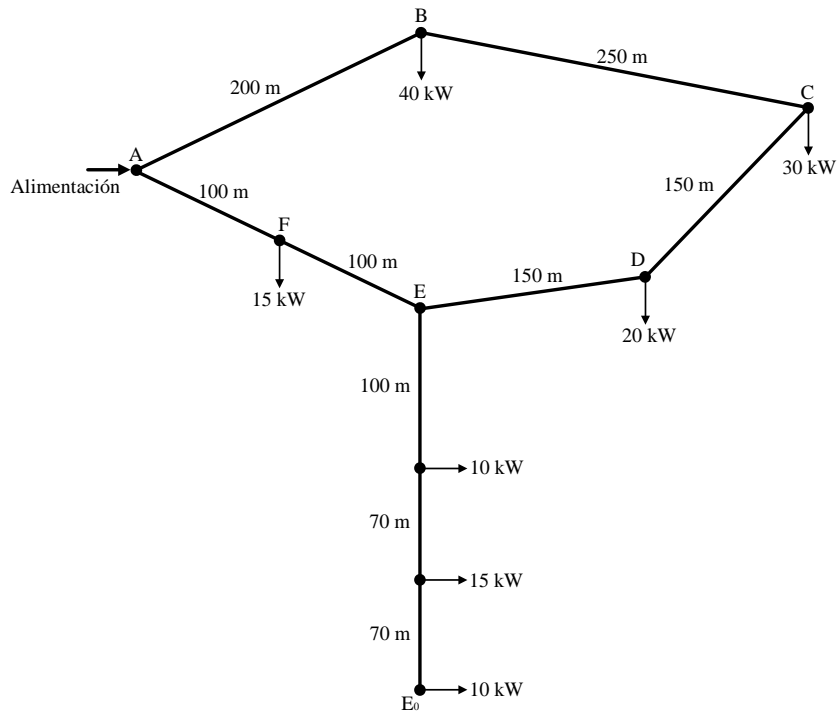
Se quiere realizar una red de distribución trifásica para cargas como se muestra en la figura adjunta, en la que todas las cargas tienen un factor de potencia de 0,85 inductivo.

Las características de la instalación son las siguientes (instrucción ITC-BT-07):

- Conductores de cobre (resistividad 1/56) en ternas de cables aislados con etileno propileno (EPR) bajo tubo ( $f = 0,8$ )
- Temperatura del terreno: 20 °C
- Instalación enterrada a 1 m
- Resistividad térmica del terreno: 1,4 (K·m)/W
- La zanja por la cual discurre la instalación está ocupada, en total, por cuatro instalaciones, separadas entre ellas 0,20 m
- La tensión de la línea es 400/230 V, 50 Hz
- La caída de tensión máxima admisible para el anillo es del 3,5 %
- La caída de tensión máxima desde el origen es del 5 %

Hallar, por criterio de caída de tensión y térmico (ITC-BT-07):

- a) La sección del conductor del anillo (sección única para todo el anillo)
- b) La sección del tramo  $E - E_0$



Soluciones:

a) Anillo:

Intensidades

$$I_x = 108,14 \text{ A}; I_y = 129,58 \text{ Ae}, I_{TOR} = 237,73 \text{ A}$$

Nudo de igualdad de caída de tensión: Nudo C

Por caída de tensión

$$S_{AC} = 59,49 \text{ mm}^2, S_{A'C'} = 59,48 \text{ mm}^2$$

Por temperatura

$$ft = 0,5315 \quad I_{\text{máx anillo}} = 237,73 \text{ A}, S_{\text{Anillo}} = 240 \text{ mm}^2$$

$$(I_{\text{máx Tablas}} = 505 \text{ A})$$

Adoptamos

$$S_{\text{Anillo}} = 3 \times 240 + 120N + 120T$$

b) Tramo [E - E<sub>0</sub>]:

Caída de tensión permitida

$$V = 17,44 \text{ V}, S_{E-E_0} = 15,23 \text{ mm}^2$$

Por temperatura

$$ft = 0,5315 \quad I_{\text{máx E-E}_0} = 59,43 \text{ A}, S_{E-E_0} = 25 \text{ mm}^2$$

$$(I_{m\acute{a}x\ Tablas} = 140\ A)$$

Adoptamos

$$S_{E-E_0} = 3 \times 25 + 16N + 16T$$

### Problema 15.17

Se requiere realizar el cálculo de una instalación eléctrica en una cantera con el esquema hexagonal indicado en la figura. La línea trifásica está formada por conductores aislados bajo tubo con conductores de cobre y aislamiento de etileno propileno (EPR), montados empotrados en paredes aislantes. El sistema se alimenta de un transformador Dy11 de 20.000/400 V, conectado al punto O. Las necesidades de las cargas son las siguientes:

- Punto A: planta de machacado con motores de potencia total de 50 CV, rendimiento del 90 % y factor de potencia 0,8 inductivo.
- Punto B: trituradora de áridos con potencia mecánica de 25 CV, rendimiento del 80 % y factor de potencia 0,8 inductivo.
- Punto C: estación clasificadora con potencia instalada de 7,5 kW y factor de potencia 0,8 inductivo.
- Punto D: grupo de lavado y secado con potencia instalada de 25 kW y factor de potencia 0,8 inductivo.
- Punto E: equipo de cintas transportadoras con consumo de 21,25 kW y factor de potencia 0,85 inductivo.
- Punto F: alumbrado y otros usos en talleres y oficinas con consumo de 20 kW y factor de potencia 0,90 inductivo.

Calcular, utilizando las tablas 1 y 2 de la instrucción ICT-BT-019 y por los criterios de caída de tensión y de temperatura:

- a) La sección de la red, para una caída de tensión máxima del 5 %.
- b) La sección de la línea de talleres y oficinas (OF) para la máxima caída de tensión permitida por el Reglamento Electrotécnico de Baja Tensión.
- c) La potencia aparente del transformador a instalar para alimentar la cantera, considerando un factor de simultaneidad de la instalación eléctrica de la cantera de 0,8, justificando la respuesta ( $S = U_{total} \cdot I_{total}^* \cdot \sqrt{3}$ ).

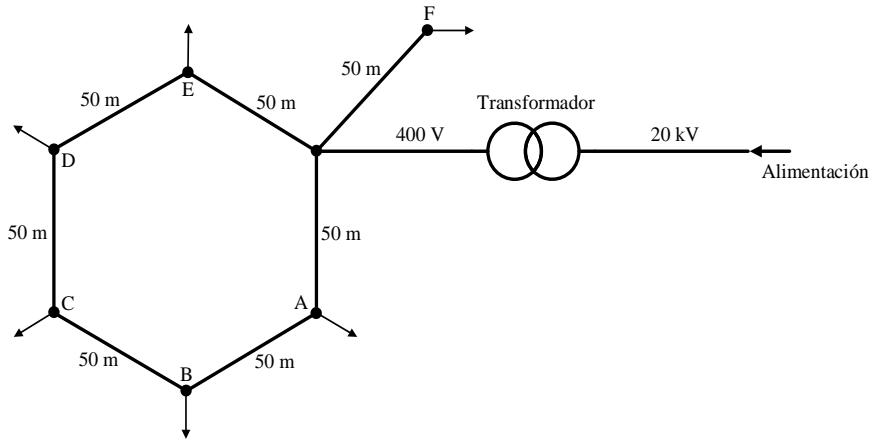
Notas:

- Recordar que 1 CV equivale a 736 W y que, para pasar de potencia mecánica a potencia eléctrica útil (la potencia utilizada), puede aplicarse la fórmula siguiente:

$$P_u = \frac{P_{mec\acute{a}nica} (CV) \cdot 736 \left( \frac{W}{CV} \right)}{\eta_{el\acute{e}ctrico}} (W)$$



- La caída de tensión máxima permitida en alumbrado es del 4,5 %, y para otros usos es del 6 %, cuando se alimenta una instalación directamente desde la salida del transformador.



Soluciones:

a) Anillo:

Intensidades

$$I_X = 117 \text{ A}; I_Y = 93 \text{ A}, I_{TOT} = 210 \text{ A}$$

Nudo de igualdad de caída de tensión: Nudo C

Por caída de tensión

$$S_{OC} = 10,1 \text{ mm}^2, S_{O'C} = 10,1 \text{ mm}^2$$

Por temperatura

$$ft = \text{no hay datos } I_{\text{máx anillo}} = 210 \text{ A}$$

$$S_{\text{Anillo}} = 120 \text{ mm}^2 (I_{\text{máx Tablas}} = 225 \text{ A})$$

Adoptamos

$$S_{\text{Anillo}} = 3 \times 120 + 70N + 70T$$

b) Tramo [O-F]

Por caída de tensión

$$S_{O-F} = 2,48 \text{ mm}^2$$

Por temperatura

$$ft = \text{no hay datos } I_{\text{máx O-F}} = 32,1 \text{ A}, S_{O-F} = 6 \text{ mm}^2$$

$$(I_{\text{máx Tablas}} = 36 \text{ A})$$

Adoptamos

$$S_{O-F} = 3 \times 6 + 6N + 6T$$

c) *Potencia aparente del transformador que hay que colocar en la entrada de la red:*

$$S_{\text{Transformador}} = (P + jQ) = (137639 + j95148) = 167325 / 34,6 \text{ VA}$$

### Problema 15.18

Se quiere realizar el cálculo de una instalación eléctrica de una fábrica con el esquema que se indica en la figura siguiente. La línea es trifásica con cable multipolar con conductores de cobre y aislamiento de policloruro de vinilo (PVC), montado directamente sobre la pared. El sistema se alimenta mediante un transformador trifásico Dy11 de 20/0,4 kV, conectado en el punto O. Este anillo rodea la fábrica y tiene cargas trifásicas equilibradas, conectadas en los puntos del A al G, con arreglo a la distribución siguiente:

- Nudo A: potencia mecánica necesaria de 34 CV, con un rendimiento del 82 % y un factor de potencia 0,8 inductivo.
- Nudo B: potencia mecánica necesaria de 54,4 CV, con un rendimiento del 90,2 % y un factor de potencia 0,8 inductivo.
- Nudo C: potencia eléctrica de 27,7 kW y un factor de potencia 0,8 inductivo.
- Nudo D: potencia eléctrica de 16,7 kW y un factor de potencia 0,83 inductivo.
- Nudo E: este nudo se compone de dos consumos:
- Nudo F: potencia eléctrica de 21,25 kW y un factor de potencia 0,85 inductivo
- Nudo G: potencia eléctrica de 30 kW y factor de potencia 0,85 inductivo.
- Nudo O: línea de alumbrado con consumo uniformemente distribuido y de valor 0,1 A/m y fase, con un factor de potencia 1.
- La caída de tensión máxima admisible para el anillo es del 3,5 %
- La caída de tensión máxima desde el origen del anillo hasta el final de los tramos es del 5% (dato para el cálculo de la sección del tramo E-G).
- La caída de tensión del ramal derivación (O-M) es del 3%

Se sabe además, que las potencias máximas y mínimas de cortocircuito y los tiempos máximos de disparo de los relés de protección son, respectivamente:

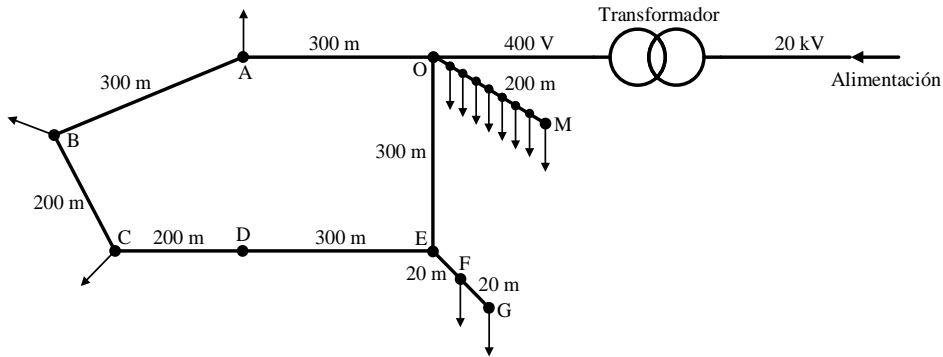
TRAMO	Sc <sub>c</sub> max	Sc <sub>c</sub> min	t disparo
ANILLO	10 MVA	1,5 MVA	0,5 s
EG	2 MVA	0,5 MVA	0,3 S
OM	0,1 MVA	0,05 MVA	0,3 s

Teniendo presentes los criterios de caída de tensión, temperatura y cortocircuito (instrucción ITC-BT-19), calcular:

- a) La sección de los conductores, así como el diámetro de los tubos a colocar en los tramos ANILLO, EG y OM.



- b) Las características de los interruptores automáticos a colocar al principio de cada línea, indicando su intensidad nominal, la intensidad de arranque, la intensidad mínima del disparo magnético y su poder de corte (adoptar una intensidad de arranque  $I_{arrq} = I_n \cdot 1.15$ , así como el Poder de Corte (PdC), correspondiente).



Soluciones:

a) Secciones y diámetros tubos

a) Anillo:

Intensidades

$$I_X = 146,9 \text{ A}; I_Y = 154,2 \text{ A}, I_{TOT} = 301,1 \text{ A}$$

Nudo de igualdad de caída de tensión: Nudo C

Por caída de tensión

$$S_{AC} = 130,76 \text{ mm}^2, S_{A'C'} = 134,88 \text{ mm}^2$$

Por temperatura

$$ft = 1 \text{ no hay datos}, I_{\text{máx anillo}} = 301,1 \text{ A}$$

$$S_{\text{Anillo}} = 300240 \text{ mm}^2 (I_{\text{máx Tablas}} = 404350 \text{ A})$$

Por corto circuito

$$I_{cc-\text{max}-\text{ANILLO}} = 14434 \text{ A}, S_{\text{Anillo}} = 89 \text{ mm}^2$$

Adoptamos

$$S_{\text{Anillo}} = 3 \times 300 + 150 \text{ N} + 150 \text{ T}, \text{ Diámetro tubo} > 250 \text{ mm}$$

b) Tramo [E - G]

Por caída de tensión

Caída de tensión permitida: 16,02V

$$S_{E-G} = 4,524,83 \text{ mm}^2$$

Por temperatura

$$ft = 1 \text{ no hay datos} \quad I_{\text{máx E-G}} = 87,02 \text{ A}, S_{E-G} = 35 \text{ mm}^2$$

$$(I_{m\acute{a}x\ Tablas} = 104\ A)$$

Por corto circuito

$$I_{cc-max-EG} = 2887\ A, S_{EG} = 43,47\ mm^2$$

Adoptamos

$$S_{EG} = 3 \times 50 + 25N + 25T, \text{ Diámetro tubo} > 63\ mm$$

c) TRAMOramo [O-M]:

$$\text{Intensidades : } I_{O-M} = 20\ A; \text{ Longitud : } L = 100\ m$$

Por caída de tensión

$$S_{O-M} = 5,15\ mm^2$$

Por temperatura

$$ft = 1 \text{ no hay datos } \quad I_{m\acute{a}x\ O-M} = 20\ A, S_{O-M} = 2,54\ mm^2$$

$$(I_{m\acute{a}x\ Tablas} = 217\ A)$$

Por cortocircuito

$$I_{cc-max-OM} = 1444\ A, S_{OM} = 6,8\ mm^2$$

Adoptamos

$$S_{OM} = 3 \times 10 + 10N + 10T, \text{ Diámetro tubo} > 32\ mm$$

b) Características interruptores automáticos

TRAMO	I real (A)	I arraq (A)	I inter (A)	I tablas (A)	Icc mín (A)	I mag mín (A)	Icc max (A)	PdC (A)
ANILLO	301	346	400	404	2165	2000	14434	22000
E-G	87	99.6	100	125	722	680	2887	3000
O-M	20	23	25	50	289	250	1444	3000

### Problema 15.19

Se quiere diseñar una red de distribución trifásica para cargas como se muestra en la figura adjunta, en la que todas las cargas disponen de un factor de potencia de 0,85 inductivo.

$$S_{OM} = 3 \times 10 + 10N + 10T, \text{ Diámetro tubo} > 32\ mm$$

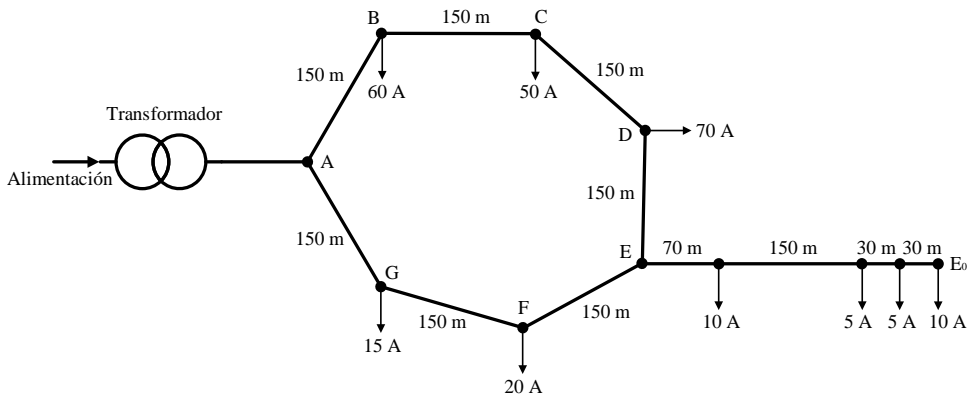
Las características de la instalación son las siguientes:



- Conductores de cobre (resistividad:  $1/56$ ) en forma de tres cables unipolares aislados con XLPE bajo tubo ( $f = 0,8$ )
- Temperatura del terreno:  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Instalación enterrada a  $1\text{ m}$
- Resistividad térmica del terreno:  $2\text{ (K}\cdot\text{m)/W}$
- La zanja por la cual discurre la instalación está ocupada, en total, por 3 instalaciones, separadas entre ellas  $0,2\text{ m}$
- La tensión de la línea es  $400/230\text{ V}$ ,  $50\text{ Hz}$
- La caída de tensión máxima admisible para el anillo es del  $3,5\%$
- La caída de tensión máxima desde el origen es del  $5\%$

Halla, por criterio de la caída de tensión y térmico (instrucción ITC-BT-07):

- a) Las intensidades  $I_x$  e  $I_y$  del anillo
- b) La sección del conductor del anillo (sección única para todo el anillo)
- c) La sección del tramo  $E - E_0$



*Soluciones:*

*a) Anillo:*

*Intensidades*

$$I_x = 147,86\text{ A}; I_y = 97,14\text{ A}$$

*b) Anillo:*

*Por caída de tensión*

$$S_{\text{Anillo}} = 77,06\text{ mm}^2$$

*Por temperatura*

$$ft = 0,441, I_{\text{máx anillo}} = 555,05 A,$$

$$S_{\text{Anillo}} = 300 \text{ mm}^2, I_{\text{Tablas}} = 620 A$$

*Adoptamos*

$$S_{\text{Anillo}} = 3 \times 300 + 150 N + 150 T$$

c) *TRAMO ramo*  $[E - E_0]$ :

*Caída de tensión permitida*

$$\Delta V_{E-E_0} = 16,826 V$$

*Por caída de tensión*

$$S_{E-E_0} = 9,14 \text{ mm}^2$$

*Por temperatura*

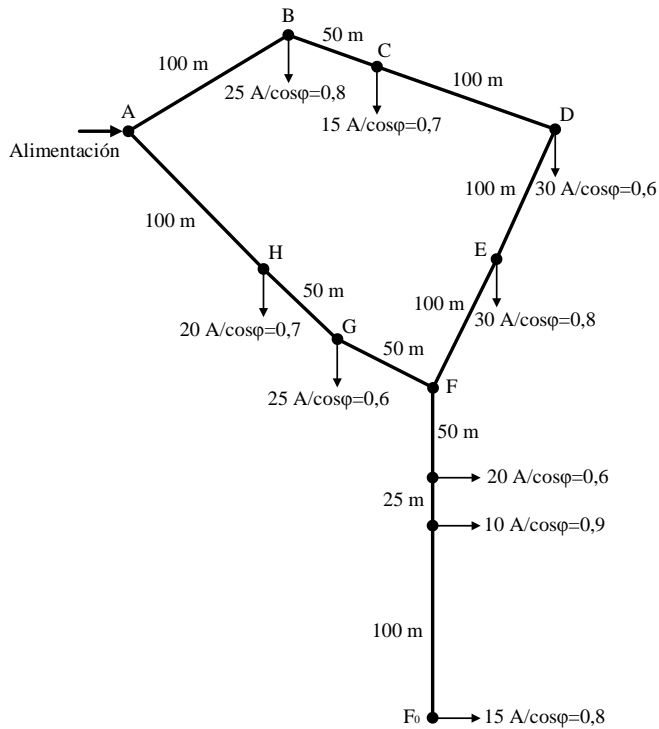
$$ft = 0,441, I_{\text{máx } E-E_0} = 67,97 A, S_{E-E_0} = 6 \text{ mm}^2, I_{\text{Tablas}} = 72 A$$

### **Problema 15.20**

Una red de distribución de energía eléctrica subterránea se realiza en trifásica y en sistema de anillo, como se muestra en la figura adjunta. Para cada carga, se indican la intensidad y el factor de potencia ( $\cos \varphi$ ), así como las longitudes entre cargas.

Las características de la instalación son las siguientes:

- Conductores de cobre (resistividad: 1/56) en cables tripolares aislados con XLPE bajo tubo ( $f = 0,8$ )
- Temperatura del terreno: 35 °C
- Instalación enterrada a 1,2 m
- Resistividad térmica del terreno: 2,5 (K·m)/W
- La zanja por la cual discurre la instalación está ocupada por 8 instalaciones en total, separadas entre ellas 0,15 m
- La tensión de la línea es 400/230 V, 50 Hz
- La caída de tensión máxima admisible para el anillo es del 3 %
- La caída de tensión máxima desde el origen a cualquier punto es del 5 %



Se sabe además que las potencias máximas y mínimas de cortocircuito y los tiempos máximos de disparo de los relés de protección son, respectivamente:

TRAMO	Sc <sub>c</sub> max	Sc <sub>c</sub> min	t disparo
ANILLO	5 MVA	0,8 MVA	0,4 s
F-FO	1 MVA	0,2 MVA	0,1 s

Teniendo presentes los criterios de caída de tensión, temperatura y cortocircuito (instrucción ITC-BT-07), calcular:

- La sección de los conductores, así como el diámetro de los tubos a colocar en los tramos ANILLO y F-Fo.
- Las características de los interruptores automáticos a colocar al principio de cada línea, indicando su intensidad nominal, la intensidad de arranque, la intensidad mínima del disparo magnético y su poder de corte (adoptar una intensidad de arranque  $I_{arrq} = I_n \cdot 1.15$ , así como el Poder de Corte (PdC), correspondiente).

Soluciones:

a) Secciones y diámetros tubos

a) Anillo :

Intensidades

$$I_x = 87,7 A ; I_y = 102,3 A$$

Por caída de tensión

$$S_{Anillo} = 33,58 \text{ mm}^2, \quad S'_{Anillo} = 34,02 \text{ mm}^2$$

Por temperatura

$$ft = 0,3078, \quad I_{\text{máx anillo}} = 617,28 \text{ A},$$

$$S_{Anillo} = 400 \text{ mm}^2, \quad I_{Tablas} = 665 \text{ A}$$

Por cortocircuito

$$I_{cc-\text{max}-ANILLO} = 7217 \text{ A}, \quad S_{AD} = 32 \text{ mm}^2$$

Adoptamos

$$S_{Anillo} = 3 \times 400 + 240 N + 240 T$$

b) TRAMO ramo  $[F - F_0]$ :

Caída de tensión permitida

$$\Delta V_{F-F_0} = 19,05 \text{ V}$$

Por caída de tensión

$$S_{F-F_0} = 5,47 \text{ mm}^2$$

Por temperatura

$$ft = 0,3078, \quad I_{\text{máx } F-F_0} = 146,2 \text{ A}, \quad S_{F-F_0} = 25 \text{ mm}^2, \quad I_{Tablas} = 150 \text{ A}$$

Por corto circuito

$$I_{cc-\text{max}-F-F_0} = 1443 \text{ A}, \quad S_{AD} = 4,51 \text{ mm}^2$$

Adoptamos

$$S_{F-F_0} = 3 \times 25 + 16 N + 16 T, \quad \text{Diámetro tubo} > 50 \text{ mm}$$

b) Características interruptores automáticos

TRAMO	I real (A)	I arraq (A)	I inter (A)	I tablas (A)	Icc mín (A)	I mag mín (A)	Icc max (A)	PdC (A)
ANILLO	190	218,5	250	665	1154	800	7217	10000
F-F <sub>0</sub>	45	51,75	63	150	289	250	1443	3000

### Problema 15.21

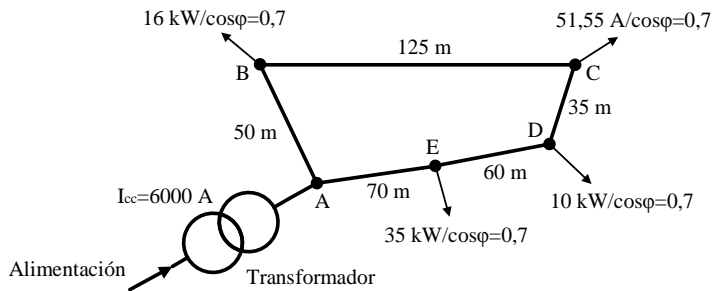
Se quiere realizar una red de distribución en una urbanización cuyas cargas están repartidas según se indica en la figura siguiente. La instalación debe ir enterrada bajo tubo, a una profundidad de 0,8 m, y se quiere realizar con cable tripolar de cobre y con aislamiento de



etileno propileno (EPR). El terreno por el cual discurre la canalización se considera que puede alcanzar los 30 °C y tiene una resistividad térmica de 2,5 (K·m)/W.

Teniendo en cuenta (instrucción ITC-BT-07) que la máxima caída de tensión prevista en el proyecto es del 2 % y que en el punto A se encuentra un cuadro de BT con una intensidad de cortocircuito de 6.000 A, hallar:

- La sección del conductor de la red de distribución.
- El tiempo de actuación máximo del dispositivo de protección contra cortocircuitos (considera la constante del conductor  $K=143$ ).
- Si los precios de los cables tripolares con EPR de 25 mm<sup>2</sup> y 35 mm<sup>2</sup> son, respectivamente, de 140 €/m y 170 €/m, y los de los cables unipolares con EPR de 25 mm<sup>2</sup> y 35 mm<sup>2</sup> son, respectivamente, de 50 €/m y 60 €/m, teniendo en cuenta que el coste del tendido y de la obra civil de la canalización es el mismo, determina el cable que supone la mejor elección, desde el punto de vista económico.

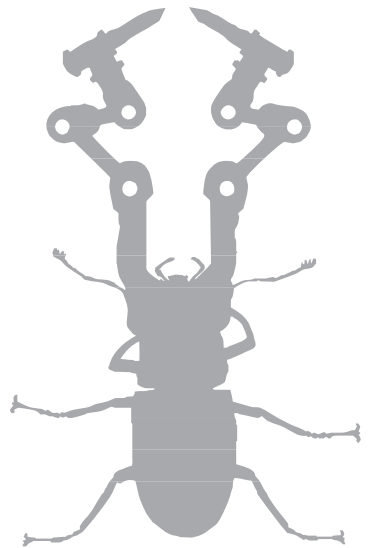


Soluciones:

- La sección que finalmente se adopta es de 33mm<sup>2</sup>.
- El tiempo de actuación máximo sería 0,7s
- Para un cable  $\frac{\text{tripolar}}{\text{tetrapolar}}$  de 35mm<sup>2</sup>, el coste es de  $340m \cdot 170 \frac{\text{€}}{m} = 57.800 \text{ €}$

Para el cable unipolar de 25mm<sup>2</sup> como hay que tender 4 conductores (3 fases + neutro), el coste sería de  $340m \cdot 4 \cdot 50 \frac{\text{€}}{m} = 68.000 \text{ €}$ .

La mejor opción, desde el punto de vista económico, es la del cable tripolar/tetrapolar.







# FORMULARIO

## FÓRMULAS GENERALES

**Impedancia, admitancia y ángulo total de un sistema eléctrico:**

$$\bar{Z}_i = (R_i + jX_i) = Z_i \angle \phi_i \quad X_L = j(2\pi f) \cdot L = j\omega L \quad X_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{Z} = (G + jB) \quad G = \frac{1}{R} \quad B = j\omega C \quad \phi_T = \phi_{\bar{U}_i} - \phi_{\bar{I}_i} = \phi_{S_i}$$

**Intensidad al final de línea, tensión de fase, tensión al inicio de la línea y rendimiento total de un sistema de potencia:**

$$\bar{I}_i = \frac{P_i}{U_i \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_i} \angle (\phi_{\bar{U}_i} - \phi_{\bar{I}_i}) \quad \bar{V}_i = \frac{\bar{U}_i}{\sqrt{3}} \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z}_{12} \cdot \bar{I}_{12} \quad \eta = \frac{P_{SALIDA}}{P_{ENTRADA}} \cdot 100$$

**Valores instantáneos y eficaces:**

$$i_{g(t)} = I_{eficaz} \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}(\omega t \pm \delta) \quad v_{g(t)} = V_{eficaz} \cdot \sqrt{2} \cdot \text{cos}(\omega t \pm \delta) \quad I_{eficaz} = \frac{I_{\text{maximo}}}{\sqrt{2}}$$

$$V_{eficaz} = \frac{V_{\text{maximo}}}{\sqrt{2}}$$

**Resistencias, bobinas y condensadores:**

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad \text{Reluctancia} = \frac{1}{\mu} \frac{L}{S} \quad L = - \frac{v_{inducida}}{di/dt} \quad C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

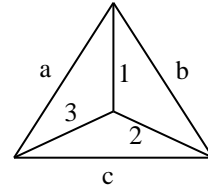


Resistencias y bobinas en serie:  $R_{equi} = R_1 + R_2 + R_3$        $L_{equi} = L_1 + L_2 + L_3$

Resistencias y bobinas en paralelo:  $\frac{1}{R_{equi}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$        $\frac{1}{L_{equi}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$

Condensadores en serie:  $\frac{1}{C_{equi}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

Condensadores en paralelo:  $C_{equi} = C_1 + C_2 + C_3$



Transformación triángulo-estrella:  $Z_1 = \frac{Z_a \cdot Z_b}{Z_a + Z_b + Z_c}$

Transformación estrella-triángulo:

$$Z_a = \frac{Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_1 \cdot Z_3}{Z_2}$$

$$Z_b = \frac{Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_1 \cdot Z_3}{Z_3}$$

$$Z_c = \frac{Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_1 \cdot Z_3}{Z_1}$$

**Relaciones del seno y coseno:**

$$\text{sen } \delta = \cos(\delta - 90) \quad \cos \delta = \text{sen}(\delta + 90) \quad 2\pi \text{ radianes} = 360 \text{ grados}$$

**Kirchhoff, de mallas y de nudos:**

$$\sum V = \sum I \cdot Z \quad \sum I_{entran} = \sum I_{salen}$$

Para las mallas, es mejor coger cada una de las ventanas de la red.

Para los nudos, recuerda que hemos de tomar uno como referencia a potencial cero.

**Inductancias mutuas:**

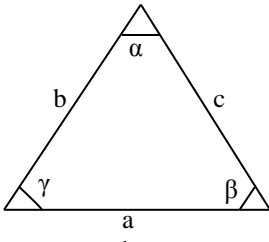
$$M = K\sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad X_M = K\sqrt{X_{L1} \cdot X_{L2}} \quad v_{L(t)} = L \frac{di}{dt} \quad v_{inducida(t)} = -N \frac{d\phi}{dt}$$

$$i_{C(t)} = C \frac{dv}{dt}$$

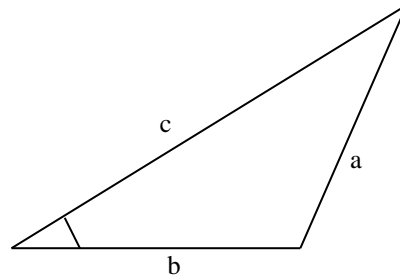
**Teorema de Millman (las fuentes son positivas si miran al punto inicial, en este caso, al punto "a"):**

$$V_{ab} = \frac{\frac{E_1}{Z_1} - \frac{E_2}{Z_2} + I_{g3} - I_{g4}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_5} + \frac{1}{Z_6}}$$

**Teorema del seno y el coseno:**

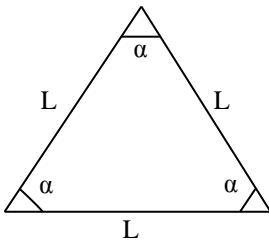


$$\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma} = 2 \cdot \text{Radio}$$

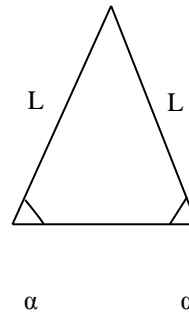


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

**Triángulo equilátero:**

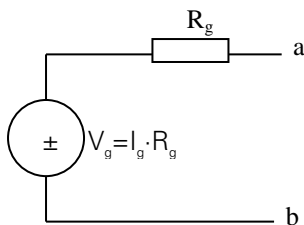


**Triángulo isósceles:**

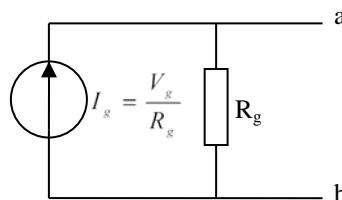


**Conversión de fuentes:**

Fuente de tensión



Fuente de corriente





**Impedancia de entrada, de salida y de transferencia:**

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \quad Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \quad Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \quad Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}$$

**Divisor de tensión e intensidad:**

$$V_{R1} = V_{total} \frac{R_1}{\sum R_i}, \quad V_{R1+R2} = V_{total} \frac{R_1 + R_2}{\sum R_i}, \quad I_1 = I_{total} \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad I_2 = I_{total} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

**Fórmulas generales para regímenes transitorios:**

– Bobina:

$$i_L(t) = i_{L,\infty}(t) - [i_{L,\infty}(0) - i_L(0^+)] \cdot e^{-t/\tau} \quad \tau = \frac{L_{equiv}}{R_{equiv}} \quad w_{\max-L} = \frac{1}{2} L_{equiv} \cdot I_L^2$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-)$$

– Condensador:

$$v_C(t) = v_{C,\infty}(t) - [v_{C,\infty}(0) - v_C(0^+)] \cdot e^{-t/\tau}, \quad \tau = R_{equiv} \cdot C_{equiv}, \quad w_{\max-C} = \frac{1}{2} C_{equiv} \cdot V_C^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_C^2}{C_{equiv}}$$

$$v_C(0^+) = v_C(0^-)$$

**Fórmulas generales para circuitos eléctricos monofásicos:**

– Potencia instantánea:

$$p(t) = \frac{1}{2} V_{\max} \cdot I_{\max} \cdot \cos(\delta_V - \delta_I) + \frac{1}{2} V_{\max} \cdot I_{\max} \cdot \cos(\delta_V + \delta_I + 2 \cdot \omega \cdot t)$$

– Potencia media:

$$P = \frac{1}{2} V_{\max} \cdot I_{\max} [\cos(\delta_V - \delta_I) + j \cdot \text{sen}(\delta_V - \delta_I)]$$

– Otras fórmulas de la potencia monofásica:

$$P_i = V_i \cdot I_i \cdot \cos \phi_i = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R} \quad Q_i = V_i \cdot I_i \cdot \text{sen} \phi_i \quad \bar{S}_i = \bar{V}_i \cdot \bar{I}_i^* = (P_i + jQ_i)$$

$$P_1 = S_i \cdot \cos \phi_i \quad Q_1 = S_i \cdot \text{sen} \phi_i \quad Q_1 = P_1 \cdot \text{tag} \phi_i \quad \delta_r = \delta_V - \delta_I$$

– Máxima transferencia de potencia en AC:

$$P_{\max} = \frac{V_{TH}^2}{8 \cdot R_{TH}^2} \quad Z_{\max} = Z_{TH}^* = (R_{TH} - jX_{TH} I)$$



- Compensación del factor de potencia:

$$Q_{comp} = Q_{antigua} - Q_{nueva} = P \cdot (\text{tag } \delta - \text{tag } \delta') \quad X_{comp} = \frac{V_C^2}{Q_{comp}} \quad C_{comp} = \frac{Q_{comp}}{V_C^2 \cdot W} = \frac{1}{X_{comp} \cdot W}$$

### Fórmulas generales para circuitos eléctricos trifásicos (secuencia RST):

Circuitos equilibrados:

$$V_{RN} = V_{RN} \langle 0^\circ \quad V_{SN} = V_{SN} \langle 240^\circ \quad V_{TN} = V_{TN} \langle 120^\circ$$

$$I_{RN} = \frac{V_{RN}}{Z_R} \quad I_{SN} = \frac{V_{SN}}{Z_S} \quad I_{TN} = \frac{V_{TN}}{Z_T}$$

- Relación entre tensiones de línea y de fase:

$$U_{RS} = V_{RN} - V_{SN} = V_{RN} \cdot \sqrt{3} (\delta_{RN} + 30^\circ) \quad U_{ST} = V_{SN} - V_{TN} = V_{SN} \cdot \sqrt{3} (\delta_{SN} + 30^\circ)$$

$$U_{TR} = V_{TN} - V_{RN} = V_{TN} \cdot \sqrt{3} (\delta_{TN} + 30^\circ)$$

- Relación entre intensidades de línea y de fase:

$$I_R = I_{RS} \cdot \sqrt{3} (\delta_{RN} - 30^\circ) \quad I_S = I_{ST} \cdot \sqrt{3} (\delta_{SN} - 30^\circ) \quad I_T = I_{TR} \cdot \sqrt{3} (\delta_{TN} - 30^\circ)$$

$$I_{RS} = \frac{U_{RS}}{Z_{RS}} \quad I_{ST} = \frac{U_{ST}}{Z_{ST}} \quad I_{TR} = \frac{U_{TR}}{Z_{TR}}$$

- Otras fórmulas de la potencia trifásica:

$$P_i = U_i \cdot I_i \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_i = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R} \quad Q_i = U_i \cdot I_i \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen} \phi_i = X \cdot I^2 = \frac{V^2}{X}$$

$$\bar{S}_i = \bar{U}_i \cdot \bar{I}_i^* \cdot \sqrt{3} = (P_i + jQ_i)$$

$$P_1 = S_i \cdot \cos \phi_i \quad Q_1 = S_i \cdot \text{sen} \phi_i \quad Q_1 = P_1 \cdot \text{tag} \phi_i \quad \delta_i = \delta_v - \delta_i$$

- Medida de la potencia trifásica total con dos vatímetros (método de Arón):

$$w_1 = U_L \cdot I_L \cdot \cos(\delta - 30^\circ) \quad w_2 = U_L \cdot I_L \cdot \cos(\delta + 30^\circ) \quad P_T = w_1 + w_2$$

$$Q_T = \sqrt{3}(w_1 - w_2)$$

$$\cos \delta = \frac{1}{\sqrt{1 + 3 \left( \frac{w_1 - w_2}{w_1 + w_2} \right)^2}} \quad \delta = \delta_{V_{RN}} - \delta_{I_R}$$



**Sistemas desequilibrados:**

- Tensión de desplazamiento del neutro e intensidades en sistemas desequilibrados:

$$V_{N'N} = \frac{V_{RN} \cdot Y_R + V_{SN} \cdot Y_S + V_{TN} \cdot Y_T}{Y_R + Y_S + Y_T + Y_N} \quad Y_R = \frac{1}{Z_R} \quad Y_S = \frac{1}{Z_S} \quad Y_T = \frac{1}{Z_T}$$

$$Y_N = \frac{1}{Z_N}$$

$$V_{R'N} = v_{RN} - v_{N'N} \quad V_{S'N} = v_{SN} - v_{N'N} \quad V_{T'N} = v_{TN} - v_{N'N}$$

$$I_{RN'} = \frac{V_{R'N}}{Z_R} \quad I_{SN'} = \frac{V_{S'N}}{Z_S} \quad I_{TN'} = \frac{V_{T'N}}{Z_T} \quad I_{N'N} = \frac{V_{N'N}}{Z_N} \quad I_{RS} = \frac{U_{RS}}{Z_{RS}}$$

$$I_{ST} = \frac{U_{ST}}{Z_{ST}} \quad I_{TR} = \frac{U_{TR}}{Z_{TR}}$$

- Lectura de tres vatímetros colocados del modo siguiente:  $w_1$  entre las fases RT,  $w_2$  entre las fases ST y  $w_3$  entre las fases TR:

$$w_1 = \text{Re} [U_{RT} \cdot I_R^*] \quad w_2 = \text{Re} [U_{ST} \cdot I_S^*] \quad w_3 = \text{Re} [U_{TR} \cdot I_T^*]$$

- Compensación del factor de potencia:

$$Q_{comp} = Q_{antigua} - Q_{nueva} = P \cdot (\text{tag} \delta_{antigua} - \text{tag} \delta'_{nueva}) \quad X_{comp} = \frac{U_C^2}{Q_{comp}}$$

$$C_{comp} = \frac{Q_{comp}}{U_C^2 \cdot W} = \frac{1}{X_{comp} \cdot W}$$

$$C_{comp-ESTRELLA} = \frac{Q_{comp}}{U_C^2 \cdot W} = \frac{1}{X_{comp} \cdot W} \quad C_{comp-TRIANGULO} = \frac{C_{comp-ESTRELLA}}{3}$$

**Fórmulas generales para sistemas eléctricos de distribución:**

- Potencia activa, reactiva y aparente trifásicas:

$$P_i = U_i \cdot I_i \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_i \quad Q_i = U_i \cdot I_i \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen} \phi_i \quad \bar{S}_i = \bar{U}_i \cdot \bar{I}_i^* \cdot \sqrt{3} = (P_i + jQ_i)$$

$$P_1 = S_i \cdot \cos \phi_i \quad Q_1 = S_i \cdot \text{sen} \phi_i \quad Q_1 = P_1 \cdot \text{tag} \phi_i$$

- Impedancia, reactancia inductiva y ángulo total de un sistema de potencia:

$$\bar{Z}_i = (R_i + jX_i) = Z_i \angle \phi_i \quad X_{TRi} = \frac{U_{ni}^2}{S_{ni}} \varepsilon_{XCCni} \quad \phi_i = \phi_{U_i} - \phi_{I_i} = \phi_{\bar{S}_i}$$

- Intensidad al final de línea, tensión de fase, tensión al inicio de la línea y rendimiento total de un sistema de potencia:

$$\bar{I}_i = \frac{P_i}{U_i \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_i} \angle(\phi_{\bar{U}_i} - \phi_{\bar{I}_i}) \quad \bar{V}_i = \frac{\bar{U}_i}{\sqrt{3}} \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z}_{12} \cdot \bar{I}_{12}$$

$$\eta = \frac{P_{SALIDA}}{P_{ENTRADA}} 100$$

- Sistemas de anillo y antena:

$$\bar{I}_i = \frac{P_i}{U_i \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_i} \quad Q = U \cdot I \cdot \sqrt{3} \cdot \text{sen} \phi_T \quad S = \bar{U} \cdot \bar{I}^* \cdot \sqrt{3} = (P + jQ)$$

$$I_{total} = i_1 + i_2 + i_3 + i_4$$

$$I_y = \frac{i_1 \cdot l_1 + i_2 \cdot l_2 + i_3 \cdot l_3 + i_4 \cdot l_4}{l_{total}} \quad I_x = I_{total} - \frac{i_1 \cdot l_1 + i_2 \cdot l_2 + i_3 \cdot l_3 + i_4 \cdot l_4}{l_{total}} = I_{total} - I_y$$

$$S = \frac{\sqrt{3} \cdot \rho}{\Delta u} \sum (i_n \cdot l_n \cdot \cos \phi_n)$$

$$S = \frac{100 \cdot \sqrt{3} \cdot \rho}{U \cdot \Delta u_{\%}} \sum (i_n \cdot l_n \cdot \cos \phi_n)$$

$$S = \frac{\rho}{U \cdot \Delta u} \sum (l_n \cdot P_n)$$

$$S = \frac{100 \cdot \rho}{U^2 \cdot \Delta u_{\%}} \sum (l_n \cdot P_n)$$

$$I_{cc} = \frac{S_{cc}}{\sqrt{3} \cdot U_n}$$

$$\text{Sección} - cc = \frac{I_{cc} \cdot \sqrt{t}}{k}$$





## TABLAS

### Líneas aéreas:

Número de conductores por sección mm <sup>2</sup>	Intensidad máxima
1 x 25 Al/54,6 Alm	110
1 x 50 Al/54,6 Alm	165
3 x 25 Al/54,6 Alm	100
3 x 50 Al/54,6 Alm	150
3 x 95 Al/54,6 Alm	230
3 x 150 Al/80 Alm	305

Tabla 1  
Intensidad máxima admisible en amperios a temperatura ambiente de 40°C

Número de conductores por sección mm <sup>2</sup>	Intensidad máxima	
	Posada sobre fachadas	Tendida con fiador de acero
2 x 16 Al	73	81
2 x 25 Al	101	109
4 x 16 Al	67	72
4 x 25 Al	90	97
4 x 50 Al	133	144
3 x 95/50 Al	207	223
3 x 150/95 Al	277	301

Tabla 2  
Intensidad máxima admisible en amperios a temperatura ambiente de 40°C

Número de conductores por sección mm <sup>2</sup>	Intensidad máxima en A	
	Posada sobre fachada	Tendida con fiador de acero
2 x 10 Cu	77	85
4 x 10 Cu	65	72
4 x 16 Cu	86	95

Tabla 3 Intensidad máxima admisible en amperios a temperatura ambiente de 40°C

Número de cables	1	2	3	Más de 3
<b>Factor de corrección</b>	1,00	0,89	0,80	0,75

Tabla 4  
Factores de corrección de la intensidad máxima admisible en caso de agrupación de cables aislados en haz, instalados al aire



Tabla 5  
Factores de corrección de la intensidad máxima admisible para cables aislados en haz, en función de la temperatura ambiente

Temperatura °C	20	25	30	35	40	45	50
<b>Aislados con polietileno reticulado</b>	1,18	1,14	1,10	1,05	1,00	0,95	0,90

Tabla 6  
Intensidades máximas de circuitos en kA para conductores de aluminio

Sección del conductor mm <sup>2</sup>	Duración del cortocircuito s								
	0,1	0,2	0,3	0,5	1,0	1,5	2	2,5	3
16	4,7	3,2	2,7	2,1	1,4	1,2	1,0	0,9	0,8
25	7,3	5,0	4,2	3,3	2,3	1,9	1,0	1,4	1,3
50	14,7	10,1	8,5	6,6	4,6	3,8	3,3	2,9	2,7
95	27,9	19,2	16,1	12,5	8,8	7,2	6,2	5,6	5,1
150	44,1	30,4	25,5	19,8	13,9	11,4	9,9	8,8	8,1

Valor de k, para hallar la intensidad del cortocircuito:

Conductor	Aislamiento	k
Cobre	PVC	115
	XLPE/EPR	143
Aluminio	PVC	76
	XLPE/EPR	94

**Líneas subterráneas:**

Tabla 7  
Intensidad máxima admisible, en amperios, para cables con conductores de aluminio en instalación enterrada (servicio permanente)

SECCIÓN NOMINAL mm <sup>2</sup>	Tema de cables unipolares (1) (2)			1 cable tripolar o tetrapolar (3)		
	XLPE	EPR	PVC	XLPE	EPR	PVC
16	97	94	86	90	86	76
25	125	120	110	115	110	98
35	150	145	130	140	135	120
50	180	175	155	165	160	140
70	220	215	190	205	220	170
95	260	255	225	240	235	210
120	295	290	260	275	270	235
150	330	325	290	310	305	265
185	375	365	325	350	345	300
240	430	420	380	405	395	350
300	485	475	430	460	445	395
400	550	540	480	520	500	445
500	615	605	525	-	-	-
630	690	680	600	-	-	-



SECCIÓN NOMINAL mm <sup>2</sup>	Tema de cables unipolares (1) (2)			1 cable tripolar o tetrapolar (3)		
						
	TIPO DE AISLAMIENTO					
	XLPE	EPR	PVC	XLPE	EPR	PVC
6	72	70	63	66	64	56
10	96	94	85	88	85	75
16	125	120	110	115	110	97
25	160	155	140	150	140	125
35	190	185	170	180	175	150
50	230	225	200	215	205	180
70	280	270	245	260	250	220
95	335	325	290	310	305	265
120	380	375	335	355	350	305
150	425	415	370	400	390	340
185	480	470	420	450	440	385
240	550	540	485	520	505	445
300	620	610	550	590	565	505
400	705	690	615	665	645	570
500	790	775	685	-	-	-
630	885	870	770	-	-	-

Tabla 8  
Intensidad máxima  
admisible, en  
amperios, para  
cables con  
conductores de cobre  
en instalación  
enterrada (servicio  
permanente)

Temperatura de Servicio $\Theta_s$ (°C)	Temperatura del terreno, $\Theta_t$ , en °C								
	10	15	20	25	30	35	40	45	50
90	1.11	1.07	1.04	1	0.96	0.92	0.88	0,78	0.78
70	1.15	1.11	1.05	1	0.94	0.88	0.82	0,67	0.67

Tabla 9  
Factor de corrección  
F, para temperatura  
del terreno distinto de  
25°C



Tabla 10  
Factor de corrección  
para resistividad  
térmica del terreno  
distinta de 1 K. m/W.

Tipo de cable	Resistividad térmica del terreno, enK.m/W										
	0.80	0.85	0.90	1	1.10	1.20	1.40	1.65	2.00	2.50	2.80
<b>unipolar</b>	1.09	1.06	1.04	1	0.96	0.93	0.87	0.81	0.75	.068	0.66
<b>tripolar</b>	1.07	1.05	1.03	1	0.97	0.94	0.89	0.84	0.78	0.71	0.69

Tabla 11  
Factor de corrección  
para agrupaciones de  
cables trifásicos o  
ternas de cables  
unipolares

Separación entre los cables o ternas	Factor de corrección							
	Número de cables o ternas de la zanja							
	2	3	4	5	6	8	10	12
<b>D=0 (en contacto)</b>	0,80	0,70	0,64	0,60	0,56	0,53	0,50	0,47
<b>d=0,07 m</b>	0,85	0,75	0,68	0,64	0,6	0,56	0,53	0,50
<b>d=0,10 m</b>	0,85	0,76	0,69	0,65	0,62	0,58	0,55	0,53
<b>d=0,15 m</b>	0,87	0,77	0,72	0,68	0,66	0,62	0,59	0,57
<b>d=0,20 m</b>	0,88	0,79	0,74	0,70	0,68	0,64	0,62	0,60
<b>d=0,25 m</b>	0,89	0,80	0,76	0,72	0,70	0,66	0,64	0,62

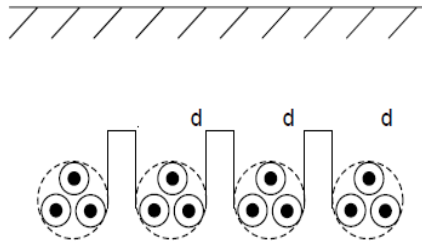


Tabla 12  
Factores de  
corrección para  
diferentes  
profundidades de  
instalación

Profundidad de instalación (m)	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,20
<b>Factor de corrección</b>	1,03	1,02	1,01	1	0,99	0,98	0,97	0,95

Valor de k, para hallar la intensidad del cortocircuito:

Conductor	Aislamiento	k
Cobre	PVC	115
	XLPE/EPR	143
Aluminio	PVC	76
	XLPE/EPR	94

Tabla 13

Secciones de los conductores de fase o polares de la instalación (mm <sup>2</sup> )	Secciones mínimas de los conductores de protección (mm <sup>2</sup> )
$S \leq 16$	$S(*)$
$16 < S \leq 35$	16
$S > 35$	$S / 2$

(\*) Con un mínimo de:

2,5 mm<sup>2</sup> si los conductores de protección no forman parte de la canalización de alimentación y tienen una protección mecánica

4 mm<sup>2</sup> si los conductores de protección no forman parte de la canalización de alimentación y no tienen una protección mecánica

Tipo de aislamiento	Duración del cortocircuito, en segundos								
	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
<b>XLPE yEPR</b>	294	203	170	132	93	76	66	59	54
<b>PVC Sección ≤ 300 mm<sup>2</sup></b>	237	168	137	106	75	61	53	47	43
<b>PVC Sección &gt; 300 mm<sup>2</sup></b>	211	150	122	94	67	54	47	42	39

Tabla 14  
Densidad de corriente de cortocircuito, en A/mm<sup>2</sup>, para conductores de aluminio

Tipo de aislamiento	Duración del cortocircuito, en segundos								
	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
<b>XLPE yEPR</b>	449	318	259	201	142	116	100	90	82
<b>PVC Sección ≤ 300 mm<sup>2</sup></b>	364	257	210	163	115	94	81	73	66
<b>PVC Sección &gt; 300 mm<sup>2</sup></b>	322	228	186	144	102	83	72	64	59

Tabla 15  
Densidad de corriente de cortocircuito, en A/mm<sup>2</sup>, para conductores de cobre.



**Instalaciones interiores o receptoras:**

Tabla 16  
Intensidades  
admisibles (A) al aire  
40° C. Nº de  
conductores con  
carga y naturaleza  
del aislamiento

		Conductores aislados en tubos empotrados en paredes aislantes		3x PVC	2x PVC	3x XLP E o EPR	2x XLPE o EPR					
<b>A</b>		Cables multiconductores en tubos empotrados en paredes aislantes.		3x PVC	2x PVC	3x XLP E o EPR	2x XLPE o EPR					
<b>A 2</b>		3x PVC	2x PVC	3x XLP E o EPR	2x XLP E o EPR							
<b>B</b>		Conductores aislados en tubos en montaje superficial o empotrados en obra.		3x PVC	2x PVC	3x XLPE o EPR	2x XLPE o EPR	3x XLPE o EPR	2x XLPE o EPR			
<b>B 2</b>		Cables multiconductores en tubos en montaje superficial y empotrados en obra.		3x PVC	2x PVC	3x XLPE o EPR	2x XLPE o EPR					
<b>C</b>		Cables multiconductores directamente sobre la pared				3x PVC	2x PVC	3x XLPE o EPR	2x XLPE o EPR			
<b>E</b>		Cables multiconductores al aire libre. Distancia a la pared no inferior a 0,3D				3x PVC	2x PVC	3x XLPE o EPR	2x XLPE o EPR			
<b>F</b>		Cables unipolares en contacto mutuo. Distancia a la pared no inferior a D.				3x PVC				3x XLPE o EPR		
<b>G</b>		Cables unipolares separados mínimo D.						3x PVC			3x XLPE o EPR	
	mm <sup>2</sup>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	1,5				13,5	15	16	-	18	21	24	-
	2,5				18,5	21	22	-	25	29	33	-
	4				24	27	30	-	34	38	45	-
	6				32	36	37	-	44	49	57	-
	10		11,5	13	44	50	52	-	60	68	76	-
<b>C</b>	16	11	16	17,5	59	66	70	-	80	91	105	-
<b>o</b>	25	15	21	23	77	84	88	96	106	116	123	166
<b>b</b>	35	20	27	30	96	104	110	119	131	144	154	205
<b>r</b>	50	25	37	40	117	125	133	145	159	175	188	250
<b>e</b>	70	34	49	54	149	160	171	188	202	224	244	321
	95	45	64	70	180	194	207	230	245	271	296	391
	120	59	77	86	208	225	240	267	284	314	348	455
	150		94	103	236	260	278	310	338	363	404	525
	185				268	297	317	354	386	415	464	601
	240				315	350	374	419	455	490	552	711
	300				360	404	423	484	524	565	640	821

Secciones de los conductores de fase o polares de la instalación (mm <sup>2</sup> )	Secciones mínimas de los conductores de protección (mm <sup>2</sup> )
$S \leq 16$	$S(*)$
$16 < S \leq 35$	16
$S > 35$	$S / 2$

(\*) Con un mínimo de:  
 2,5 mm<sup>2</sup> si los conductores de protección no forman parte de la canalización de alimentación y tienen una protección mecánica  
 4 mm<sup>2</sup> si los conductores de protección no forman parte de la canalización de alimentación y no tienen una protección mecánica

Tabla 17

### Diámetro tubos:

- Tubos empotrados

Sección nominal de los conductores unipolares (mm <sup>2</sup> )	Diámetro exterior de los tubos (mm)				
	Número de conductores				
	1	2	3	4	5
1,5	12	12	16	16	20
2,5	12	16	20	20	20
4	12	16	20	20	25
6	12	16	25	25	25
10	16	25	25	32	32
16	20	25	32	32	40
25	25	32	40	40	50
35	25	40	40	50	50
50	32	40	50	50	63
70	32	50	63	63	63
95	40	50	63	75	75
120	40	63	75	75	-
150	50	63	75	-	-
185	50	70	-	-	-
240	63	70	-	-	-

Tabla 18  
 Diámetros exteriores mínimos de los tubos en función del número y la sección de los conductores o cables a conducir



– Tubos enterrados

Tabla 19  
Diámetros exteriores  
mínimos de los tubos  
en función del  
número y la sección  
de los conductores o  
cables a conducir

Sección nominal de los conductores unipolares (mm <sup>2</sup> )	Diámetro exterior de los tubos (mm)				
	Número de conductores				
	≤6	7	8	9	10
1,5	25	32	32	32	32
2,5	32	32	40	40	40
4	40	40	40	40	50
6	50	50	50	63	63
10	63	63	63	75	75
16	63	75	75	75	90
25	90	90	90	110	110
35	90	110	110	110	125
50	110	110	125	125	140
70	125	125	140	160	160
95	140	140	160	160	180
120	160	160	180	180	200
150	180	180	200	200	225
185	180	200	225	225	250
240	225	225	250	250	-

**Interruptores automáticos:**

Valores de la In (A) normalizados para interruptores automáticos												
<b>1</b>	2	3	6	10	16	20	25	32	40	50	63	80
<b>100</b>	125	160	250	400	630	800	1250	1600	2000	2500	3200	

Poder de corte (KA) normalizados para interruptores automáticos										
<b>3</b>	4,5	6	10	22	25	35	50	70	100	
Poder de corte del magnetotérmico > I <sub>max</sub> cortocircuito										

Coeficiente disparo térmico Ca, a sobrecargas de tiempo convencional			
Norma	In	Tc Tiempo convencional	Ca =If/In
IEC947-2 (uso industrial)	≤ 63A	1h	1,3
	> 63A	2h	
EN-60.898 (viviendas y locales de pública concurrencia)	≤ 63A	1h	1,45
	> 63A	2h	

Curvas de respuesta de los magnetotérmicos normalizados		
Tipos de Curva	Im <sub>1</sub>	Im <sub>2</sub> = Imagnético
Curva B	3·In	5·In
Curva C	5·In	10·In
Curva D-MA	10·In	20·In



